

KIRIKKALE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

BAZI GD ÇEKİRDEKLERİNİN KARMA SİMETRİK
DURUMLARININ İNCELENMESİ

ÖZGÜR AKTAŞ

EKİM 2015

Fizik Anabilim Dalında Özgür AKTAŞ tarafından hazırlanan BAZI GD ÇEKİRDEKLERİNİN KARMA SİMETRİK DURUMLARININ İNCELENMESİ adlı Yüksek Lisans Tezinin Anabilim Dalı standartlarına uygun olduğunu onaylarım.

Bu tezi okuduğumu ve tezin Yüksek Lisans Tezi olarak bütün gereklilikleri yerine getirdiğini onaylarım.

Danışman

Jüri Üyeleri

Başkan (Danışman) : Prof.Dr. İhsan ULUER

Üye : Prof.Dr. Abdullah AYDIN

Üye : Prof.Dr. Erdem Kamil YILDIRIM

..... / /

Bu tez ile Kırıkkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini onaylamıştır.

Prof.Dr. Mustafa YİĞİTOĞLU

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü



OĐLUMA VE EŐİME...

ÖZET

BAZI GD ÇEKİRDEKLERİNİN KARMA SİMETRİK DURUMLARININ İNCELENMESİ

AKTAŞ, Özgür

Kırıkkale Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof.Dr. İhsan ULUER

Ekim 2015, 74 sayfa

Bu tez çalışmasında, deforme bölge başlangıcında bulunan çift-çift ^{152}Gd , ^{154}Gd ve ^{156}Gd izotoplarının enerji düzeyleri ve B(E2) geçiş olasılıkları belirlendi, elektromanyetik geçişlerine ait $\delta(E2/M1)$ çokkutuplu karışım oranları, Etkileşen Bozon Modeli kullanılarak hesaplandı. İzotopların Karma Simetrik durumları incelendi. Yapılan hesaplamalarda Fortran programı Casimir kodu kullanılarak B(E2) geçiş olasılıkları ve teorik enerji düzeyleri hesaplandı. Hesaplanan değerler deneysel sonuçlarla karşılaştırıldı. Elde edilen değerlerin deneysel veriler ile uyumlu olduğu görüldü.

Anahtar Kelimeler: Etkileşen Bozon Modeli, Kutupsal Karışım Oranları, B(E2) Geçiş Olasılıkları, Karma Simetri

ABSTRACT

THE INVESTIGATION OF THE MIXED SYMMETRY STATES OF SOME GD NUCLEI

AKTAŞ, Özgür

Kırıkkale University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Physics, M. Sc. Thesis

Supervisor: Prof.Dr. İhsan ULUER

October 2015, 74 pages

In this study, the energy levels and transition probabilities $B(E2)$ of ^{152}Gd , ^{154}Gd and ^{156}Gd isotopes have been calculated by using the Interacting Boson Model. The multipole mixing ratios $\delta(E2/M1)$ have also been calculated by using the Interacting Boson Model. Mixed symmetry states of the isotopes were investigated. In calculations, transition probabilities $B(E2)$ and the theoretical energy levels have been obtained by using Fortran program Casimir code. These calculated values are compared with the experimental result. It is seen that there is a good agreement between the results and with the experimental ones.

Key Words: Interacting Boson Model, Multipol Mixing Ratios, $B(E2)$ Transition Probability, Mixed Symmetry.

TEŞEKKÜR

Beni, yoğun alıŐmaları arasında ihmal etmeyen değerli hocam Sayın Prof.Dr. İhsan ULUER'e, sorularımı uzakta da olsalar hiçbir zaman cevapsız bırakmayan, Sayın Doç.Dr.Mahmut BÖYÜKATA, Sayın Yrd.Doç.Dr.Sinan YAŞAR ve Sayın ArŐ.Gör.Ümit ERDEM'e beni her koŐulda destekleyen ve hiçbir zaman bana güvenlerini kaybetmeyen annem, babam, kardeŐim Özge, eŐim Tuba ve en değerli varlığım oğlum İhsan Ozan'a bu süreçte bana gösterdikleri destekten ötürü teşekkür eder, Őükran ve saygılarımı sunarım.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

Sayfa

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	iv
ÇİZELGELER DİZİNİ	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
SİMGE VE KISALTMALAR DİZİNİ	viii
1. GİRİŞ	1
1.1. Çalışmanın Amacı	2
2. MATERYAL VE YÖNTEM	3
2.1. Etkileşen Bozon Modeli - 1 (IBM 1)	3
2.2. Bozon İşlemcileri	4
2.3. IBM-1 Hamitonyeni	6
2.4. Dinamik Simetrliler	9
2.5. Etkileşen Bozon Modeli – 2 (IBM 2).....	11
2.6. IBM-2 Hamiltonyeni	13
2.7. F Spin ve Karma Simetri	14
2.8. B(E2) Geçiş Olasılıkları.....	17
2.9. Elektromanyetik Geçişler ve Çokkutuplu Karışım Oranları	17
3. ARAŞTIRMA BULGULARI	21
3.1. Giriş	21
3.2. ¹⁵² Gd İzotopu	21
3.2.1. ¹⁵² Gd İzotopundaki Bazı Enerji Seviyeleri ve Geçişlerin Kutupsallığı	22
3.2.2. ¹⁵² Gd İzotopunun Temel Durum Bantları Arası Geçiş Olasılıkları	28
3.2.3. ¹⁵² Gd İzotopunun δ(E2/M1) Elektromanyetik Geçişlerin Kutupsal Karışım Oranları Hesaplaması	28
3.3. ¹⁵⁴ Gd İzotopu	29

3.3.1.	^{154}Gd İzotopundaki Bazı Enerji Seviyeleri ve Geçişlerin Kutupsallığı	30
3.3.2.	^{154}Gd İzotopunun Temel Durum Bantları Arası Geçiş Olasılıkları	35
3.3.3.	^{154}Gd İzotopunun $\delta(\text{E2/M1})$ Elektromanyetik Geçişlerin Kutupsal Karışım Oranları Hesaplaması	36
3.4.	^{156}Gd İzotopu	37
3.4.1.	^{156}Gd İzotopundaki Bazı Enerji Seviyeleri ve Geçişlerin Kutupsallığı	38
3.4.2.	^{156}Gd İzotopunun Temel Durum Bantları Arası Geçiş Olasılıkları	45
3.4.3.	^{156}Gd İzotopunun $\delta(\text{E2/M1})$ Elektromanyetik Geçişlerin Kutupsal Karışım Oranları Hesaplaması	45
4.	TARTIŞMA VE SONUÇ	47
4.1.	^{152}Gd İzotopunun Sonuçları ve Değerlendirilmesi	48
4.2.	^{154}Gd İzotopunun Sonuçları ve Değerlendirilmesi	49
4.3.	^{156}Gd İzotopunun Sonuçları ve Değerlendirilmesi	51
4.4.	Sonuç	52
KAYNAKLAR	54
EK 1.	^{152}Gd izotopu enerji seviyeleri, Casimir kodu verileri	57
EK 2.	^{154}Gd izotopu enerji seviyeleri, Casimir kodu verileri	58
EK 3.	^{156}Gd izotopu enerji seviyeleri, Casimir kodu verileri	59
EK 4.	^{152}Gd izotopu için teorik $\delta(\text{E2/M1})$ kutupsal karışım oranı hesaplamaları	60
EK 5.	^{154}Gd izotopu için teorik $\delta(\text{E2/M1})$ kutupsal karışım oranı hesaplamaları	64
EK 6.	^{156}Gd izotopu için teorik $\delta(\text{E2/M1})$ kutupsal karışım oranı hesaplamaları	70

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>ÇİZELGE</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Proton ve nötron bozonlarının F-spin değerleri	15
3.1. ^{152}Gd izotopunun bant yapısı, spin paritesine bağlı olarak bazı enerji seviyeleri	27
3.2. ^{152}Gd izotopuna ait B(E2) geçiş olasılıkları.....	28
3.3. ^{152}Gd izotopunun bazı geçişleri için bu çalışmada elde edilen teorik $\delta(\text{E2/M1})$ çokkutuplu karışım oranları	29
3.4. ^{154}Gd izotopunun bant yapısı, spin paritesine bağlı olarak bazı enerji seviyeleri	35
3.5. ^{154}Gd izotopuna ait B(E2) geçiş olasılıkları.....	36
3.6. ^{154}Gd izotopunun bazı geçişleri için bu çalışmada elde edilen teorik $\delta(\text{E2/M1})$ çokkutuplu karışım oranları	37
3.7. ^{156}Gd izotopunun bant yapısı, spin paritesine bağlı olarak bazı enerji seviyeleri	44
3.8. ^{156}Gd izotopuna ait B(E2) geçiş olasılıkları.....	45
3.9. ^{156}Gd izotopunun bazı geçişleri için bu çalışmada elde edilen teorik $\delta(\text{E2/M1})$ çokkutuplu karışım oranları	46
4.1. ^{152}Gd izotopunun bazı geçişleri için deneysel $\delta(\text{E2/M1})$ çokkutuplu karışım oranları ile bu çalışmada elde edilen $\delta(\text{E2/M1})$ çokkutuplu karışım oranları	48
4.2. ^{154}Gd izotopunun bazı geçişleri için deneysel $\delta(\text{E2/M1})$ çokkutuplu karışım oranları ile bu çalışmada elde edilen $\delta(\text{E2/M1})$ çokkutuplu karışım oranları	50
4.3. ^{156}Gd izotopunun bazı geçişleri için deneysel $\delta(\text{E2/M1})$ çokkutuplu karışım oranları ile bu çalışmada elde edilen $\delta(\text{E2/M1})$ çokkutuplu karışım oranları	51

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>ŞEKİL</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Çift-çift çekirdeklerin bulunduğu deforme bölge, çemberler U(5)-limiti çekirdeklerini belirtmektedir	9
2.2. Çift-çift çekirdeklerin bulunduğu deforme bölge, çemberler O(6)-limiti çekirdeklerini belirtmektedir	10
2.3. Etkileşen Bozon Modelini tanımlayan simetri üçgeni	11
2.4. Gd izotopunun faz üçgenindeki yeri	11
2.5. Çift-çift çekirdeklerin bulunduğu deforme bölge . Z = proton sayıları, N = nötron sayıları. Karanlık alanlardaki çekirdekler IBM 2 yaklaşımı kullanılarak hesaplanmıştır	12
2.6. Simetrik ve karma simetrik durumların geometrik gösterimi	16
3.1. ¹⁵² Gd izotopunun uyarılmış düzeyleri ve enerji bozunum şeması	23
3.2. ¹⁵² Gd izotopunun enerji band yapısı	25
3.3. ¹⁵² Gd izotopu için reaksiyon ve bozunum ürün şeması	26
3.4. ¹⁵⁴ Gd izotopunun uyarılmış düzeyleri ve enerji bozunum şeması	31
3.5. ¹⁵⁴ Gd izotopunun enerji band yapısı	33
3.6. ¹⁵⁴ Gd izotopu için reaksiyon ve bozunum ürün şeması	34
3.7. ¹⁵⁶ Gd izotopunun uyarılmış düzeyleri ve enerji bozunum şeması	39
3.8. ¹⁵⁶ Gd izotopunun enerji band yapısı	41
3.9. ¹⁵⁶ Gd izotopu için reaksiyon ve bozunum ürün şeması	42
4.1. ¹⁵² Gd izotopunun IBM-1 ile hesaplanan teorik enerji seviyeleri ile deneysel enerji seviyelerini karşılaştırılması	49
4.2. ¹⁵⁴ Gd izotopunun IBM-1 ile hesaplanan teorik enerji seviyeleri ile deneysel enerji seviyelerini karşılaştırılması	50
4.3. ¹⁵⁶ Gd izotopunun IBM-1 ile hesaplanan teorik enerji seviyeleri ile deneysel enerji seviyelerini karşılaştırılması	52

SİMGELER DİZİNİ

E2	Elektriksel Kuadropol Geçiş
M1	Manyetik Dipol Geçiş
B(E2)	Elektriksel Kuadropol Geçiş Olasılığı
$\delta(E2/M1)$	Çokkutup Karışım Oranı
Gd	Gadolinium çekirdeğinin sembolü
n	nötron
p	proton
N_{π}	Proton-Proton Bozon sayısı
N_{ν}	Nötron-Nötron Bozon sayısı

KISALTMALAR DİZİNİ

IBM	Etkileşen Bozon Modeli
IBM-1	Etkileşen Bozon Modeli-1
IBM-2	Etkileşen Bozon Modeli-2

1.GİRİŞ

Atom çekirdeklerin özelliklerini açıklayabilmek için çeşitli modeller denenmiştir. Bu modellerin en önemlisi kabuk (shell) modelidir. Kabuk modeli, atomun yapısını açıklamada büyük fayda sağlamıştır. Özellikle eşit sayıda proton ve nötron sayısına sahip olan (Z veya $N = 2, 8, 20, 50, 82, 126$) sihirli sayılara sahip çekirdeklere kararlılığın fazla oluşu kabuk modelini desteklemiştir. Sihirli sayıda nötron veya proton bulduran çekirdeklere kuadropol momentlerin sifıra yakın olması bu çekirdeklerin küresel simetriye benzer kapalı kabukların varlığını göstermektedir. Sihirli sayılara sahip çekirdeklerin kararlılığının diğer çekirdeklere göre fazla oluşu kabuk modelini doğrulamaktadır. Sihirli sayılara sahip çekirdekler ve kapalı kabuk dışında kalan birkaç nükleona sahip çekirdeklerin özellikleri bu modelle açıklanabilmiştir. Bu modelin yetersiz kaldığı nokta, deforme olmuş bölgedeki ($150 \leq A \leq 190$ ve $A > 230$) çekirdeklerin büyük kuadropol momentlerini açıklayamamasıdır. Bunun sebebi de kabuk modelinde enerji düzeylerinin küresel olduğu varsayılmasıdır. Deforme olmuş bölgedeki çekirdeklerin enerji düzeyleri yörüngenin uzaysal yönelimine bağlıdır.[1]

Kapalı kabuk dışında kalan büyük nükleon sayısına sahip çekirdeklerdeki durumu açıklamak için kollektif model geliştirildi. Bu modele göre bütün nükleonlar ortak bir eksen etrafında çekirdek spinine katkıda bulunurlar. Bu bölgelerdeki çekirdeklerin dönme ve titreşim hareketlerini göz önüne alarak, nükleer özelliklerini açıklamada kollektif model başarılı olmuştur. Sebebi ise $A < 150$ 'li çekirdekler küresel denge şeklinde titreşimleri esas alan modelle incelenir. $150 \leq A \leq 190$ arası çekirdekler ise küresel olmayan bir sistemin dönmesine ait özellikleri göstermektedir. Kollektif model bu unsurları da kapsadığından dolayı başarılı olmuştur.[2]

Proton ve nötronların farklı etkileşmelere sahip olmaları çekirdekte bulunan proton ve nötronlar için deformasyonun çıkmasına neden olur. Kabuk modeli ve kollektif model birçok soruya cevap bulmuş olsalar da deforme bölgesinin girişindeki çekirdeklerin elektromanyetik geçişlerinin, kutupsal karışım oranları ve geçiş olasılıkları gibi soruları açıklamakta yetersiz kalmıştır. 1974 yılında Arima ve

Iachello, kabuk modeli ve kolektif modeli de baz alarak, eksikleri gidermiş ve “Etkileşen Bozon Modeli” (IBM) adı verilen yeni bir nükleer model oluşturmuşlardır.[3]

Bozon, nükleon çiftlerinden oluşan yapıyı temsil etmektedir ve Etkileşen Bozon Modeli bu yapı üzerine inşa edilmiştir. Modelde iki türlü çözüm söz konusudur. Bunlardan ilki bilgisayar programları yardımıyla çözümlenmeler yapılır veya U(6) grup teorisinin ürünleri olan, U(5), SU(3) ve O(6) dinamik simetrilerinden faydalanılarak sonuca ulaşılır. Yapmış olduğumuz çalışmada Etkileşen Bozon Modeli kullanılarak teorik sonuçlar elde edilmiştir. Bu sonuçlar deneylerle karşılaştırılarak Etkileşen Bozon Modelinin güvenilirliği bir kez daha ispatlanmıştır.

1.1. Çalışmanın Amacı

Bu çalışmada $150 \leq A \leq 190$ deforme bölge girişindeki çift-çift bazı çekirdeklerin, $\delta(E2/M1)$ kutupsal karışım oranları ile Karma Simetri durumları incelenecektir. Aynı zamanda enerji düzeyleri ile B(E2) geçiş olasılıklarının belirlenip, elde edilen sonuçların deneylere uyumluluğu karşılaştırılacak ve bu sayede izotopların Karma Simetri durumları hakkında bilgi edinilebilecektir. Bu izotoplara Etkileşen Bozon Modeli uygulanarak hesaplamalar yapılacaktır.

2. MATERYAL VE YÖNTEM

2.1. Etkileşen Bozon Modeli 1 (IBM-1)

Etkileşen Bozon Modeli, her biri açısal momentumu sıfır veya iki birim olan etkileşen bozonlar topluluğuna dayanır. Nükleon çiftlerinden oluşan bozonların kolektif hareketleri sonucu ortaya çıkmıştır. Çiftlenmelerinin amacı daha kararlı hale gelebilmektir. Her bozon açısal momentumu $J=0$ veya $J=2$ olduğunda kararlı halde olur. Bunun sebebi de açısal momentum sıfıra yaklaştıkça enerji seviyesi düşer ve kararlılık artar. Bu modelde toplam N bozon sayısı en yakın kapalı kabuğa (2, 8, 20, 28, 50, 82 ve 126 bilinen sihirli sayılar) göre hesaplanır. Etkileşen Bozon Modeline göre sihirli sayılara kadar olan nükleonlar bir kor oluşturur, sihirli sayılar dışında kalan nükleonlar ise korun etrafında çiftlenerek çekirdeğin kolektif davranışlarından sorumlu olan hareketleri sergilerler. Bu modelde proton ve nötron bozonu olarak iki çeşit bozonun varlığı kabul eldir. Bu bozonlarda açısal momentumu $J=0$ olanına s bozonu, $J=2$ olanına d bozonu denir. $J=0$ olan açısal momentumlu proton veya nötron bozonları S_π veya S_0 olarak gösterilirken $J=2$ olan proton veya nötron bozonları d_π veya d_0 olarak gösterilirler. IBM-1' de proton ve nötron bozonu arasında ayırım yapılmamıştır. N_π ; proton bozon sayısı ve N_0 ; nötron bozon sayısı en yakın dolu tabakadan hesaplanır. Toplam bozon sayısı sınırlı olup verilen bir çekirdek için sabittir ve basitçe nükleon sayısının yarısına eşittir.[4]

Örneğin ; $^{156}_{64}\text{Gd}_{92}$ izotopunun toplam bozon sayısını bulacak olursak;

64 proton sayısı 50-82 kabuğu arasındadır. Ancak 50 proton kabuğuna daha yakın olduğu için $64-50=14$ adet proton 50-82 proton kabuğunu işgal eder.

IBM' e göre etkileşen proton bozonlarının sayısı $N_\pi = \frac{14}{2} = 7$ dir.

92 Nötron sayısı ise 82-126 kabuğu arasındadır. Ancak 82 nötron kabuğuna daha yakın olduğu için $92-82=10$ adet nötron 82-126 nötron kabuğunu işgal eder.

IBM' e göre etkileşen nötron bozonlarının sayısı $N_0 = \frac{10}{2} = 5$ dir.

O halde IBM'e göre toplam bozon sayısı $(N_\pi + N_0) = 7+5 = 12$ olacaktır.

2.2. Bozon İşlemcileri

İki özdeş bozonun durumunu dikkate alırsak ;

$$\begin{aligned}\Psi_{ij}(r_1 r_2) &= \sqrt{\frac{1}{2}} [\Psi_i(r_1) \cdot \Psi_j(r_2) + \Psi_i(r_2) \cdot \Psi_j(r_1)] \\ &= \sqrt{\frac{1}{2}} [\Psi_i(r_1) \cdot \Psi_j(r_2) + \Psi_j(r_1) \cdot \Psi_i(r_2)]\end{aligned}\quad (2.1)$$

dalga denklemleriyle ifade edilir. (2.1) denklemindeki ifade özdeş iki parçacığın simetrik gösterimidir. İkinci parçacıkla birinci parçacığın yerleri değiştirildiğinde dalga fonksiyonu değişmez, bu simetrinin özelliğinden kaynaklıdır. Parçacık sayısı artarsa dalga fonksiyonunu yazmak zorlaşır. Bu zorluğu ortadan kaldırmak için multipolaritesi 1 ve z bileşeni m olan bozon yaratacı ve yok edici $b_{l,m}^+$ ve $b_{l,m}^-$ işlemcilerinden faydalanılır. [2]

Herhangi bir bozon modeli, oluşturulan bozon işlemcilerinin sayısıyla belirtilir. IBM-1 de; çekirdeğin alçak düzey kolektif durumlarının, açısal momentumu $J=0$ durumunda olanlar s bozonları ve $J=2$ durumunda olanlar d bozonları cinsinden tanımlanabileceği kabul edilmiştir.[4] Böylece bu modelin yapı taşları;

$$\begin{aligned}s^+ , d_\mu^+ \quad (\mu=0, \pm 1, \pm 2) \\ s^- , d_\mu^- \quad (\mu=0, \pm 1, \pm 2)\end{aligned}\quad (2.2)$$

olur. (2.2) işlemcileri Bose – Einstein sıra değişim bağıntılarını sağlarlar.

$$\begin{aligned}[s^-, s^+] &= 1 ; [s^-, s^-] = [s^+, s^+] = 0 ; \\ [d_\mu^-, d_\mu^+] &= \delta_{\mu\mu} ; [d_\mu^-, d_\mu^-] = [d_\mu^+, d_\mu^+] = 0 ; \\ [s^-, d_\mu^+] &= [s^-, d_\mu^-] = [s^+, d_\mu^+] = [s^+, d_\mu^-] = 0\end{aligned}\quad (2.3)$$

Bu bozon işlemcilerini daha kısa olarak ya

$$b_{l,m}^+ ; b_{l,m}^- ; \quad (l=0,2; \quad -1 \leq m \leq 1) \quad (2.4)$$

gösterimi ya da

$$b_\alpha^+ ; b_\alpha^- ; \quad (\alpha = 1, \dots, 6) , \quad (2.5)$$

$$b_1^- = s^- , \quad b_2^- = d_{+2}^- , \quad b_3^- = d_{+1}^- , \quad b_4^- = d_0^- , \quad b_5^- = d_{-1}^- , \quad b_6^- = d_{-2}^- \quad (2.6)$$

gösterimlerini kullanabiliriz. Buna göre (2.3) sıra-değişimi bağıntıları ,

$$\begin{aligned} [b_{l,m}^+ , b_{l,m}^-] &= \delta_{ll} \delta_{mm} \\ [b_{l,m}^- , b_{l,m}^-] &= [b_{l,m}^+ , b_{l,m}^+] = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

şeklinde yazılabilir. Uygulamalar için k mertebeli $T_q^{(k)}$ küresel tensör işlemcileri oluşturmak gerekir. Bu işlemciler dönme grubunun $(2k+1)$ boyutlu temsilin baz vektörleri olarak

$$RT_q^{(k)}R^{-1} = \sum_k T_q^{(k)} D_{pq}^{(k)} \quad (2.8)$$

şeklinde dönüşürler. Yaratma işlemcileri bu özelliği gösterirken yoketme işlemcileri göstermezler. Yoketme işlemcileri ile ilgili küresel tensörleri oluşturmak için

$$\widetilde{b}_{l,m} = (-)^{l+m} b_{l,-m} \quad (2.9)$$

işlemcileri kullanılır. (2.8) işlemleri s ve d bozonlarına uygulandığı zaman

$$\widetilde{s} = s^- , \quad \widetilde{d}_\mu = (-)^{\mu} d_{-\mu}^- \quad (2.10)$$

oluşur.

Küresel tensörlerle tensör çarpımları oluşturulabilir.[4]

$T^{(k_1)}$ ve $T^{(k_2)}$ tensörlerinin çarpımı için;

$$T_q^{(k)} = [T^{(k_1)} \times T^{(k_2)}]_q^{(k)} \quad (2.11)$$

notasyonu kullanılır. Diğer bir ifadeyle köşeli parantez açık olarak

$$[T^{(k_1)} \times T^{(k_2)}]_q^{(k)} = \sum_{q_1 q_2} \langle k_1 q_1 k_2 q_2 | k q \rangle T_{q_1}^{(k_1)} T_{q_2}^{(k_2)} \quad (2.12)$$

şeklinde gösterilebilir. Bu ifadedeki $\langle k_1 q_1 k_2 q_2 | k q \rangle$ katsayıları Clebsh-Gordon katsayılarıdır. Tensör çarpımlarının özel bir hali skaler çarpımdır.[4]

2.3. IBM-1 Hamiltonyeni

Önceki bölümde bozon işlemcilerini ele almıştık şimdi ise ; hamiltonyen işlemleri cinsinde hamiltonyeni oluşturacağız. Çift-çift çekirdeklerin özelliklerini belirleyebilmek için uygun işlemciler gerekmektedir. Bu işlemcilerde bozon işlemcileri cinsinden ifade etmek gerekir. Burada enerji seviyelerini bulmak için hamiltonyen işlemcilerine gerek duyulur. En basit olarak hamiltonyenin tek-parçacık bozon enerjilerini ve bozon-bozon etkileşimlerini içerdiği kabul edilir. Böylece hamiltonyeni oluşturmak için bozon yaratıcı ve yok edici işlemciler kullanılır. Toplam bozon sayısı N korunduğuna göre hamiltonyen işlemcisi bozon işlemcileri cinsinden;

$$H = E_0 + \sum_{\alpha\beta} \epsilon_{\alpha\beta} b_{\alpha}^{+} b_{\beta}^{-} + \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} 1/2 U_{\alpha\beta\gamma\delta} b_{\alpha}^{+} b_{\beta}^{+} b_{\gamma}^{-} b_{\delta}^{-} \quad (2.13)$$

olarak yazılabilir. Burada E_0 sabit sayıdır. $b_{\alpha}^{+} b_{\beta}^{-}$ terimi tek parçacık katkılarını ve ondan sonraki terimde iki cisim katkılarını temsil eder. Etkileşme terimlerinin varlığı, modelin bu tipine Etkileşen Bozon Modeli adının verilmesine neden olmuştur. IBM-1 hamiltonyenini bozon işlemcileri cinsinden yazmak istediğimizde

ikinci kuantize formu kullanmamız daha uygun olur. Böylece d_{μ}^{+} ve s^{+} işlemcileri oluşturulur. Bu işlemcileri kullanarak;

$$d_{\mu}^{+}d_{\mu}, d_{\mu}^{+}s, s^{+}d_{\mu}, s^{+}s \quad (2.14)$$

d_{μ}^{+} işlemcileri dönmeler altında rankı 2 olan indirgenemez küresel tensör bileşenleri gibi davranırlar. d_{μ} yok etme işlemcileri böyle dönüşüm özellikleri sağlamadıkları için bu özelliği sağlayan

$$d_{\mu} = (-)^{2\mu} d_{-\mu} = (-)^{\mu} d_{\mu} \quad (2.15)$$

tanımlanması kullanılır. K ranklı indirgenmez tensör olan

$$(d^{+}d)^q = \sum \langle 2\mu 2\mu' | 22kq \rangle d_{\mu}^{+}d_{\mu'} \quad k=0,1,2,3,4 \quad (2.16)$$

işlemcileri ve rankı 2 olan

$$d_{\mu}^{+}s, s^{+}d_{\mu} \quad (2.17)$$

kuadropol işlemcileri ve rankı 0 olan $s^{+}s$ işlemcilerinden oluşan tam bir set tanımlanabilir. Bu işlemcilerin toplam sayısı 36 dır. En genel Hamiltonyen tek parçacık bozon terimleri ve bozon-bozon etkileşme terimlerini içerir ve dönmeler altında değişmez olmalıdır. Bütün tek parçacık bozon işlemcileri s ve d bozonlarının sayısını değiştirmeyeceği için Hamiltonyende toplam bozon sayısını değiştirmeyecektir. Diğer bir deyişle Hamiltonyen ile sayı işlemcisi

$$N = s^{+}s + \sum d_{\mu}^{+}d_{\mu} = s^{+}s + (d^{+}d) \quad (2.18)$$

sıra değişimlidir. Bu sayı işlemcisinin N özdeğeri Hamiltonyenin öz durumları için uygun kuantum sayısıdır. Sıra-değişim bağıntılarından dolayı bozon-bozon

etkileşmesine ek olarak tek-parçacık bozon terimleri de ortaya çıkar. Elde edilen Hamiltonyen aşağıdaki şekilde yazılır;

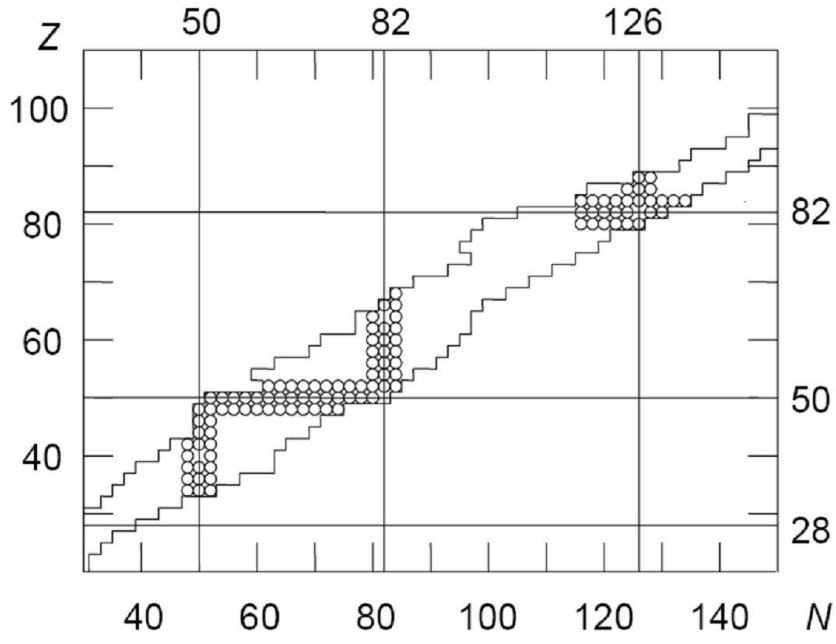
$$\begin{aligned}
H = & \varepsilon_s(s^+s) + \varepsilon_d(d^+d) \sum_{L=0,2,4} 1/2(2L+1)^{\frac{1}{2}} c_L [(d^+ \times d^+)^{(L)} (d \times d)^{(L)}]^{(0)} \\
& + 1/\sqrt{2} v_2 [(d^+ \times d^+)^{(2)} (d \times s)^{(2)} + (d^+ \times s^+)^{(2)} (d \times d)^{(2)}]^{(0)} \\
& + 1/\sqrt{2} v_0 [(d^+ \times d^+)^{(0)} (s \times s)^{(0)} + (s^+ \times s^+)^{(0)} (d \times d)^{(0)}]^{(0)} \\
& + u_2 [(d^+ \times s^+)^{(2)} (d \times s)^{(2)}]^{(0)} + 1/2 u_0 [(s^+ \times s^+)^{(0)} (s \times s)^{(0)}]^{(0)}
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Burada ε_s ve ε_d , sırasıyla s ve d bozonlarının bağlanma enerjilerini (s^+s) ve (d^+d) ise sırasıyla s ve d bozonları için sayı işlemcilerini ve $d_\mu = (-1)^\mu d_{-\mu}$ küresel tensörü tanımlar. [2,4]

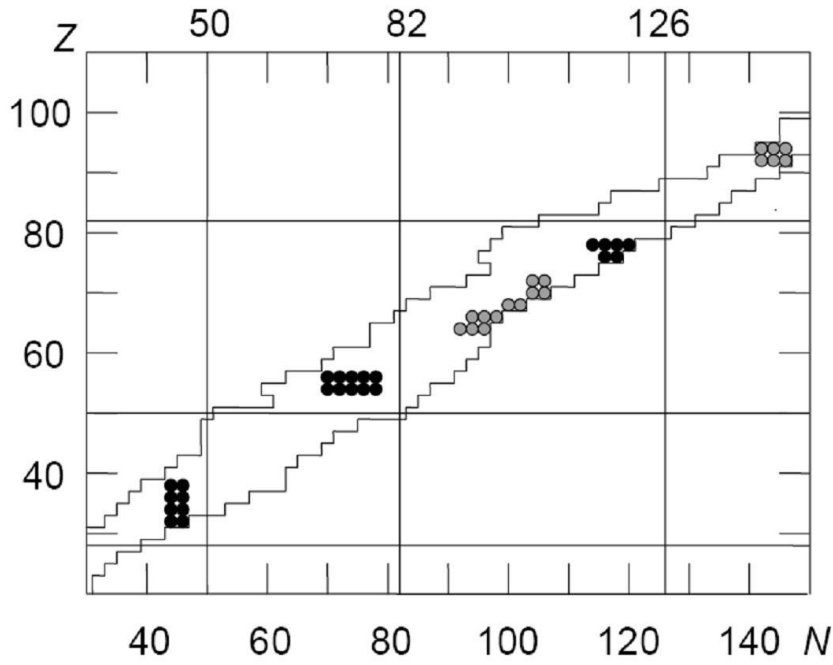
c_0 , c_2 ve c_4 katsayıları d-bozonları, u_0 katsayısı da s-bozonları arasındaki, v_2 , v_0 ve u_2 kat sayılarıyla da s- bozonları ile d- bozonları arasındaki etkileşmelerin şiddetini belirtir. Ayrıca burada $\mu = 0, \pm 1, \pm 2$ şeklindedir. [4]

2.4. Dinamik Simetriler

Dinamik simetriler Etkileşen Bozon Modeli'nin en önemli unsurlarından biridir. IBM modelinin grup teorisinden yararlanılarak yapılan çözümlerde kullanılmaktadır. IBM-1'in s ve d bozonları altı bileşene sahiptir ve altı boyutlu uzay tanımlarlar. Bu altı boyutlu uzay U(6) grup teorisi olarak adlandırılıp, hesaplamaları yapılır. U(6) grubunun U(5), SU(3) ve O(6) olmak üzere üç tane alt gurubu (limiti) mevcuttur. Bu limitler dinamik simetriler olarak tanımlanır. Bunlardan U(5) limiti ile küresel çekirdeklerin özellikleri, SU(3) limiti ile deforme çekirdeklerin özellikleri ve O(6) limiti ile de γ – kararsız çekirdeklerin özellikleri incelenebilmektedir.[4] Çift-çift çekirdeklerin bulunduğu deforme bölgede U(5), SU(3) ve O(6) limiti çekirdekler Şekil 2.1 ve Şekil 2.2 de gösterilmiştir.



Şekil 2.1. Çift-çift çekirdeklerin bulunduğu deforme bölge, çemberler U(5)-limiti çekirdeklerini belirtmektedir [5]



Şekil 2.2. Gri noktalar SU(3) limiti çekirdeklerini ve siyah noktalar O(6) limit çekirdeklerini belirtmektedir [5]

$U(6)$ grubunun üç tane alt grup zinciri vardır ve bunlar,

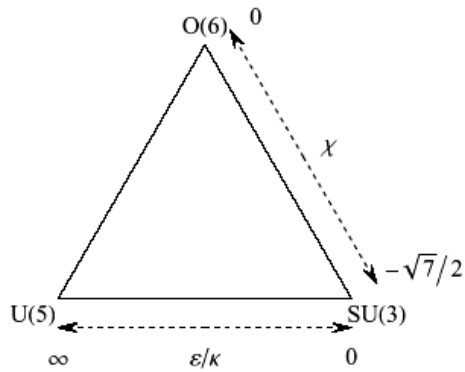
$$U(6) \supset U(5) \supset O(5) \supset O(3) \quad (I)$$

$$U(6) \supset SU(3) \supset O(3) \quad (II) \quad (2.20)$$

$$U(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset O(3) \quad (III)$$

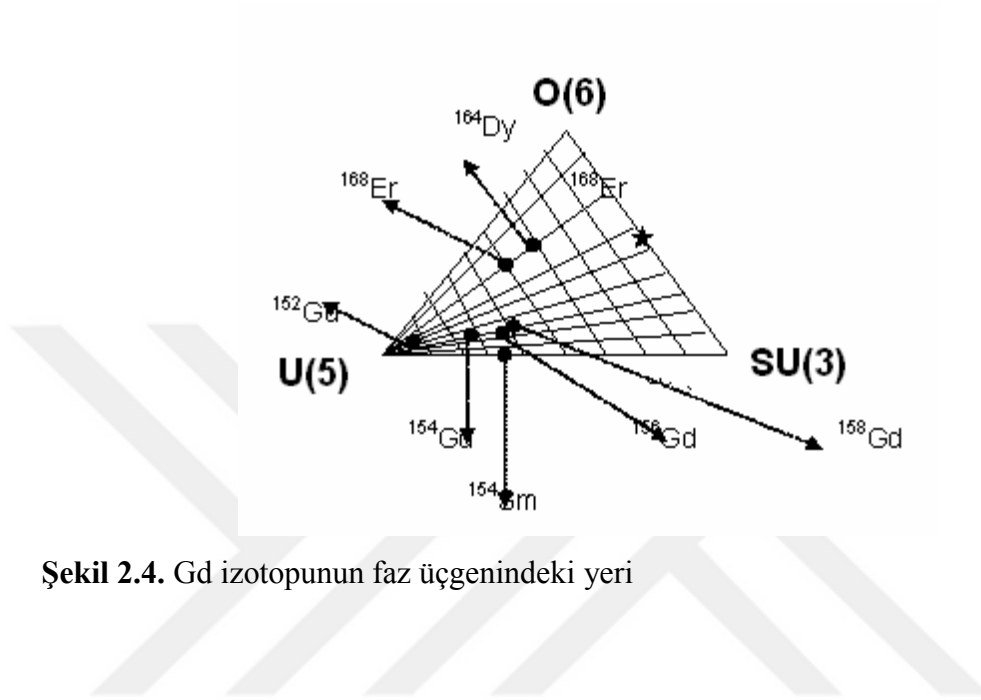
dir. Bunlardan birinci zinciri temsil eden $U(5)$ alt grubudur. İkinci zincir $SU(3)$ ve üçüncü zincir ise $O(6)$ ' yı temsil eder. (2.20)' de verilen grup zincirleri, IBM'in, yapısı ve fiziksel içeriğinde önemli rol oynamaktadır. Bu zincirler, deneylerle iyi bir şekilde kıyaslanabilen basit tahminlerin ölçüsünü vermektedir. [4]

Sihirli sayıda nükleona sahip çekirdekler küreseldir. Çekirdeğin küresel denge biçimi etrafındaki kolektif hareketi bir vibrasyon hareketidir. Kapalı kabuk dışına dahil olan nükleonların sayısı arttıkça küresel yapı bozulur. Bu bozulma sonucunda çekirdek elipsoidal bir şekil kazanır. Bununla beraber kolektif hareket vibrasyon hareket özelliğiyle birlikte deforme olmuş çekirdeğin rotasyonundan meydana gelir. Buna göre, zincir I, II, III sırasıyla vibrasyonel ($U(5)$), rotasyonel ($SU(3)$) ve γ -kararsız ($O(6)$) çekirdeklerle ilgilidir. [15] Şekil 2.3' deki üçgen " simetri " üçgeni olarak tanımlanır. Her köşe bir simetriyi temsil etmektedir. Her kenar ; geçiş bölgelerini göstermektedir. [2]



Şekil 2.3. Etkileşen Bozon Modelini tanımlayan simetri (Casten) üçgeni [2]

Şekil 2.4' deki üçgen, incelediğimiz Gadolinyum izotoplarının faz üçgenindeki yerini göstermektedir. Görüldüğü gibi deforme bölgeye en yakın olan ^{152}Gd izotopu U(5) limitine daha yakınken, ^{154}Gd ve ^{156}Gd izotopları SU(3) limitine yaklaşmaktadırlar.



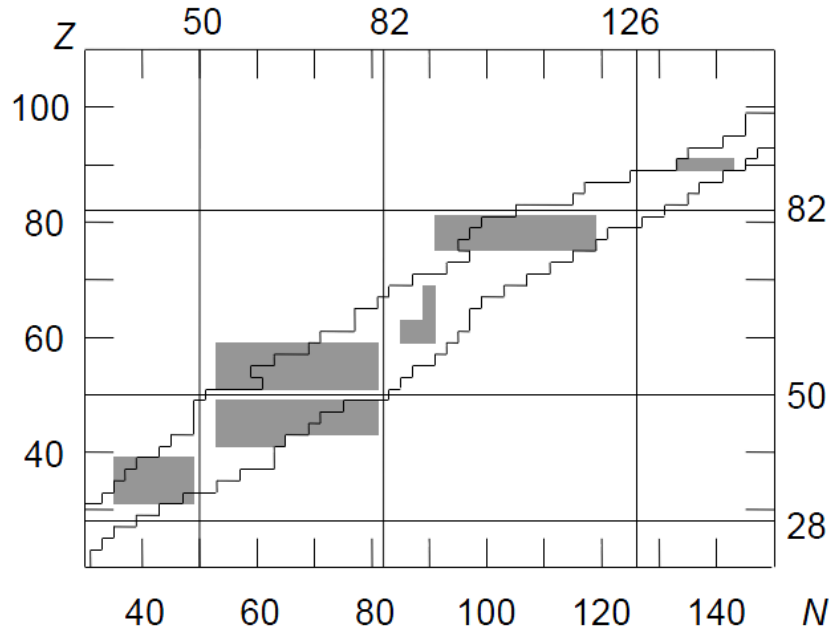
Şekil 2.4. Gd izotopunun faz üçgenindeki yeri

2.5. Etkileşen Bozon Modeli 2 (IBM-2)

Etkileşen Bozon Modeli 1' de proton-proton ve nötron-nötron bozonları özdeş kabul edilerek ele alınmıştır. Bu model orta ve ağır kütledeki çift-çift çekirdeklerin düşük enerjili spektrumlarını açıklamada başarılı olamadığından, 1978' de Arima, Iachello ve Talmi tarafından IBM-1 modeli geliştirilerek IBM-2 modeli oluşturulmuştur. Bu modelde esas olan proton-proton bozonları ve nötron-nötron bozonları farklı kabul edilerek ele alınmıştır. IBM-2' de bir proton ve bir nötron birleşerek bir proton – nötron bozonu oluşturmazlar. Düşük enerji düzeyindeki bu durumlar IBM-2'de karma simetrik durumlar olarak açıklanmıştır. Bu düzeylerin karma simetrik durumlara sahip olduklarının en önemli belirtisi kuvvetli M1 geçişleri ve zayıf E2 geçişlerinin görülmesidir. [2,6]

Daha önce belirtildiği gibi IBM-1' de proton ve nötron bozon ayrımı yapılmaksızın birlikte ele alınıp operatörler yardımıyla hamiltonyeni oluşturuluyordu. IBM-2' de

ise proton ve nötron bozonları ayrı ayrı ele alınıp serbestlik dereceleri de işin içine katılmaktadır. Bu ayırım yapılırken en yakın kapalı kabuk baz alınmıştır ve kolektif durumların incelenmesinde IBM-2' nin iki avantajı vardır. İlki; proton ve nötron serbestlik derecelerini ayrı ayrı ele alması; diğeri ise proton ve nötron serbestlik derecelerini mikroskobik olarak açıklayabilmesidir. Şekil 2.4' de IBM-2 yaklaşımı kullanılarak çift-çift çekirdeklerin deforme bölgedeki yerleri tespit edilmiştir.



Şekil 2.5. Çift-çift çekirdeklerin bulunduğu deforme bölge . Z = proton sayıları, N = nötron sayıları. Karanlık alanlardaki çekirdekler IBM 2 yaklaşımı kullanılarak hesaplanmıştır. [5]

2.6. IBM-2 Hamiltonyeni

IBM-2' de proton ve nötron bozonları arasında yapılan ayırım sonucunda proton nötron etkileşmesini temsil eden birim IBM-2 Hamiltonyenine eklenmiştir. Burada 12 bozon üretme ve 12 bozon yok etme operatörü vardır. Bunlar proton ve nötron bozonları için sırasıyla,

$$\begin{aligned} (\hat{b}_\pi^+)_{jm} = \hat{s}_\pi \quad , \quad (\hat{d}_\pi^+)_{jm} \quad \text{ve} \quad (\hat{b}_\pi)_{jm} = \hat{s}_\pi \quad , \quad (\tilde{d}_\pi)_{jm} \\ (\hat{b}_\nu^+)_{jm} = \hat{s}_\nu^+ \quad , \quad (\hat{d}_\nu^+)_{jm} \quad \text{ve} \quad (\hat{b}_\nu)_{jm} = \hat{s}_\nu \quad , \quad (\tilde{d}_\nu)_{jm} \quad (m=-2,-1,0,1,2) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Bu model, nötronlar için ($\rho=\nu$), protonlar için ($\rho=\pi$) de $\hat{n}_{d\rho}(d_\rho^\dagger, \tilde{d}_\rho)$ ' nin d bozon operatörü olduğu kabul edilmiş ve Hamiltonyen denklemi (2.22) deki gibi kullanılmıştır;

$$H = \epsilon(\hat{n}_{d\nu} + \hat{n}_{d\pi}) + \kappa Q_\nu \cdot Q_\pi + \bar{\kappa} (Q_\nu \cdot Q_\nu + Q_\pi \cdot Q_\pi) + V_{\nu\nu} + V_{\pi\pi} + M_{\nu\pi} \quad (2.22)$$

Kuadrpol operatör Q_ρ ;

$$Q_\rho = (d_\rho^\dagger \tilde{s}_\rho + s_\rho^\dagger \tilde{d}_\rho)^{(2)} + \chi_\rho (d_\rho^\dagger \tilde{d}_\rho)^{(2)} \quad \rho = \pi, \nu \quad (2.23)$$

Karma simetrik durumları oluşturan etkileşmeye Majorano etkileşmesi denir. Majorano etkileşmesi Hamiltonyene (2.24) deki gibi dahil edilir;

$$M = \frac{1}{2} \xi_2 (s_\nu^\dagger d_\pi^\dagger - d_\nu^\dagger s_\pi^\dagger)^{(2)} \cdot (\tilde{s}_\nu \tilde{d}_\pi - \tilde{d}_\nu s_\pi)^{(2)} - \sum_{k=1,3} \xi_k (d_\nu^\dagger \cdot d_\pi^\dagger)^{(k)} \cdot (\tilde{d}_\nu \cdot \tilde{d}_\pi)^{(k)} \quad (2.24)$$

Aynı tip d bozonlarının etkileşmesi sonucu Hamiltonyene katkısı;

$$V_{\rho\rho} = \frac{1}{2} \sum_{L=0,2,4} c_{L\rho} (d_\rho^\dagger \cdot \tilde{d}_\rho)_L \cdot (d_\rho^\dagger \cdot \tilde{d}_\rho)_L \quad (2.25)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $\hat{n}_{d\nu}$; proton (nötron) d-bozon operatörüdür. İlk terim, güçlü bir çiftlenim etkileşmesi olduğunu gösterir ve bu çiftlenme etkileşimi, proton ve nötronlar için eşit ($\epsilon_\pi \approx \epsilon_\nu \approx \epsilon$) kabul edilir. k ; proton bozon sayısı N_π ve nötron bozon sayısı N_ν 'nün fonksiyonu olan bir parametredir. İkinci terim, protonlar ve nötronlar arasındaki etkileşimin kuadrupol karakterini vurgular. Üçüncü ve dördüncü terimler sırasıyla, proton-proton ve nötron-nötron bozon etkileşimlerini temsil eder. Son terim ise Majorana kuvveti olarak bilinir. Bu kuvvet, proton-nötron simetrisi ile karışmış durumları, tamamen simetrik olan durumlara göre kaydırır.[6, 7]

IBM-1 ve IBM-2 modellerinde çift-çift çekirdeklerin uyarılma enerjilerini, B(E2) elektriksel kuadrupol geçiş olasılığı, E2/M1 kutupsal karışım oranları ve $\delta(E2/M1)$ çok kutuplu karışım oranları gibi özellikleri açıklamakta yeterlidirler. Tek-tek çekirdekler veya tek-çift çekirdekleri açıklamada bu modelin bir diğer versiyonu olan Etkileşen Bozon-Fermiyon Modeli (IBFM) kullanılır.

2.7. F-Spin ve Karma Simetri

IBM-2' de nükleonların oluşturduğu bozonlarda yapılan proton ve nötron ayrımı sonucunda kuantum sayıları karışır. Bu ayrım F-spin denilen hayali bir spinin -1/2 veya +1/2 durumlarına karşılık geldiği kabul edilir. Burada F-spin, kuantum sayısı rolü üstlenir. Nötron-nötron ve proton-proton bozonlarını algılayabildiği için F-spin, bozonları sınıflandırmada kullanılır. Yalnızca bir π (proton-proton) bozonu için $F=1/2$ ve $F_Z = +1/2$ ' dir. Bir ν (nötron-nötron) bozonu için ise $F_Z = -1/2$ ' dir. İki bozonda sırasıyla $\pi\pi$, $\pi\nu$ ve $\nu\nu$ eşleşmeleri için $F=1$, $F_Z=1$, 0, -1 simetrik durumların üçüyle birleştirilebilir. $\pi\nu$ sistemi için $F=F_Z=0$ antisimetrik bir durumdur. IBM uzayında, $F=1$ için simetrik ve $F=0$ için antisimetriktir. Bu durum kabul edilemez çünkü bozon dalga fonksiyonunda her yer simetrik olmalıdır. Bu sistem daha fazla bozon etkileşmesi için genişletilebilir. N (toplam) bozonların tüm durumları, $F=N/2$ dir. Antisimetrik duruma izin verilmediğinden, bir tane antisimetrik bozon çifti içeren durumlarda ise antisimetrikliği ortadan kaldırabilmek için $F=(N/2)-1$ dir. [8]

N_π tane proton bozonu, N_ν tane de nötron bozonu olan bir sistemde,

$$F_Z = \frac{(N_\pi - N_\nu)}{2} \quad (2.26)$$

şeklindedir ve iyi kuantum sayısıdır.

F kuantum sayısı ise :

$$\frac{(N_\pi - N_\nu)}{2} \leq F \leq \frac{(N_\pi + N_\nu)}{2} \quad (2.27)$$

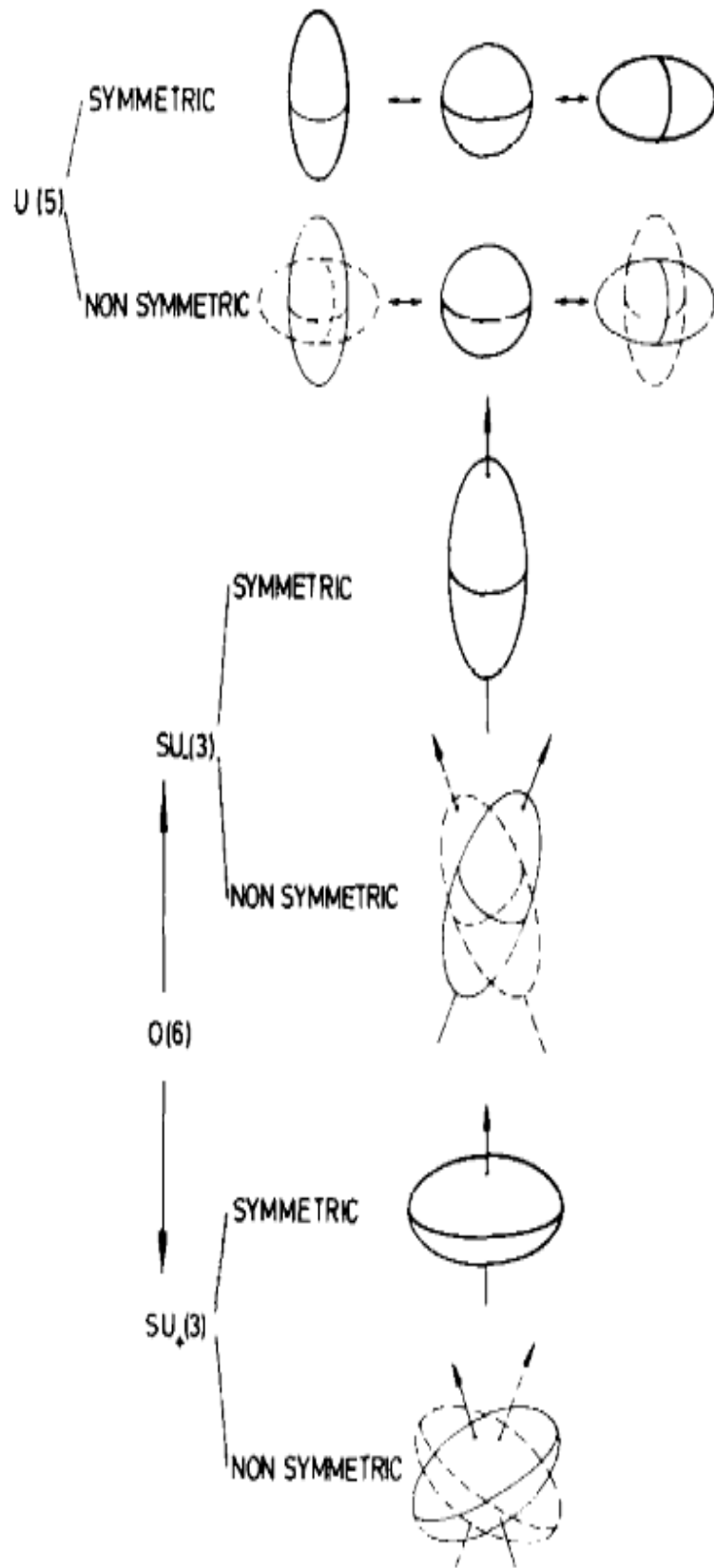
arasındaki tam yada buçuklu değerlerden birini alır. Bu aralığın oluşmasının sebebi her bir proton ya da nötron bozonu için F-spinlerin vektörel olarak uç uca eklenmesidir.

F-spinin en büyük değeri $F=1$ dir. Bu duruma ancak dalga fonksiyonunun simetrik olduğu durumda ulaşır. En küçük değer olan $F=0$ ise antisimetrikliğin olduğu durumda meydana gelir. Antisimetrikliğin söz konusu olduğu durumlara karma simetrik durumlar denir. [2]

Çizelge 2.1. Proton ve nötron bozonlarının F-spin değerleri [2]

	F	F_z
S_π, D_π	1/2	1/2
S_ν, D_ν	1/2	-1/2

Karma simetrik durumlar bir çekirdeğin uyarılmış durumlarıdır. Çünkü karma simetrik durumlarda proton-nötron bozon simetrisi kırılmıştır. Bu durumların geometrik şeması Şekil 2.6' da görülmektedir. Şekilde görüldüğü gibi nötron ve proton bozonlarının eş fazda harekete ettiği durumlar simetrik durumları, farklı fazlarda hareket ettiği durumlar ise karma simetrik durumları göstermektedir.



Şekil 2.6. Simetrik ve karma simetrik durumların geometrik gösterimi [8]

2.8. B(E2) Geçiş Olasılıkları

Bir nükleer modelin başarısı, çekirdeğin elektromanyetik özelliklerinin iyi bir şekilde tanımlanmasıyla mümkündür. En önemli elektromanyetik özellik E2 geçişleridir. B(E2) geçiş olasılığı değerleri, E2 operatörü kullanılarak hesaplanmıştır. E2 geçiş operatörünün, ikinci derecede bir hermitsel tensörü olması gerekir ve bu nedenle bozon sayısı korunmalıdır. Bu kısıtlamalarla E2 operatörü aşağıdaki şekilde yazılabilir.[4]

$$T_m(E2) = e_\pi Q_\pi + e_\nu Q_\nu$$
$$Q_\rho = [d_\rho^\dagger s_\rho + s_\rho^\dagger \tilde{d}_\rho]^{(2)} + \chi_\rho [d_\rho^\dagger \tilde{d}_\rho]^{(2)} \quad (2.28)$$

Burada ρ , π (proton) veya ν (nötron) bozonlarına karşılık gelmekte ve χ_ρ , kuadrupol operatörünün yapısını belirlemektedir. Q_ρ , Q_π ve Q_ν bozon kuadrupol operatörleri, e_π ve e_ν de proton ve nötron bozonlarının etkin yükleridir. Hesaplamalarda etkin yükler eşit alınmıştır. E2 geçişleri için B(E2) geçiş olasılığı şu şekilde verilebilir;

$$B(E2; L_1 \rightarrow L_f) = 1/(2L_1 + 1)^{1/2} |\langle L_f || T(E2) || L_1 \rangle|^2 \quad (2.29)$$

Bu çalışmada B(E2) geçiş değerleri nötron proton bozonlarının birlikte ele alındığı IBM-1 kullanılarak hesaplanmıştır.

2.9. Elektromanyetik Geçişler ve Çok Kutuplu Karışım Oranları

Çekirdekten yayınlanan γ -ışınları elektrik, manyetik veya her ikisinin de toplamı şeklinde çok kutupluluk gösterir. Maxwell dalga denklemlerinin düzenlenmesiyle elde edilen elektromanyetik alan vektörü $A(\pi L)$ γ -radyasyonu ile temsil edilir. Buradaki π sırasıyla E (elektrik) ve M (manyetik) değerlerine karşılık gelir. L çok kutupluluğun değerini göstermektedir. Radyasyonun çok kutupluluğu 2^L dir. $A(\pi L)$ alan vektörünün kutup cinsi, seçim kurallarıyla tayin edilir. Çok kutuplu geçişlerin şiddetleri, enerjileri ve cinsleri çekirdeğin şekli, hacmi, yoğunluğu ile ilgili bilgiler

verir. Çok kutuplu radyasyon saf elektrik ve saf manyetik veya her ikisinin karışımı olabilir. Spin ve parite seçim kuralları elektromanyetik geçişlerin çok kutuplu geçiş karakterini önceden belirler ve bu kurallar çok kutup karışımlarına genellikle izin verirler. Seçim kurallarında iki tip korunum esastır. Bunlar; 1) Açısal Momentum korunumu, 2) Parite korunumu. Açısal momentum korunumu, ilk sistemin açısal momentumunun son sistemin açısal momentumuna eşit olmasını gerektirir. Açısal momentum kuantum sayıları, üç boyutlu uzayın izotop dönme ve yansıması altında sistemin değişmesine bağlıdır. Bu sebepten dolayı I ve M açısal momentum sayıları tam sayılardır. Çekirdek bir I_i spin seviyesinden I_s spin seviyesine bağlayan bir γ -ışını için, L açısal momentumu I_i+I_s ile I_i-I_s arasında herhangi bir değer alabilir. [1]

Toplam açısal momentum seçim kuralı;

$$|I_i-I_s| \leq L_\gamma \leq I_i+I_s \quad (2.30)$$

şeklindedir. Buna göre yayınlanacak foton (2.28) deki aralıktaki L açısal momentum değerlerinden birini taşıyacaktır. Genelde yüksek açısal momentum değerindeki radyasyonun geçiş ihtimali çok çabuk düştüğünden, fotonlar en düşük momentumla yayınlanacaktır. Ancak E2 geçişi bu kuralın dışındadır, M1 geçişinden çok daha çabuktur. L=0 değerleri yasaklıdır, ışıma gerçekleşmez. Çünkü fotonun en az L=1h'lık açısal momentuma ihtiyacı vardır.

Parite korunumu kanununa göre, ilk sistemin paritesi son sistemin paritesine eşit olur. İlk ve son paritelerle çok kutuplunun paritesi arasında;

$$P_i = P_s \cdot P_\gamma \quad (2.31)$$

ilişkisi vardır. P_γ ; multipole radyasyon alanının paritesidir. Elektriksel çok kutuplu fotonlar için $P_\gamma = (-1)^L$, manyetik çok kutuplu fotonlar için $P_\gamma = -(-1)^L$ ilişkileri vardır. (-1) paritede değişiklik olduğu, (+1) paritede değişiklik olmadığı anlamına gelir. L'nin büyüklüğü E ve M karakterlerini tayin eder. Bunlar genelde en çok iki bileşenli karışım oranlarına indirgenir, yani $ML+E(L+1)$ şeklindedir. Genelde deforme çift-

çift çekirdekler bölgesinde M1 şiddeti toplam şiddetin %0,5-2' sini kapsadığından beklenen şiddet E2 karakterindedir. [1,3]

(L+1) ve L çok kutuplu geçişlerin arasındaki geçiş şiddetinin karşılaştırılması, çok kutuplu karışım oranı δ ' ya göre ifade edilir. En çok gözlenen çok kutuplu karışım E2+M1 tipinde olanıdır. δ : (L+1) matris elemanlarının, L matris elemanlarına oranı olarak ifade edilir. E2/M1 karışım oranı saniyedeki E2 geçişlerinin sayısı $T(E2;I_i \rightarrow I_s)$ ve M1 geçişlerinin sayısı $T(M1;I_i \rightarrow I_s)$ olmak üzere;

$$\delta(E2/M1; I_i \rightarrow I_s) = \sqrt{T(E2; I_i \rightarrow I_s) / T(M1; I_i \rightarrow I_s)} \quad (2.32)$$

şeklinde tanımlanır. Benzer şekilde M2/E1 karışım oranı için;

$$\delta(M2/E1; I_i \rightarrow I_s) = \sqrt{T(M2; I_i \rightarrow I_s) / T(E1; I_i \rightarrow I_s)} \quad (2.33)$$

ifadesi yazılır. $\delta(E2/M1)$ karışım oranı;

$$\Delta(E2/M1) = \frac{\langle X I_f || T(E2) || X' I_i \rangle}{\langle X I_f || T(M1) || X' I_i \rangle} \quad (2.34)$$

şeklinde matris elemanları cinsinden tanımlanmıştır. [9]

$\Delta(E2/M1)$ oranı belirli E2 matris elemanının belirli M1 matris elemanına oranıdır. Bu oran δ karışım oranı ile ilgilidir ve aşağıdaki denklemdeki gibi yazılır;

$$\delta(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot \Delta(E2/M1) \quad (2.35)$$

burada E_γ geçişte açığa çıkan γ ışını enerjisidir, MeV cinsinden yazılmaktadır. $\Delta(E2/M1)$ ' in birimi ise eb/μ_N ' dir (b:barn, $1b=0,01fm^2$). Bu formül Arima ve Iachello tarafından yazıldı ve

$$\Delta(E2/M1) = A \cdot f(I_i, I_f) \quad (2.36)$$

şeklinde ifade edildi. Burada A bir sabittir. $f(I_i, I_f)$ geçişlerin spinlerinin durumuna bağlıdır. Mümkün olan durumlara bağlı olarak $f(I_i, I_f)$ ' nin alacağı değerler aşağıdaki gibidir;

$$f(I_i, I_f) = \begin{cases} 10[(2I_f-1)(2I_f+3)]^{\frac{1}{2}} & I_i=I_f \\ 10[3I_f(I_f+2)]^{\frac{1}{2}} & I_i=I_f+1 \\ 10[3(I_f-1)(I_f+1)]^{\frac{1}{2}} & I_i=I_f-1 \end{cases} \quad (2.37)$$

Arima ve Iachello' nun ortaya koyduğu karışım oranı hesabı sonuç olarak;

$$\delta(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A \cdot f(I_i, I_f) \quad (2.38)$$

şeklinde yazılır. [9]

Yapmış olduğumuz hesaplamalarda A değeri belirlenerek $\delta(E2/M1)$ çok kutuplu karışım oranı hesaplamaları yapılmıştır.

3. ARAŞTIRMA BULGULARI

3.1.Giriş

Çalışmanın bu kısmında çift-çift Gadolinyum izotoplarından ^{152}Gd , ^{154}Gd ve ^{156}Gd ayrı ayrı incelenecektir. İncelemeler esnasında bozunum şemalarının ve şekillerin alındığı Table of Isotopes' da çekirdek sıralamaları kütle numarası A ve atom numarası Z' ye göre yapılmıştır. Burada temel düzey, spin ve parite bilgileri, bozunum enerjileri ve kutupsallıklar hakkında bilgiler verilmiştir.

Deforme bölge girişindeki çekirdekler, karmaşık nükleer yapısından dolayı bilim insanlarının ilgisini çekmiş ve bu konuda birçok araştırma yapılmıştır. Yapılan çalışmalar sonucunda geçiş bölgesi çekirdeklerinin nükleer özelliklerini açıklamada en etkin modelin Etkileşen Bozon Modeli (IBM) olduğu görülmüştür.

Bu başlıkta, deneysel uyarılma seviyeleri keV cinsinden yazılmıştır. Spin değerinde bulunan alt indis band yapısını, üst indisler parite durumunu temsil etmektedir.

3.2. ^{152}Gd İzotopu

Çift-çift ^{152}Gd izotopu deforme bölge girişinde olup N=88 nötron sayısına sahiptir. Küresel simetrik yapıdaki çekirdeklerin bulunduğu bölge ile deforme yapıdaki çekirdeklerin arasında yer alır ve geçiş çekirdeği olarak adlandırılır.

^{152}Gd çekirdeğinin enerji bozunum şeması Şekil 3.1' de görülmektedir. ^{152}Gd çekirdeğinin temel durum bandları arası geçiş olasılıkları Çizelge 3.2' de gösterilmiştir. ^{152}Gd izotopunun bazı geçişleri için teorik olarak hesaplanan $\delta(E2/M1)$ çok kutuplu karışım oranı Çizelge 3.3' de gösterilmiştir. Hesaplanan enerji seviyeleri ile Casimir kodu kullanılarak belirlenen teorik enerji seviyelerinin karşılaştırılması Şekil 4.1' de verilmiştir.

3.2.1. ¹⁵²Gd İzotopundaki Bazı Enerji Seviyeleri Ve Geçişlerin Kutupsallığı

344,3 keV düzeyi: Spin paritesi 2^+ olan temel hal bandının bir üyesidir. 0^+ temel hal düzeyine kutupsallığı E2 olan $2^+(344,281)0^+$ geçiş gözlenmektedir.

615,4 keV düzeyi: Spin paritesi 0^+ olan β bandının bir üyesi olup, kutupsallığı E2 olan $0^+(271,10)2^+$ geçişi ile kutupsallığı E0 olan $0^+(615,41)0^+$ geçişi gözlenmektedir.

755,4 keV düzeyi: Spin paritesi 4^+ olup temel hal bandının bir üyesi olup 2^+ temel hal düzeyine kutupsallığı E2 olan $4^+(411,115)2^+$ geçiş gözlenmektedir.

930,6 keV düzeyi: Spin paritesi 2^+ olan β bandının bir üyesidir. Bu düzeyden 0^+ taban düzeyine kutupsallığı E2 olan $2^+(930,584)0^+$ ile kutupsallığı E0+E2+M1 olan $2^+(586,294)2^+$ geçişleri gözlenmektedir.

1047,5 keV düzeyi: Spin paritesi 0^+ olan 2β bandının bir üyesidir. Bu düzeyden kutupsallıkları E0 olan $0^+(1047,9)0^+$ geçişi ile $0^+(432,5)0^+$ geçişi yapar. Kutupsallıkları E2 olan $0^+(117,3)2^+$, $0^+(703,23)2^+$ geçişleri gözlenmektedir.

1109,2 keV düzeyi: Spin paritesi 2^+ olan γ bandının bir üyesidir. Bu düzeyden kutupsallıkları E2 olan $2^+(1109,180)0^+$, $2^+(493,50)0^+$ ışınları ve kutupsallığı M1+E2 olan $2^+(764,905)0^+$ ışınları geçiş yapar.

1123,1 keV düzeyi: Spin paritesi 3^- olan oktipol bandının bir üyesidir. Bu düzeyden kutupsallığı E1+M2 olan $3^-(778,91)2^+$ geçişi ile $3^-(367,788)2^+$ geçişi yapar. Bir de karakteri bilinmeyen $3^-(192,60)2^+$ geçişi vardır.

1227,3 keV düzeyi: Spin paritesi 6^+ olan temel hal bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2 olan $6^+(471,9)4^+$ geçişi vardır.

1282,3 keV düzeyi: Spin paritesi 4^+ olan β bandının bir üyesi olup, kutupsallığı E2 olan $4^+(351,67)2^+$ geçişi ile kutupsallığı E0+M1+E2 olan $2^+(526,886)4^+$ geçişi gözlenmektedir.

1318,4 keV düzeyi: Spin paritesi 2^+ olan bu düzeyden; kutupsallıkları E0+M1+E2 olan $2^+(209,3)2^+$, $2^+(387,8)2^+$ ve $2^+(974,09)2^+$ ile kutupsallığı E1 olan $2^+(195,2)3^-$ geçişleri gözlenmektedir. Karakteri bilinmeyen $2^+(270,55)0^+$, $2^+(563,3)0^+$, $2^+(703,23)0^+$ ve $2^+(1318,2)0^+$ geçişleri de mevcuttur.

1434,0 keV düzeyi: Spin paritesi 3^+ olan γ bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları M1+E2 olan $3^+(503,387)2^+$, $3^+(678,578)4^+$ ile kutupsallığı E2+M1 olan $3^+(1089,70)2^+$ geçişleri ile karakteri bilinmeyen $3^+(115,3)2^+$ ve $3^+(324,789)2^+$ geçişleride vardır.

1550,2 keV düzeyi: Spin paritesi 4^+ olan γ bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2+M1 olan $4^+(794,780)4^+$ geçişi vardır. Karakteri bilinmeyen $4^+(115,3)3^+$, $4^+(441,2)2^+$ ve $4^+(1206,09)2^+$ ışınları da mevcuttur.

1605,6 keV düzeyi: Spin paritesi 2^+ olan 2γ bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E2 olan $2^+(1605,6)0^+$ ile $2^+(990,2)0^+$ geçişleri, kutupsallığı E2+M1 olan $2^+(1261,3)2^+$ geçişi ile kutupsallığı M1+E2 olan $2^+(675,01)2^+$ geçişi vardır.

1643,4 keV düzeyi: Spin paritesi 2^- olan oktipol bandının bir üyesidir. Bu düzeyden kutupsallıkları E1+M2 olan $2^-(1299,1)2^+$, $2^-(712,8)2^+$, $2^-(534,2)2^+$ ışınları geçiş yapar.

1668,1 keV düzeyi: Spin paritesi 6^+ olan β bandının bir üyesi olup, kutupsallığı E2 olan $6^+(385,9)4^+$ geçişi vardır.

1692,4 keV düzeyi: Spin paritesi 4^+ olan bu düzeyden, kutupsallığı E2+M1 olan $3^+(1348,1)2^+$ geçişi vardır.

1746,7 keV düzeyi: Spin paritesi 8^+ olup temel hal bandının bir üyesi olup 6^+ temel hal düzeyine kutupsallığı E2 olan $8^+(519,4)6^+$ geçiş gözlenmektedir.

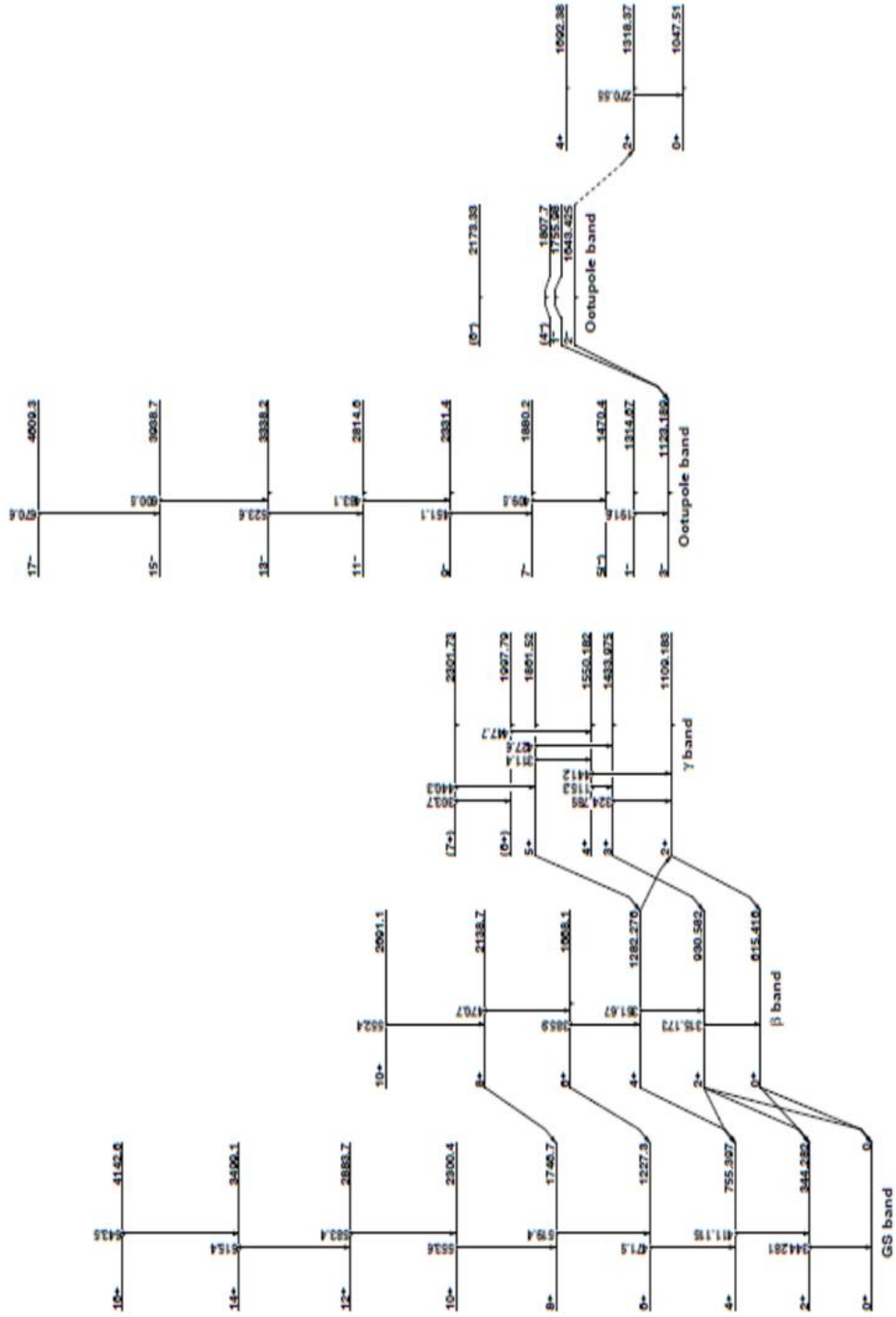
1807,7 keV düzeyi: Spin paritesi 4^- olan oktipol bandının bir üyesidir. Bu düzeyden kutupsallığı E1+M2 olan $4^-(1052,3)4^+$ geçişi yapar.

1861,5 keV düzeyi: Spin paritesi 5^+ olan γ bandının bir üyesidir. Bu düzeyden, kutupsallıkları E2 olan $5^+(427,6)3^+$ ve $5^+(1106,2)4^+$ ışınları geçiş yapar.

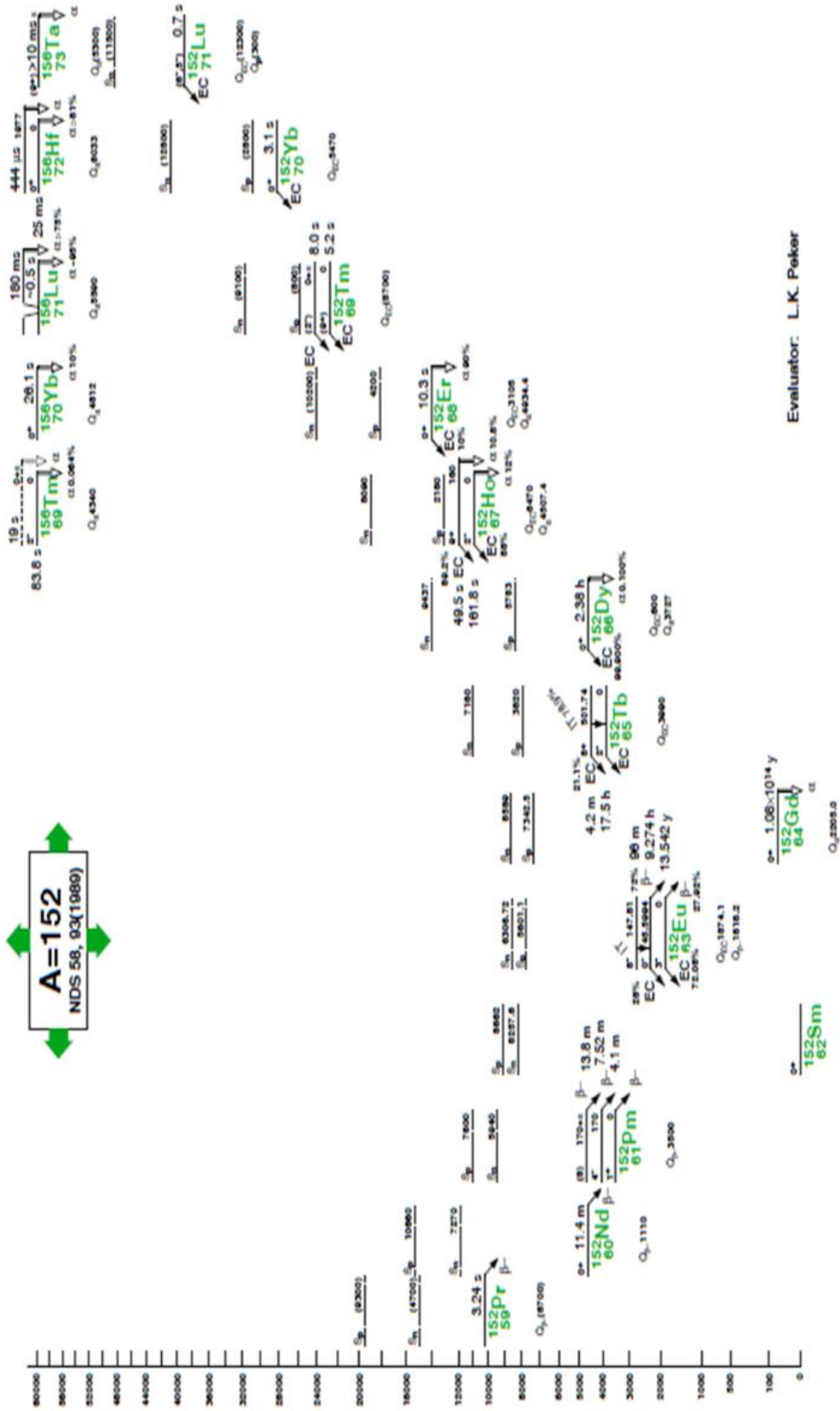
1941,2 keV düzeyi: Spin paritesi 2^+ olan bu düzeyden, kutupsallıkları E2+M1 olan $2^+(1596,3)2^+$, $2^+(1010,7)2^+$, $2^+(622,8)2^+$ ışınları ile kutupsallıkları E2 olan $2^+(1325,8)0^+$, $2^+(893,8)0^+$ ışınları geçiş yapar.

1997,8 keV düzeyi: Spin paritesi 6^+ olan γ bandının bir üyesidir. Karakterleri belli olmayan $6^+(447,7)4^+$, $6^+(770,4)6^+$ ve $6^+(1242,6)4^+$ geçişleri vardır.

2138,7 keV düzeyi: Spin paritesi 8^+ olan β bandının bir üyesi olup, kutupsallığı E2 olan $8^+(470,7)6^+$ geçişi vardır.



Şekil 3.2. ^{152}Gd izotopunun enerji band yapısı [10]



Şekil 3.3. ¹⁵²Gd izotopu için reaksiyon ve bozunum ürün şeması [10]

2246,7 keV düzeyi: Spin paritesi 3^+ olan bu düzeyden, kutupsallıkları M1 olan $3^+(928,7)2^+$ ile $3^+(1902,4)2^+$ ışınları geçiş yapar.

2394,1 keV düzeyi: Spin paritesi 7^+ olan γ bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2 olan $7^+(532,6)5^+$ ışını, kutupsallığı E2+M1 olan $7^+(255,4)8^+$ ışını, kutupsallıkları M1 olan $7^+(647,4)8^+$, $7^+(726,0)6^+$ ve $7^+(1166,9)6^+$ ışınları geçiş yapar.

Çizelge 3.1. ^{152}Gd izotopunun band yapısı, spin paritesine bağlı olarak bazı enerji seviyeleri

Band Yapısı K^π	Spin Parite I^π	DeneySEL Uyarılma Enerjileri (keV)
Temel Hal Bandı	0^+	0
	2^+	344,3
	4^+	755,4
	6^+	1227,3
	8^+	1746,7
	10^+	2300,4
β - Bandı	0^+	615,4
	2^+	930,6
	4^+	1282,3
	6^+	1668,1
	8^+	2138,7
γ - Bandı	2^+	1109,2
	3^+	1434,0
	4^+	1550,2
	5^+	1861,5
	6^+	1997,8
	7^+	2394,1

3.2.2. ^{152}Gd İzotopunun Temel Durum Bandları Arası Geçiş Olasılıkları

^{152}Gd çekirdeği için temel durum bandları arası geçiş olasılıkları hesaplanarak aşağıdaki çizelge 3.2' de gösterilmiştir. Fortran programı Casimir kodu kullanılarak elde edilen diğer B(E2) sonuçları tezin sonunda EK 1' de gösterilmiştir.

Çizelge 3.2. ^{152}Gd izotopuna ait B(E2) geçiş olasılıkları

Spin Parite $I_i^\pi - I_s^\pi$	B(E2) (e^2b^2) Bu Çalışma	B(E2) (e^2b^2) Deneysel
$2_g^+ \rightarrow 0_g^+$	0.35	0.35
$4_g^+ \rightarrow 2_g^+$	0.72	0.64
$6_g^+ \rightarrow 4_g^+$	1.07	0.95
$8_g^+ \rightarrow 6_g^+$	1.36	-
$10_g^+ \rightarrow 8_g^+$	1.56	-

3.2.3. ^{152}Gd İzotopunun $\delta(E2/M1)$ Elektromanyetik Geçişlerin Kutupsal Karışım Oranları Hesaplaması

^{152}Gd izotopunun $\delta(E2/M1)$ çok kutuplu karışım oranlarını IBM yardımıyla hesaplanacak ve hesaplanan bu değerler deneysel verilerle karşılaştırılacaktır. Bu hesaplamalarda bölüm 2.8' deki 2.35 – 2.36 – 2.37 – 2.38 denklemleri kullanılmıştır. Bu denklemler yardımıyla $\delta(E2/M1)$ çok kutuplu karışım oranı hesaplanabilir. Öncelikle en az hataya sahip olan bir geçiş seçilip referans olarak kabul edilecek. Buradan A değeri elde edilecek, bu sabit A değeri diğer geçişler için kullanılıp teorik $\delta(E2/M1)$ değerleri hesaplanacaktır. Elde edilen bu değerler, deneysel $\delta(E2/M1)$ değerleriyle karşılaştırılacaktır.

Burada $2_\beta^+ \rightarrow 2_g^+$ geçişi referans olarak kabul edilerek (2.35 – 2.36 – 2.37 – 2.38) denklemleri kullanılarak elde edilen $\delta(E2/M1)$ kutupsal karışım oranları Çizelge 3.3' de verilmiştir. Yapılan hesaplamalar Ek-4' de gösterilmiştir.

Çizelge 3.3. ^{152}Gd izotopunun bazı geçişleri için bu çalışmada elde edilen teorik $\delta(E2/M1)$ çok kutuplu karışım oranları

E_γ - geçiş enerjisi (keV)	Spin Parite $I_i^\pi - I_s^\pi$	$\delta(E2/M1)$ Bu Çalışma
586,3	$2_\beta^+ \rightarrow 2_g^+$	$3,0_{-0,3}^{+0,3}$ [referans]
675,0	$2_{2\gamma}^+ \rightarrow 2_\beta^+$	$3,46_{-0,35}^{+0,34}$
678,6	$3_\gamma^+ \rightarrow 4_g^+$	$2,37_{-0,24}^{+0,23}$
764,9	$2_\gamma^+ \rightarrow 2_g^+$	$3,93_{-0,40}^{+0,39}$
1089,7	$3_\gamma^+ \rightarrow 2_g^+$	$5,23_{-0,54}^{+0,52}$
1348,1	$3_{2\beta}^+ \rightarrow 2_g^+$	$6,47_{-0,66}^{+0,64}$

3.3. ^{154}Gd İzotopu

Çift-çift ^{154}Gd izotopu deforme bölge girişinde olup $N=90$ nötron sayısına sahiptir. Bu izotopun özelliği, rotor karakteristiği gösteren deforme olmuş ilk Gadolinyum izotopu olmasıdır.

^{154}Gd çekirdeğinin enerji bozunum şeması Şekil 3.4' de görülmektedir. ^{154}Gd çekirdeğinin temel durum bandları arası geçiş olasılıkları Çizelge 3.5' de gösterilmiştir. ^{154}Gd izotopunun bazı geçişleri için teorik olarak hesaplanan $\delta(E2/M1)$ çok kutuplu karışım oranı Çizelge 3.6' da gösterilmiştir. Hesaplanan enerji seviyeleri ile Casimir kodu kullanılarak belirlenen teorik enerji seviyelerinin karşılaştırılması Şekil 4.2' de verilmiştir.

3.3.1. ¹⁵⁴Gd İzotopundaki Bazı Enerji Seviyeleri ve Geçişlerin Kutupsallığı

123,1 keV düzeyi: Spin paritesi 2⁺ olan temel hal bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2 olan 2⁺(123,071)0⁺ geçişi vardır.

371,1 keV düzeyi: Spin paritesi 4⁺ olan temel hal bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2 olan 4⁺(247,925)2⁺ geçişi vardır.

680,7 keV düzeyi: Spin paritesi 0⁺ olan β bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2 olan 0⁺(557,581)2⁺ geçişi vardır.

717,7 keV düzeyi: Spin paritesi 6⁺ olan temel hal bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2 olan 6⁺(346,643)4⁺ geçişi vardır.

815,5 keV düzeyi: Spin paritesi 2⁺ olan β bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E2 olan 2⁺(134,8235)0⁺ , 2⁺(444,484)4⁺ ve 2⁺(815,507)0⁺ ışınları ile kutupsallığı E2+M1+E0 olan 2⁺(692,421)2⁺ ışını geçiş yapar.

996,3 keV düzeyi: Spin paritesi 2⁺ olan γ bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E2 olan 2⁺(996,262)0⁺ ve 2⁺(625,257)4⁺ iki adet γ ışını ile kutupsallığı E2+M1+E0 olan 2⁺(873,190)2⁺ geçişleri vardır. Karakterleri belli olmayan 2⁺(315,4)0⁺ ile 2⁺(180,70)2⁺ geçişleri de mevcuttur.

1047,6 keV düzeyi: Spin paritesi 4⁺ olan β bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E2 olan 4⁺(232,101)2⁺ , 4⁺(329,920)6⁺ ile 4⁺(924,55)2⁺ geçişleri ile kutupsallığı E0+E2+M1 olan 4⁺(676,584)4⁺ geçişi vardır.

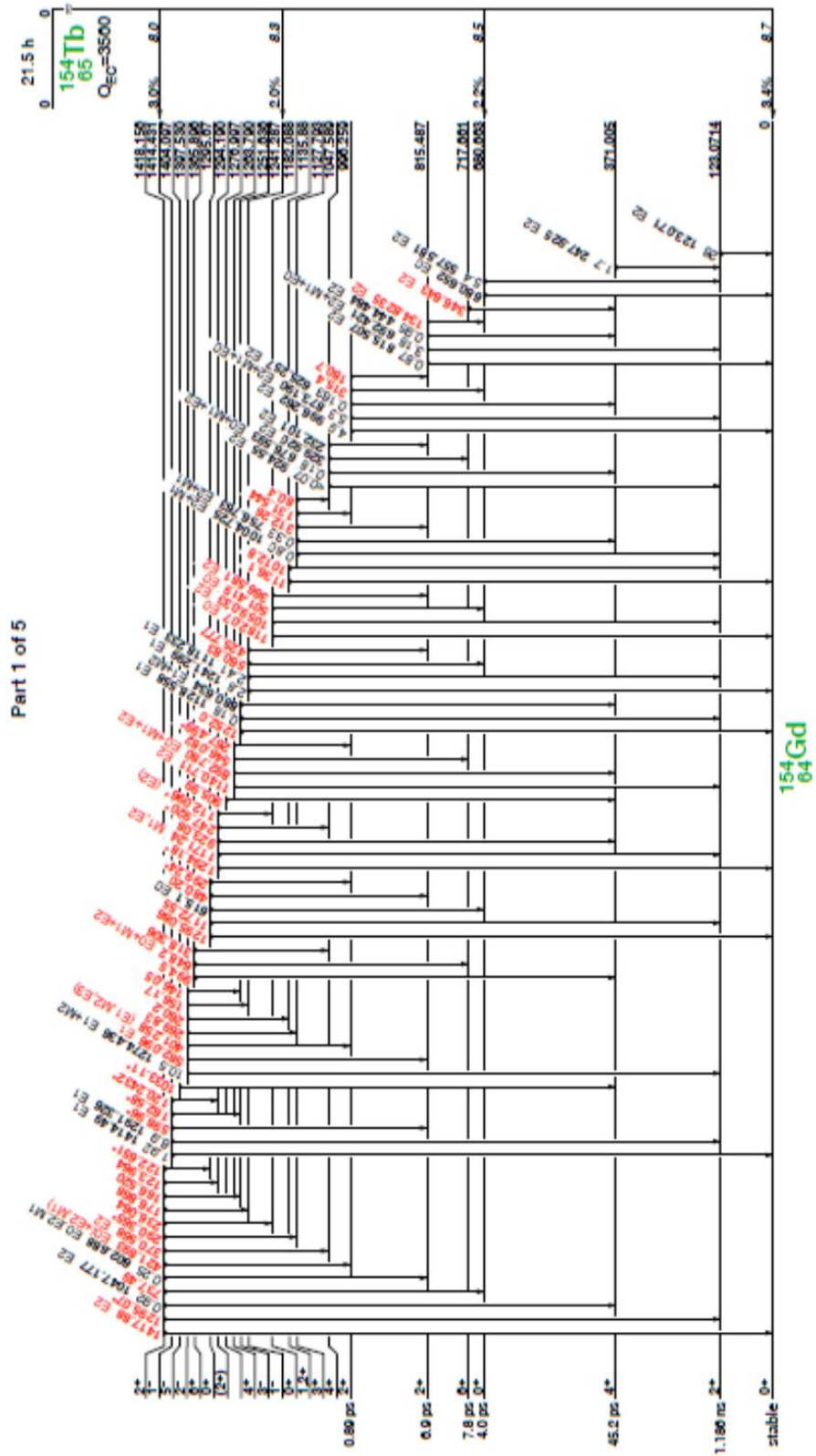
1114,5 keV düzeyi: Spin paritesi 8⁺ olan temel hal bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2 olan 8⁺(426,78)6⁺ geçişi vardır.

1127,8 keV düzeyi: Spin paritesi 3⁺ olan γ bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E2+M1 olan 3⁺(756,763)4⁺ ile 3⁺(1004,725)2⁺ geçişleri ile karakterleri belli olmayan 3⁺(80,40)4⁺ , 3⁺(131,544)2⁺ ile 3⁺(312,26)2⁺ geçişleri de vardır.

1144,5 keV düzeyi: Spin paritesi 8⁺ olan temel hal bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2 olan 8⁺(426,7)6⁺ olan geçişi vardır.

1251,6 keV düzeyi: Spin paritesi 3⁻ olan oktopol bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E1 olan 3⁻(1128,558)2⁺ ile kutupsallığı E1+M2 olan 3⁻(880,634)4⁺ geçişleri ile karakterleri belli olmayan 3⁻(1252)0⁺ geçişi mevcuttur.

1263,8 keV düzeyi: Spin paritesi 4⁺ olan γ bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2 olan 4⁺(1140,711)2⁺ , kutupsallığı E0+M1+E2 olan 4⁺(892,780)4⁺ geçişleri vardır. Karakteri belli olmayan 4⁺(267,499)2⁺ ile 4⁺(546,082)6⁺ geçişleri de mevcuttur.



Şekil 3.4. ^{154}Gd izotopunun uyarılmış düzeyleri ve enerji bozunum şeması [10]

1365,9 keV düzeyi: Spin paritesi 6^+ olan β bandının bir üyesidir. Bu seviyeden $6^+(318,306)4^+$ ile $6^+(994,9)4^+$ geçişleri vardır. Bir de kutupsallığı $E0+M1+E2$ olan $6^+(648,2)6^+$ geçişide mevcuttur.

1404,1 keV düzeyi: Spin paritesi 5^- olan oktipol bandının bir üyesidir. Karakteri belli olmayan $5^-(1033,11)4^+$ geçişi vardır.

1432,5 keV düzeyi: Spin paritesi 5^+ olan γ bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları $E2+M1$ olan $5^+(1061,2)4^+$ ve $5^+(714,5)6^+$ ışınları geçiş yapar.[]

1606,6 keV düzeyi: Spin paritesi 6^+ olan γ bandının bir üyesidir. Karakterleri belli olmayan $6^+(343,0)4^+$, $6^+(1235,11)4^+$ geçişleri ile kutupsallığı $E2+M1$ olan $6^+(888,69)6^+$ geçişleri vardır.

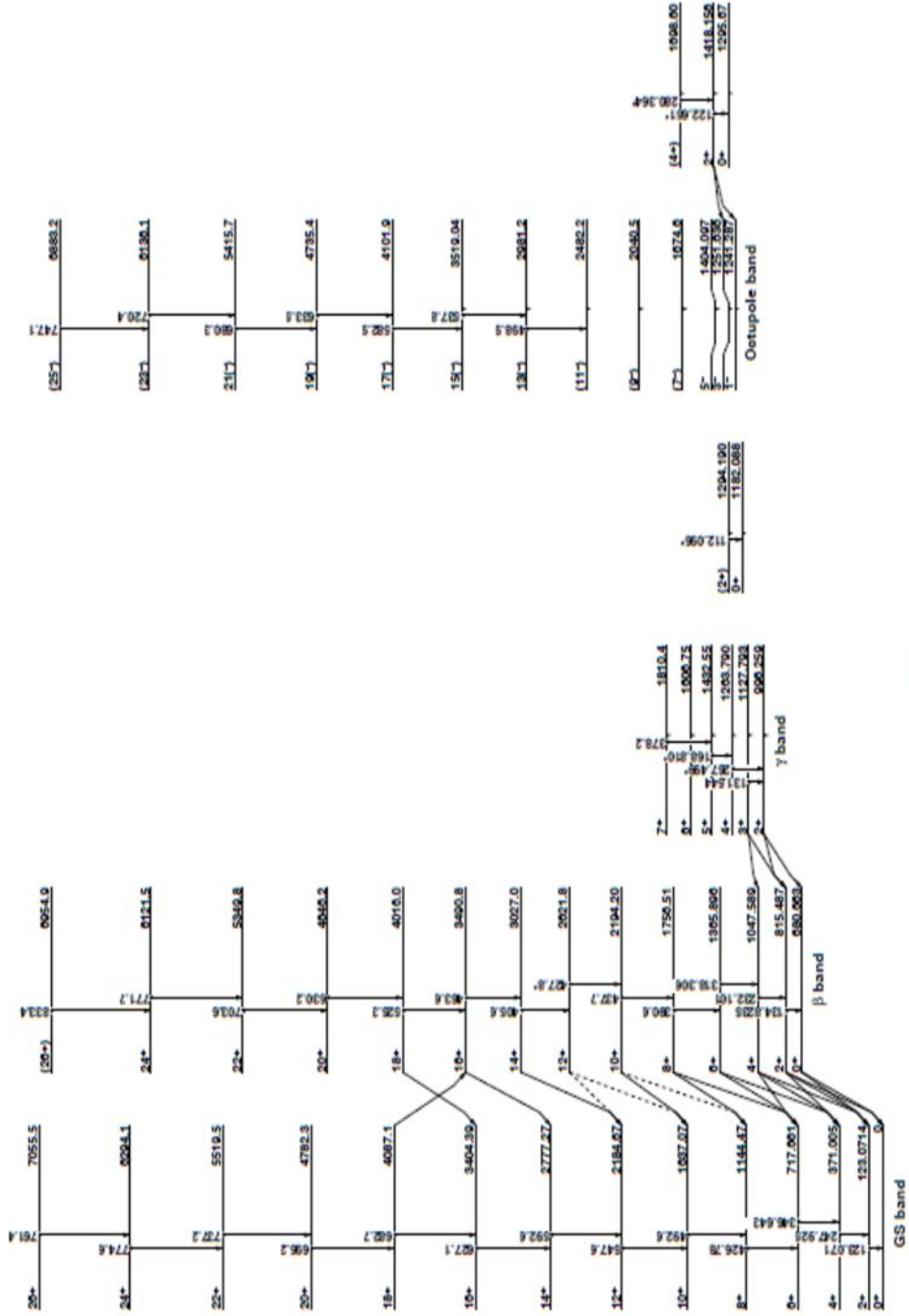
1637,0 keV düzeyi: Spin paritesi 10^+ olan temel hal bandının bir üyesidir. Kutupsallığı $E2$ olan $10^+(492,6)8^+$ geçişi vardır.

1660,9 keV düzeyi: Spin paritesi 3^+ olan 2γ bandının bir üyesidir. Bu düzeyden kutupsallığı $E2$ olan $3^+(845,3)2^+$ ışını geçiş yapar.

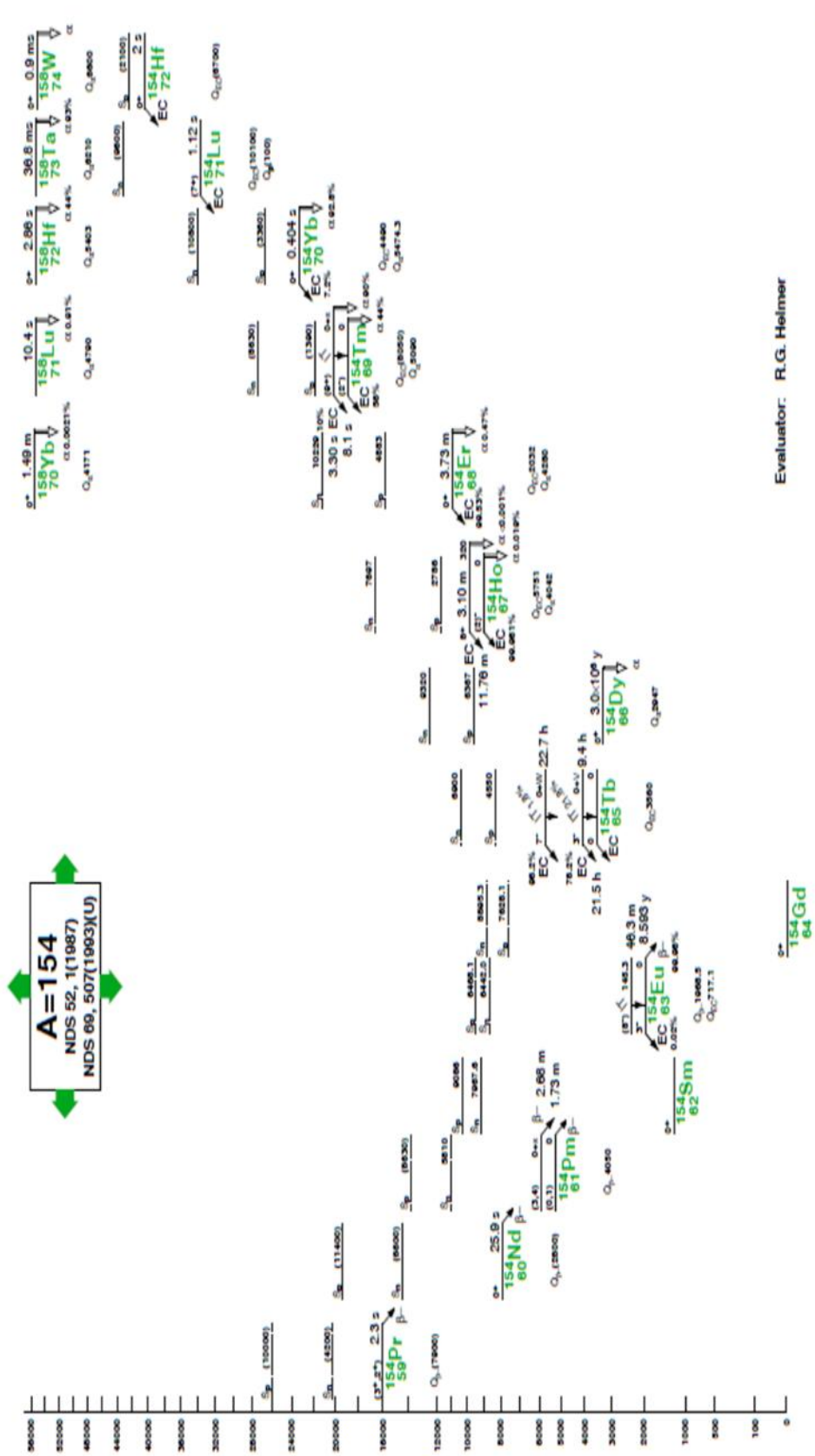
1756,5 keV düzeyi: Spin paritesi 8^+ olan β bandının bir üyesidir. Bu düzeyden karakterleri belli olmayan $8^+(1038,9)6^+$, $8^+(390,6)6^+$ ışınları ile kutupsallığı $E0+M1+E2$ olan $8^+(612,1)8^+$ ışını geçiş yapar.

1810,2 keV düzeyi: Spin paritesi 7^+ olan γ bandının bir üyesidir. Bu düzeyden karakterleri belli olmayan $7^+(1092,46)6^+$, $7^+(665,86)8^+$ ve $7^+(378,4)5^+$ ışınları geçiş yapar.

2194,1 keV düzeyi: Spin paritesi 10^+ olan β bandının bir üyesidir. Karakteri belli olmayan $10^+(437,7)8^+$ ışını ile kutupsallığı $M1+E2$ olan $10^+(557,1)10^+$ ışını geçiş yapar.



Şekil 3.5. ^{154}Gd izotopunun enerji band yapısı [10]



Şekil 3.6. ^{154}Gd izotopu için reaksiyon ve bozunum ürün şeması [10]

Evaluator: R.G. Heimer

Çizelge 3.4. ^{154}Gd izotopunun band yapısı, spin paritesine bağlı olarak bazı enerji seviyeleri

Band Yapısı κ^π	Spin Parite I^π	DeneySEL Uyarılma Enerjileri (keV)
Temel Hal Bandı	0^+	0
	2^+	123,1
	4^+	371,1
	6^+	717,7
	8^+	1144,5
	10^+	1637,0
β - Bandı	0^+	680,7
	2^+	815,5
	4^+	1047,6
	6^+	1365,9
	8^+	1756,5
	10^+	2194,1
γ - Bandı	2^+	996,3
	3^+	1127,8
	4^+	1263,8
	5^+	1432,5
	6^+	1606,6
	7^+	1810,3

3.3.2. ^{154}Gd İzotopunun Temel Durum Bandları Arası Geçiş Olasılıkları

^{154}Gd çekirdeği için temel durum bandları arası geçiş olasılıkları hesaplanarak aşağıdaki çizelge 3.5' de gösterilmiştir. Fortran programı Casimir kodu kullanılarak elde edilen diğer B(E2) sonuçları tezin sonunda EK 2' de gösterilmiştir.

Çizelge 3.5. ^{154}Gd izotopuna ait B(E2) geçiş olasılıkları

Spin Parite $I_i^\pi - I_f^\pi$	B(E2) (e^2b^2) Bu Çalışma	B(E2) (e^2b^2) DeneySEL
$2_g^+ \rightarrow 0_g^+$	0.79	0.77
$4_g^+ \rightarrow 2_g^+$	1.24	1.20
$6_g^+ \rightarrow 4_g^+$	1.45	1.40
$8_g^+ \rightarrow 6_g^+$	1.55	1.53
$10_g^+ \rightarrow 8_g^+$	1.59	1.77

3.3.3. ^{154}Gd İzotopunun $\delta(E2/M1)$ Elektromanyetik Geçişlerin Kutupsal Karışım Oranları Hesaplaması

^{154}Gd izotopunun $\delta(E2/M1)$ çokkutupsal karışım oranlarını IBM yardımıyla hesaplanacak ve hesaplanan bu değerler deneysel verilerle karşılaştırılacaktır. Bu hesaplamalarda önceki izotoptaki izlenen yollar takip edilerek aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

Burada $3_\gamma^+ \rightarrow 2_g^+$ geçişi referans olarak kabul edilerek (2.35 – 2.36 – 2.37 – 2.38) denklemleri kullanılarak elde edilen $\delta(E2/M1)$ kutupsal karışım oranları Çizelge 3.6’ da verilmiştir. Yapılan hesaplamalar Ek-5’ de gösterilmiştir.

Çizelge 3.6. ^{154}Gd izotopunun bazı geçişleri için bu çalışmada elde edilen teorik $\delta(E2/M1)$ çok kutuplu karışım oranları

E_γ - geçiş enerjisi (keV)	Spin Parite $I_i^\pi - I_s^\pi$	$\delta(E2/M1)$ Bu Çalışma
612,2	$8_\beta^+ \rightarrow 8_g^+$	$1,25^{+0,07}_{-0,09}$
648,2	$6_\beta^+ \rightarrow 6_g^+$	$1,73^{+0,10}_{-0,12}$
676,5	$4_\gamma^+ \rightarrow 4_g^+$	$2,66^{+0,15}_{-0,18}$
692,5	$2_\beta^+ \rightarrow 2_g^+$	$5,22^{+0,30}_{-0,36}$
756,8	$3_\gamma^+ \rightarrow 4_g^+$	$3,90^{+0,22}_{-0,27}$
873,2	$2_\gamma^+ \rightarrow 2_g^+$	$6,59^{+0,38}_{-0,46}$
892,7	$4_\gamma^+ \rightarrow 4_g^+$	$3,52^{+0,20}_{-0,24}$
1004,7	$3_\gamma^+ \rightarrow 2_g^+$	$7,1^{+0,4}_{-0,5}$ [referans]
1092,4	$7_\gamma^+ \rightarrow 6_g^+$	$3,14^{+0,18}_{-0,22}$

3.4. ^{156}Gd İzotopu

Çift-çift ^{156}Gd izotopu deforme bölge içerisinde olup $N=92$ nötron sayısına sahiptir. Bu izotopun özelliği, deforme olmuş bölgede rotor karakteristiği gösterir.

^{156}Gd çekirdeğinin enerji bozunum şeması Şekil 3.7' de görülmektedir. ^{156}Gd çekirdeğinin temel durum bandları arası geçiş olasılıkları Çizelge 3.8' de gösterilmiştir. ^{156}Gd izotopunun bazı geçişleri için teorik olarak hesaplanan $\delta(E2/M1)$ çok kutuplu karışım oranı Çizelge 3.9' da gösterilmiştir. Hesaplanan enerji seviyeleri ile Casimir kodu kullanılarak belirlenen teorik enerji seviyelerinin karşılaştırılması Şekil 4.3' de verilmiştir.

3.4.1 ¹⁵⁶Gd İzotopundaki Bazı Enerji Seviyeleri Ve Geçişlerin Kutupsallığı

89,0 keV düzeyi: Spin paritesi 2^+ olan temel hal bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2 olan $2^+(88,970)0^+$ geçişi vardır.

288,2 keV düzeyi: Spin paritesi 4^+ olan temel hal bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2 olan $4^+(199,219)2^+$ geçişi vardır.

584,7 keV düzeyi: Spin paritesi 6^+ olan temel hal bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2 olan $6^+(296,532)4^+$ geçişi vardır.

965,1 keV düzeyi: Spin paritesi 8^+ olan temel hal bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2 olan $8^+(380,417)6^+$ geçişi vardır.

1049,5 keV düzeyi: Spin paritesi 0^+ olan β bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2 olan $0^+(960,50)2^+$ ve kutupsallığı E0 olan $0^+(1049,46)0^+$ geçişi vardır.

1129,4 keV düzeyi: Spin paritesi 2^+ olan β bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E2 olan $2^+(841,26)4^+$ ile $2^+(1129,41)0^+$ ışınları ile kutupsallığı E2+E0+M1 olan $2^+(1040,43)2^+$ ışını geçiş yapar.

1154,1 keV düzeyi: Spin paritesi 2^+ olan γ bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E2 olan $2^+(865,968)4^+$ ile $2^+(1154,146)0^+$ ışınları ile kutupsallığı E2+M1 olan $2^+(1065,17)2^+$ ışını geçiş yapar.

1242,5 keV düzeyi: Spin paritesi 1^- olan oktipol bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E1 olan $1^-(1153,67)2^+$ ile $1^-(1242,47)0^+$ ışınları ile karakteri bilinmeyen $1^-(193,001)0^+$ ışını geçiş yapar.

1248,0 keV düzeyi: Spin paritesi 3^+ olan γ bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E2+M1 olan $3^+(959,82)4^+$ ile $3^+(1159,04)2^+$ ışınları geçiş yapar.

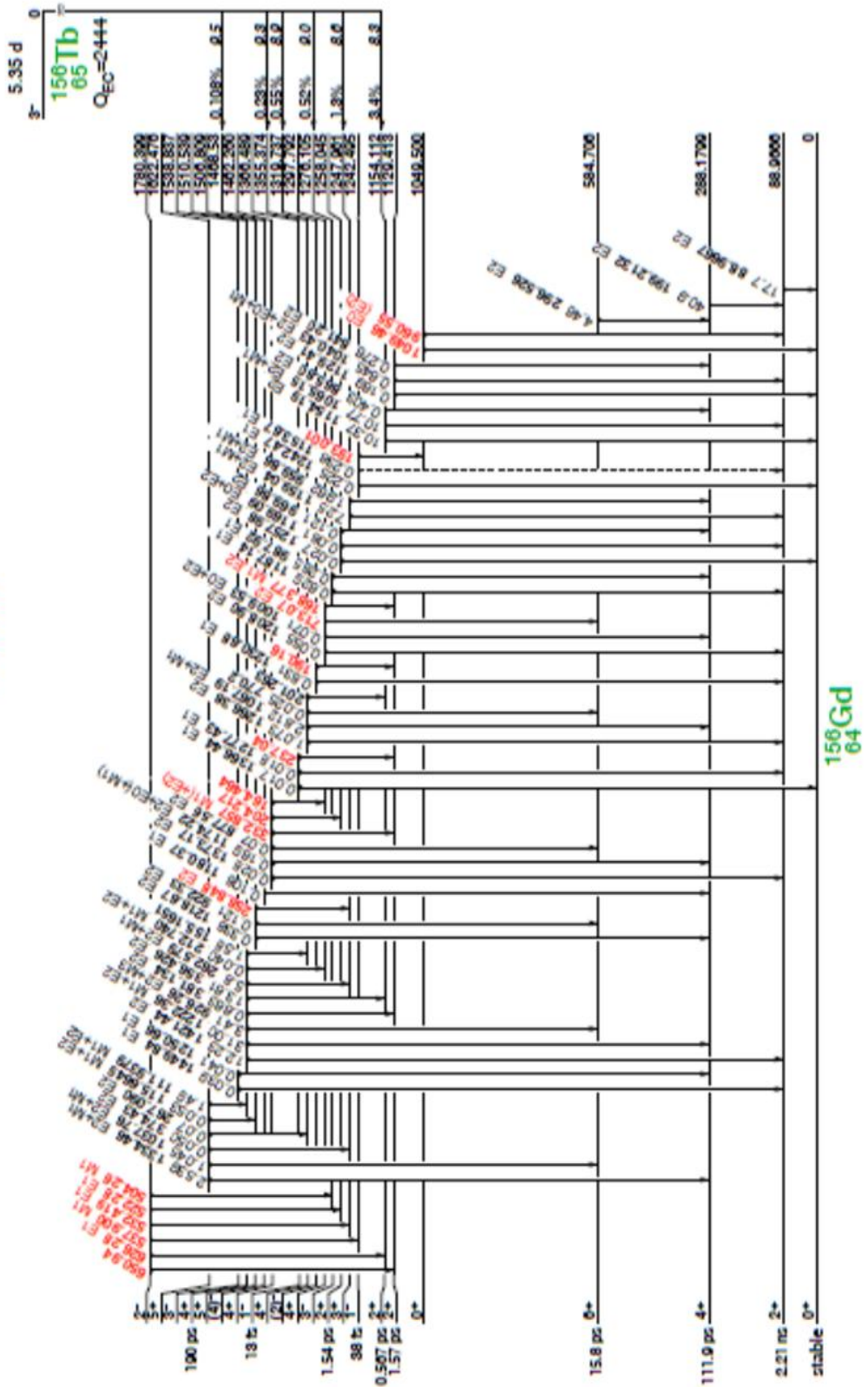
1258,0 keV düzeyi: Spin paritesi 2^+ olan 2γ bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E2 olan $2^+(1258,08)0^+$, $2^+(969,86)4^+$ ışınları ile E2+M1+E0 olan $2^+(1169,09)2^+$ ışını geçiş yapar.

1276,1 keV düzeyi: Spin paritesi 3^- olan oktipol bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E1 olan $3^-(987,94)4^+$ ile $3^-(1187,16)2^+$ geçişleri vardır.

1297,8 keV düzeyi: Spin paritesi 4^+ olan β bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2+E0 olan $4^+(1009,61)4^+$ ışını ile kutupsallıkları E2 olan $4^+(713,1)6^+$, $4^+(1208,87)2^+$, $4^+(168,38)2^+$ ışınları geçiş yapar.

1319,7 keV düzeyi: Spin paritesi 2^- olan oktipol bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E1 olan $2^-(1230,68)2^+$ ile $2^-(190,215)2^+$ ışınları geçiş yapar.

Part 1 of 2



Şekil 3.7. ^{156}Gd izotopunun uyarılmış düzeyleri ve enerji bozunum şeması [10]

1355,4 keV düzeyi: Spin paritesi 4^+ olan γ bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2 olan $4^+(1266,44)2^+$, kutupsallığı E2+M1 olan $4^+(1067,23)4^+$ ile karakterleri belli olmayan $4^+(770,2)6^+$, $4^+(201,27)2^+$ geçişleri vardır.

1366,5 keV düzeyi: Spin paritesi 1^- olan oktipol bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E1 olan $1^-(1277,48)2^+$ ve $1^-(1366,47)0^+$ geçişleri vardır.

1416,0 keV düzeyi: Spin paritesi 10^+ olan temel hal bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2 olan $10^+(450,95)8^+$ geçişi vardır.

1462,3 keV düzeyi: Spin paritesi 4^+ olan 2γ bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E2 olan $4^+(1373,33)2^+$, $4^+(877,56)6^+$ ile kutupsallığı E2+E0+M1 olan $4^+(1174,18)4^+$ geçişleri vardır.

1468,5 keV düzeyi: Spin paritesi 4^- olan oktipol bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E1 olan $4^-(1180,31)4^+$ ile kutupsallığı E2 $4^-(148,84)2^-$ olan geçişi vardır.

1506,8 keV düzeyi: Spin paritesi 5^+ olan γ bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E2 olan $5^+(258,86)3^+$, $5^+(922,183)6^+$, $5^+(1218,708)4^+$ ışınları geçiş yapar.

1510,6 keV düzeyi: Spin paritesi 4^+ olan rotasyonel bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E2 olan $4^+(1421,59)2^+$, $4^+(381,155)2^+$, $4^+(356,446)2^+$ ışınları, kutupsallığı E2+M1 olan $4^+(262,589)3^+$ ışını ile kutupsallıkları M1+E2 olan $4^+(1222,42)4^+$, $4^+(212,771)3^-$, $4^+(155,16)4^+$ ışınları geçiş yapar.

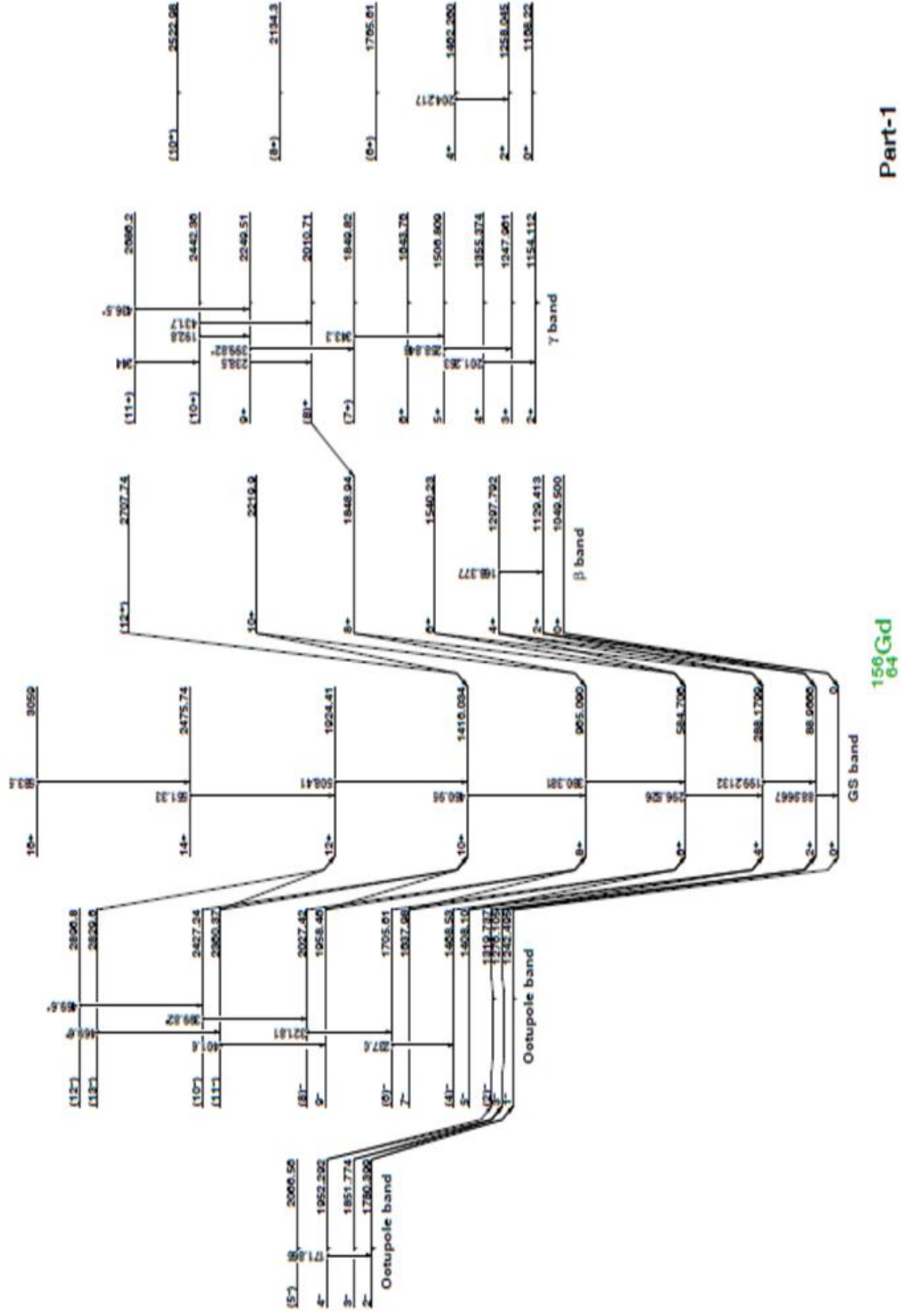
1538,8 keV düzeyi: Spin paritesi 3^- olan β bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E1 olan $3^-(1449,89)2^+$ ile $3^-(1250,66)4^+$ geçişleri vardır.

1540,2 keV düzeyi: Spin paritesi 6^+ olan β bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E0+E2 olan $6^+(955,57)6^+$ ışınması ile kutupsallığı E2 olan $6^+(1252,56)4^+$ ışınması geçiş yapar.

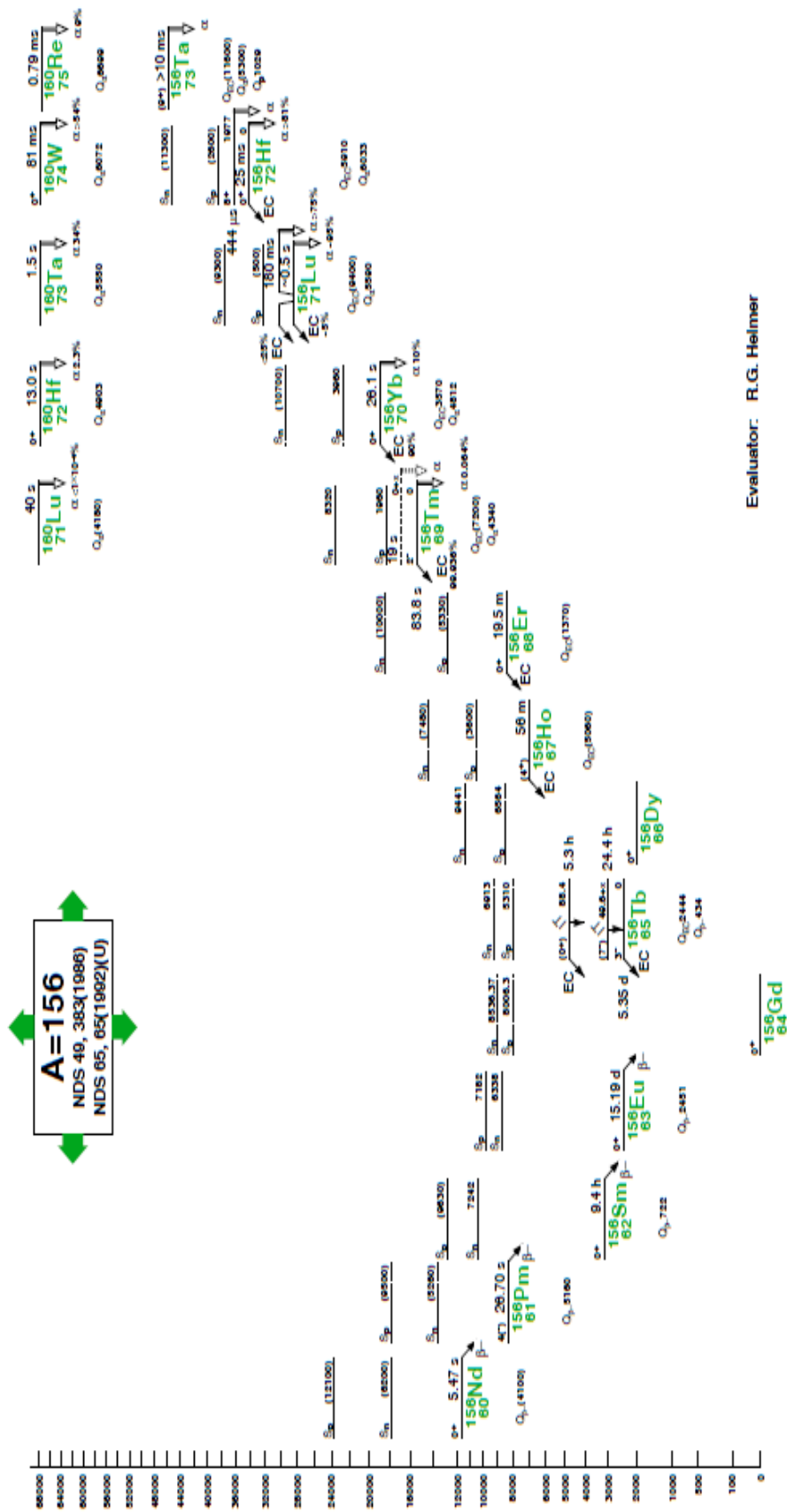
1622,5 keV düzeyi: Spin paritesi 5^+ olan rotasyonel bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları M1+E2 olan $5^+(111,941)4^+$, $5^+(115,668)5^+$ ışınları, kutupsallıkları E2 olan $5^+(267,113)4^+$, $5^+(374,51)3^+$ ışınları ve kutupsallıkları E2+M1 olan $5^+(1037,812)6^+$, $5^+(1334,461)4^+$ ışınları geçiş yapar.

1643,6 keV düzeyi: Spin paritesi 6^+ olan γ bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E2 olan $6^+(288,28)4^+$, $6^+(1059,08)6^+$ ışınları geçiş yapar.

1753,6 keV düzeyi: Spin paritesi 6^+ olan rotasyonel bandının bir üyesidir. Kutupsallığı M1+E2 olan $6^+(131,116)5^+$ ışını ile kutupsallığı E2 olan $6^+(291,355)4^+$ ışını geçiş yapar.



Şekil 3.8. ^{156}Gd izotopunun enerji band yapısı [10]



Evaluator: R.G. Heimer

Şekil 3.9. ^{156}Gd izotopu için reaksiyon ve bozunum ürün şeması [10]

1848,3 keV düzeyi: Spin paritesi 8^+ olan β bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E0+E2 olan $8^+(883,2)8^+$ geçişi vardır.

1849,8 keV düzeyi: Spin paritesi 7^+ olan γ bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2+M1 olan $7^+(884,7)8^+$ ışını geçiş yapar.

1909,3 keV düzeyi: Spin paritesi 7^+ olan rotasyonel bandının bir üyesidir. Kutupsallıkları E2 olan $7^+(286,7)5^+$, $7^+(1324,8)6^+$ ışınları ile $7^+(884,7)8^+$ kutupsallığı M1+E2 olan $7^+(155,7)6^+$ ışını geçiş yapar.

2011,4 keV düzeyi: Spin paritesi 8^+ olan γ bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E2+M1 olan $8^+(1046,0)8^+$ ışını geçiş yapar.

2079,4 keV düzeyi: Spin paritesi 8^+ olan rotasyonel bandının bir üyesidir. Kutupsallığı M1+E2 olan $8^+(170,25)7^+$ ışını ile kutupsallığı E2 olan $8^+(325,6)6^+$ ışını geçiş yapar.

2220,0 keV düzeyi: Spin paritesi 10^+ olan β bandının bir üyesidir. Kutupsallığı E0+E2 olan $10^+(803,9)10^+$ geçişi vardır.

Çizelge 3.7. ^{156}Gd izotopunun band yapısı, spin paritesine bağlı olarak bazı enerji seviyeleri

Band Yapısı K^π	Spin Parite I^π	DeneySEL Uyarılma Enerjileri (keV)
Temel Hal Bandı	0^+	0
	2^+	89,0
	4^+	288,2
	6^+	584,7
	8^+	965,1
	10^+	1416
β - Bandı	0^+	1049,5
	2^+	1129,4
	4^+	1297,8
	6^+	1540,2
	8^+	1848,3
	10^+	2220,0
γ - Bandı	2^+	1154,1
	3^+	1248,0
	4^+	1355,4
	5^+	1506,8
	6^+	1643,6
	7^+	1849,8
	8^+	2011,4
Rotasyonel Bandı	4^+	1510,6
	5^+	1622,5
	6^+	1753,6
	7^+	1909,3
	8^+	2079,4

3.4.2. ^{156}Gd İzotopunun Temel Durum Bandları Arası Geçiş Olasılıkları

^{156}Gd çekirdeği için temel durum bandları arası geçiş olasılıkları hesaplanarak aşağıdaki çizelge 3.8' de gösterilmiştir. Fortran programı Casimir kodu kullanılarak elde edilen diğer B(E2) sonuçları tezin sonunda EK 3' de gösterilmiştir.

Çizelge 3.8. ^{156}Gd izotopuna ait B(E2) geçiş olasılıkları

Spin Parite $I_i^\pi - I_s^\pi$	B(E2) (e^2b^2) Bu Çalışma	B(E2) (e^2b^2) Deneysel
$2_g^+ \rightarrow 0_g^+$	0.95	0.94
$4_g^+ \rightarrow 2_g^+$	1.36	1.32
$6_g^+ \rightarrow 4_g^+$	1.49	1.47
$8_g^+ \rightarrow 6_g^+$	1.54	1.60
$10_g^+ \rightarrow 8_g^+$	1.54	1.57

3.4.3. ^{156}Gd İzotopunun $\delta(E2/M1)$ Elektromanyetik Geçişlerin Kutupsal Karışım Oranları Hesaplaması

^{156}Gd izotopunun $\delta(E2/M1)$ çok kutuplu karışım oranlarını IBM yardımıyla hesaplanacak ve hesaplanan bu değerler deneysel verilerle karşılaştırılacaktır. Bu hesaplamalarda önceki izotoptaki izlenen yollar takip edilmektedir.

Burada $4_{rot}^+ \rightarrow 4_g^+$ geçişi referans olarak kabul edilerek (2.35 – 2.36 – 2.37 – 2.38) denklemleri kullanılarak elde edilen $\delta(E2/M1)$ kutupsal karışım oranları Çizelge 3.9' de verilmiştir. Yapılan hesaplamalar Ek-6' da gösterilmiştir.

Çizelge 3.9. ^{156}Gd izotopunun bazı geçişleri için bu çalışmada elde edilen teorik $\delta(\text{E2/M1})$ çokkutuplu karışım oranları

E_γ - geçiş enerjisi (keV)	Spin Parite $I_i^\pi - I_s^\pi$	$\delta(\text{E2/M1})$ Bu Çalışma
959,9	$3_\gamma^+ \rightarrow 4_g^+$	$2,12_{-0,14}^{+0,14}$
1037,8	$5_{\text{rot}}^+ \rightarrow 6_g^+$	$1,49_{-0,10}^{+0,10}$
1040,4	$2_\beta^+ \rightarrow 2_g^+$	$3,36_{-0,23}^{+0,23}$
1065,1	$2_\gamma^+ \rightarrow 2_g^+$	$3,44_{-0,23}^{+0,23}$
1067,2	$4_\gamma^+ \rightarrow 4_g^+$	$1,80_{-0,12}^{+0,12}$
1159,0	$3_\gamma^+ \rightarrow 2_g^+$	$3,50_{-0,24}^{+0,24}$
1222,4	$4_{\text{rot}}^+ \rightarrow 4_g^+$	$2,07_{-0,14}^{+0,13}$ [referans]

4. TARTIŞMA VE SONUÇ

^{152}Gd , ^{154}Gd ve ^{156}Gd Gadolinyum izotopları için yapılan elektromanyetik çok kutuplu karışım oranı hesaplamaları bu izotoplar için buldukları enerji seviyesindeki elektriksel ve manyetik özellikleri açıklamaya yardımcı olur. Bu oranın 1' den büyük olması elektriksel kuadropol özelliğinin baskın, manyetik dipol özelliğinin zayıf olduğunu gösterir. Geçiş bölgesinde bulunan bu izotoplarda, deformasyonun çok kutuplu karışım oranı üzerinde etkili olduğu görülmüştür. Bölüm 3' de hesaplanan teorik $\delta(E2/M1)$ değerleri, bu bölümde deneysel $\delta(E2/M1)$ değerleri ile karşılaştırılmıştır. Burada $\delta(E2/M1)$ değerlerinin büyüklüğü önemlidir. İşaret değişimi faz değişiminden kaynaklanır.

Gadolinyum izotopları için yapılan çok kutuplu karışım oranları hesaplamalarında, hata oranı minimum olan geçişin deneysel $\delta(E2/M1)$ oranı referans olarak alınmış ve bu karışım oranı değerine karşılık gelen A değeri belirlenmiştir. Bu değer sabit olarak diğer geçişlerde de kullanıldığında her bir değer için deneysel değerlere yakın $\delta(E2/M1)$ değerleri elde edilmiştir. Elde ettiğimiz bu sonuçlar bulmuş olduğumuz A değerinin güvenilir olduğunu göstermektedir. Elde edilen teorik $\delta(E2/M1)$ çok kutuplu karışım oranı sonuçları deneysel $\delta(E2/M1)$ değerleri ile karşılaştırılarak çizelgeler halinde verilmiştir.

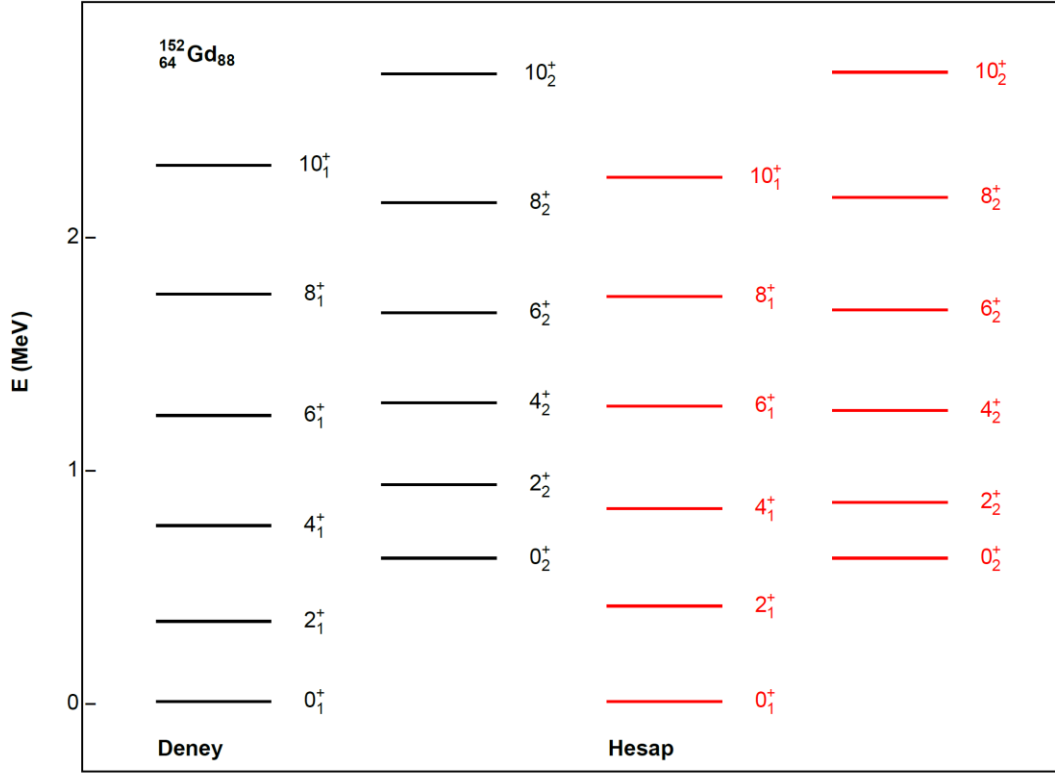
Enerji seviyeleri arasındaki B(E2) geçiş olasılıklarından; incelenen çekirdeklere gözlenen; $B(E2:2_g^+ \rightarrow 0_g^+)$, $B(E2:4_g^+ \rightarrow 2_g^+)$, $B(E2:6_g^+ \rightarrow 4_g^+)$, $B(E2:8_g^+ \rightarrow 6_g^+)$ ve $B(E2:10_g^+ \rightarrow 8_g^+)$ hesabında Casimir kodu kullanılmıştır. Her üç izotop için ayrı ayrı deneysel ve teorik enerji seviyeleri karşılaştırmaları Şekil 4.1, Şekil 4.2 ve Şekil 4.3' de verilmiştir. Hesaplamalarda elde edilen B(E2) geçişlerinin deneysel sonuçlarla uyum içinde olduğu gözlemlenmektedir.

4.1. ^{152}Gd İzotopunun Sonuçları ve Değerlendirilmesi

^{152}Gd için yapılan çok kutuplu karışım oranları hesaplamalarında $2_{\beta}^{+}(930,6)\text{keV} \rightarrow 2_{g}^{+}(344,3)\text{keV}$ geçişi referans olarak ele alınmıştır. IBM metodundan faydalanarak yapmış olduğum teorik $\delta(E2/M1)$ sonuçları ile deneysel $\delta(E2/M1)$ sonuçları uyum içindedir. Geçişlere karşılık elde edilen teorik $\delta(E2/M1)$ değerleri ile deneysel $\delta(E2/M1)$ değerleri Çizelge 4.1' de gösterilmiştir.

Çizelge 4.1. ^{152}Gd izotopunun bazı geçişleri için deneysel $\delta(E2/M1)$ [7,10,11,12] çok kutuplu karışım oranları ile bu çalışmada elde edilen $\delta(E2/M1)$ çok kutuplu karışım oranları

E_{γ} - geçiş enerjisi (keV)	Spin Parite $I_i^{\pi} - I_s^{\pi}$	$\delta(E2/M1)$ Deneysel	$\delta(E2/M1)$ Bu Çalışma
586,3	$2_{\beta}^{+} \rightarrow 2_{g}^{+}$	$3,0_{-0,3}^{+0,3}$	REFERANS
675,0	$2_{2\gamma}^{+} \rightarrow 2_{\beta}^{+}$	$2,2_{-0,4}^{+0,4}$	$3,46_{-0,35}^{+0,34}$
678,6	$3_{\gamma}^{+} \rightarrow 4_{g}^{+}$	$4,1_{-1,1}^{+1,7}$	$2,37_{-0,24}^{+0,23}$
764,9	$2_{\gamma}^{+} \rightarrow 2_{g}^{+}$	$3,8_{-0,6}^{+0,6}$	$3,93_{-0,40}^{+0,39}$
1089,7	$3_{\gamma}^{+} \rightarrow 2_{g}^{+}$	$22_{-6,0}^{+13}$	$5,23_{-0,54}^{+0,52}$
1348,1	$3_{2\beta}^{+} \rightarrow 2_{g}^{+}$	13_{-4}^{+7}	$6,47_{-0,66}^{+0,64}$



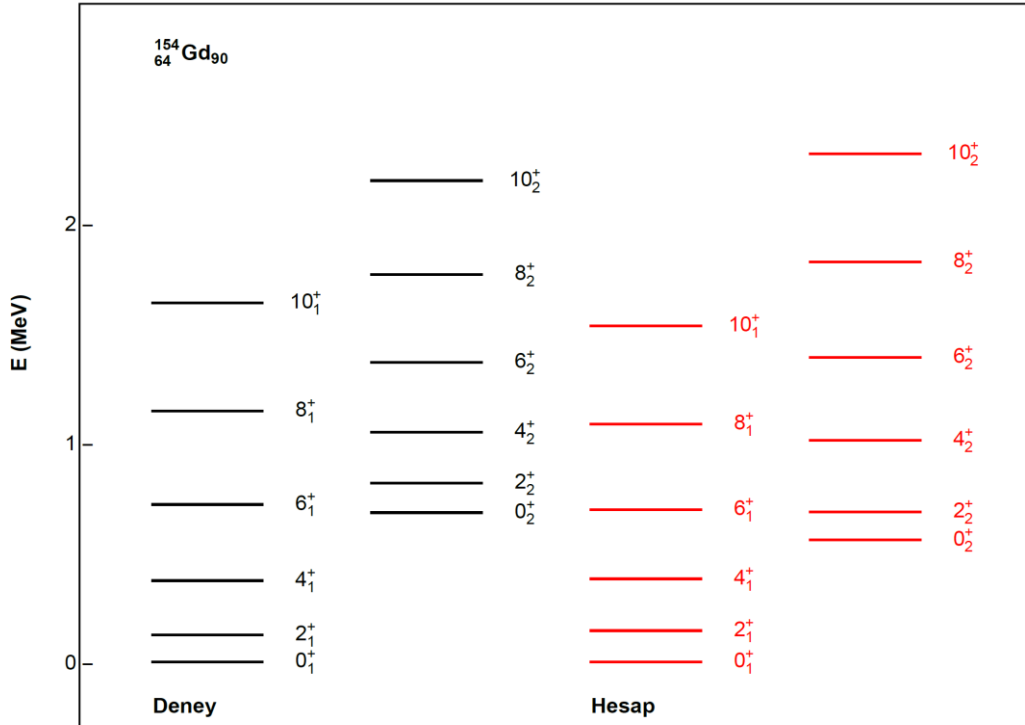
Şekil 4.1. ^{152}Gd izotopunun IBM-1 ile hesaplanan teorik enerji seviyeleri ile deneysel enerji seviyelerini karşılaştırılması

4.2. ^{154}Gd İzotopunun Sonuçları ve Değerlendirilmesi

^{154}Gd için yapılan çok kutuplu karışım oranları hesaplamalarında $3_{\gamma}^{+}(1127,8)\text{keV} \rightarrow 2_{g}^{+}(123,1)\text{keV}$ geçişi referans olarak ele alınmıştır. IBM metodundan faydalanarak yapmış olduğum teorik $\delta(E2/M1)$ sonuçları ile deneysel $\delta(E2/M1)$ sonuçları uyum içindedir. Geçişlere karşılık elde edilen teorik $\delta(E2/M1)$ değerleri ile deneysel $\delta(E2/M1)$ değerleri Çizelge 4.2' de gösterilmiştir.

Çizelge 4.2. ^{154}Gd izotopunun bazı geçişleri için deneysel $\delta(E2/M1)$ [9,10,11,12,13] çok kutuplu karışım oranları ile bu çalışmada elde edilen $\delta(E2/M1)$ çok kutuplu karışım oranları

E_γ - geçiş enerjisi (keV)	Spin Parite $I_i^\pi - I_s^\pi$	$\delta(E2/M1)$ Deneysel	$\delta(E2/M1)$ Bu Çalışma
612,2	$8_\beta^+ \rightarrow 8_g^+$	$1,0_{-0,6}^{+0,7}$	$1,25_{-0,09}^{+0,07}$
648,2	$6_\beta^+ \rightarrow 6_g^+$	$3,5_{-2,0}^{+2,5}$	$1,73_{-0,12}^{+0,10}$
676,5	$4_\gamma^+ \rightarrow 4_g^+$	$2,9_{-0,9}^{+2,1}$	$2,66_{-0,18}^{+0,15}$
692,5	$2_\beta^+ \rightarrow 2_g^+$	$7,3_{-0,4}^{+0,4}$	$5,22_{-0,36}^{+0,30}$
756,8	$3_\gamma^+ \rightarrow 4_g^+$	$6,1_{-0,3}^{+0,3}$	$3,90_{-0,27}^{+0,22}$
873,2	$2_\gamma^+ \rightarrow 2_g^+$	$9,4_{-0,4}^{+0,4}$	$6,59_{-0,46}^{+0,38}$
892,7	$4_\gamma^+ \rightarrow 4_g^+$	$3,6_{-2,2}^{+2,2}$	$3,52_{-0,24}^{+0,20}$
1004,7	$3_\gamma^+ \rightarrow 2_g^+$	$7,1_{-0,5}^{+0,4}$	REFERANS
1092,4	$7_\gamma^+ \rightarrow 6_g^+$	$3,2_{-1,0}^{+1,0}$	$3,14_{-0,22}^{+0,18}$



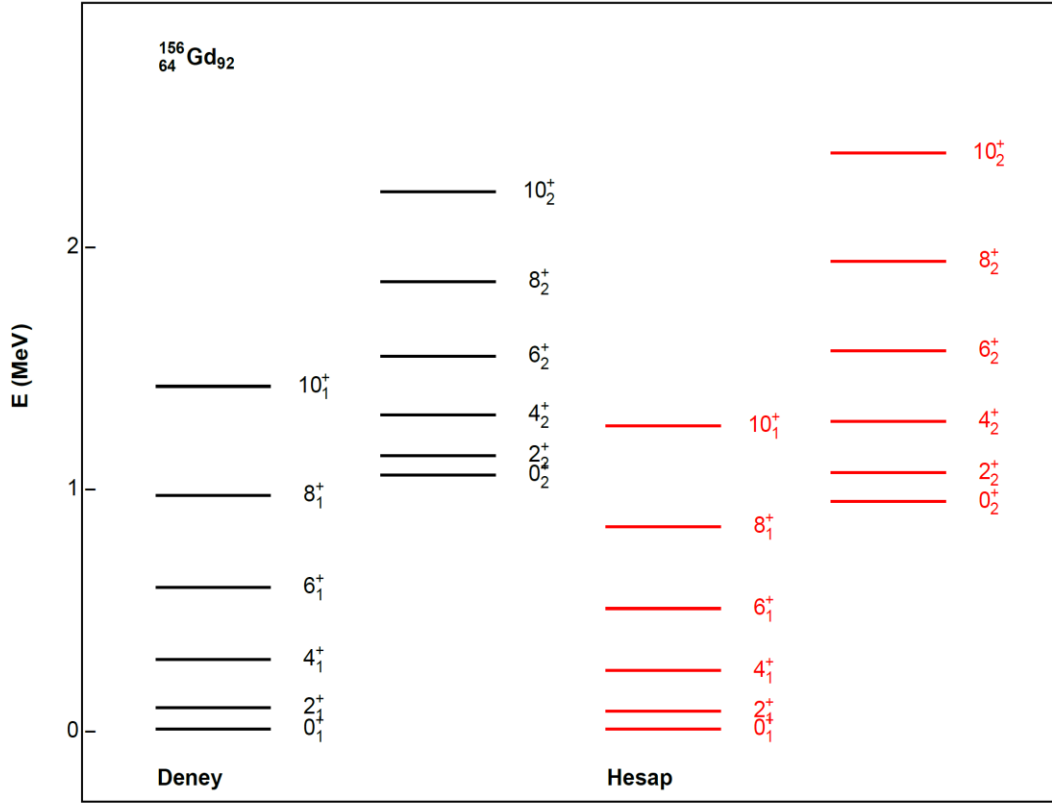
Şekil 4.2. ^{154}Gd izotopunun IBM-1 ile hesaplanan teorik enerji seviyeleri ile deneysel enerji seviyelerini karşılaştırılması

4.3. ^{156}Gd İzotopunun Sonuçları ve Değerlendirilmesi

^{156}Gd için yapılan çok kutuplu karışım oranları hesaplamalarında $4_{\text{rot}}^+(1510,6)\text{keV} \rightarrow 4_{\text{g}}^+(288,2)\text{keV}$ geçişi referans olarak ele alınmıştır. IBM metodundan faydalanarak yapmış olduğum teorik $\delta(E2/M1)$ sonuçları ile deneysel $\delta(E2/M1)$ sonuçları uyum içindedir. Geçişlere karşılık elde edilen teorik $\delta(E2/M1)$ değerleri ile deneysel $\delta(E2/M1)$ değerleri Çizelge 4.3' de gösterilmiştir.

Çizelge 4.3. ^{156}Gd izotopunun bazı geçişleri için deneysel $\delta(E2/M1)$ [10,11,12,14] çok kutuplu karışım oranları ile bu çalışmada elde edilen $\delta(E2/M1)$ çok kutuplu karışım oranları

E_{γ} - geçiş enerjisi (keV)	Spin Parite $I_i^{\pi} - I_s^{\pi}$	$\delta(E2/M1)$ Deneysel	$\delta(E2/M1)$ Bu Çalışma
959,9	$3_{\gamma}^+ \rightarrow 4_{\text{g}}^+$	$11,7_{-5,3}^{+2,7}$	$2,12_{-0,14}^{+0,14}$
1037,8	$5_{\text{rot}}^+ \rightarrow 6_{\text{g}}^+$	$6,7_{-21,0}^{+3,0}$	$1,49_{-0,10}^{+0,10}$
1040,4	$2_{\beta}^+ \rightarrow 2_{\text{g}}^+$	$5,9_{-1,4}^{+2,8}$	$3,36_{-0,23}^{+0,23}$
1065,1	$2_{\gamma}^+ \rightarrow 2_{\text{g}}^+$	$6,5_{-7,9}^{+2,6}$	$3,44_{-0,23}^{+0,23}$
1067,2	$4_{\gamma}^+ \rightarrow 4_{\text{g}}^+$	$4,0_{-1,6}^{+0,9}$	$1,80_{-0,12}^{+0,12}$
1159,0	$3_{\gamma}^+ \rightarrow 2_{\text{g}}^+$	$11,8_{-0,7}^{+0,6}$	$3,50_{-0,24}^{+0,24}$
1222,4	$4_{\text{rot}}^+ \rightarrow 4_{\text{g}}^+$	$2,07_{-0,14}^{+0,13}$	REFERANS



Şekil 4.3. ¹⁵⁶Gd izotopunun IBM-1 ile hesaplanan teorik enerji seviyeleri ile deneysel enerji seviyelerini karşılaştırılması

4.4. Sonuç

Deforme bölge girişinde bulunan Gadolinyum izotoplarına ait bazı özelliklerde gözlenebilir bazı değişimler meydana gelir. Geçiş bölgesindeki bu izotoplarda, deformasyonun çok kutuplu karışım oranı üzerinde etkili olduğu görülmüştür. Bu tezdeki hesaplamalarda Etkileşen Bozon Modeli 1 kullanılmıştır. Tezde asıl amaç Etkileşen Bozon Modelinin çekirdeği ele alış biçiminden doğan karma simetrik durumların kuramsal varlığının gözlenmesidir. Bunun için karma simetrik durumların yapılan hesaplamaları deneysel değerlerle karşılaştırılmış ve ilgili karışım oranına bakıldığında IBM'nin öngördüğü gibi manyetik bozunma modlarına sahip durumlar bulunursa (kuvvetli M1 geçişleri), bu durumlar karma simetrik durumlar olarak kabul edilmiştir. Bu durumların anlaşılabilmesi için karışım oranınının 1'den küçük olması gerektiği göz önünde bulundurulmuştur. İncelenen Gadolinyum

izotoplarında çok kutuplu karışım oranının 1' den büyük olduğu bulunmuştur. Bu durumda karma simetrik durumların varlığından söz etmek zorlaşır. Daha yüksek enerjili geçişlerde incelemenin yoğunlaşması durumunda kuvvetli M1 geçişleri gözlenebilir. Bu durum karma simetrik durumların varlığına işaret edebilir.

İncelenen Gd çekirdeğinin ^{152}Gd , ^{154}Gd , ^{156}Gd izotoplarının temel bandlarındaki E_4^+/E_2^+ oranlarına bakıldığında ^{152}Gd için 2.20, fakat ^{154}Gd ve ^{156}Gd için bu oran sırasıyla 3.02 ve 3.24 dür. Bu değerlere bakıldığında ^{152}Gd çekirdeği U(5) dinamik simetrisine yakındır yani bu çekirdek küresel şekle sahiptir diyebiliriz. ^{154}Gd ve ^{156}Gd izotopları ise SU(3) simetrisine yakındır. Bundan dolayı bu izotopların geometrik yapısı prolate şekle yakındır. IBM ile yapılan hesaplarda aynı sonuçları vermektedir. Dolayısıyla Gd çekirdeğinin $152 \leq A \leq 156$ izotop serisi U(5)→SU(3) geçişinde yer almaktadır.

A=152'de U(5) dinamik simetrisine yakın ve vibrasyonel hareket yaparken, A=156'ya doğru gelindiğinde rotasyonel hareket yapıp SU(3) dinamik simetrisine yakın olması Gadolinyum'un şeklen faz değişimine uğradığını göstermektedir. Bu durumun adı kuantum şekil faz geçiştir.

Burada elde ettiğimiz B(E2) geçiş olasılıklarının değerlerinin deneysel değerlerle uyumluluğu dalga fonksiyonunun güvenilir olduğunu gösterir. Bu yöntem başka çekirdeklere de uygulandığında çekirdeklerin elektromanyetik özellikleri hakkında hesaplamalar yapılabilir.

Sonuç olarak, deforme bölge başlangıcında bulunan Gadolinyum izotoplarının $\delta(E2/M1)$ elektromanyetik çok kutuplu karışım oranları ve B(E2) geçiş olasılıkları Etkileşen Bozon Modeli çerçevesinde hesaplanmıştır. Hesaplanan teorik değerlerin deneysel değerlerle büyük ölçüde uyumlu olduğu görülmüştür. Ayrıca enerji düzeyi hesaplamalarında pozitif pariteli geçişlerin deneysel verilerle daha uyumlu olduğu gözlemlenmiştir. Uygulanan modelin güvenilirliği teorik hesaplamaların deneysel sonuçlarla uyumundan anlaşılmaktadır. Yapılan teorik hesaplamaların deneysel sonuçlarla uyumlu olması Etkileşen Bozon Modelinin güvenilirliğini göstermektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Krane Kenneth S., Nuclear Physics 1-2, 1996
- [2] Casten R.F., Lipas P.O., Warner D.D., Otsuka T., Heyde K., Draayer J.P. Algebraic Approaches to Nuclear Structure: Interacting Boson Model Ed: by Casten, R.F. Harwood Academic Publisher 1993
- [3] Atam P.A., Fundamentals of Nuclear Physics, 1-470, 1966
- [4] Iachello F., Isacker P. Van, The Interacting Boson-Fermion Model. Cambridge, Cambridge University Press, 1991
- [5] Pfeifer W., "An Introduction to the Interacting Boson Model of the Atomic Nucleus" 1998
- [6] Sholten O., Sau J., Mixed Symmetry States In The Neutron-Proton Interacting Boson Model. Nuclear Physics A 438, 41-77, 1985
- [7] Tagziria H., Elahrash M., Hamilton W.D., Finger M., John J., Malinsky P. and Pavlov V.N., "The Role of the CL Parameters in IBM-2 as Exemplified by the Nuclear Structure of ^{152}Gd ", J. Phys. G: Nucl. Part. 16, 1323-1338, 1990
- [8] Isacker P. Van, The F-Spin Symmetric Limits of the Neutron-Proton Interacting Boson Model. Annals Of Physics, 171, 253-296, 1986
- [9] Girit C., Hamilton W. D., Kalfas C. A., Multipole mixing ratios of transitions in ^{154}Gd , J. Phys. G: Nucl. Phys. 9. 797-821, 1983
- [10] Wiley John, Table Of Isotopes, V.S.Shirley ed., 2877 pages, 1996

- [11] Yazar H. R., Uluer I., Ünalöglu V., Yaşar S., The Investigation of Electromagnetic Transition Probabilities of Gadolinium Isotopes with the IBFM-1 Model, Chinese Journal Of Physics Vol. 48, No. 3, 2010
- [12] Lange J., Kumar K., Hamilton J.H, “E0-E2-M1 Multipole Admixtures of Transitions in Even- Even Nuclei”, Rev. Modern Phys. 54, 1, 119-194, 1982
- [13] Ober D. R., Weeber W., and Place B. L., “Multipole Mixing Ratios for Selected Transitions in ^{154}Gd ” Physical Review C Volume 7, Number 2, February 1973
- [14] Uluer I, Kalfas C. A., Hamilton W. D., Fox R. A., Warner D. D., Finger M., Chung Do Kim, Multipole mixing ratios of transitions in ^{156}Gd , J. Phys. G: Nucl. Phys., Vol. 1, No. 4, 1975
- [15] Pietralla N., Brentano P.von, Lisetskiy A.F., Experiments on multiphonon states with proton-neutron mixed symmetry in vibrational nuclei, Nuclear Physics 60 225-282, 2008
- [16] Caprio M. A., “ Proton-neutron asymmetry in exotic nuclei” Yale University 2006
- [17] Elliott J.P., Isospin and F-Spin in the Interacting Boson Model, School of Mathematical and Physical Sciences, The University of Sussex, Brighton, BN1 9QH, U K, 325-351
- [18] Nakada H., Otsuka T., Sebe T., Mixed-Symmetry 2^+ State of ^{56}Fe in Realistic Shell Model, Phy.Rev.Lett., Volume 7, Number 9, August 1991
- [19] Scholten O., Sau J., Mixed Symmetry States in the Neutron Proton Interacting Boson Model, Nuclear Physics A438, 41-77, 1985
- [20] Otsuka T., Ginocchio J.N., Phys.Rev.Lett., Volume 54, Number 8, 1985

- [21] Jolie J., Symmetry principles and nuclear structure, University of Cologne, Germany, Nuclear Physics 59, 337-354, 2007
- [22] F.Iachello, Interacting Boson Model, Yale University, New Haven, CT 06520-8120
- [23] Bohle D., Richter A., Study of the Mixed Symmetry $J^\pi=2^+$ States in ^{156}Gd with Inelastic Electron Scattering, Phys.Rev.Letters V 55, N 16, 1985
- [24] Elliot J.P., The interacting boson model of nuclear structure, Rep.Prog. Phys., Vol 48, 171-221, 1985
- [25] Anonim
http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/indx_adopted.jsp (veri sitesi)
(erişim tarihi: 17.11.2014)
- [26] M.J.Martin, Nuclear Data Scheets 114, 1497, 2013
<http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/getdataset.jsp?nucleus=152GD&unc=nds>
(erişim tarihi: 17.11.2014)
- [27] C.W.Reich, Nuclear Data Scheets 110, 2257, 2009
<http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/getdataset.jsp?nucleus=154GD&unc=nds>
(erişim tarihi: 17.11.2014)
- [28] C.W.Reich, Nuclear Data Scheets 113, 2537, 2012
<http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/getdataset.jsp?nucleus=156GD&unc=nds>
(erişim tarihi: 17.11.2014)

EK-1 ¹⁵²Gd izotopu enerji seviyeleri, Casimir kodu verileri

```

***152Gd***          (#neutrons=18, #protons= 6, #bosons=12)
H= 0.3839nd-0.0694P+P-+0.0000L.L-
0.0175Q.Q+0.0000T3.T3+0.0000T4.T4 (chi=-0.750)
      1
V(B,G) = -----[- 1.0484+ 4.2794B^2]
          1+B^2
          1
      + -----[- 2.2897- 4.6466B^2- 3.6987B^3COS(3*G)-
2.6604B^4]
          (1+B^2)^2
L= 0: 0.000(0.000) 0.615(0.615)
L= 2: 0.410(0.344) 0.854(0.931)
L= 4: 0.828(0.755) 1.248(1.282)
L= 6: 1.267(1.227) 1.680(1.668)
L= 8: 1.738(1.747) 2.162(2.139)
L=10: 2.249(2.300) 2.699(2.692)

Rms=0.044 ( 11 levels) & weighted rms=0.044 ( 11 levels;
1 nuclei)
Parameters (#iterations= 3):
      n_d: 0.3839      0.0000      0.0000      0.0000
0.0000
      P+P-: -0.0694      0.0000      0.0000      0.0000
0.0000
      Q.Q: -0.0175      0.0000      0.0000      0.0000
0.0000
Convergence after 3 iterations.

***152Gd***          (#neutrons=18, #protons= 6, #bosons=12)
H= 0.3839nd-0.0694P+P-+0.0000L.L-
0.0175Q.Q+0.0000T3.T3+0.0000T4.T4 (chi=-0.750)
T(E2)= 0.176[(s+d + d+s) + -0.750(d+d)](2)
B[E2; 2(1)--> 0(1)]= 0.351694( 0.3500)
B[E2; 4(1)--> 2(1)]= 0.718622( 0.6400)
B[E2; 6(1)--> 4(1)]= 1.066005( 0.9500)

Rms= 0.029 & weighted rms= 0.051 ( 3 transitions)
Parameters (#iterations= 1):  eff= 0.1692  chi= -0.7500
Stopped after 2 iterations without convergence.

```

EK-2 ¹⁵⁴Gd izotopu enerji seviyeleri, Casimir kodu verileri

```

***154Gd***          (#neutrons=20, #protons= 6, #bosons=13)
H= 0.4852nd+0.0000P+P-+0.0000L.L-
0.0132Q.Q+0.0000T3.T3+0.0000T4.T4 (chi=-0.800)
      1
V(B,G) = -----[- 0.8552+ 6.0267B^2]
      1+B^2
      1
      + -----[+ 0.0000- 8.2104B^2- 3.5109B^3COS(3*G)-
0.3753B^4]
      (1+B^2)^2
L= 0: 0.000(0.000) 0.556(0.681)
L= 2: 0.143(0.123) 0.684(0.816)
L= 4: 0.379(0.371) 1.011(1.048)
L= 6: 0.695(0.718) 1.388(1.366)
L= 8: 1.081(1.144) 1.824(1.757)
L=10: 1.532(1.637) 2.317(2.194)

Rms=0.080 ( 11 levels) & weighted rms=0.080 ( 11 levels;
1 nuclei)
Parameters (#iterations= 3):
      n_d: 0.4852      0.0000      0.0000      0.0000
0.0000
      Q.Q: -0.0132      0.0000      0.0000      0.0000
0.0000
Convergence after 3 iterations.

***154Gd***          (#neutrons=20, #protons= 6, #bosons=13)
H= 0.4852nd+0.0000P+P-+0.0000L.L-
0.0132Q.Q+0.0000T3.T3+0.0000T4.T4 (chi=-0.800)
T(E2)= 0.146[(s+d + d+s) + -0.800(d+d)](2)
B[E2; 2(1)--> 0(1)]= 0.789201( 0.7700)
B[E2; 4(1)--> 2(1)]= 1.240302( 1.2000)
B[E2; 6(1)--> 4(1)]= 1.446283( 1.4000)
B[E2; 8(1)--> 6(1)]= 1.552076( 1.5300)
B[E2;10(1)--> 8(1)]= 1.590801( 1.7700)

Rms= 0.086 & weighted rms= 0.052 ( 5 transitions)
Parameters (#iterations= 1):  eff= 0.1460  chi= -0.8000
Stopped after 2 iterations without convergence.

```

EK-3 ^{156}Gd izotopu enerji seviyeleri, Casimir kodu verileri

```

***156Gd***          (#neutrons=22, #protons= 6, #bosons=14)
H= 0.4541nd+0.0000P+P-+0.0000L.L-
0.0165Q.Q+0.0000T3.T3+0.0000T4.T4 (chi=-1.000)
      1
V(B,G) = -----[- 1.1543+ 5.8954B^2]
      1+B^2
      1
      + -----[+ 0.0000-12.0049B^2- 6.4169B^3COS(3*G)-
0.8575B^4]
      (1+B^2)^2
L= 0: 0.000(0.000) 0.940(1.050)
L= 2: 0.074(0.089) 1.059(1.129)
L= 4: 0.242(0.288) 1.271(1.298)
L= 6: 0.498(0.585) 1.563(1.540)
L= 8: 0.836(0.965) 1.933(1.848)
L=10: 1.253(1.416) 2.380(2.220)

Rms=0.097 ( 11 levels) & weighted rms=0.097 ( 11 levels;
1 nuclei)
Parameters (#iterations= 3):
      n_d: 0.4541      0.0000      0.0000      0.0000
0.0000
      Q.Q: -0.0165      0.0000      0.0000      0.0000
0.0000
Convergence after 3 iterations.

***156Gd***          (#neutrons=22, #protons= 6, #bosons=14)
H= 0.4541nd+0.0000P+P-+0.0000L.L-
0.0165Q.Q+0.0000T3.T3+0.0000T4.T4 (chi=-1.000)
T(E2)= 0.122[(s+d + d+s) + -1.000(d+d)](2)
B[E2; 2(1)--> 0(1)]= 0.952913( 0.9400)
B[E2; 4(1)--> 2(1)]= 1.360734( 1.3200)
B[E2; 6(1)--> 4(1)]= 1.490326( 1.4700)
B[E2; 8(1)--> 6(1)]= 1.537487( 1.6000)
B[E2;10(1)--> 8(1)]= 1.538354( 1.5700)

Rms= 0.038 & weighted rms= 0.026 ( 5 transitions)
Parameters (#iterations= 1):  eff= 0.1223  chi= -1.0000
Stopped after 2 iterations without convergence.

```

EK-4 ^{152}Gd izotopu için teorik $\delta(E2/M1)$ kutupsal karışım oranı hesaplamaları

$$2_{\beta}^{+}(930,6)\text{keV} \rightarrow 2_{g}^{+}(344,3)\text{keV} \text{ (referans olarak kabul edilen geçiş)}$$

$$* \delta(E2/M1) = 3_{-0,3}^{+0,3}$$

$$* E_{\gamma} = 586,3 \text{ keV} = 0,586 \text{ MeV}$$

ve mümkün olan durumlara bağlı olarak $f(I_i, I_f)$ nin alacağı değer;

$$* I_i = 2_{\beta}^{+}, I_f = 2_{g}^{+} \text{ için } I_i=I_f \text{ olduğundan } f(I_i, I_f) = 10[(2I_f-1)(2I_f+3)]^{\frac{1}{2}}$$

eşitliği kullanılarak $f(I_i, I_f) = 2,18$ bulunacaktır. Bu değerler;

$$\delta(E2/M1)=0,832.E_{\gamma}.A.f(I_i, I_f)$$

formülünde yerine yazılırsa;

$$3 = (0,832).(0,586).A.(2,18) \Rightarrow A = 2,83 \text{ hesaplanacaktır.}$$

Elde edilen bu A değeri sabit bir değerdir ve bütün geçişler için kullanılacaktır.

$$1) 2_{2\gamma}^{+} \rightarrow 2_{\beta}^{+} \text{ geçişi: } 1605,6 \text{ keV} \rightarrow 930,6 \text{ keV}$$

$$\delta(E2/M1)=0,832.E_{\gamma}.A.f(I_i, I_f)$$

$$E_{\gamma} = 675,01 \text{ keV} = 0,675 \text{ MeV}$$

$$A = 2,83$$

$$I_i = 2_{2\gamma}^{+}, I_f = 2_{\beta}^{+} \text{ için } I_i=I_f \text{ olduğundan } f(I_i, I_f) = 10[(2I_f-1)(2I_f+3)]^{\frac{1}{2}}$$

eşitliği kullanılarak $f(I_i, I_f) = 2,18$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1)= 3,46$ olarak hesaplanır.

$$2) 3_{\gamma}^{+} \rightarrow 4_{g}^{+} \text{ geçişi: } 1434,0 \text{ keV} \rightarrow 755,4 \text{ keV}$$

$$\delta(E2/M1)=0,832.E_{\gamma}.A.f(I_i, I_f)$$

$$E_{\gamma} = 678,6 \text{ keV} = 0,678 \text{ MeV}$$

$$A = 2,83$$

$$I_i = 3_{\gamma}^{+}, I_f = 4_{g}^{+} \text{ için } I_i=I_f - 1 \text{ olduğundan } f(I_i, I_f) = 10[3(I_f-1)(I_f+1)]^{\frac{1}{2}}$$

eşitliği kullanılarak $f(I_i, I_f) = 1,49$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1)= 2,37$ olarak hesaplanır.

$$3) 2_{\gamma}^{+} \rightarrow 2_{g}^{+} \text{ geçişi: } 1109,2 \text{ keV} \rightarrow 344,3 \text{ keV}$$

$$\delta(E2/M1)=0,832.E_{\gamma}.A.f(I_i, I_f)$$

$$E_{\gamma} = 764,9 \text{ keV} = 0,765 \text{ MeV}$$

$$A = 2,83$$

$I_i = 2_{\gamma}^+$, $I_f = 2_g^+$ için $I_i=I_f$ olduğundan $f(I_i.I_f) = 10[(2I_f-1)(2I_f+3)]^{\frac{1}{2}}$ eşitliği kullanılarak $f(I_i.I_f) = 2,18$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1)= 3,93$ olarak hesaplanır.

4) $3_{\gamma}^+ \rightarrow 2_g^+$ geçişi: $1433,0 \text{ keV} \rightarrow 344,3 \text{ keV}$

$\delta(E2/M1)=0,832.E_{\gamma}.A.f(I_i.I_f)$

$E_{\gamma} = 1089,7 \text{ keV} = 1,090 \text{ MeV}$

$A = 2,83$

$I_i = 3_{\gamma}^+$, $I_f = 2_g^+$ için $I_i=I_f+1$ olduğundan $f(I_i.I_f) = 10[3I_f(I_f+2)]^{\frac{1}{2}}$ eşitliği kullanılarak $f(I_i.I_f) = 2,04$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1)= 5,23$ olarak hesaplanır.

5) $3_{2\beta}^+ \rightarrow 2_g^+$ geçişi: $1692,4 \text{ keV} \rightarrow 344,3 \text{ keV}$

$\delta(E2/M1)=0,832.E_{\gamma}.A.f(I_i.I_f)$

$E_{\gamma} = 1348,1 \text{ keV} = 1,348 \text{ MeV}$

$A = 2,83$

$I_i = 3_{2\beta}^+$, $I_f = 2_{g.s}^+$ için $I_i=I_f+1$ olduğundan $f(I_i.I_f) = 10[3I_f(I_f+2)]^{\frac{1}{2}}$ eşitliği kullanılarak $f(I_i.I_f) = 2,04$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1)= 6,47$ olarak hesaplanır.

A'nın Hata Hesabı

$2_{\beta}^+(930,6)\text{keV} \rightarrow 2_g^+(344,3)\text{keV}$ geçişi referans olarak alınmıştır. Bu geçişte;

$E_{\gamma} = 586,3 \text{ keV} = 0,586 \text{ MeV}$ $\delta(E2/M1) = 3_{-0,3}^{+0,3}$ $f(I_i.I_f) = 2,18$

A_+ 'nin Hesaplanması

$\delta(E2/M1)=0,832.E_{\gamma}.A.f(I_i.I_f)$ formülünde bilinenler yerine yazılırsa;

$3 + 0,3 = 0,832.0,586. A_{(+).2,18}$ yazılır. Buradan;

$A_{(+)} = 3,11$ olarak bulunur.

$A_+ = A_{(+)} - A = 3,11 - 2,83 = 0,28$

A_- 'nin Hesaplanması

$\delta(E2/M1)=0,832.E_{\gamma}.A.f(I_i.I_f)$ formülünde bilinenler yerine yazılırsa;

$3 - 0,3 = 0,832.0,586. A_{(-).2,18}$ yazılır. Buradan;

$A_{(-)} = 2,54$ olarak bulunur.

$A_- = A - A_{(-)} = 2,83 - 2,54 = 0,29$ bulunanlar yerlerine yazılırsa;

$A = 2,83_{-0,29}^{+0,28}$ bulunacaktır.

Elde edilen A_+ ve A_- kullanılarak $\delta(E2/M1)$ için hata sınırları belirlenecektir.

$\delta(E2/M1)$ ' in Hata Hesabı

1) $2_{2\gamma}^+ \rightarrow 2_{\beta}^+$ geçişi: 1605,6 keV \rightarrow 930,6 keV

$E_{\gamma} = 675,01 \text{ keV} = 0,675 \text{ MeV}$

$A_+ = 0,28$

$A_- = 0,29$

$\delta(E2/M1) = 3,46$

$f(I_i, I_f) = 2,18$

$\delta_+(E2/M1) = 0,832 \cdot E_{\gamma} \cdot A_+ \cdot f(I_i, I_f)$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_+(E2/M1) = 0,34$ bulunur.

$\delta_-(E2/M1) = 0,832 \cdot E_{\gamma} \cdot A_- \cdot f(I_i, I_f)$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_-(E2/M1) = 0,35$ bulunur.

$\delta(E2/M1) = 3,46_{-0,35}^{+0,34}$ olarak hesaplanır.

2) $3_{\gamma}^+ \rightarrow 4_g^+$ geçişi: 1434,0 keV \rightarrow 755,4 keV

$E_{\gamma} = 678,6 \text{ keV} = 0,678 \text{ MeV}$

$A_+ = 0,28$

$A_- = 0,29$

$\delta(E2/M1) = 2,37$

$f(I_i, I_f) = 1,49$

$\delta_+(E2/M1) = 0,832 \cdot E_{\gamma} \cdot A_+ \cdot f(I_i, I_f)$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_+(E2/M1) = 0,23$ bulunur.

$\delta_-(E2/M1) = 0,832 \cdot E_{\gamma} \cdot A_- \cdot f(I_i, I_f)$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_-(E2/M1) = 0,24$ bulunur.

$\delta(E2/M1) = 2,37_{-0,24}^{+0,23}$ olarak hesaplanır.

3) $2_{\gamma}^+ \rightarrow 2_g^+$ geçişi: 1109,2 keV \rightarrow 344,3 keV

$E_{\gamma} = 764,9 \text{ keV} = 0,765 \text{ MeV}$

$A_+ = 0,28$

$A_- = 0,29$

$\delta(E2/M1) = 3,93$

$f(I_i, I_f) = 2,18$

$$\delta_+(E2/M1)=0,832.E_\gamma.A_+.f(I_i.I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_+(E2/M1)= 0,39$ bulunur.

$$\delta_-(E2/M1)=0,832.E_\gamma.A_-.f(I_i.I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_-(E2/M1)= 0,40$ bulunur.

$\delta(E2/M1)= 3,93_{-0,40}^{+0,39}$ olarak hesaplanır.

4) $3_\gamma^+ \rightarrow 2_g^+$ geçişi: 1433,0 keV \rightarrow 344,3 keV

$$E_\gamma = 1089,7 \text{ keV} = 1,090 \text{ MeV}$$

$$A_+ = 0,28$$

$$A_- = 0,29$$

$$\delta(E2/M1)= 5,23$$

$$f(I_i.I_f) = 2,04$$

$$\delta_+(E2/M1)=0,832.E_\gamma.A_+.f(I_i.I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_+(E2/M1)= 0,52$ bulunur.

$$\delta_-(E2/M1)=0,832.E_\gamma.A_-.f(I_i.I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_-(E2/M1)= 0,54$ bulunur.

$\delta(E2/M1)= 5,23_{-0,54}^{+0,52}$ olarak hesaplanır.

5) $3_{2\beta}^+ \rightarrow 2_g^+$ geçişi: 1692,4 keV \rightarrow 344,3 keV

$$E_\gamma = 1348,1 \text{ keV} = 1,348 \text{ MeV}$$

$$A_+ = 0,28$$

$$A_- = 0,29$$

$$\delta(E2/M1)= 6,47$$

$$f(I_i.I_f) = 2,04$$

$$\delta_+(E2/M1)=0,832.E_\gamma.A_+.f(I_i.I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_+(E2/M1)= 0,64$ bulunur.

$$\delta_-(E2/M1)=0,832.E_\gamma.A_-.f(I_i.I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_-(E2/M1)= 0,66$ bulunur.

$\delta(E2/M1)= 6,47_{-0,66}^{+0,64}$ olarak hesaplanır.

EK-5 ^{154}Gd izotopu için teorik $\delta(E2/M1)$ kutupsal karışım oranı hesaplamaları

$3_{\gamma}^{+}(1127,8)\text{keV} \rightarrow 2_{\text{g}}^{+}(123,1)\text{keV}$ (referans olarak kabul edilen geçiş)

$$* \delta(E2/M1) = 7,1_{-0,5}^{+0,4}$$

$$* E_{\gamma} = 1004,7 \text{ keV} = 1,005 \text{ MeV}$$

ve mümkün olan durumlara bağlı olarak $f(I_i.I_f)$ nin alacağı değer;

$$* I_i = 3_{\gamma}^{+}, \quad I_f = 2_{\text{g}}^{+} \text{ için } I_i=I_f + 1 \text{ olduğundan } f(I_i.I_f) = 10[3I_f(I_f+2)]^{\frac{1}{2}} \text{ eşitliği}$$

kullanılarak $f(I_i.I_f) = 2,04$ bulunacaktır. Bu değerler;

$$\delta(E2/M1)=0,832.E_{\gamma}.A.f(I_i.I_f)$$

formülünde yerine yazılırsa;

$$7,1 = (0,832).(1,005).A.(2,04) \Rightarrow A = 4,16 \text{ hesaplanacaktır.}$$

Elde edilen bu A değeri sabit bir değerdir ve bütün geçişler için kullanılacaktır.

$$1) 8_{\beta}^{+} \rightarrow 8_{\text{g}}^{+} \text{ geçişi: } 1756,5 \text{ keV} \rightarrow 1144,5 \text{ keV}$$

$$\delta(E2/M1)=0,832.E_{\gamma}.A.f(I_i.I_f)$$

$$E_{\gamma} = 612,2 \text{ keV} = 0,612 \text{ MeV}$$

$$A = 4,16$$

$$I_i = 8_{\beta}^{+}, \quad I_f = 8_{\text{g}}^{+} \text{ için } I_i=I_f \text{ olduğundan } f(I_i.I_f) = 10[(2I_f-1)(2I_f+3)]^{\frac{1}{2}}$$

eşitliği kullanılarak $f(I_i.I_f) = 0,59$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1) = 1,25$ olarak hesaplanır.

$$2) 6_{\beta}^{+} \rightarrow 6_{\text{g}}^{+} \text{ geçişi: } 1365,9 \text{ keV} \rightarrow 717,7 \text{ keV}$$

$$\delta(E2/M1)=0,832.E_{\gamma}.A.f(I_i.I_f)$$

$$E_{\gamma} = 648,2 \text{ keV} = 0,648 \text{ MeV}$$

$$A = 4,16$$

$$I_i = 6_{\beta}^{+}, \quad I_f = 6_{\text{g}}^{+} \text{ için } I_i=I_f \text{ olduğundan } f(I_i.I_f) = 10[(2I_f-1)(2I_f+3)]^{\frac{1}{2}}$$

eşitliği kullanılarak $f(I_i.I_f) = 0,77$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1) = 1,73$ olarak hesaplanır.

$$3) 4_{\beta}^{+} \rightarrow 4_{\text{g}}^{+} \text{ geçişi: } 1047,6 \text{ keV} \rightarrow 371,1 \text{ keV}$$

$$\delta(E2/M1)=0,832.E_{\gamma}.A.f(I_i.I_f)$$

$$E_{\gamma} = 676,584 \text{ keV} = 0,676 \text{ MeV}$$

$$A = 4,16$$

$I_i = 4_{\beta}^+$, $I_f = 4_g^+$ için $I_i=I_f$ olduğundan $f(I_i.I_f) = 10[(2I_f-1)(2I_f+3)]^{\frac{1}{2}}$ eşitliği kullanılarak $f(I_i.I_f) = 1,14$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1)= 2,66$ olarak hesaplanır.

4) $2_{\beta}^+ \rightarrow 2_g^+$ geçişi: $815,5 \text{ keV} \rightarrow 123,1 \text{ keV}$

$\delta(E2/M1)=0,832.E_{\gamma}.A.f(I_i.I_f)$

$E_{\gamma} = 692,5 \text{ keV} = 0,692 \text{ MeV}$

$A = 4,16$

$I_i = 2_{\beta}^+$, $I_f = 2_g^+$ için $I_i=I_f$ olduğundan $f(I_i.I_f) = 10[(2I_f-1)(2I_f+3)]^{\frac{1}{2}}$ eşitliği kullanılarak $f(I_i.I_f) = 2,18$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1)= 5,22$ olarak hesaplanır.

5) $3_{\gamma}^+ \rightarrow 4_g^+$ geçişi: $1127,8 \text{ keV} \rightarrow 371 \text{ keV}$

$\delta(E2/M1)=0,832.E_{\gamma}.A.f(I_i.I_f)$

$E_{\gamma} = 756,8 \text{ keV} = 0,757 \text{ MeV}$

$A = 4,16$

$I_i = 3_{\gamma}^+$, $I_f = 4_g^+$ için $I_i=I_f - 1$ olduğundan $f(I_i.I_f) = 10[3(I_f-1)(I_f+1)]^{\frac{1}{2}}$ eşitliği kullanılarak $f(I_i.I_f) = 1,49$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1)= 3,90$ olarak hesaplanır.

6) $2_{\gamma}^+ \rightarrow 2_g^+$ geçişi: $996,3 \text{ keV} \rightarrow 123,1 \text{ keV}$

$\delta(E2/M1)=0,832.E_{\gamma}.A.f(I_i.I_f)$

$E_{\gamma} = 873,2 \text{ keV} = 0,873 \text{ MeV}$

$A = 4,16$

$I_i = 2_{\gamma}^+$, $I_f = 2_g^+$ için $I_i=I_f$ olduğundan $f(I_i.I_f) = 10[(2I_f-1)(2I_f+3)]^{\frac{1}{2}}$ eşitliği kullanılarak $f(I_i.I_f) = 2,18$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1)= 6,59$ olarak hesaplanır.

7) $4_{\gamma}^+ \rightarrow 4_g^+$ geçişi: $1263,8 \text{ keV} \rightarrow 371,1 \text{ keV}$

$\delta(E2/M1)=0,832.E_{\gamma}.A.f(I_i.I_f)$

$E_{\gamma} = 892,78 \text{ keV} = 0,893 \text{ MeV}$

$A = 4,16$

$I_i = 4_\gamma^+$, $I_f = 4_g^+$ için $I_i=I_f$ olduğundan $f(I_i.I_f) = 10[(2I_f-1)(2I_f+3)]^{-\frac{1}{2}}$ eşitliği kullanılarak $f(I_i.I_f) = 1,14$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1) = 3,52$ olarak hesaplanır.

8) $7_\gamma^+ \rightarrow 6_g^+$ geçişi: $1810,3 \text{ keV} \rightarrow 717,7 \text{ keV}$

$\delta(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A \cdot f(I_i.I_f)$

$E_\gamma = 1092,4 \text{ keV} = 1,092 \text{ MeV}$

$A = 4,16$

$I_i = 7_\gamma^+$, $I_f = 6_g^+$ için $I_i=I_f+1$ olduğundan $f(I_i.I_f) = 10[3I_f(I_f+2)]^{-\frac{1}{2}}$ eşitliği kullanılarak $f(I_i.I_f) = 0,83$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1) = 3,14$ olarak hesaplanır.

A'nın Hata Hesabı

$3_\gamma^+(1127,8)\text{keV} \rightarrow 2_g^+(123,1)\text{keV}$ geçişi referans olarak alınmıştır. Bu geçişte;

$E_\gamma = 1004,7 \text{ keV} = 1,005 \text{ MeV}$ $\delta(E2/M1) = 7,1_{-0,5}^{+0,4}$ $f(I_i.I_f) = 2,04$

A_+ 'nin Hesaplanması

$\delta(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A \cdot f(I_i.I_f)$ formülünde bilinenler yerine yazılırsa;

$7,1 + 0,4 = 0,832 \cdot 1,005 \cdot A_{(+)} \cdot 2,04$ yazılır. Buradan;

$A_{(+)} = 4,40$ olarak bulunur.

$A_+ = A_{(+)} - A = 4,40 - 4,16 = 0,24$

A_- 'nin Hesaplanması

$\delta(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A \cdot f(I_i.I_f)$ formülünde bilinenler yerine yazılırsa;

$7,1 - 0,5 = 0,832 \cdot 1,005 \cdot A_{(-)} \cdot 2,04$ yazılır. Buradan;

$A_{(-)} = 3,87$ olarak bulunur.

$A_- = A - A_{(-)} = 4,16 - 3,87 = 0,29$ bulunanlar yerlerine yazılırsa;

$A = 4,16_{-0,29}^{+0,24}$ bulunacaktır.

Elde edilen A_+ ve A_- kullanılarak $\delta(E2/M1)$ için hata sınırları belirlenecektir.

$\delta(E2/M1)$ 'in Hata Hesabı

1) $8_\beta^+ \rightarrow 8_g^+$ geçişi: $1756,5 \text{ keV} \rightarrow 1144,5 \text{ keV}$

$E_\gamma = 612,2 \text{ keV} = 0,612 \text{ MeV}$

$A_+ = 0,24$

$$A_- = 0,29$$

$$\delta(E2/M1) = 1,25$$

$$f(I_i, I_f) = 0,59$$

$$\delta_+(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A_+ \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_+(E2/M1) = 0,07$ bulunur.

$$\delta_-(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A_- \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_-(E2/M1) = 0,09$ bulunur.

$$\delta(E2/M1) = 1,25_{-0,09}^{+0,07} \text{ olarak hesaplanır.}$$

$$2) 6_\beta^+ \rightarrow 6_g^+ \text{ geçişi: } 1365,9 \text{ keV} \rightarrow 717,7 \text{ keV}$$

$$E_\gamma = 648,2 \text{ keV} = 0,648 \text{ MeV}$$

$$A_+ = 0,24$$

$$A_- = 0,29$$

$$\delta(E2/M1) = 1,73$$

$$f(I_i, I_f) = 0,77$$

$$\delta_+(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A_+ \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_+(E2/M1) = 0,10$ bulunur.

$$\delta_-(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A_- \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_-(E2/M1) = 0,12$ bulunur.

$$\delta(E2/M1) = 1,73_{-0,12}^{+0,10} \text{ olarak hesaplanır.}$$

$$3) 4_\beta^+ \rightarrow 4_g^+ \text{ geçişi: } 1047,6 \text{ keV} \rightarrow 371,1 \text{ keV}$$

$$E_\gamma = 676,584 \text{ keV} = 0,676 \text{ MeV}$$

$$A_+ = 0,24$$

$$A_- = 0,29$$

$$\delta(E2/M1) = 2,66$$

$$f(I_i, I_f) = 1,14$$

$$\delta_+(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A_+ \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_+(E2/M1) = 0,15$ bulunur.

$$\delta_-(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A_- \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_-(E2/M1) = 0,18$ bulunur.

$$\delta(E2/M1) = 2,66_{-0,18}^{+0,15} \text{ olarak hesaplanır.}$$

$$4) 2_\beta^+ \rightarrow 2_g^+ \text{ geçişi: } 815,5 \text{ keV} \rightarrow 123,1 \text{ keV}$$

$$E_{\gamma} = 692,5 \text{ keV} = 0,692 \text{ MeV}$$

$$A_{+} = 0,24$$

$$A_{-} = 0,29$$

$$\delta(E2/M1) = 5,22$$

$$f(I_i, I_f) = 2,18$$

$$\delta_{+}(E2/M1) = 0,832 \cdot E_{\gamma} \cdot A_{+} \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_{+}(E2/M1) = 0,30$ bulunur.

$$\delta_{-}(E2/M1) = 0,832 \cdot E_{\gamma} \cdot A_{-} \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_{-}(E2/M1) = 0,36$ bulunur.

$$\delta(E2/M1) = 5,22^{+0,30}_{-0,36} \text{ olarak hesaplanır.}$$

5) $3_{\gamma}^{+} \rightarrow 4_{g}^{+}$ geçişi: 1127,8 keV \rightarrow 371 keV

$$E_{\gamma} = 756,8 \text{ keV} = 0,757 \text{ MeV}$$

$$A_{+} = 0,24$$

$$A_{-} = 0,29$$

$$\delta(E2/M1) = 3,90$$

$$f(I_i, I_f) = 1,49$$

$$\delta_{+}(E2/M1) = 0,832 \cdot E_{\gamma} \cdot A_{+} \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_{+}(E2/M1) = 0,22$ bulunur.

$$\delta_{-}(E2/M1) = 0,832 \cdot E_{\gamma} \cdot A_{-} \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_{-}(E2/M1) = 0,27$ bulunur.

$$\delta(E2/M1) = 3,90^{+0,22}_{-0,27} \text{ olarak hesaplanır.}$$

6) $2_{\gamma}^{+} \rightarrow 2_{g}^{+}$ geçişi: 996,3 keV \rightarrow 123,1 keV

$$E_{\gamma} = 873,2 \text{ keV} = 0,873 \text{ MeV}$$

$$A_{+} = 0,24$$

$$A_{-} = 0,29$$

$$\delta(E2/M1) = 6,29$$

$$f(I_i, I_f) = 2,18$$

$$\delta_{+}(E2/M1) = 0,832 \cdot E_{\gamma} \cdot A_{+} \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_{+}(E2/M1) = 0,38$ bulunur.

$$\delta_{-}(E2/M1) = 0,832 \cdot E_{\gamma} \cdot A_{-} \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_-(E2/M1)= 0,46$ bulunur.

$\delta(E2/M1)= 6,59^{+0,38}_{-0,46}$ olarak hesaplanır.

7) $4_\gamma^+ \rightarrow 4_g^+$ geçişi: 1263,8 keV \rightarrow 371,1 keV

$E_\gamma = 892,78 \text{ keV} = 0,893 \text{ MeV}$

$A_+ = 0,24$

$A_- = 0,29$

$\delta(E2/M1)= 3,52$

$f(I_i.I_f) = 1,14$

$\delta_+(E2/M1)=0,832.E_\gamma.A_+.f(I_i.I_f)$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_+(E2/M1)= 0,20$ bulunur.

$\delta_-(E2/M1)=0,832.E_\gamma.A_-.f(I_i.I_f)$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_-(E2/M1)= 0,24$ bulunur.

$\delta(E2/M1)= 3,52^{+0,20}_{-0,24}$ olarak hesaplanır.

8) $7_\gamma^+ \rightarrow 6_g^+$ geçişi: 1810,3 keV \rightarrow 717,7 keV

$E_\gamma = 1092,4 \text{ keV} = 1,092 \text{ MeV}$

$A_+ = 0,24$

$A_- = 0,29$

$\delta(E2/M1)= 3,14$

$f(I_i.I_f) = 0,83$

$\delta_+(E2/M1)=0,832.E_\gamma.A_+.f(I_i.I_f)$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_+(E2/M1)= 0,18$ bulunur.

$\delta_-(E2/M1)=0,832.E_\gamma.A_-.f(I_i.I_f)$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_-(E2/M1)= 0,22$ bulunur.

$\delta(E2/M1)= 3,14^{+0,18}_{-0,22}$ olarak hesaplanır.

EK-6 ^{156}Gd izotopu için teorik $\delta(E2/M1)$ kutupsal karışım oranı hesaplamaları

$4_{\text{rot}}^+(1510,6)\text{keV} \rightarrow 4_{\text{g}}^+(288,2)\text{keV}$ (referans olarak kabul edilen geçiş)

$$* \delta(E2/M1) = 2,07_{-0,14}^{+0,13}$$

$$* E_{\gamma} = 1222,4 \text{ keV} = 1,222 \text{ MeV}$$

ve mümkün olan durumlara bağlı olarak $f(I_i, I_f)$ nin alacağı değer;

$$* I_i = 4_{\text{rot}}^+, I_f = 4_{\text{g}}^+ \text{ için } I_i = I_f \text{ olduğundan } f(I_i, I_f) = 10[(2I_f - 1)(2I_f + 3)]^{\frac{1}{2}} \text{ eşitliği}$$

kullanılarak $f(I_i, I_f) = 1,14$ bulunacaktır. Bu değerler;

$$\delta(E2/M1) = 0,832 \cdot E_{\gamma} \cdot A \cdot f(I_i, I_f)$$

formülünde yerine yazılırsa;

$$2,07 = (0,832) \cdot (1,222) \cdot A \cdot (1,14) \Rightarrow A = 1,78 \text{ hesaplanacaktır.}$$

Elde edilen bu A değeri sabit bir değerdir ve bütün geçişler için kullanılacaktır.

$$1) 3_{\gamma}^+ \rightarrow 4_{\text{g}}^+ \text{ geçişi: } 1248,0 \text{ keV} \rightarrow 288,2 \text{ keV}$$

$$\delta(E2/M1) = 0,832 \cdot E_{\gamma} \cdot A \cdot f(I_i, I_f)$$

$$E_{\gamma} = 959,86 \text{ keV} = 0,960 \text{ MeV}$$

$$A = 1,78$$

$$I_i = 3_{\gamma}^+, I_f = 4_{\text{g}}^+ \text{ için } I_i = I_f - 1 \text{ olduğundan } f(I_i, I_f) = 10[3(I_f - 1)(I_f + 1)]^{\frac{1}{2}}$$

eşitliği kullanılarak $f(I_i, I_f) = 1,49$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1) = 2,12$ olarak hesaplanır.

$$2) 5_{\text{rot}}^+ \rightarrow 6_{\text{g}}^+ \text{ geçişi: } 1622,5 \text{ keV} \rightarrow 584,7 \text{ keV}$$

$$\delta(E2/M1) = 0,832 \cdot E_{\gamma} \cdot A \cdot f(I_i, I_f)$$

$$E_{\gamma} = 1037,8 \text{ keV} = 1,038 \text{ MeV}$$

$$A = 1,78$$

$$I_i = 5_{\text{rot}}^+, I_f = 6_{\text{g}}^+ \text{ için } I_i = I_f - 1 \text{ olduğundan } f(I_i, I_f) = 10[3(I_f - 1)(I_f + 1)]^{\frac{1}{2}}$$

eşitliği kullanılarak $f(I_i, I_f) = 0,97$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1) = 1,49$ olarak hesaplanır.

$$3) 2_{\beta}^+ \rightarrow 2_{\text{g}}^+ \text{ geçişi: } 1129,4 \text{ keV} \rightarrow 89 \text{ keV}$$

$$\delta(E2/M1) = 0,832 \cdot E_{\gamma} \cdot A \cdot f(I_i, I_f)$$

$$E_{\gamma} = 1040,43 \text{ keV} = 1,040 \text{ MeV}$$

$$A = 1,78$$

$I_i = 2_\gamma^+$, $I_f = 2_g^+$ için $I_i=I_f$ olduğundan $f(I_i.I_f) = 10[(2I_f-1)(2I_f+3)]^{\frac{1}{2}}$ eşitliği kullanılarak $f(I_i.I_f) = 2,18$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1)= 3,36$ olarak hesaplanır.

4) $2_\gamma^+ \rightarrow 2_g^+$ geçişi: $1154,1 \text{ keV} \rightarrow 89 \text{ keV}$

$\delta(E2/M1)=0,832.E_\gamma.A.f(I_i.I_f)$

$E_\gamma = 1065,15 \text{ keV} = 1,065 \text{ MeV}$

$A = 1,78$

$I_i = 2_\gamma^+$, $I_f = 2_g^+$ için $I_i=I_f$ olduğundan $f(I_i.I_f) = 10[(2I_f-1)(2I_f+3)]^{\frac{1}{2}}$ eşitliği kullanılarak $f(I_i.I_f) = 2,18$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1)= 3,44$ olarak hesaplanır.

5) $4_\gamma^+ \rightarrow 4_g^+$ geçişi: $1355,4 \text{ keV} \rightarrow 288,2 \text{ keV}$

$\delta(E2/M1)=0,832.E_\gamma.A.f(I_i.I_f)$

$E_\gamma = 1067,23 \text{ keV} = 1,067 \text{ MeV}$

$A = 1,78$

$I_i = 4_\gamma^+$, $I_f = 4_g^+$ için $I_i=I_f$ olduğundan $f(I_i.I_f) = 10[(2I_f-1)(2I_f+3)]^{\frac{1}{2}}$ eşitliği kullanılarak $f(I_i.I_f) = 1,14$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1)= 1,80$ olarak hesaplanır.

6) $3_\gamma^+ \rightarrow 2_g^+$ geçişi: $1248 \text{ keV} \rightarrow 89 \text{ keV}$

$\delta(E2/M1)=0,832.E_\gamma.A.f(I_i.I_f)$

$E_\gamma = 1159,04 \text{ keV} = 1,159 \text{ MeV}$

$A = 1,78$

$I_i = 3_\gamma^+$, $I_f = 2_g^+$ için $I_i=I_f+1$ olduğundan $f(I_i.I_f) = 10[3I_f(I_f+2)]^{\frac{1}{2}}$ eşitliği kullanılarak $f(I_i.I_f) = 2,04$ bulunur,

bilinenler yerlerine yazılırsa; $\delta(E2/M1)= 3,50$ olarak hesaplanır.

A'nın Hata Hesabı

Burada $4_{\text{rot}}^+ \rightarrow 4_g^+$ geçişi referans olarak alınmıştı. Bu geçişte;

$E_\gamma = 1222,4 \text{ keV} = 1,222 \text{ MeV}$ $\delta(E2/M1) = 2,07_{-0,14}^{+0,13}$ $f(I_i.I_f) = 1,14$

A+'nın Hesaplanması

$\delta(E2/M1)=0,832.E_\gamma.A.f(I_i.I_f)$ formülünde bilinenler yerine yazılırsa;

$2,07 + 0,13 = 0,832 \cdot 1,222 \cdot A_{(+)} \cdot 1,14$ yazılır. Buradan;

$A_{(+)} = 1,90$ olarak bulunur.

$A_+ = A_{(+)} - A = 1,90 - 1,78 = 0,12$

A_- 'nin Hesaplanması

$\delta(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A \cdot f(I_i \cdot I_f)$ formülünde bilinenler yerine yazılırsa;

$2,07 - 0,14 = 0,832 \cdot 1,222 \cdot A_{(-)} \cdot 1,14$ yazılır. Buradan;

$A_{(-)} = 1,66$ olarak bulunur.

$A_- = A - A_{(-)} = 1,78 - 1,66 = 0,12$ bulunanlar yerlerine yazılırsa;

$A = 1,78^{+0,12}_{-0,12}$ bulunacaktır.

Elde edilen A_+ ve A_- kullanılarak $\delta(E2/M1)$ için hata sınırları belirlenecektir.

$\delta(E2/M1)$ 'in Hata Hesabı

1) $3^+_g \rightarrow 4^+_g$ geçişi: $1248,0 \text{ keV} \rightarrow 288,2 \text{ keV}$

$E_\gamma = 959,86 \text{ keV} = 0,960 \text{ MeV}$

$A_+ = 0,12$

$A_- = 0,12$

$\delta(E2/M1) = 2,12$

$f(I_i \cdot I_f) = 1,49$

$\delta_+(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A_+ \cdot f(I_i \cdot I_f)$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_+(E2/M1) = 0,14$ bulunur.

$\delta_-(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A_- \cdot f(I_i \cdot I_f)$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_-(E2/M1) = 0,14$ bulunur.

$\delta(E2/M1) = 2,12^{+0,14}_{-0,14}$ olarak hesaplanır.

2) $5^+_{rot} \rightarrow 6^+_g$ geçişi: $1622,5 \text{ keV} \rightarrow 584,7 \text{ keV}$

$E_\gamma = 1037,8 \text{ keV} = 1,038 \text{ MeV}$

$A_+ = 0,12$

$A_- = 0,12$

$\delta(E2/M1) = 1,49$

$f(I_i \cdot I_f) = 0,97$

$\delta_+(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A_+ \cdot f(I_i \cdot I_f)$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_+(E2/M1) = 0,10$ bulunur.

$$\delta_-(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A_- \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_-(E2/M1) = 0,10$ bulunur.

$$\delta(E2/M1) = 1,49_{-0,10}^{+0,10} \text{ olarak hesaplanır.}$$

3) $2_\beta^+ \rightarrow 2_g^+$ geçişi: 1129,4 keV \rightarrow 89 keV

$$E_\gamma = 1040,43 \text{ keV} = 1,040 \text{ MeV}$$

$$A_+ = 0,12$$

$$A_- = 0,12$$

$$\delta(E2/M1) = 3,36$$

$$f(I_i, I_f) = 2,18$$

$$\delta_+(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A_+ \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_+(E2/M1) = 0,23$ bulunur.

$$\delta_-(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A_- \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_-(E2/M1) = 0,23$ bulunur.

$$\delta(E2/M1) = 3,36_{-0,23}^{+0,23} \text{ olarak hesaplanır.}$$

4) $2_\gamma^+ \rightarrow 2_g^+$ geçişi: 1154,1 keV \rightarrow 89 keV

$$E_\gamma = 1065,15 \text{ keV} = 1,065 \text{ MeV}$$

$$A_+ = 0,12$$

$$A_- = 0,12$$

$$\delta(E2/M1) = 3,44$$

$$f(I_i, I_f) = 2,18$$

$$\delta_+(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A_+ \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_+(E2/M1) = 0,23$ bulunur.

$$\delta_-(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A_- \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_-(E2/M1) = 0,23$ bulunur.

$$\delta(E2/M1) = 3,44_{-0,23}^{+0,23} \text{ olarak hesaplanır.}$$

5) $4_\gamma^+ \rightarrow 4_g^+$ geçişi: 1355,4 keV \rightarrow 288,2 keV

$$E_\gamma = 1067,23 \text{ keV} = 1,067 \text{ MeV}$$

$$A_+ = 0,12$$

$$A_- = 0,12$$

$$\delta(E2/M1) = 1,80$$

$$f(I_i, I_f) = 1,14$$

$$\delta_+(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A_+ \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_+(E2/M1) = 0,12$ bulunur.

$$\delta_-(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A_- \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_-(E2/M1) = 0,12$ bulunur.

$\delta(E2/M1) = 1,80_{-0,12}^{+0,12}$ olarak hesaplanır.

6) $3_\gamma^+ \rightarrow 2_g^+$ geçişi: 1248 keV \rightarrow 89 keV

$$E_\gamma = 1159,04 \text{ keV} = 1,159 \text{ MeV}$$

$$A_+ = 0,12$$

$$A_- = 0,12$$

$$\delta(E2/M1) = 3,50$$

$$f(I_i, I_f) = 2,04$$

$$\delta_+(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A_+ \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_+(E2/M1) = 0,24$ bulunur.

$$\delta_-(E2/M1) = 0,832 \cdot E_\gamma \cdot A_- \cdot f(I_i, I_f)$$

bilinenler yerine yazılırsa; $\delta_-(E2/M1) = 0,24$ bulunur.

$\delta(E2/M1) = 3,50_{-0,24}^{+0,24}$ olarak hesaplanır.