



**T.C.  
KIRIKKALE ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÜSLÜ İFADELERİ AÇIKLAMA VE  
TEMSİL ETME BİÇİMLERİNİN İNCELENMESİ**

**AYŞENUR ATICI**

**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**DANIŞMAN  
Dr. Öğr. Üyesi Melike TURAL SÖNMEZ**

**KIRIKKALE – 2023**





**T.C.  
KIRIKKALE ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÜSLÜ İFADELERİ AÇIKLAMA VE  
TEMSİL ETME BİÇİMLERİNİN İNCELENMESİ**

**AYŞENUR ATICI**

**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**DANIŞMAN  
Dr. Öğr. Üyesi Melike TURAL SÖNMEZ**

**KIRIKKALE- 2023**

## KABUL ve ONAY

Ayşenur ATICI tarafından hazırlanan 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÜSLÜ İFADELERİ AÇIKLAMA VE TEMSİL ETME BİÇİMLERİNİN İNCELENMESİ adlı tez çalışması, aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ ile Kırıkkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Melike TURAL SÖNMEZ

İlköğretim Matematik Öğretmenliği, Kırıkkale Üniversitesi

İmza.....

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum

Başkan: Dr. Öğr. Üyesi Nurullah ŞİMŞEK

İlköğretim Matematik Öğretmenliği, Kırıkkale Üniversitesi

İmza.....

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum

Üye: Doç. Dr. ....

..... İmza.....

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum

Tez Savunma Tarihi: .../.../2023

Jüri tarafından kabul edilen bu tezin Yüksek Lisans Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

Prof. Dr. Recep ÇALIN

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

## ETİK BEYANI

Kırıkkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Ayşenur ATICI

24/05/2023

# ÖZET

## 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÜSLÜ İFADELERİ AÇIKLAMA VE TEMSİL ETME BİÇİMLERİNİN İNCELENMESİ

Kırıkkale Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Melike TURAL SÖNMEZ

Haziran 2023, 71 sayfa

Bu araştırma sekizinci sınıfta öğrenim gören öğrencilerin üslü ifadeler konusundaki kavramlara ait açıklama ve temsil etme biçimlerinin incelenmesi amacıyla yapılmıştır. Bu çalışmada, verilerin toplanması, analizi ve yorumlanmasında nitel araştırma yaklaşımları arasında yer alan durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Çalışmanın yöntemi, çalışmada amaçlı örneklem ile 8. sınıf öğrencilerinin üslü ifade kavramına ilişkin açıklama ve temsil etme biçimlerini yarı yapılandırılmış görüşme formu yardımıyla derinlemesine incelendiği için durum çalışması olarak belirlenmiştir. Araştırma, 2021- 2022 Eğitim Öğretim yılının ikinci yarısı ve 2022-2023 Eğitim Öğretim yılının ilk yarısı Kırıkkale ili Bahşılı ilçe merkezinde bulunan bir devlet ortaokulundaki sekizinci sınıfta öğrenim gören altı öğrenciye uygulanmıştır. Bu süreçte veri toplamak amacıyla literatür taranarak geliştirilen ve uzmanlardan görüşlerin de alındığı, açık uçlu sorulardan oluşan bir görüşme formu uygulanmıştır. Veri toplama araçları video kaydı, ses kaydı, öğrenci çizim ve çalışmaları, araştırmacı gözlem notlarından oluşmaktadır. Görüşme yaklaşık 45 dk sürmüştür. Elde edilen verilerin analizinde araştırma desenine uygun olarak betimsel analiz kullanılmıştır. Bu çalışmada Koren'in belirlediği kodlar; '*matematikselleme temelli açıklama, uygulama temelli açıklama ve kural temelli açıklama*' kullanılmıştır. Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar, sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü gösterimleri açıklamalarında en çok kural temelli açıklamayı, temsil türlerinde ise dış temsilleri kullandığını göstermiştir. Araştırmada öğrencilerin iç temsiller oluşturabilmeleri ve kabul edilebilir matematik temelli açıklamalar yapabilmeleri için öğretmenlerin uyguladıkları yöntem ve teknikleri ve ders kitaplarının içeriklerinin zenginleştirmeleri önerilmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Üslü İfadeler, Matematiksel Açıklama, İç Temsil, Dış Temsil.

# ABSTRACT

## EXAMINATION OF 8TH GRADE STUDENTS' EXPLANATION AND REPRESENTATION OF EXPRESSIONS

Kırıkkale University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Mathematics and Science Education, Master's Thesis

Supervisor: Dr. Teach Member of Melike TURAL SÖNMEZ

June 2023, 71 pages

This research was carried out to determine the concept images of the 8th grade students regarding the concepts of exponential expressions. In this study, the case study method, which is one of the qualitative research approaches, was used in the collection, analysis and interpretation of data. The method of the study was determined as a case study, as the 8th grade students' explanation and representation of the concept of exponential were examined in depth with the help of a semi-structured interview form, with purposeful sampling. The research was applied to 6 8th grade students in a public secondary school located in Bahşılı district center of Kırıkkale province in the second half of the 2021-2022 academic year and the first half of the 2022-2023 academic year. In order to collect data in this process, an interview form consisting of open-ended questions, developed by scanning the literature and receiving opinions from experts, was applied. The interview took approximately 45 minutes. In the analysis of the data obtained, descriptive analysis was used in accordance with the research design. The codes determined by Koren in this research are; 'mathematical explanation, application-based explanation and rule-based explanation' were used. The results obtained from this study showed that eighth grade students mostly used rule-based explanations in exponential representations and outer representations in representation types. In the research, it is suggested that teachers should enrich the methods and techniques applied by the teachers and the contents of the textbooks so that students can create internal representations and make acceptable mathematical-based explanations.

**Keywords:** Exponential Expressions, Mathematical Explanation Type, Internal Representation, External Representation

## TEŞEKKÜR

Çalıőmamın yürütölmesi sırasında sorduğum her soruyu sabırla cevaplayan, her konuda yardım ve desteğini esirgemeyen, özellikle tezi yazıp bitirmemde beni motive eden, bilgi birikimiyle çalıőmama farklı açılardan bakmamı sağlayan, çalıőmaktan ve öğrencisi olmaktan gurur duyduğum değerli danıőmanım Sayın Dr. Öğr. Üyesi Melike TURAL SÖNMEZ'e sayđı ve teőekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans eğitimim boyunca bana katkı sağlayan, bilgi birikimlerinden yararlandığım Kırıkkale Üniversitesi Eğitim faköltesindeki kıymetli hocalarıma teşekkür ederim.

Etrafın sözüne bakmadan bütün fedakarlıkları yapıp zor Őartlarda beni okutan, bugünlere gelmemde destek olan canım annem Aysel URCAN'a ve arkamızda olduğunu her daim hissettiren koca çınarımız babam Cafer URCAN'a teşekkür ederim.

Yüksek lisans yapmam konusunda beni destekleyen, araőtırmalarıma bilgisiyle, tecrübesiyle katkı sağlayan meslektaőım, değerli eőim Arslan ATICI'ya, uslu bir çocuk olarak benim çalıőmalarımı engellemeyen 4 yaőındaki oğlum Batuhan ATICI'ya ve yüksek lisansa baőladıktan sonra sürpriz bir Şekilde hayatımıza dahil olan, derslere benimle birlikte katılıp sürece ortak olan ikizlerim Aytuğ ATICI ve Aybars ATICI'ya teşekkür ederim.

Ayşenur ATICI

KIRIKKALE-2023



# İÇİNDEKİLER

<b>ÖZET</b> .....	<b>iii</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>iv</b>
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	<b>v</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>vi</b>
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	<b>viii</b>
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> .....	<b>ix</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
<b>1.1. Araştırmanın Problemi</b> .....	<b>3</b>
1.2. Araştırmanın Amacı .....	3
1.3. Araştırmanın Önemi .....	4
1.4. Araştırmanın Varsayımları .....	4
1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları.....	5
<b>2. TEORİK ÇERÇEVE</b> .....	<b>6</b>
2.1. Matematikte Temsiller.....	6
2.2. Matematiksel Açıklama.....	7
2.3. İlgili Literatürün İncelenmesi .....	9
2.3.1. Üslü İfadelerle İlgili Araştırmalar.....	9
2.3.2. Temsil ve Açıklama Türleri ile ilgili Araştırmalar .....	11
<b>3. YÖNTEM</b> .....	<b>14</b>
3.1. Araştırmanın Modeli.....	14
3.2. Katılımcılar .....	14
3.3. Veri Toplama Araçları.....	15
3.4. Verilerin Toplanması Süreci.....	18
3.5. Verilerin Analizi .....	18
3.6. Araştırmanın Geçerliği Güvenirliği.....	21
<b>4. BULGULAR</b> .....	<b>22</b>
4.1. Öğrencilerin Taban ve Üs Kavramına İlişkin Görüşleri.....	22
4.2. Öğrencilerin Üslü İfadeler Konusundaki Bağlamsal Düşünceleri Üzerine Değerlendirmeler .....	27
4.3. Öğrencilerin Negatif Üs Kavramına İlişkin Görüşleri .....	34
4.4. Öğrencilerin Üslü İfadeleri Örüntüler ile Temsil Biçimleri .....	39

4.5. Öğrencilerin Sıfırcı Kuvvete İlişkin Açıklamaları ve Temsilleri .....	43
4.6. Öğrencilerin Üslü İfadelerde Çarpma ve Bölme İşlemlerini Açıklama Biçimleri .....	47
<b>5. SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER .....</b>	<b>52</b>
5.1. Sonuçlar ve Tartışma .....	52
5.2. Öneriler .....	58
<b>KAYNAKÇA .....</b>	<b>59</b>
<b>EKLER.....</b>	<b>63</b>
EK-1. Etik Kurul Onay Formu .....	63
EK-2. Üslü Sayılar Konusunda Kavram İmajını Ortaya Çıkarabilecek Görüş Alma Sorularının İlk Hali .....	64
Ek.3. Üslü Sayılar Konusunda Kavram İmajını Ortaya Çıkarabilecek Görüş Alma Sorularının Son Hali.....	67
Ek-4: Turnitin Raporu.....	68
<b>ÖZGEÇMİŞ.....</b>	<b>71</b>

# ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>ŞEKİL</u>	<u>Sayfa</u>
5.1. Kitaplarda bulunan üslü sayılar problemi örneği.....	53
5.2. Ders kitabında bir sayının negatif üssünün tanımlanması örneği.....	55



# ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>ÇİZELGE</u>	<u>Sayfa</u>
3.1. Örneklem Grubunun Betimi.....	15
3.2. Görüş alma formunda uzman görüşleri doğrultusunda yapılan değişiklikler.....	16
3.3. Yarı Yapılandırılmış Görüş Alma Formu Sorularının Kazanımlara Göre Dağılımı.....	17
3.4. Koren'in belirlediği açıklama türlerine ilişkin örnekler.....	19
3.5. İç temsil türlerine ilişkin örnek .....	20
4.1. Öğrencilerin Üslü İfadeleri Açıklama Türüne İlişkin Çizimleri ve Diyalogları.....	22
4.2. Öğrencilerin Taban ve Üs Kavramlarına Yönelik İfadeleri .....	26
4.3. Öğrencilerin Verdiği Cevaplara Göre Açıklama ve Temsil Türleri.....	26
4.4. Öğrencilerin Üslü İfadeler Konusundaki Bağlamsal Düşüncelerine İlişkin Çizimleri, Diyalogları ve Açıklama Türü .....	28
4.5. Öğrencilerin çok büyük ve çok küçük sayılar üzerine bağlamsal düşünceleri .....	33
4.6. Öğrencilerin Verdiği Cevaplara Göre Açıklama ve Temsil Türleri.....	34
4.7. Öğrencilerin Negatif Üs Kavramını Açıklamalarına İlişkin Çizimleri ve Diyalogları.....	35
4.8. Öğrencilerin Negatif Üs Kavramına İlişkin Sözel İfadeleri.....	38
4.9. Öğrencilerin Negatif Üssü Açıklama ve Temsil Türleri .....	39
4.10. Öğrencilerin Üslü Sayıları Sayı Örüntüleriyle Açıklamalarına İlişkin Çizimleri ve Diyalogları.....	40
4.11. Öğrencilerin Üslü İfadeleri Sayı Örüntüleriyle Temsilleri .....	42
4.12. Öğrencilerin Verdiği Cevaplara Göre Açıklama ve Temsil Türleri.....	43
4.13. Öğrencilerin 0. Kuvvet Kavramını Açıklama Türüne İlişkin Çizimleri ve Diyalogları.....	44
4.14. Öğrencilerin 0. Kuvveti Temsil Etme Türlerine İlişkin İfadeleri .....	46
4.16. Öğrencilerin Üslü İfadelerde Çarpma ve Bölme İşlemlerini Açıklama Türüne İlişkin Çizimleri ve Diyalogları .....	48

<b>4.17.</b> Öğrencilerin Üslü İfadelerde Çarpma ve Bölme İşlemlerini Temsil Türüne İlişkin İfadeleri .....	51
<b>4.18.</b> Öğrencilerin Verdiği Cevaplara Göre Açıklama ve Temsil Türleri.....	51



# 1. GİRİŞ

Eğitimde matematik derslerinin temel amaçlarından biri, matematikte geçen kavramları özümseyip, bu kavramlar arasında ilişkiler kurabilecek, kavramlarla kurduğu ilişkileri gündelik yaşamında ve farklı disiplinlerde kullanabilecek bireyler yetiştirmektir. Matematikte kavram bilgisinin oluşması için matematiksel kavramların anlamlandırılması ve bu kavramlar arasındaki ilişkilerin kurulması gerekmektedir. Matematiksel kavramlar arasındaki ilişkilerin zihinde yapılandırılabilmesi için, çocukların zihinsel gelişimi yeterli seviyeye ulaşmış olmalıdır. İşlem bilgisi, matematikte kullanılan sembollerin, kuralların ve bunların uygulanmasında başvurulan işlemlerin bilgisidir (Baykul, 2005). Kavramsal bilgi kavramıyı gerektirirken, işlemsel bilgi kavramın veya işleminin nedenini önemsemez. İşlemsel bilgide önemli olan kavramın ya da işlemin nasıl kullanılacağına bilinmesidir (Baki, 1997).Günümüzdeki sınav sistemine bakıldığında da sorular beceri temelli adı altında kavramsal bilgiyi ölçmektedir. Bu yüzden ki kavramsal bilgiyi edinirken oluşturulan kavram imajı önem taşımaktadır. Matematik derslerinde kavramsal bilgi ve işlemsel bilgi dengeli olmalıdır. Aksi takdirde öğrenme kavramsal boyuta geçememekte işlemsel boyutta kalmaktadır.

Matematik öğrenciler tarafından zorluk derecesi birbirinden farklı olan birden fazla konuyu içeren bir ders olarak algılanmaktadır. Günümüzde halen uygulanmakta olan 2018 yılı matematik dersi ortaokul öğretim programında bulunan konulardan biri de üslü ifadeler konusudur. Cengiz (2006) üslü sayılar konusunun öğrencilerin zorlandıkları konulardan biri olduğunu belirtmiştir. Üslü sayılar “ $a \in \mathbb{R}$  ve  $n \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere  $n$  tane  $a$  sayısının çarpımı” durumunu “ $a$ ’nın  $n$ . kuvveti” olarak tanımlanan üslü ifadeler “ $axaxax..= a^n$ ” şeklinde gösterilir. Burada belirtilen  $a^n$  ifadesinde  $a$  üslü ifadenin tabanını,  $n$  ise üssü temsil etmektedir. Öğrenciler matematik derslerinde ilk kez beşinci sınıfta üslü ifadeler kavramını öğrenmeye başlarlar (MEB, 2018). Beşinci sınıfın devamında her sınıf seviyesinde de üslü ifadeler konusunun öğretimi gerçekleştirilmektedir. Aşağıda 2018 öğretim yılı

ortaokul matematik dersi öğretim programında yer alan üslü gösterim ile ilişkili kazanımlara sınıf düzeylerine göre sırasıyla yer verilmiştir.

- “Bir doğal sayının karesini ve küpünü üslü ifade olarak gösterir ve değerini hesaplar (5.sınıf),
- Bir doğal sayının kendisiyle tekrarlı çarpımını üslü ifade olarak yazar ve değerini hesaplar (6.sınıf),
- Rasyonel sayıların kare ve küplerini hesaplar (7.sınıf),
- tam sayıların, tam sayı kuvvetlerini hesaplar ve üslü ifadelerle ilgili temel kuralları anlar, birbirine denk ifadeler oluşturur. (8.sınıf)
- Sayıların ondalık gösterimlerini 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümler. (8.sınıf)
- Verilen bir sayıyı 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak ifade eder. (8.sınıf)
- Çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade eder ve karşılaştırır (8.sınıf) “(MEB, 2018).

Üslü ifadeler konusu kademeli olarak ilerleyen bir konudur. Bu yüzden ki üslü ifadeler kavramının anlaşılması için oluşturulan kavram imajı da büyük önem taşımaktadır. Sastre ve Mullet (1998) üssü sayı kavramının öğretiminde farklı iki tür zorlukla karşılaşıldığını ifade etmektedir(Aktaran Satan, Aksakal, Ay,2021). Bunlardan birincisi, üslü ifadelerde sayıların gösterimi yeterince basit ve anlaşılır değildir, kuvvetler ve tabanlardan oluşan şifreli bir sistemdir ve bu sistemi çözmek üslü ifadeleri anlayabilmek için ön koşuldur. Zorluklardan ikincisi ise üslü ifadelerin tahmininin zor olmasıdır. Buradaki zorluk daha çok üsteki sayının büyümesiyle artar. Bu yüzden üslü ifadelerin anlaşılabilmesi için çeşitli yaklaşımlar geliştirmek gerekir.

Üslü ifadeler konusunda yapılan çalışmalar incelendiğinde; çalışmaların çoğunun ortaokul sekizinci sınıfta öğrenim görmekte olan öğrencilerle yapıldığı görülmektedir (Zihar,2018; Temel,2018; İymen,2012; Bayram,2013; Güzel ve Yılmaz,2020). Araştırmalar genel olarak tutum ve kaygı (Aslan,2018; Temel,2018), sayı duyusu (Bayram,2013; İymen,2012), matematiksel dil kullanımı (Güzel ve Yılmaz, 2020), matematiksel modelleme yöntemi (Zihar,2018) kullanılarak oluşturulmuştur. Öğrencilerin üslü sayılar konusunda oluşturduğu matematiksel açıklama türü ve temsil türü hakkında literatürde herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu yüzden

öğrencilerin üslü ifadeler konusunda oluşturdukları açıklama ve temsil türünü incelemek amacıyla ortaokulun son kademesi olan 8.sınıflarla araştırma yapılmış, açıklama ve temsil türleri ortaya çıkarılarak önerilerde bulunulmuştur.

### **1.1. Araştırmanın Problemi**

Belirtilen amaçlara araştırmada ulaşabilmek için genel problem cümlesini ‘Ortaokulda 8. sınıfta öğrencilerin üslü ifadeler konusundaki kavramları açıklama ve temsil türleri nelerdir?’ sorusu oluşturmaktadır. Bu problemin çözümü için cevap aranan alt araştırma soruları ise şu şekildedir:

- Sekizinci sınıf öğrencilerin taban ve üs kavramına ilişkin görüşleri nelerdir?
- Sekizinci sınıf öğrencilerin üslü sayılar konusundaki bağlamsal düşünceleri nelerdir?
- Sekizinci sınıf negatif üs kavramına ilişkin görüşler nelerdir?
- Sekizinci sınıf öğrencilerin üslü ifadeleri örüntülerle temsil etme biçimleri nelerdir?
- Sekizinci sınıf öğrencilerin sıfırcı kuvvete ilişkin açıklamaları ve temsil biçimleri nelerdir?
- Sekizinci sınıf öğrencilerin üslü sayılarda çarpma ve bölme işlemlerini açıklama biçimleri nelerdir?

### **1.2. Araştırmanın Amacı**

Bu çalışmanın amacı, ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifadeler konusundaki kavramları açıklama türlerini ve temsil türlerini belirlemektir. Bu amaç doğrultusunda, çalışma ile sekizinci sınıf öğrencilerinin taban ve üs kavramına ilişkin görüşleri, üslü sayılar konusundaki bağlamsal düşünceleri, negatif üs kavramına ilişkin görüşleri, üslü ifadeleri örüntülerle temsil etme biçimleri, sıfırcı kuvvete ilişkin açıklamaları, temsil biçimleri ve üslü sayılarda çarpma, bölme işlemlerini açıklama biçimlerinin ortaya çıkarılması hedeflenmiştir.



### 1.3. Araştırmanın Önemi

Üslü ifadeler konusu öğrenim hayatına beşinci sınıfta girer ve sekizinci sınıfa kadar üzerine yeni bilgiler eklenerek devam eder. Bu yüzden ki beşinci sınıftan itibaren oluşturulmaya başlanan temsil ve açıklama türleri öğrencinin sekizinci sınıfta konuyu öğrenmesini etkilemiş olur. Bununla birlikte 2018 yılı matematik dersi ortaöğretim programında bulunan “*ortaöğretim dokuzuncu sınıftaki üslü ifadeler ve denklemler, on birinci sınıftaki ikinci dereceden fonksiyon ve grafikleri, ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemleri, ikinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler ve eşitsizlik sistemleri, on ikiznci sınıftaki üstel fonksiyon, üstel denklemler ve eşitsizlikler*”(Meb, 2018) konuları için de öğrencilerin ilköğretimde üslü ifadelerle ilgili oluşturdukları açıklamalar, temsiller, kavram imajları önemli yer tutmaktadır. Üslü sayıların temsilleri ve imajlarının doğru ve sağlam bir şekilde oluşturulması, lise düzeyinde öğrencilerin kavramlar arasında doğru ilişkilerin kurabilmesi, bağlamsal düşünebilmeleri açısından önemli olabilir.

Alanyazın incelendiğinde sınıf düzeyleri farklı olan öğrencilerle üslü ifadeler konusunda çeşitli araştırmaların yapıldığı dikkat çekmektedir. Kavram imajıyla ilgili literatür incelendiğinde Tall ve Vinner (1981)’ın teorisi çerçevesinde öğretmen adayları ve öğrencilerin piramit, prizma, koni, küre, silindir (Avgören,2011); belirli integral (Delice ve Sevimli,2011); parabol(Shriki ve David,2001); denklem (Attorps); dörtgen(Ayaz,2016); cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler (Şahin ve Masal,2021); periyot (Öner ve Ertekin,2015) konularında kavram imajlarının belirlendiği görülmektedir. Ancak sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifadeler konusunda temsil ve açıklama biçimlerini ele alan hiçbir araştırmaya erişilmemiştir. Bu çalışmanın sonuçları alanda oluşan bu boşluğun doldurulmasında, literatüre katkı sağlayacaktır. Çalışmanın ders kitabı yazarlarının, öğretmenlerin, program hazırlayanların ve öğretmen adaylarının üssü sayılar içeriğindeki çalışmalarında araştırma bulgularından faydalanarak içerik hazırlamaları ve karar vermeleri açısından alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

### 1.4. Araştırmanın Varsayımları

Bu çalışmada elde edilen bulguların hatasız bir şekilde analiz edilmesi ve yorumlanması amacıyla;

- Veri toplarken görüşmede ortaokul 8. sınıf öğrencilerine sorulan soruların düzeyi hatasız yansıttığı,
- Kendilerine yöneltilen sorulara araştırma kapsamındaki öğrencilerin içten yanıtlar verdikleri, soruları kendilerinin matematiksel bilgi ve düşüncelerini kullanarak yanıtladıkları varsayılmıştır.

### **1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları**

- Araştırmanın çalışma grubu 2021-2022 eğitim öğretim yılı Kırıkkale ilinde sekizinci sınıfta okuyan 6 öğrenci ile sınırlıdır.
- Araştırmada elde edilen veriler yalnızca araştırmanın yapıldığı okulun sekizinci sınıf öğrencilerinden seçilen kişilerle sınırlıdır.
- Sayıların üslü gösterimi konusunda hazırlanan, yarı yapılandırılmış görüş alma formu kullanılarak elde edilen görüşme verileri ile açıklama ve temsil etme biçimlerini belirleme ile sınırlıdır.

## 2. TEORİK ÇERÇEVE

### 2.1. Matematikte Temsiller

Çoklu temsiller; “bir kavramın; grafiksel, sözel ve matematiksel temsiller vb. temsil türleriyle tekrar temsil edilmesini, yine bu kavramların öğrencilere bir defadan fazla sunulmasını” ifade etmektedir (Prain & Waldrup, 2006, s. 1844). Çoklu temsil teorisinde anlamının ayırıcı özellikleri aşağıda verilmiştir;

- a) Matematiksel düşünceyi belirlerken temsilleri farklılaştırma,
- b) Farklı temsillerle ifade edilmiş bilgiyi kendi yararı için kullanma,
- c) Bilgiyi temsiller arasında aktarma,
- d) Öğrencinin içsel temsiller yapılandırma,
- e) Uygun bir temsil olduğuna, problem çözümlerinde kullanılabilir olmasına göre karar verebilme,
- f) Kavramların türlü temsillerinin benzerliklerini ve farklılıklarını, buna dayalı güçlü ve güçlü olmayan yönlerini tanımlama” (Owens & Clements, 1997).

Matematiksel kavramları değişik biçimlerde kavramsallaştırabilme, ifade edebilme ve gözlemleyebilmek için çoklu temsilleri matematik öğretiminde verimli bir şekilde kullanmamız gerekir. Öğrencilerin kavramları daha ayrıntılı anlamaları için çoklu temsillerin etkin kullanılmasını sağlamak gereklidir (Hiebert & Carpenter, 1992; Piez & Voxman, 1997). Matematiğin kavramsal boyutta anlaşılmasını söyleyebilmek için çoklu temsiller arasında geçişin yapılamaması gerekir (Van der Meij & De Jong, 2006).

Literatürde matematiksel temsiller iç temsil ve dış temsil şeklinde iki başlıkta ele alınmaktadır. İç temsiller kişilerin çevresinde rastladığı, formüle dönüştürdüğü ve kendi tecrübelerinden elde ettikleri bilgiler ışığında yeniden yapılandıkları zihinsel imgelerden, şekil ve bilgilerden oluşmaktadır (Goldin ve Kaput, 1996). İç temsiller doğası gereği doğrudan gözlenemez ve bu yüzden imgeseldir. Hiebert ve Carpenter (1992) iç temsiller yardımıyla zihinde oluşan bilgi ağları ve matematiksel fikirler

arasında kurulan bağ sayısının bilginin kalıcı hale dönüşmesi ve içselleştirilmesi ile ilişkili olduğunu belirtmiştir. Diğer temsil türü olan dış temsiller matematiksel kavram ve fikirlerin anlaşılıp aktarılmasını sağlayan gözlemlenebilir araçlardır.(Goldin, 1998). Fiziksel şekillendirmeler olarak da bilinen dış temsillerin uygulama alanındaki karşılıkları kelime, grafik, resim, denklem veya sanal nesnelere şeklindedir (Goldin ve Kaput,1996).

Ülkemizde temsiller üzerine matematik eğitimi alanında çeşitli araştırmaların gerçekleştirildiği görülmektedir. Bunlar; ortaokul ve lise öğrencilerinin temsil kullanımları çalışması (Bulut, Aygün ve İpek, 2018); matematik öğretmen adayları ve sınıf öğretmen adaylarının temsil kullanımları çalışması (Çelik ve Sağlam-Arslan, 2012; Dündar ve Yılmaz, 2015; Yıldırım ve Albayrak 2016) matematik öğretmenlerinin temsil kullanımları çalışması, (İpek ve Okumuş, 2012) farklı disiplinlerde temsil kullanımları çalışması (Eroğlu ve Tanışlı, 2015; Tataroğlu-Taşdan ve Çelik, 2015; Yayla ve Özsevgeç, 2015) temsillerin ders kitaplarındaki yeri (İncikabı, 2017; İncikabı ve Biber, 2018) şeklindedir. Matematiksel temsiller konusunda yapılan çalışmalar öğrencilerinin hangi temsil türlerini kullandıklarını, matematik öğretiminde yer alan temsillerin öğrenci başarısına etkisinin ve kullanılan temsiller arasında geçiş becerilerinin incelenmesi için gerçekleştirilmiştir.

## **2.2. Matematiksel Açıklama**

Matematik eğitiminde kavramların oluşması ve ilişkilendirilebilmesi açısından matematiksel açıklamalar son derece önemlidir. Bu konu matematik eğitimi alanında çalışanlar kadar püre matematik alanından çalışanlarında üzerinde düşündüğü bir konudur. Matematiksel ispat ve matematiksel açıklama arasında tartışmalar oluşabilmektedir. Özellikle ilkököl ve ortaokul matematik konuları arasında öğrencilerin ispat yapabilmeleri zorlabilmektedir buna karşın; küçük yaşlardan itibaren çocuklar kavramlara ve işlemlere yönelik açıklamalar yapabilmektedirler. Hafner ve Mancosu (2005) matematiksel açıklamaların matematik literatüründe a) “derin sebepler”(b) “özün anlaşılması”(c) “daha iyi bir anlayış”(d) “tatmin edici bir sebep”(e) "nedeni"(f) “gerçek sebep”(g) "gerçeğin açıklaması"(h) “nedenleri” için ele alındığını belirtmişlerdir.

Matematiksel açıklamalar özellikle öğretmenlerin pedagojik alan bilgileri kapsamında ele alınabilmektedir. Bu kapsamda matematiksel açıklamalar “Öğrencinin anlamasını kolaylaştırmak için kullanılan etkili öğretimsel açıklamalar iyi bir matematiksel bilginin yanı sıra doğru ve kapsamlı matematiksel açıklamaların düzenlenmesini, uygun gösterimlerin kullanılmasını ve işlemlerin altında yatan anlamların açıklanmasını içermektedir.” (Baki;2013). Bakinin çalışmasında sınıf öğretmeni öğretmen adaylarının açıklamalarını uygun öğretimsel açıklama ve yetersiz öğretimsel açıklama şeklinde kategorize edilerek incelemişlerdir. Tural Sönmez ve Karacaköylü (2022) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde bölme işlemi öğretiminde genel kuralları veya çözüm tekniklerinin altında yatan anlamı nasıl açıkladıklarını inceledikleri çalışmasında Koren’in belirlediği (2004); matematiksel temelli açıklama, uygulama temelli açıklama ve kural temelli açıklama şeklindeki kategoriye göre incelemişlerdir. Kural temelli açıklamalar matematiksel tanım ve ifadelerden uzak bir şekilde ezber niteliğinde ele alınırken, matematiksel temelli açıklamalar matematiksel ifadeleri ve terimleri ve ilişkileri temele alarak açıklama yapmayı gerektirmektedir. Uygulama temelli açıklamalar ise gerçek hayat ile matematiksel kurallar ve kavramların ilişkilendirmeleri çerçevesinde açıklamaları içermektedir.

Charalambous ve diğerleri (2011) “öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamaları nasıl öğrendiklerini ve nasıl geliştirdiklerini belirlemek amacıyla yürüttükleri çalışmalarında; alan bilgisini geliştirme, kendi uygulamaları üzerinde yansıtıcı düşünme, uygulamaları sırasında yaratıcı farklı temsiller kullanma ve kendilerine güvenerek özgürce açıklama yapma gibi bileşenlerin öğretmen adaylarının öğretimsel açıklama yapmayı öğrenmelerine doğrudan katkı sağladığını ortaya koymuşlardır.” (Akt: Baki, 2013,s.4)

Literatür incelendiğinde öğretmenlerin ve öğretmen adayların konu anlatımlarında matematiksel açıklamalarını konu alan birçok araştırmaya rastlanmasına karşın, öğrencilerin kavramları açıklamalarına yönelik daha az araştırmaya rastlanmaktadır. Öğrencilerin matematiksel açıklamalarını ele alan çalışmalar “kavram imajı”, “kavram yanlışlığı” anahtar kelimeleri ile literatürde yerini almaktadır.

## 2.3. İlgili Literatürün İncelenmesi

### 2.3.1. Üslü İfadelerle İlgili Araştırmalar

Üssü ifadeler üzerinde yurt içinde ve yurt dışında yapılan bir çok araştırma bulunmaktadır. Bunlardan bazıları bu bölümde kısaca özetlenmiştir. Zihar (2018), matematiksel modelleme ile öğretimin üslü ifadeler konusunun akılda kalıcılık düzeyine etkisini incelemek amacıyla yaptığı eylem araştırmasında sekizinci sınıf öğrencileri ile çalışmıştır. Kayseri’de bulunan bir devlet okulunda 25 öğrencini ile yapılan bu çalışma karma yöntem ile uygulanmıştır. Araştırmada nitel veri olarak araştırmacı günlüğü ve öğrenci görüşme formunu, nicel veri olarak ise üslü ifadeler bilgi testi; ön test, son test ve kalıcılık testini kullanılmıştır. Nicel verilerden sağlanan araştırma sonuçlarına göre matematiksel modelleme etkinlikleri sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifadeler konusunun öğretiminde olumlu yönde değişim sağlamıştır. Nitel veri toplama araçları ve nitel analiz yöntemlerine göre araştırma sonuçları matematiksel modelleme problemleri ile öğrencilerin matematik dersine karşı olan ilgileri pozitif yönde gelişme göstermektedir. Araştırmada öğretmen ve öğrencilerin matematiksel model kullanmaları için teşvik edilmesi, öğretim programına matematiksel modellemenin kullanıldığı etkinliklerin konulması, öğretim programlarında konulara yer verilen zaman dilimine ek olarak modellemeye yer verilmesi önerilerinde bulunulmuştur.

Temel (2018), 8. sınıf düzeyinde bulunan ortaokul öğrencilerinin matematik dersine ilişkin kaygı ve tutumlarını belirlemek ve bu faktörlerin üslü sayılara ilişkin akademik başarıları üzerinde nasıl bir etkiye sahip olduklarını incelemek amacıyla yaptığı çalışmada Konya ilinde bulunan beş devlet okulunda sekizinci sınıfta öğrenim gören 176 öğrenciden veri toplamıştır. Nicel verilerden elde edilen bulgulara göre öğrencilerin başarı güdeleri ile matematik dersine ilişkin tutumları arasında pozitif yönde zayıf bir ilişki olduğunu göstermektedir. Bu sonuca göre, öğretmenlerin öğrencilerin motivasyonlarını artırarak aktif katılımını sağlayacak eğlenceli etkinliklere yer verilmesi gerektiği, konuya uygun öğretim stratejisi seçmesi ve materyal kullanımıyla öğrencinin derse ilgisini çekmesi gerektiği önerileri sunulmuştur.

İymen (2012), sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü sayılarla ilgili sorularda sayı duyularının, sayı duyusu bileşenleri bakımından incelenmesi amacıyla, Denizli il

merkezinde 20 öğrenciyle yaptığı araştırmada kendisinin geliştirdiği 11 görüşme sorusu ile veri toplamıştır. Araştırma sonuçlarında göre sekizinci sınıf öğrencileri üslü sayılara yönelik sorularda başarılı bir şekilde sayı duyularını kullanmadıkları tespit edilmiştir. Araştırmada öğretmenlere yönelik sayı duyusu konusunda hizmet içi eğitim seminerleri düzenlenmesi, öğretmenlerin öğrencilere derslerde akran etkileşimleri ve tartışmalar ile matematiksel bilgileri yorumlama ve oluşturma şansı sunulmasına yönelik etkinlikler tasarlaması önerilmiştir.

Aslan(2018), üslü sayılar konusunda etkinlik temelli öğretimi etkililiğinin, öğrencilerin matematik tutumlarına, matematik kaygı-endişesine akademik başarıya etkisini belirlemek amacıyla, dokuzuncu sınıfta okumakta olan 99 öğrenci ile bir araştırma yapmıştır. Araştırmacının yaptığı bu çalışma öntest-sontest desenli nicel bir araştırma olup, 2 sınıf deney, 1 sınıf kontrol grubu olarak rastgele seçilmiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak matematik tutum ölçeği ve matematik kaygı endişe ölçeği ve üslü sayı etkinliklerine verilen cevaplar kullanılmıştır. T test sonucunda elde edilen bulgulara göre öğrenciler üslü sayılar konusundaki etkinlik temelli öğretimden sonra matematik akademik başarılarının artmış, matematiğe olan kaygı endişesinin azalmış fakat matematiğe karşı tutum değişmemiştir. Öneri olarak; hazırlanan, tasarlanan ya da uygulanacak olan etkinliklerin görsellerle desteklenmesi gerektiği, etkinliklerin öğrencilerin ilgisini çekmesi, günlük kullanımları ve günlük bilgileri içermesi gerektiği belirtilmiştir.

Bayram (2013), sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifadelerle ilişkin sayı duyuları ve başarıları arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmaya yönelik yaptığı çalışmasında sekizinci sınıf öğrencileri ile çalışmıştır. Bir devlet okulunda 48 öğrenciyle yapılan araştırmada, araştırmacı tarafından geliştirilen “üslü ifadelerle yönelik başarı testi” ve “üslü ifadelerle yönelik sayı duyusu ölçeği” (İymen,2012) kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda, ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifade kullanılması gereken bağlamlarda sayı duyularını kullanma başarılarının düşük olduğu, üslü ifadelerle ilişkin başarılarının ise orta seviyede olduğu sonucu ortaya çıkmıştır. Çalışmada ayrıca, öğrencilerin üslü ifadelerle ilgili aynı sorularda aldıkları başarı puanlarının, sayı duyusu puanlarına göre daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Ayrıca çalışmada sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifadelerle ilişkin başarıları ve sayı duyuları arasında yüksek bir ilişkinin olduğu ortaya çıkmıştır. Araştırma sonuçlardan yola çıkılarak; sayı duyusu odaklı bir öğretim için, ders işleme süreçlerinin

yöntemsel amaçlı olmaktan ziyade kavramsal olması gerektiği ve öğrencilerin var olan bilgilerini yeni öğrendikleriyle ilişkilendirebilmesi gerektiği, okulda yapılan matematik sınavlarında öğrencilerin doğru yanıtlarının ötesinde onların düşünme biçimlerini açığa çıkartan sınavlar uygulanması gerektiği ve ders sürecinde öğrencilere tahmin yapma ve işlemlerin yaklaşık değerlerini bulma ile ilgili farklı etkinlikler yaptırılması, öğrencilerin bu yeteneklerinin geliştirilmesi gerektiği sunulan önerilerden olmuştur.

Güzel ve Yılmaz (2020), üslü ifadeler konusundaki matematiksel dili anlayabilme ve kullanabilme düzeyleri ile matematiksel dil kullanımına ilişkin görüşlerini belirlemek ve bunları bazı değişkenler açısından incelemek amacıyla sekizinci sınıf öğrencileri ile çalışmıştır İki devlet okulundan uygun örnekleme yöntemiyle belirlenmiş toplam 100 öğrenci ile yapılan bu çalışmada betimsel Tarama Modeli tercih edilmiştir. Araştırmanın veri toplama araçları araştırmacı tarafından geliştirilen başarı testi “Matematiksel Dil Ölçeği” (Akarsu, 2013) kullanılmıştır. Araştırmanın bulgularına göre öğrencilerin üslü ifadeler konusunda matematiksel dili anlayabilme ve kullanabilme düzeylerinin orta seviyededir. Kız ve erkek öğrencilerin başarıları açısından cinsiyete göre anlamlı farklılık göstermemektedir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel dil kullanım düzeyi ile matematik başarıları arasında orta düzeyde, pozitif bir ilişki bulunmaktadır. Buna göre; öğretmenlerin ve öğrencilerin matematiksel dili doğru bir şekilde kullanabileceği nitelikte ders planlamaları ve bu planları uygulamaları gerektiği önerilerinde bulunulmuştur.

Literatür genel olarak değerlendirildiğinde Üslü ifadelerle ilgili yapılan çalışmalara yönlük; çalışmaların çoğunun ortaokul sekizinci sınıfta öğrenim görmekte olan öğrencilerle yapıldığı görülmektedir (Bayram,2013; Güzel ve Yılmaz,2020; İymen,2012; Temel,2018; Zihar,2018). Araştırmalar genel olarak tutum ve kaygı (Aslan,2018; Temel,2018), sayı duygusu (Bayram,2013; İymen,2012), matematiksel dil kullanımı (Güzel ve Yılmaz, 2020) matematiksel modelleme yöntemi (Zihar,2018) kullanımını araştırmak için tasarlanmıştır.

### **2.3.2. Temsil ve Açıklama Türleri ile ilgili Araştırmalar**

Araştırma kapsamında literatür taraması matematik eğitiminde temsil ve açıklama konularında da yapılmıştır. Bu kapsamda Polat (2015) yaptığı çalışmada yedinci sınıf matematik ders kitapları ve çalışma kitaplarındaki açıklama ve gerekçelendirme



gerektiren görevleri öğrenme alanlarına göre incelemiştir. Bu amaç doğrultusunda Milli Eğitim Bakanlığının 7. sınıf matematik derslerinde faydalanılması için belirlediği iki kitap incelemeye alınmıştır. Görevler öğrenme alanına göre ve buldukları bölüme göre çözümlü, çözümsüz ve etkinliklerde yer alan görevler şeklinde sınıflandırılmıştır. Çalışmadan elde edilen sonuçlar; açıklama ve gerekçelendirme gerektiren görevlerin matematik kitaplarında bulunma durumlarının oldukça kısıtlı olduğunu göstermiştir. Polat (2015) anlamlı öğrenmenin sağlanabilmesi için bu tür görevlerin kullanımının ağırlık verilmesi gerektiğini belirtmektedir. Bu amaca ulaşabilmek adına matematik öğretim kitaplarının düzenlenmesinin önemine vurgu yapmaktadır.

Çoklu temsiller ve matematik öğretimi üzerine yapılmış başka bir çalışmada (İncikabı, 2017) ortaokul matematik ders kitapları çoklu temsiller arasındaki geçişlerin sınıf içi ve sınıf dışındaki etkinlikler bağlamında analizi yapılmıştır. Doküman analizi ile yapılan analizler ardından bulgular ders kitaplarında daha çok cebirsel temsillerin kullanıldığını; model ve sözel temsillere de sıklıkla yer verildiğini göstermiştir. Elde edilen bulgularda dikkat çeken nokta tablo, grafik ve gerçek yaşam temsillerinin ders kitaplarında fazla yer almaması olmuştur. Sınıf içi etkinliklerde ve sınıf dışı etkinliklerde cebirsel, sözel ve model temsiller arasındaki geçişlere daha sık rastlanılmıştır.

İpek ve Okumuş (2012) çalışmalarında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde ne tür temsil kullandıklarını ve bu temsillerle ilgili yaşadıkları sorunları araştırmışlardır. 48 öğretmen adayı ile yürütülen çalışmada problem çözmeye kullanılan çoklu temsilleri kullanma testi ve klinik mülakat yöntemi kullanılmıştır. Elde edilen veriler, öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde daha sık konuşma dili temsilini kullandıklarını göstermiştir. Öğretmen adaylarının problem çözme aşamasında probleme uygun temsil oluşturamama ve temsiller arası geçiş yapamama sorunları ile karşılaştıkları görülmüştür.

Tapan-Broutin (2010) çizimler ve matematiksel nesnelere arasındaki ilişkileri tespit etmek için tasarladığı çalışmada sınıf öğretmeni adayları ile çalışmıştır. Çalışmasını çember, teğet çizimi konularını kağıt-kalem ve dinamik geometri ortamlarında yaptırarak tasarlamıştır. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre öğretmen adayları kağıt-kalem ile yapılan çizimlerde *görsel eleman kullanarak* çizim yaparken, dinamik geometri ortamlarında *geometrik özellik arayışına* girdiklerini

ortaya çıkarmaktadır. Araştırmada kağıt-kalem ortamında yapılan çizimlerin yetersiz kaldığı, bunula birlikte dinamik geometri kullanımını ile göndergeye yakınlaşma olanağı sağladığı grlmştr.

Yapılan literatür taramasında öğrencilerin üslü ifadeleri temsil ve açıklama biçimleriyle ilgili herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır.



### **3. YÖNTEM**

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama aracı, verilerin toplanması ve veri analizine yer verilmiştir.

#### **3.1. Araştırmanın Modeli**

Bu araştırmada, verilerin toplanması, analizi ve yorumlanmasında nitel araştırma yaklaşımları arasında yer alan durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Durum çalışması yöntemi kişi, program veya bir grubu çeşitli yöntemlerle derinlemesine bir şekilde incelemeyi amaçlamaktadır (Merriam, 1998). Bu araştırmada sınırlı örneklem ile 8. sınıf öğrencilerinin üslû ifade kavramına ilişkin kavram imajları yarı yapılandırılmış görüşme formu yardımıyla derinlemesine incelendiği için çalışmanın yöntemi durum çalışması olarak belirlenmiştir.

#### **3.2. Katılımcılar**

Araştırmada, kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi ile araştırmacı tarafından kendilerine kolaylıkla ulaşılabilen sekizinci sınıf öğrencileri çalışma grubuna dahil edilmiştir. Görüş alma formu yeteri kadar çoğaltılarak araştırmacı tarafından 2021-2022 Eğitim Öğretim yılının ikinci yarısı ve 2022-2023 Eğitim Öğretim yılının ilk yarısı Kırıkkale ili Bahşılı ilçe merkezinde bulunan bir devlet ortaokulundaki sekizinci sınıfta öğrenim gören altı öğrenciye uygulanmıştır. Üslû ifadeler konusu beşinci sınıftan itibaren kazanımlarda olduğundan hazırbulunuşluk düzeyi ve akademik başarısı yüksek olan öğrenciler çalışma grubuna seçilmiştir. Ayrıca çalışma grubunda bulunan öğrencilerin dersine giren öğretmenin, öğretim yaklaşımının değişmemesi açısından aynı olmasına dikkat edilmiştir. Çalışmadaki öğrencilerin başarı durumları hakkındaki bilgi aşağıda çizelge 2.1’de verilmiştir. Öğrenci isimleri kız ise “K”, erkek ise “E” şeklinde kodlanmıştır.

**Çizelge 3.1. Örneklem Grubunun Betimi**

<b>Öğrenci İsimleri</b>	<b>Cinsiyet</b>	<b>1. Dönem 1. Matematik Yazılı Notu</b>
<b>K1</b>	Kız	90
<b>E2</b>	Erkek	100
<b>K2</b>	Kız	100
<b>K3</b>	Kız	90
<b>K4</b>	Kız	85
<b>E2</b>	Erkek	80

### **3.3. Veri Toplama Araçları**

Araştırmada veri toplama için yarı yapılandırılmış görüş alma formu görüşme yöntemiyle uygulanmıştır. Yarı yapılandırılmış görüş alma formunun tasarlanması 3 aşamadan oluşmuştur. Bunlar; alan yazın taraması, uzman görüşü alma ve ön uygulama aşamalarıdır.

- 1- Ortaokul 8.sınıf matematik dersi öğretim programı dikkate alınarak üslü ifadeler ile ilgili kazanımlar belirlenmiştir. Üslü ifadeler konusunda yurt içi ve yurt dışı çalışmalar incelenmiş ve üslü ifadeler konusunda temel kavramlar belirlenmiştir. 1. ve 2 sorular öğrencilerin taban ve üs kavramına ilişkin görüşlerini; 3,4,7.sorular öğrencilerin üslü sayılar konusunda bağlamsal düşünceleri üzerine görüşlerini; beşinci soru negatif üs kavramına ilişkin görüşlerini ortaya çıkarmaya yönelik; 6. Soru öğrencilerin üslü sayıları temsil biçimlerini; 9,10. Sorular üslü sayılarda çarpma bölme işlemlerini açıklama biçimlerini ortaya çıkarmaya yönelik sorulmuştur. Bu kavramlar ışığında taslak sorular hazırlanmıştır. Formdaki taslak sorular EK 2’de yer almaktadır.
- 2- Ek 2 de belirlenen görüş alma formu öncelikle görev yapmakta olan 8 matematik öğretmeni ve üslü sayılarla ilgili araştırma yapmış olan 5 öğretim üyesi tarafından gözden geçirilmiş, gelen görüşler neticesinde öğrencilerin kavram imajlarını ortaya çıkarmayacağı düşünülen sorular veri toplama aracında değiştirilmiş ya da çıkartılmıştır. Bu süreçteki uzmanların isimleri öğretmen olanlar “Ö”, akademisyen olanlar “A” şeklinde kodlanmıştır. Yine bu süreçte akademisyen ya da öğretmen tarafından uygun bulunmayan sorular, alınan

uzman görüşleri doğrultusunda yapılan değişiklikler aşağıdaki çizelge 2.2’de madde madde sunulmuştur.

**Çizelge 3.2.** Görüş alma formunda uzman görüşleri doğrultusunda yapılan değişiklikler

Uzman	Soru	Uzman Görüşü	Yapılan Değişiklik
A1	1.soru	“Bir doğal sayının üssü kavramı size ne ifade etmektedir?”	<b>Öncesi:</b> Doğal sayı üssü sizce ne ifade eder? Örnek vererek açıklayabilirsiniz.
A2	1.soru	“Bir doğal sayının üssü” ifadesi daha anlaşılır olabilir.	<b>Sonrası:</b> Bir doğal sayının üssü ne ifade eder? Örnek vererek açıklayınız.
A3	1.soru	“Bir doğal sayının üssü size ne ifade etmektedir? Örnek vererek açıklayınız.”	
A2	2.soru	8. sınıf için zor soru “neden taban ve üsse ihtiyacımız var” sorusu.	<b>Öncesi:</b> Taban ve üs kavramı nedir? Neden taban ve üsse ihtiyaç duyarız. Örnek vererek açıklayınız.
A3	2.soru	Öğrencilere doğrudan nedir, tanımla diye sormak veri sağlamaya bilir. Tanım yapmak öğrencilere her zaman zor gelir. Farklı şekilde sorulabilir.	<b>Sonrası:</b> Taban ve üs kavramı nedir? Örnek vererek açıklayınız.
A1	3.soru	Burada öğrencinin üs kavramını nasıl kullanacağına bakılmak isteniyor sanırım? Kavram imajını incelerken, problem kurma yaptırılması doğru mudur* bunu bir araştırın bence.	<b>Öncesi:</b> Bir sayının karesini hesaplamayı gerektiren bir problem oluşturunuz ve çözümünü yapınız. <b>Sonrası:</b> Bir sayının karesini hesaplamayı gerektiren bir problem oluşturunuz ve çözümünü yapınız.
Ö1	Yeni eklenen soru	Üsler arasındaki örüntüye dikkat çekmek adına $5^0$ gibi bir üslü ifadenin(üssü 0 olan herhangi bir taban olabilir) öğrencideki imajı sorgulanabilir.	8. Soru “Bir sayının 0. kuvveti kaçtır? Sebebiyle birlikte açıklayınız.” olarak güncellenmiştir.
A1	6.soru	Sayı örüntüsü derken 2-4-9-16-25-.. gibi kuvvet alma mı?	<b>Öncesi:</b> Üslü sayıları kullanmayı gerekli kılan bir sayı örüntüsü oluşturunuz.
A2	6.soru	Üslü sayılardan oluşan bir sayı örüntüsü oluşturunuz? Çok farklı cevaplar gelebilir (çarpımsal, toplamsal...). Sınırlayabiliriz.	<b>Sonrası:</b> Üslü sayılardan oluşan sayı örüntüsü oluşturunuz.

3- Araştırmacılar tarafından geliştirilen ve uzman görüşlerinin ardından revize edilen açık uçlu sorulardan oluşan bir görüş alma formunun ön uygulaması yapılmıştır. Bu süreçte yarı yapılandırılmış görüş alma formu görüşme şeklinde uygulanmıştır. Yapılan bu uygulamanın ardından veri toplama aracında şu değişiklikler yapılması kararlaştırılmıştır.

- a) Doğal sayı üssünü model ya da şekille açıklayabilir misin?
- b) Taban ve üs arasında nasıl bir ilişki vardır, işlemle ya da şekille ifade edebilir misin?
- c) Bir sayının karesini hesaplamayı gerektiren problemi oluşturduktan sonra şekille çözebilir misin?
- d) Negatif üs değerini bulduktan sonra bulunan değeri işlemsel olarak ve şekil çizerek açıklayabilir misin?
- e) Çok büyük ve çok küçük sayılarla hangi meslekler uğraşır? Çok büyük ve çok küçük sayılar ne işimize yarar, bilimsel formatta nasıl gösterilir?
- f) Sıfırıncı kuvvet kaçtır? Bu bir kabul müdür?
- g) Üslü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerindeki kurallar nasıl oluşur?

Veri toplama aracının uzman görüşünün ve ön uygulamasının yapılmasının ardından kapsam ve görünüş geçerliği sağlanmıştır. Veri toplama aracının son hali ek 3 de yer almaktadır. Bu araştırma kapsamında üslü ifadeler konusuna yönelik hazırlanan soruların kazanımlara göre dağılımı Çizelge 3.3'te gösterilmiştir.

**Çizelge 3.3.** Yarı Yapılandırılmış Görüş Alma Formu Sorularının Kazanımlara Göre Dağılımı

<b>Kazanımlar (Meb, 2018)</b>	<b>Soru No</b>
Bir doğal sayının kendisiyle tekrarlı çarpımını üslü ifade olarak yazar ve değerini hesaplar	S1, S2, S4, S6
Bir doğal sayının karesini ve küpünü üslü ifade olarak gösterir ve değerini hesaplar	S3
Tam sayıların, tam sayı kuvvetlerini hesaplar ve üslü ifadelerle ilgili temel kuralları anlar, birbirine denk ifadeler oluşturur	S5, S8
Çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade eder ve karşılaştırır.	S7
Üslü ifadelerle ilgili temel kuralları anlar, birbirine denk ifadeler oluşturur.	S9, S10

### **3.4. Verilerin Toplanması Süreci**

Veriler 2021-2022 Eğitim-Öğretim yılı ikinci yarısında ve 2022-2023 Eğitim Öğretim yılı ilk yarısında 8. Sınıfta öğrenim görmekte olan öğrencilerden, üslû ifadelerle ilgili kazanımlar derste işlendikten sonra toplanmıştır.

Görüşme şeklinde yapılan veri toplama sürecinde öğrencilerin çalışmalarına odaklanan video kaydı alınmıştır. Ayrıca öğrencinin çizimlerle ifade etmesi sağlanmış ve gözlemci notları alınmıştır. Yine bu süreçte sessiz, dikkati dağıtan unsurların minimum düzeyde olduğu, öğrencinin kendini rahatlıkla ifade edebileceği bir ortam seçilmiştir. Görüşmeler yaklaşık 45 dakika sürmüştür.

### **3.5. Verilerin Analizi**

Veri analiz süreci toplanan verilerin araştırma sorularına çözüm önerileri geliştirip yorumlayacak şekilde düzenlenmesidir (Karasar, 2012, s.197). Nitel araştırmalar farklı birtakım özellikler taşımaktadır ve nitel araştırmalarda veri analizi çeşitlilik ve esneklik anlamlarına gelmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Görüşme esnasında alınan ses kaydı transkrip edilerek belirlenen kodlara göre veriler sınıflandırılmıştır. Ayrıca öğrenci ses kaydı, öğrenci çizimleri ve araştırmacı gözlem notu da analiz edilmiştir.

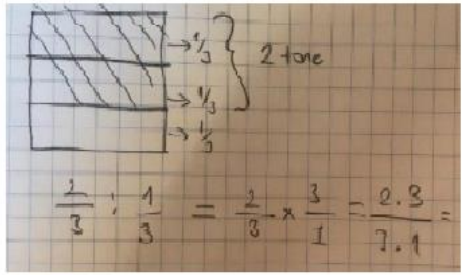
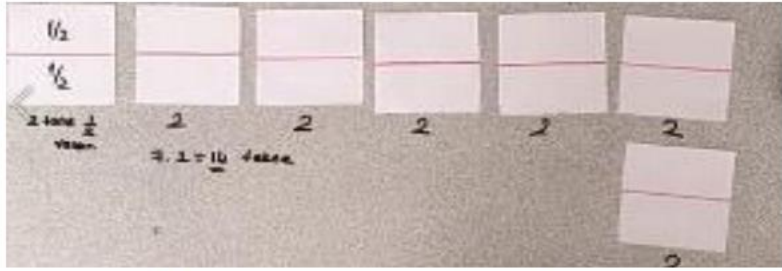
Elde edilen verilerin analizinde araştırma desenine uygun olarak betimsel analiz kullanılmıştır. Temel hedefin, bulguları okuyucu kitlesine özetlenmiş ve yorumlanmış bir şekilde sunulması olan betimsel analiz, türlü veri toplama teknikleri kullanılarak elde edilmiş, özet ve yorumlanmasının daha önceden oluşturulmuş temalara göre yapılmasıdır (Yıldırım & Şimşek, 2011).

Veri toplama aracından gelen veriler şu şekilde kodlanmış ve kategorize edilmiştir. Araştırmadan gelen veriler Koren'in (2004) belirlediği açıklama türlerine ilişkin kodlara göre kodlanmıştır. Öğrencilerin matematik öğretiminde oluşturulan genel kuralları veya çözüm tekniklerinin altında yatan anlamı nasıl açıkladıkları (Açıklama) kodu başlığı altındaki alt kodlar Koren'in belirlediği (2004); matematiksel temelli açıklama, uygulama temelli açıklama ve kural temelli açıklama şeklindeki alt kodlara göre belirlenmiştir. Bu kodlardan kural temelli açıklama kodunu matematiksel düşüncelerden uzak açıklamalar oluştururken matematiksel

temelli açıklama kodunu sadece matematiksel işlem ve kavramlar oluşturur (Aktaran Tural Sönmez, Karacaköylü, 2022).

Koren'in açıklama türlerine yönelik oluşturduğu kategoriye ilişkin kesirlerde bölme işlemi konusunda örneklendirme çizelge 3.4'te yer almaktadır.

**Çizelge 3.4.** Koren'in belirlediği açıklama türlerine ilişkin örnekler (Tural Sönmez, Karacaköylü, 2022)

Açıklama türleri	Örnek ifade
KURAL TEMELLİ AÇIKLAMA	
UYGULAMA TEMELLİ AÇIKLAMA	<p>Şekil 5. Saadet'in kesirlerde bölme işlemine ilişkin modeli</p> <p>Şekil Saadet'in kural temelli açıklamalar yaptığını göstermektedir.</p> 
MATEMATİKSEL TEMELLİ AÇIKLAMA	<p>Şekil 1b. Necla'nın kesirlerde bölmeye ilişkin oluşturduğu materyaller ve problem</p> <p>Şekil 1b'de görüldüğü gibi Necla kesirlerde bölme işlemi gerçek yaşam durumları ve resim ile temsil ile yarım ekmek ve eşit kağıt parçaları örneklerini kullanarak uygulama temelli açıklamalar kullanmıştır.</p> <p>Şeyma '6 tane <math>\frac{2}{3}</math>'ü toplamak 6 çarpı <math>\frac{2}{3}</math>'ile aynı şeydir.' şeklinde çarpma işlemi, '2 tamin içerisinde kaç adet <math>\frac{1}{4}</math>'lük kısım vardır?' diyerek bölme işlemi matematiksel temelli açıklamıştır.</p>

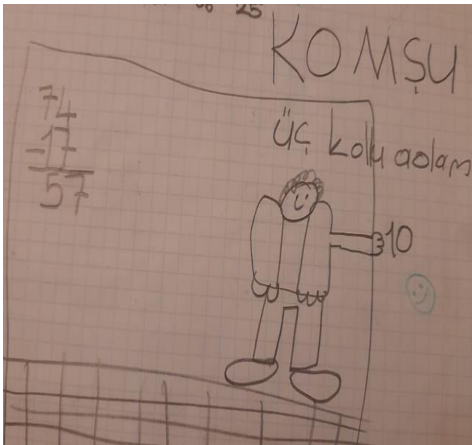
Öğrencilerin veri toplama sürecinde kullandığı matematiksel temsiller Dufour – Janvier, Bednarz ve Belanger (1987) in kategorize ettiği *iç temsil* ve *dış temsil* kavramsal çerçevesine uygun olarak kodlanmıştır.



**İç-Dış temsiller:** İç temsiller kişilerin çevresinde rastladığı, formüle dönüştürdüğü ve kendi tecrübelerinden elde ettikleri bilgiler ışığında yeniden yapılandırdıkları zihinsel imgelerden, şekil ve bilgilerden oluşur (Goldin ve Kaput, 1996). İç temsiller doğası gereği doğrudan gözlenemez ve bu yüzden imgeseldir. Hiebert ve Carpenter (1992) iç temsiller yardımıyla zihinde oluşan bilgi ağları ve matematiksel fikirler arasında kurulan bağ sayısının bilginin kalıcı hale dönüşmesi ve içselleştirilmesi ile ilişkili olduğunu belirtmiştir. Literatürde öğrencilerin oluşturduğu dış temsiller ile ilgili bir çok örneğe rastlanmasına rağmen, iç temsil ile ilişkili örnek oldukça azdır. Bu nedenle Çizelge 3.5 de öğrencinin oluşturduğu görsel ve açıklama ile birlikte iç temsil örneği yer almaktadır.

Matematiksel kavram ve fikirlerin anlaşılıp aktarılmasını sağlayan gözlemlenebilir araçlar da dış temsillerdir (Goldin, 1998). Fiziksel şekillendirmeler olarak da bilinen dış temsillerin uygulama alanındaki karşılıkları kelime, grafik, resim, denklem veya sanal nesnelere şeklidir (Goldin ve Kaput, 1996).

**Çizelge 3.5.** İç temsil türlerine ilişkin örnek

Temsil türü	Öğrencinin oluşturduğu görsel	Örnekler
İç temsil		<p>Yanda 2. Sınıf öğrencisinin çıkarma işlemini öğrenirken çizdiği resim örneği bulunmaktadır. Resim incelendiğinde öğrencinin işlemi <i>üç kollu adam</i> ile temsil ettiği görülmektedir. Öğrenci ve annesi arasında geçen diyalog ise şu şekildedir;</p> <p><b>Anne:</b> Adam orada ne yapıyor?</p> <p><b>Çocuk:</b> Komşusuna onluk veriyor.</p> <p><b>Anne:</b> Peki adamın onluk veren eli neden o tarafta?</p> <p><b>Çocuk:</b> Çünkü onluklar o taraftaki sayıya verilir.</p> <p>Diyalog incelendiğinde öğrencinin çıkarma işlemini kendi anladığı gibi özgün bir şekilde resmettiği yani konuyu içselleştirmeye çalıştığı görülmektedir.</p>

Koren'in açıklama türleri ve Dufour –Janvier vd.nin temsil türlerine ilişkin yapılan kategoriler tüm sorular için birlikte incelenmiştir. Bulgular oluşturulurken 1ve 2. soru *öğrencilerin taban ve üs kavramına ilişkin görüşleri* başlığı altında, 3-4-7. sorular *öğrencilerin üslü sayılar konusundaki bağlamsal düşünceleri üzerine görüşler* başlığı altında, 5. Soru *öğrencilerin negatif üs kavramına ilişkin görüşleri* başlığı altında, 6. Soru *öğrencilerin üslü ifadeleri temsil biçimleri* başlığı altında,8. Soru *0. Kuvvet kavramına ilişkin görüşler* başlığı altında, 9 ve 10. Soru *öğrencilerin üslü sayılarda çarpma ve bölme işlemlerini açıklama biçimleri* başlığı altında oluşturulmuştur.

### **3.6. Araştırmanın Geçerliği Güvenirliği**

Araştırmanın güvenilirlik ve geçerliğini sağlamak için veri üçlemesi (üçgenleme) yapılmıştır. Yapılan veri üçlemesi; öğrenci ses kaydı, öğrenci çizimi ve araştırmacı gözlem notu şeklindedir.

Veri üçlemesi bir çalışmada yalnızca bir yöntem kullanmak yerine birbirine bağlı, tümleşik yöntemlerin bir arada kullanılmasını, böylelikle yöntemde çeşitliliği sağlamayı hedef haline getirmiş bir uygulamadır. Bu yöntem öncelikli olarak verilerin toplanmasında kullanılır. Aynı araştırmada nitel ve nicel yöntemlerden uygun olanların bir arada kullanılmasıdır (Patton, 1990; akt. Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2011).Bu araştırmada kodlama iki araştırmacı tarafından yapılmış; kodlayıcılar arası fikir birliğine varılmıştır.

## 4. BULGULAR

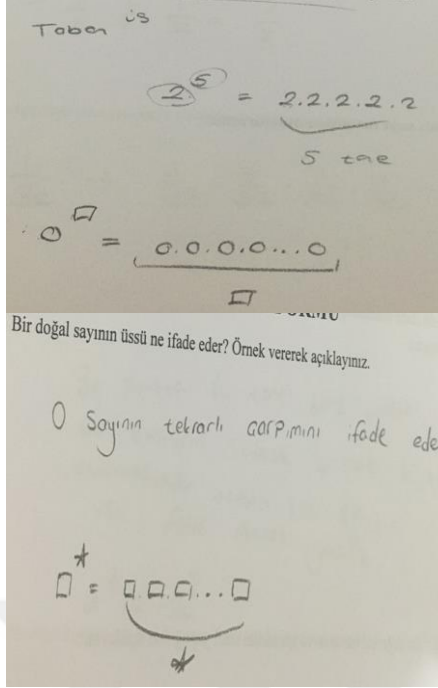
### 4.1. Öğrencilerin Taban ve Üs Kavramına İlişkin Görüşleri

6 tane öğrenci ile uygulanan görüşme sürecinde ‘Bir doğal sayının üssü ne ifade eder? Örnek vererek açıklayınız’, ‘Taban ve üs kavramı nedir? Örnek vererek açıklayınız’ sorularına verilen cevaplar incelenmiştir. Öğrencilerin verdiği cevaplar, yaptıkları çizimler, araştırmacı gözlem notlarından gelen veriler ışığında aşağıdaki Çizelge 4.1 oluşturulmuştur.

Çizelge 4.1. Öğrencilerin Üslü İfadeleri Açıklama Türüne İlişkin Çizimleri ve Diyalogları

Öğrenci	Öğrenci Çizimi	Diyalog	Açıklama Türü
K1		<p><b>K1:</b> “Öncelikle sıfırdan başlayıp sonsuza kadar giden sayılara doğal sayı denir.”</p> <p>“Karenin alanını hesaplarken verilen iki kenarı çarparsak karesi olur, küpün hacmini hesaplarken de üç tane aynı sayıyı çarptığımız için küpü olur.”</p>	Uygulama Temelli Açıklama ve Kural Temelli Açıklama
E1		<p><b>E1:</b> Bir doğal sayının üssü kendisiyle kaç defa çarpılacağı gösterir.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Şekille örnek verebilir misin?</p> <p><b>E1:</b> Şekille örnek veremem.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Taban ve üs kavramı nedir?</p> <p><b>E1:</b> Taban üs kadar çarpılacak sayıdır. Taban çarpılacak sayıları, üs de çarpılacak sayıların adedini belirtiyor.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Yazdığın üslü ifadede taban ve üs neresi?</p> <p><b>E1:</b> Taban alt kısım, üs de küçük olarak sayının üstüne yazılan sayı.</p>	Kural Temelli Açıklama

K2



**K2:** Bir doğal sayının üssü, o sayının tekrarlı çarpımını ifade eder.

Kural Temelli Açıklama

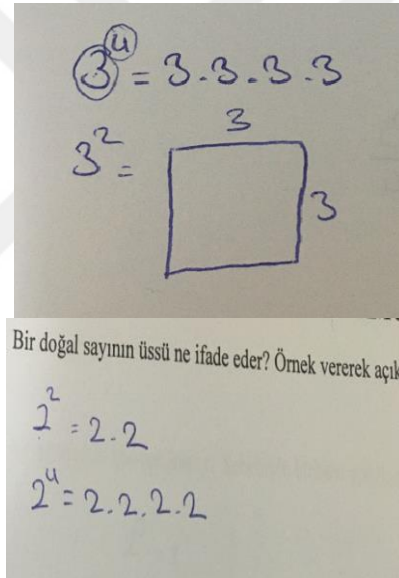
**Araştırmacı:** Bir doğal sayının üssü kavramını şekille ya da sembolle ifade edebilir misin?

**K2:** Tabana kare üste yıldız diyelim. Tabandaki kareyi yıldız kadar çarpalım sonucu bulmak için.

**Araştırmacı:** Taban ve üs nedir? Açıklayabilir misin?

**K2:** Üs tabanın kaç kere çarpılacağını açıklar. Örneğin 2 üssü 5. Taban olan 2 yi 5 kere çarpalım

K3



**Araştırmacı:** Bir doğal sayının üssü ne ifade eder?

Kural temelli ve uygulama temelli açıklama

**K3:** 2 üzeri 2 yi örnek vererek 2 nin 2 defa çarpılması diyebiliriz.

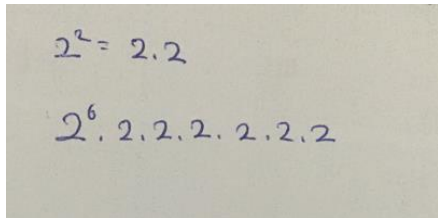
**Araştırmacı:** Taban ve üs nedir, bu kavramlara örnek verebilir misin?

**K3:** Üs tabanın kaç kere çarpılacağını gösterir.

**Araştırmacı:** Üslü ifadeleri şekille gösterebilir misin?

**K3:** Mesela kare çizer bir kenarına da 3 dersek alanı 3<sup>2</sup> olur.

K4



**Araştırmacı:** Bir doğal sayının üssü ne ifade eder?

Kural Temelli açıklama

**K4:** Bir doğal sayının çarpımıdır. Yani 2<sup>6</sup> ise 2 den 6 tane çarpım demektir.

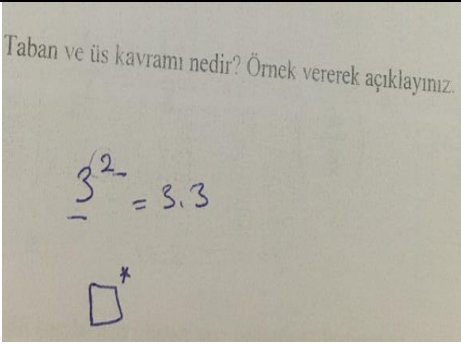
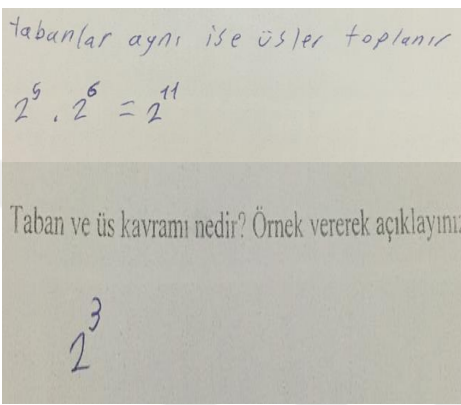
**Araştırmacı:** Taban ve üs kavramı nedir?

**K4:** Mesela 3<sup>2</sup> ise 3 tabanı 2 üssü.

**Araştırmacı:** Peki taban ve üs ne işe yarıyor?

**K4:** Taban aynı kalıyor, üs tabanı kaç defa çarpacağımızı gösteriyor.

**Araştırmacı:** Bu üslü ifadeyi şekille ya da sembolle ifade edebilir misin?

<p>Taban ve üs kavramı nedir? Örnek vererek açıklayınız.</p> 	<p><b>K4:</b> Taban kare olsun üs yıldız olsun.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Bu ifadenin değerini nasıl buluruz ?</p> <p><b>K4:</b> Karenin birden fazla çarpılmasıyla.</p>
<p><b>E2</b></p> 	<p><b>Araştırmacı:</b> Bir doğal sayının üssü ne ifade eder?</p> <p><b>E2:</b> Mesela çarpımda tabanlar aynı ise üsler toplanır.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Peki neden üslü ifade dediğimde direkt çarpma örneği verdin?</p> <p><b>E2:</b> Aklıma ilk o geldi.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Şekille ya da sembolle örneklendirebilir misin?</p> <p><b>E2:</b> Bilmiyorum.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Taban ve üs kavramı nedir?</p> <p><b>E2:</b> Mesela <math>2^3</math>. Taban 2 üs 3 dür. 3, kaç tane 2 nin çarpıldığını gösterir.</p>

Çizelge 4.1 incelendiğinde; öğrencilerin taban ve üst kavramına ilişkin açıklamaları için şunlar söylenebilir:

- K1 kodlu öğrenci ve araştırmacı arasında geçen diyalog incelendiğinde öncelikle doğal sayının tanımını yaptığı daha sonra karenin alanı ve küpün hacminden yola çıkarak üslü ifadelerle açıklık getirdiği görülmüştür.
- E1 kodlu öğrenciyle geçen diyalog incelendiğinde tabanın alttaki sayı olduğu ve büyük yazıldığı, üssün üstteki sayı olduğu ve küçük yazıldığını belirttiği görülmüştür. Öğrenci taban ve üssü sayılarla örneklendirmiştir fakat şekil ya da sembolle örneklendirme yapamamıştır.
- K2 kodlu öğrenci doğal sayının üssü kavramını tekrarlı çarpım olarak açıklamıştır. Sembolle göstermesi istendiğinde ise tabanı kare şekliyle üssü yıldız şekliyle sembolize etmiştir ve değerini bulurken de “yıldız tane kareyi çarparak buluruz.” İfadesini kullanmıştır. Taban ve üs kavramlarını da “üs tabanın kaç kere çarpılacağını açıklar.” Cümlesiyle açıklamıştır.

- K3 kodlu öğrencinin diyalogu incelendiğinde taban ve üs kavramını “üs tabanın kaç kere çarpılacağını gösterir.” Şeklinde ifade etmiştir. Üslü ifadelerin şekille ya da sembolle gösterilmesi istendiğinde ise “Mesela kare çizer bir kenarına da 3 dersek alanı  $3^2$  olur.” İfadelerini kullanmıştır.
- K4 kodlu öğrenciyle araştırmacı arasındaki diyalog incelendiğinde “Bir doğal sayının üssü ne ifade eder?” sorusuna “Bir doğal sayının çarpımıdır.” şeklinde yanıt verdiği görülmektedir. Daha sonra taban ve üs kavramlarının tanımına ise “Taban aynı kalıyor, üs tabanı kaç defa çarpacağımızı gösteriyor.” şeklinde yanıt vermiştir. Üslü ifadeleri sembolle göstermesi istendiğinde ise tabana kare şeklini üste ise yıldız şeklini vermiş, bu ifadenin değerini bulurken de “ karenin birden fazla çarpılmasıyla” yanıtını vermiştir.
- E2 kodlu öğrencinin doğal sayı üssünü tanımlarken tabanları aynı olan üslü ifadelerin çarpım kuralından bahsetmesi dikkati çekmiştir. Öğrenci bu durumu “aklıma ilk o geldi” şeklinde açıklamıştır.

Taban ve üs kavramına verilen cevaplar ve gözlemci notları incelendiğinde öğrencilerin tabanı ve üssü ayırt edebildikleri, üssün çarpılma sayısı olduğunu bildikleri görülmüştür. 6 öğrencinin tümü de taban ve üs kavramlarına ilişkin *kural temelli açıklamalar* yapmış, 2 si bu açıklamalara ek olarak *uygulama temelli açıklamalar* yapmıştır. Uygulama temelli açıklamalar “kare ve küpün alanı” üzerinden yapılmıştır. Gözlemci notlarından gelen verilere göre, öğrencilerin taban ve üs kavramının tanımını rahatlıkla cevaplamalarına rağmen şekil ve sembolle ifade edilmesi, modellemesi istendiğinde strese girdikleri ve çoğunlukla ifade edemedikleri görülmüştür.

Öğrencilerin üst ve taban kavramlarını açıklama, çizim yapma ve örnek gösterme biçimlerinden yola çıkarak, öğrencilerin taban ve üs kavramlarını ifade etme biçimleri de incelenmiştir. Öğrencilerin, temsil türüne ilişkin ifadelerine Çizelge 4.2’de yer verilmiştir.

**Çizelge 4.2.** Öğrencilerin Taban ve Üs Kavramlarına Yönelik İfadeleri

Öğrenci	Öğrencinin İfadesi
K1	Üs, tabanın ne kadar çarpılacağını gösterir bize
E1	Taban çarpılacak sayıları üs de çarpılacak sayıların adedini belirtiyor.
K2	Üs, tabanın kaç kere çarpılacağını açıklar.
K3	Üstteki sayı tabanın kaç defa çarpılacağını gösterir.
K4	Taban aynı kalıyor, üs tabanı kaç defa çarpacağımızı gösteriyor.
E2	Mesela $2^3$ . Taban 2 üs 3 dür. 3, kaç tane 2 nin çarpıldığını gösterir.

Çizelge 4.2. incelendiğinde; K1, E1,K2 ve K3,K4 kodlu öğrencinin taban ve üs kavramlarını ifade ederken üslü ifadeler konusunda sıklıkla karşımıza çıkan tanımından faydalanarak tabanın üs kadar çarpılması gerektiğinden bahsettikleri, E2 kodlu öğrencinin ise üslü ifade örneği vererek diğer öğrenciler gibi tabanın üstteki sayı kadar çarpılacağından bahsettiği gözlenmektedir. Öğrencilerin cevapları genel olarak incelendiğinde, tamamının üslü ifadede bulunan taban ve üs kavramını doğru bir şekilde ifade ettiği görülmektedir.

‘Bir doğal sayının üssü ne ifade eder? Örnek vererek açıklayınız’ ve ‘Taban ve üs kavramı nedir? Örnek vererek açıklayınız’ sorularına öğrencilerden gelen Çizelge 4.1. ve Çizelge 4.2’deki ifadelerden yola çıkarak öğrencilerin kullandıkları açıklama türleri ve matematiksel temsil türlerine ilişkin çizelge aşağıda yer almaktadır.

**Çizelge 4.3.** Öğrencilerin Verdiği Cevaplara Göre Açıklama ve Temsil Türleri

Öğrenci İsimleri	Matematiksel Açıklama Türü	Matematiksel Temsil Türü
K1	Kural Temelli, Uygulama Temelli Açıklama	Dış Temsil
E1	Kural Temelli Açıklama	Dış Temsil
K2	Kural Temelli Açıklama	Dış Temsil
K3	Kural Temelli, Uygulama Temelli Açıklama	Dış Temsil
K4	Kural Temelli Açıklama	Dış Temsil
E2	Kural Temelli Açıklama	Dış Temsil

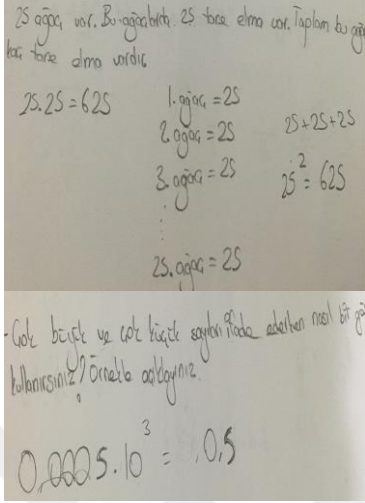
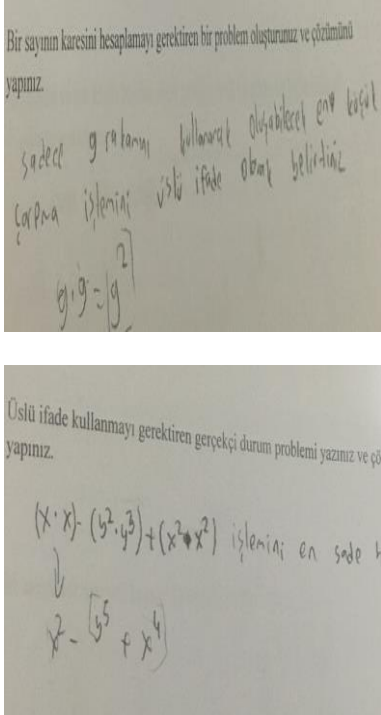
Çizelge 4.3 incelendiğinde; öğrencilerin hepsinin ‘Bir doğal sayının üssü ne ifade eder? Örnek vererek açıklayınız’ ve ‘Taban ve üs kavramı nedir? Örnek vererek açıklayınız’ sorularına *kural temelli açıklamalar* getirdiği ve *dış temsillerden* faydalandığı görülmektedir. Öğrencilerin diyalogları incelendiğinde benzer cevaplar verdiği fark edilmektedir. Kendi yorumunu katarak, özgün örneklendirmeler olmadığından öğrencilerin temsil türleri dış temsil olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin taban ve üs kavramına ilişkin açıklamalarını sözel şekilde yapmayı tercih ettikleri dikkat çekmektedir. Taban ve üs kavramını açıkladıkları cümleleri incelendiğinde kitap cümlelerine ve derste öğretmenlerin verdiği cümlelere yer verildiği görülmektedir. Üslü ifadenin değerini bulma sorusuna da aynı şekilde kitap cümleleriyle, kuralı söyleyerek yanıt verdikleri, özgün cümleler ya da örnekler kullanmadıkları fark edilmiştir. Bu yüzden öğrencilerin diyaloglarına baktığımızda açıklama türünün genellikle *kural temelli açıklama* olduğu belirlenmiştir. İki öğrenci kural temelli açıklamalara ek olarak alan kavramı üzerinden *uygulama temelli açıklamalar* yapmıştır. Fakat bu açıklamalar çoğunlukla kitaplarda olduğu için ve özgün örnekler olmadığı için öğrencilerin temsil türleri *dış temsil* olarak belirlenmiştir.

## **4.2. Öğrencilerin Üslü İfadeler Konusundaki Bağlamsal Düşünceleri Üzerine Değerlendirmeler**

Uygulanan görüşme sürecinde “Bir sayının karesini hesaplamayı gerektiren bir problem oluşturunuz ve çözümünü yapınız”, “Üslü ifade kullanmayı gerektiren gerçekçi durum problemi yazınız ve çözümünü yapınız.” ve “Çok büyük ve çok küçük sayıları ifade ederken nasıl bir gösterim kullanırsınız? Örneklerle açıklayınız.” sorularına verilen cevaplar incelenmiştir. Öğrencilerin verdiği cevaplar, yaptıkları çizimler, araştırmacı gözlem notlarından gelen veriler ışığında aşağıdaki Çizelge 4.4 oluşturulmuştur.



**Çizelge 4.4.** Öğrencilerin Üslü İfadeler Konusundaki Bağlamsal Düşüncelerine İlişkin Çizimleri, Diyalogları ve Açıklama Türü

Öğrenci	Öğrenci Çizimi	Diyalog(Açıklama Türüne İlişkin)	Açıklama Türü/Problemin makulluğu
K1	 <p>25 ağaç var. Bu ağaçların 25 tane elma var. Toplam kaç ağaç var? kaç tane elma vardır.</p> <p>25.25 = 625</p> <p>1. ağaç = 25 2. ağaç = 25 3. ağaç = 25 ... 25. ağaç = 25</p> <p>25 + 25 + 25 25<sup>2</sup> = 625</p> <p>Göze böyle ve çok küçük sayılarla abartılmıyorsa nasıl bir ifade kullanırsınız? Örnekle açıklayınız.</p> <p>0.0005.10<sup>3</sup> = 0,5</p>	<p><b>K1:</b> “ 25 tane ağaç var her ağaçta 25 elma var. Toplam elma sayısını bulurken tek tek 25 leri toplamak gerekir. Bunun yerine çarpma kısa yolunu kullanarak 25x25 yaparız bu da 25 in karesi demektir.”</p> <p>“Çok büyük ve çok küçük sayıları 10’un kuvveti şeklinde alıyoruz.”</p>	<p>Uygulama Temelli açıklama (Makul cevap)</p>
E1	 <p>Bir sayının karesini hesaplamayı gerektiren bir problem oluşturunuz ve çözümünü yapınız.</p> <p>Sadece 9 rakamını kullanarak oluşturabileceğiniz en büyük çarpma işlemini üslü ifade olarak belirtiniz.</p> <p>9 * 9 = 81</p> <p>Üslü ifade kullanmayı gerektiren gerçekçi durum problemi yazınız ve çözümünü yapınız.</p> <p>(x * x) - (y<sup>2</sup> * y<sup>3</sup>) + (x<sup>2</sup> * x<sup>2</sup>) işlemini en sade hale getiriniz.</p> <p>x<sup>2</sup> - (y<sup>5</sup> + x<sup>4</sup>)</p> <p>Çok büyük ve çok küçük sayıları ifade ederken nasıl bir gösterim kullanırsınız. Örneklerle açıklayınız.</p> <p>128 000 000 000.10<sup>0</sup></p> <p>128 ... 10<sup>1</sup></p> <p>12,8.10<sup>10</sup> 0.0000000000.10<sup>8</sup></p>	<p><b>E1:</b> Sadece 9 rakamını kullanarak oluşturulabilecek en küçük çarpma işlemini üslü ifade olarak belirtiniz.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> En küçük çarpma işlemi ne demek, nasıl yapmalıyız çözümünü?</p> <p><b>E1:</b>Çarpma işlemi olması için en az iki sayıyı çarpmalıyız. Soruda en küçük dediği için iki tane 9 rakamını çarpacağız. Böylece 9 taban olur üssüne de 2 yazarız.</p> <p><b>E1:</b> Gerçekçi durum problemini, matematik dersinde üslü ifadelerin kalabalıklığını engelleyip sadeleştirme ve dikkat dağılmasını engelleme özelliklerini kullanarak bir soru oluşturdum.</p> <p><b>E1:</b> Çok büyük sayıları yazarken okuma zorluğuna neden olmasın diye ve çok yer kaplamasını diye üslü ifadeleri kullanarak bu sayıyı küçültebilirim. Virgül normalde en sağda, sıfırların sayısına göre virgül başa kadar gelir ve sıfırlar 10 un kuvveti şeklinde yazılır ve küçültme tamamlanır. Çok küçük sayılarda da durum aynı. Virgülden hareket ettirerek üslü ifade kullanacağım. Fakat bu sefer üste negatif sayı kullanmalıyız.</p>	<p>Kural temelli Açıklama (Makul olmayan cevap)</p>

**K2**

Bir markette  $2^2$  adet reyon vardır  
reyonlarda ise  $3^2$  adet süt vardır.  
toplam süt sayısı kaçtır?  
 $2^2 \cdot 3^2 = 6^2$

Bir parkta bu tane bank vardır  
bu bankların sadece birinde 4 kişi  
oturmuştur. toplam kişi sayısını  
üslü ifade olarak yazınız.  
 $2^6 \cdot 2^2 = 2^8$

Çok büyük ve çok küçük sayıları ifade ederken nasıl bir gösterim kullanırsınız?  
Örneklerle açıklayınız.  
 $9,8765,0$   $1 < < 10$   
 $9,8765 \cdot 10^4$

**K3**

Bir sayının karesini hesaplamayı gerektiren bir problem oluşturunuz ve çözünüz.  
 $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$

Üslü ifade kullanmayı gerektiren gerçekçi durum problemi yazınız ve çözünüz.  
 $4^3 = 64$

Çok büyük ve çok küçük sayıları ifade ederken nasıl bir gösterim kullanırsınız?  
Örneklerle açıklayınız.  
 $512 = 2^9$   
 $0,0002$   
 $2 \cdot 10^{-4}$

**K4**

**K2:** Problemi oluştururken üslü ifadelerden gitmek istiyorum. Bir markette  $2^2$  reyon, her reyonda da  $3^2$  süt vardır. Bu marketteki süt miktarını bulunuz. Çözüm yaparken  $2^2$  ve  $3^2$  yi çarpıp  $6^2$  olarak buluruz sonucu.

**K2:** Bir parkta 64 tane bank vardır. Bu bankların sadece birinde 4 kişi oturmuştur. Toplam kişi sayısını üslü ifade olarak yazınız.

Çözüm yaparken direkt çarpıp gittim.  $64$ ,  $2^6$  ve  $4$  de  $2^2$  çarparsak sonuç  $2^8$  olur.

**Araştırmacı:** Çok büyük ve çok küçük sayıları nasıl ifade ederiz?

**K2:** Bilimsel gösterimle ifade ederiz. Bilimsel gösterimde ise sayılar 1 ile 10 arasında olmalıdır.

Matematik temelli Açıklama (Makul cevap)

**K3:** Bir kenarı 2 olan karenin alanını bulun. Çözüm yaparken 2'nin karesini bulmuş oluruz.

**K3:** Bir karenin alanı 4 se ve bundan da 3 tane varsa toplam alanı bulalım. Sonuç  $4^3$  olur.

**Araştırmacı:** Bu problemi günlük hayata uyarlayarak yazabilir miyiz?

**K3:** Yazamam.

**Araştırmacı:** Çok büyük ve çok küçük sayıları nasıl ifade ederiz?

**K3:** Örneğin 512 sayısı çok büyük bir sayıdır ve  $2^9$  a eşittir.

**Araştırmacı:** O halde çok küçük sayıya da örnek verir misin?

**K3:** Örneğin 0,0002 sayısını  $2 \cdot 10^{-4}$  şeklinde yazarız. Çok küçük sayılarda üs negatif olur.

Kural temelli açıklama (Makul olmayan cevap)

**K4:** Mesela bir tane kare var. Bunun kenarları eşit olduğu için bir kenarı 4 olursa alanı  $4 \cdot 4$  yani  $4^2$  olur.

**Araştırmacı:** Üslü ifadelerle ilgili gerçekçi durum problemi yazar mısın?

**K4:** Bir tane çikolatamız olsun.

Uygulama Temelli Açıklama (Makul olmayan cevap)

Bir sayının karesini hesaplamayı gerektiren bir problem oluşturunuz ve çözünüz yapınız.

$$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$$

Bundan 9 tane alacak olursak ve bunun fiyatı da 9 tl olursa o zaman  $9^9$  tl vermiş oluruz.

**Araştırmacı:** Çok büyük ve çok küçük sayılar nasıl ifade edilir?

**K4:** Örneğin  $100^2$  ifadesinde 100 sayısı 10'un karesine eşit. Buradan da 10'un karesinin karesi  $10^4$  olur.

**Araştırmacı:** Bu ifade çok büyük bir sayıya mı örnekti çok küçük bir sayıya mı?

**K4:** Çok büyük bir sayı.

**Araştırmacı:** O halde bir de çok küçük sayıya örnek verir misin?

**K4:**  $4^2$  ifadesinde 4 sayısı  $2$ 'nin karesidir.  $2$ 'nin karesinin karesi de  $2^4$  e eşittir. Bu da çok küçük sayıya örnek verilebilir.

Üstü ifade kullanmayı gerektiren gerçek yaşam problemi yazınız ve çözünüz yapınız.

$$9+1 \quad 9^9$$

Çok büyük ve çok küçük sayıları ifade ederken nasıl bir gösterim kullanırız? Örneklerle açıklayınız.

$$100^2 = 10^4 \quad 4^2 = 2^4$$

Bir sayının karesini hesaplamayı gerektiren bir problem oluşturunuz ve çözünüz yapınız.

"Bu sayının karesi ile küpünün toplamını hesaplayınız?"

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$
$$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$$

**E2:** Bu sayının karesi ile küpünün toplamını hesaplayınız. (3 sayısının)

**Araştırmacı:** Gerçekçi durum problemi yazabilir misin?

**E2:** Bir mağaza sahibi 32 tır mal sipariş etmiştir. Her tırda 100 koli mal olduğuna göre bu mağaza sahibi kaç koli sipariş vermiştir?

**Araştırmacı:** Sorunun çözümünü yapabilir misin?

**E2:** 32 sayısı 2'nin 5. Kuvveti. 100 sayısı da 10'un karesi. Bu sayıları çarpmamız gerekiyor. Birbirini götürcek sayılar. Ama sonucu bulamadım.

**Araştırmacı:** Çok büyük ve çok küçük sayıları nasıl ifade ederiz?

**E2:** Örneğin 100 sayısını  $10^2$  şeklinde yazabiliriz. Bu çok küçük sayıya örnek.

**Araştırmacı:** Çok büyük sayıya örnek verebilir misin?

**E2:**  $10^{10}$  örneğini verebiliriz.

**Araştırmacı:** Çok büyük veya çok küçük sayı olduğunu nasıl anlıyoruz peki?

**E2:** 2 tane 10 mu çarparsak büyük olur 10 tane mi? Tabi ki 10 tane 10 çarparsak daha büyük olur.

Çok büyük ve çok küçük sayıları ifade ederken nasıl gösterim kullanırız? Örneklerle açıklayınız.

$$10^2 \quad 10^{10}$$

Uygulama Temeli Açıklama (Makul cevap)

E2

Çizelge 4.4'deki araştırmacı ve öğrenciler arasında geçen diyaloglar ve öğrenci çizimleri incelenmiş, aşağıdaki bulgulara rastlanmıştır.

- K1 kodlu öğrencinin yazdığı problemleri çizerken üslü ifadeleri kısa yol olarak kullandığı gözlemlenmektedir. Örneğin; aynı sayıları birçok kez toplamak yerine kısa yol olan çarpma işlemine kullandığı oradan da aynı sayıların çarpımının üslü ifade belirttiğini söyleyerek çözümünü tamamladığı görölmektedir.
- E1 kodlu öğrenci problemini çarpma işlemine kullanarak oluşturmuştur. Gerçekçi durum problemini oluştururken ise en çok vakit geçirdiği okuldan örnek vermeyi tercih etmiştir. “Gerçekçi durum problemini, matematik dersinde üslü ifadelerin kalabalıklığını engelleyip sadeleştirme ve dikkat dağılmasını engelleme özelliklerini kullanarak oluşturdum.” ifadelerini kullanmıştır.
- K2 kodlu öğrenci ile geçen diyalog incelendiğinde öğrencinin gerçekçi durum problemini kurduğu ama aslında gerçekçi duruma uygun olmadığı görölmüştür. Çok büyük ve çok küçük sayıları ise 1 ve 10 arasında bilimsel gösterimle ifade ettiği görölmüştür.
- K3 kodlu öğrenci ve araştırmacının diyalogu incelendiğinde öğrencinin problemleri oluştururken karenin alanından yola çıktığı görölmektedir. Çok büyük ve çok küçük sayılar sorulduğunda 512'yi çok büyük, 0,002'yi ise çok küçük sayı olarak örneklendirdiği görölmüştür.
- Araştırmacı ve K4 kodlu öğrencinin diyalogu incelendiğinde kare hesaplamayı gerektiren problem yazma sorusunda problemi tam olarak oluşturmadığı, direkt karenin bir kenarını vererek alan bulduğu görölmüştür. Gerçekçi durum problemini oluştururken de oluşturduğu soru ve yaptığı çözüm arasında yanlışlık olduğu fark edilmiştir. Aklından geçen çözüme uygun problem yazamadığı görölmüştür. Çok büyük ve çok küçük sayılar kavramına örnek verirken  $100^2$  ifadesini çok büyük sayı,  $4^2$  ifadesini de çok küçük sayı olarak örneklendirmiştir.
- E2 kodlu öğrencinin diyalogu incelendiğinde kare hesaplamayı gerektiren soruyu problem şeklinde oluşturmadığı, soruda direkt sayının karesini istediği görölmüştür. Gerçekçi durum problemini oluşturmaya çalıştığı fakat çözümünü yaparken kuralları karıştırıp sonuca ulaşamadığı fark edilmiştir. Çok büyük sayıya  $10^{10}$ , çok küçük sayıya ise  $10^2$  ifadesini örnek vermiş, 10 tane 10 sayısının çarpımının 2 tane 10 sayısının çarpımından büyük olduğu için çok büyük sayıya örnek olduğunu belirtmiştir.

Öğrencilerin çizimleri ve diyaloglar incelendiğinde, 6 öğrenciden 3'ünün makul problemler oluştururken, 3'ünün makul problemler oluşturamadığı ortaya çıkmaktadır. Öğrencilerin karesiyle işlem yapılmak şartıyla oluşturulan problemlerde K3 ve K4 kodlu öğrencilerin karenin alanından faydalandığı, K1 ve E1 kodlu öğrencilerin tekrarlı çarpımdan faydalandığı, K2 ve E2 kodlu öğrencilerin problem oluşturmadan direkt sayının karesini isteyerek çözümü yaptığı görülmektedir. Gerçekçi durum problemi oluştururken de öğrencilerin zorlandığı ve bu duruma uygun problem örneği veremedikleri görülmektedir. Çok büyük ve çok küçük sayı kavramı sorusunda ise K1 ve E1 kodlu öğrencilerin 10'un kuvvetini kullanarak, K2 kodlu öğrencinin bilimsel yöntemi kullanarak, K3 kodlu öğrenci çok büyük sayıya 512, çok küçük sayıya ise 0,0002 örneğini vererek, K4 kodlu öğrencinin çok büyük sayıya  $10^4$ , çok küçük sayıya  $2^4$  örneklerini vererek, E2 kodlu öğrencinin çok büyük sayıya  $10^{10}$ , çok küçük sayıya  $10^2$  örneğini vererek cevaplandıkları görülmektedir. Öğrencilerin üslü ifadeler konusundaki bağlamsal düşüncelerini açıklama türlerine bakacak olursak, K1, E1, K4, E2 kodlu öğrencilerin *uygulama temelli açıklama*, K2 kodlu öğrencinin *matematiksel temelli açıklama*, K3 kodlu öğrencinin ise *kural temelli açıklama* yaptığı görülmektedir. Uygulama temelli açıklama yapanlardan K1 ve E2 kodlu öğrencinin makul cevap verdiği, E1 ve K4 kodlu öğrencilerin makul cevap veremediği, matematiksel temelli açıklama yapan K2 kodlu öğrencinin makul cevap verdiği, kural temelli açıklama yapan K3 kodlu öğrencinin makul olmayan cevap verdiği görülmektedir.

Öğrencilerin çok büyük ve çok küçük sayıları açıklama, karesiyle işlem yapmayı gerektiren problem kurma ve üslü ifadelerle ilgili problem kurma sorularına verdikleri yanıtlar ve yaptıkları çizimlerden yola çıkarak, öğrencilerin üslü ifadeler konusundaki bağlamsal düşünceleri üzerine görüşlerini temsil etme biçimleri de incelenmiştir. Öğrencilerin, temsil türüne ilişkin ifadeleri Çizelge 4.5.'te yer verilmiştir.

**Çizelge 4.5.** Öğrencilerin çok büyük ve çok küçük sayılar üzerine bağlamsal düşünceleri

Öğrenci	Öğrenci İfadesi
K1	“Çok büyük ve çok küçük sayıları $10^9$ 'un kuvveti şeklinde alıyoruz.”
E1	“Çok büyük sayıları yazarken okuma zorluğuna neden olmasın diye ve çok yer kaplamasın diye üslü ifadeleri kullanarak bu sayıyı küçültebilirim. Çok küçük sayılarda da durum aynı. Virgülü hareket ettirerek üslü ifade kullanacağım. Fakat bu sefer üste negatif sayı kullanmalıyız.”
K2	“Bilimsel gösterimle ifade ederiz. Bilimsel gösterimde ise sayılar 1 ile 10 arasında olmalıdır.”
K3	“Örneğin 512 sayısı çok büyük bir sayıdır ve $2^9$ a eşittir.” “Örneğin 0,0002 sayısını $2 \cdot 10^{-4}$ şeklinde yazarız. Çok küçük sayılarda üs negatif olur.”
K4	“Örneğin $100^2$ ifadesinde 100 sayısı 10 un karesine eşit. Buradan da 10 un karesinin karesi $10^4$ olur. Bu çok büyük bir sayıdır.” “ $4^2$ ifadesinde 4 sayısı 2'nin karesidir. 2'nin karesinin karesi de $2^4$ e eşittir. Bu da çok küçük sayıya örnek verilebilir.”
E2	“Örneğin 100 sayısını $10^2$ şeklinde yazabiliriz. Bu çok küçük sayıya örnek.” “ $10^{10}$ örneği de çok büyük bir sayı”

Çizelge 4.5. incelendiğinde;

- K1 kodlu öğrencinin araştırmacı ile olan diyaloguna baktığımızda çok büyük ve çok küçük sayıları üslü olarak ifade ederken  $10$  sayısının kuvvetlerini kullanmamız gerektiğinden bahsettiği görülmektedir.
- E1 kodlu öğrenci ve araştırmacı arasında geçen diyalog incelendiğinde okuma zorluğu ve yer kaplama sebeplerinden dolayı çok büyük ve çok küçük sayıları üslü ifade kullanarak küçültmemiz gerektiğini söylediği görülmektedir.
- K2 kodlu öğrencinin diyaloguna baktığımızda çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade etmemiz gerektiğini söylediği ve bilimsel gösterimin de 1 ile 10 arasında olması gerektiğini belirttiği görülmektedir.
- Araştırmacının K3 kodlu öğrenci ile geçen diyaloguna bakıldığında öğrencinin çok küçük ve çok büyük sayıya kendi sayı duyusuna göre örnek verdiği görülmektedir.
- K4 ve E2 kodlu öğrencilerin diyalogunda da K3 kodlu öğrencide olduğu gibi sayı duyularına göre örnekler verdiği görülmüştür.

“Bir sayının karesini hesaplamayı gerektiren bir problem oluşturunuz ve çözümünü yapınız”, “Üslü ifade kullanmayı gerektiren gerçekçi durum problemi yazınız ve

çözümünü yapınız.” ve “Çok büyük ve çok küçük sayıları ifade ederken nasıl bir gösterim kullanırsınız? Örneklerle açıklayınız.” sorularına verilen Çizelge 4.4 ve Çizelge 4.5’teki ifadelerden yola çıkarak öğrencilerin kullandıkları açıklama türleri ve matematiksel temsil türlerine ilişkin şu sonuçlara ulaşılmıştır:

**Çizelge 4.6.** Öğrencilerin Verdiği Cevaplara Göre Açıklama ve Temsil Türleri

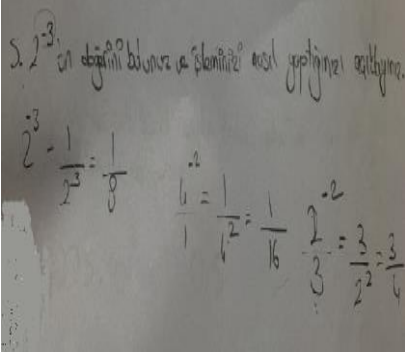
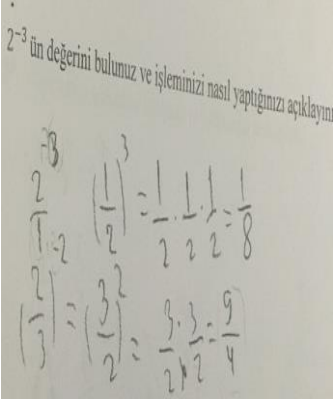
Öğrenci İsimleri	Açıklama Türü	Temsil Türü
<b>K1</b>	Uygulama Temelli Açıklama	Dış Temsil
<b>E1</b>	Uygulama Temelli Açıklama	Dış Temsil
<b>K2</b>	Matematik Temelli Açıklama	Dış Temsil
<b>K3</b>	Kural Temelli Açıklama	Dış Temsil
<b>K4</b>	Uygulama Temelli Açıklama	Dış Temsil
<b>E2</b>	Uygulama Temelli Açıklama	Dış Temsil

Yukarıda verilen çizelge 4.6 ve diyaloglardan yola çıkarak K1,E1,K4 ve E2 kodlu öğrencilerin *uygulama temelli açıklama* yaptığı, K2 kodlu öğrencinin *matematiksel temelli açıklama* yaptığı, K3 kodlu öğrencinin ise *kural temelli açıklama* yaptığı görülmüştür. Öğrencilerin oluşturması istenilen problemleri güçlükle oluşturduğu ve bunlardan 3’ünün makul olmayan problem oluşturduğu görülmüştür. Zihinlerinde üslü ifadelerle ilgili bilişsel şemalar oluşturamadıkları, modellemeler yapamadıkları görülmüş ve temsil türleri *dış temsil* olarak belirlenmiştir.

### 4.3. Öğrencilerin Negatif Üs Kavramına İlişkin Görüşleri

Uygulanan görüşme sürecinde “ $2^{-3}$  ün değerini bulunuz ve işleminizi nasıl yaptığınızı açıklayınız.” sorusuna verilen cevaplar incelenmiştir. Öğrencilerin verdiği cevaplar, yaptıkları çizimler, araştırmacı gözlem notlarından gelen veriler ışığında aşağıdaki çizelge oluşturulmuştur.

Çizelge 4.7. Öğrencilerin Negatif Üs Kavramını Açıklamalarına İlişkin Çizimleri ve Diyalogları

Öğrenci	Öğrenci Çizimi	Diyalog (Açıklama Türüne İlişkin)	Açıklama Türü
K1		<p><b>K1:</b> “İlk önce ters çeviririz.”</p> <p><b>Araştırmacı:</b> “Ters çevriliyor derken?”</p> <p><b>K1:</b> “Yani <math>2^3</math> alta geliyor, yukarı 1 geliyor. Alta gelince de eksi 3 artı oluyor ve <math>2^3</math> ün değeri 8 oluyor. Sonuç <math>\frac{1}{8}</math>.”</p> <p><b>Araştırmacı:</b> “Peki ters çevriliyor demiştin neyle neyi yer değiştirmiş oldun?”</p> <p><b>K1:</b> “İşareti değiştirdim ve üzerine 1 getirdim.”</p> <p><b>Araştırmacı:</b> “Üzerine her zaman 1 mi gelir?”</p> <p><b>K1:</b> “Paydalı olduğu zaman değişiyor.”</p> <p><b>Araştırmacı:</b> “Nasıl yani örnek verebilir misin?”</p> <p><b>K1:</b> “2 bölü 3 ün -2. kuvvetinde 2 aşağı gelir 3 yukarı. Kuvvet de 2 olur. Aslında doğal sayıların paydasında gizli 1 olduğu için ters çevirince oradaki 1 yukarı çıkıyor.”</p>	Kural Temelli Açıklama
E1		<p><b>E1:</b> Buradaki eksi 1 bölü haline getirmem gerektiğini gösteriyor. O yüzden <math>\frac{1}{2}</math> olarak yazarız ve -3 artık 3 olur. Bir sayının küpünü bulurken sayıyı üç kere çarpmamız gerekir <math>\frac{1}{2}</math> yi üç defa yan yana çarparsak da sonuç <math>\frac{1}{8}</math> olur.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Bütün sayılarda mı 1 bölü şeklinde yazarız.</p> <p><b>E1:</b> Evet üste eksi varsa her zaman 1 kullanmamız gerekir.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> O halde örneğimizi değiştirelim. <math>2/3</math> ün -2. Kuvvetini bulabilir misin?</p> <p><b>E1:</b> Burada kesri ters çevirmem gerekiyor.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Neden? Bundan önceki örnekle ne farkı var?</p> <p><b>E1:</b> Yukarıdakinin paydasında gizli 1 vardı onu çevirmiştik aslında şimdi de pay ve paydayı yer değiştiriyoruz.</p>	Kural Temelli Açıklama



**K2**

$$\frac{1}{2^{-3}} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{8}}$$

**K2:** Negatif üsleri çevirerek yapmak daha mantıklı olur.  
**Araştırmacı:** Çevirmekten kastettiğin şey nedir?

Kural Temelli Açıklama

**K2:** Negatif üstün kurtulmak için pay ve payda yer değiştiriyor.  
**Araştırmacı:** Buradaki ( $2^{-3}$ ) pay ve paydayı gösterir misin?

**K2:** 2' nin altında gizli 1 var. O yüzden paydadaki 1 paya geçiyor, Paydaki 2 de paydaya geçiyor.

**K3**

$$+\frac{1}{2^3} = +\frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \text{ için } \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} \quad 1 \cdot \frac{9}{4} = \frac{9}{4}$$

**K3:** Üs eksi olduğunda 1 bölü şeklinde yazılır ve eksiden kurtulur. Burada üs -3 olduğu için ve 3 tek sayı olduğu için sonucun başına tekrar eksi koyarız.

Kural Temelli Açıklama

**Araştırmacı:** Peki  $\frac{2}{3}$  ün -2. Kuvvetini hesaplar mısın?

**K3:** Yine 1 bölü şeklinde yazılır.  $\frac{2}{3}$  paydaya gelir karesini alınca  $\frac{4}{9}$  olur. 1 i de  $\frac{4}{9}$  a bölersek ters çevirip çarpmış oluruz. Sonuç  $\frac{9}{4}$  olur.

**K4**

$$\frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

**K4:** Üs eksi olduğu için 1 bölü şeklinde yazıyoruz. Pozitifleştirilmiş oluyoruz o yüzden  $2^{-3} = \frac{1}{8}$  oluyor.

Kural Temelli Açıklama

**Araştırmacı:** Tüm negatif üslerde 1 bölü şeklinde mi yazıyoruz ifadeyi?

**K4:** Evet

**Araştırmacı:** O halde  $\frac{2}{3}$  ün -2. kuvvetini hesaplar mısın?

**K4:** Kuvveti pozitif yapmaya çalışırız. Bunun için de 2 ve 3 ü yer değiştirmemiz gerekir.

**Araştırmacı:** Peki az önce neden 1 bölü şeklinde yazdık da şimdi pay ve paydayı yer değiştiriyoruz?

**K4:** Çünkü bu kesir şeklinde verilmiş önceki taban 2 yani doğal sayıydı.

**E2**

$$2^{-3} = -2 \cdot -2 \cdot -2 = -8$$

$$-2^{-3} = -2 \cdot -2 \cdot -2 = -8$$

**E2:**  $2^{-3} = -2 \cdot -2 \cdot -2 = -8$  olur. Negatif üs sonucu negatif yapıyor.

Kural Temelli Açıklama

**Araştırmacı:** O halde  $-2^3$  ifadesinin değeri nedir?

**E2:** Yine aynı oluyor. Ben yukarıda hata yapmışım. -3 sadece en baştakini - yapar. Yani  $2^{-3} = -2 \cdot -2 \cdot -2 = -8$  olur.

**Araştırmacı:** Örneği değiştirilim o zaman.  $-2^{-3}$  olsaydı değeri ne olurdu?

**E2:**  $-2^{-3} = +2 \cdot -2 \cdot -2 = -8$  Baştakinin işaretini değiştirdi yine üsteki -3.

Çizelge 4.7. incelendiğinde negatif üsle ilgili çizimlere ve diyaloglara rastlanmaktadır. Bu veriler ışığında aşağıdaki bulgulara ulaşılmıştır.

- K1 kodlu öğrencinin işlemini negatif üs alırken “ters çevriliyor” diye açıkladığı görülmektedir. Sonra paya 1 yazıp üstü pozitif yaptığı ve işlemine devam ettiği görülmektedir. Araştırmacı bunun sebebini irdelediğinde öğrencinin paydaki gizli 1 den bahsettiği ve tabanın tam sayı olmadığı bir duruma örnek vererek ters çevrildiğinde payın 1 olmama durumunu ifade ettiği görülmektedir.
- E1 kodlu öğrencinin negatif üslerde işlemine “1 bölü” şeklinde yaparak başladığı, işlemi ilerletip sonuca ulaştığı görülmektedir. Fakat araştırmacının tabanı rasyonel sayı vererek öğrenciden negatif üssü tekrar hesaplamasını istediği bu defa E1 kodlu öğrencinin önceki işlemdeki tabanın paydasındaki gizli 1 den ve tabandaki sayının ters çevrilmesi gerektiğinden bahsettiği görülmektedir.
- Araştırmacı ve K2 kodlu öğrenci arasında geçen diyalogda öğrencinin negatif üssü bulurken pay ve paydanın yer değiştirmesinden bahsettiği, taban doğal sayı olduğunda paydasında aslında 1 olduğunu ifade ettiği görülmektedir.
- K3 kodlu öğrencinin negatif üsten kurtulmak için verilen tabanı 1 bölü şeklinde yazdığı, taban rasyonel sayı olsa da kuralını devam ettirip 1 bölü şeklinde soruyu çözdüğü görülmektedir.
- K4 kodlu öğrenci ve araştırmacı arasında geçen diyalog incelendiğinde öğrencinin iki şekilde soruyu çözmeye çalıştığı görülmektedir. Bunlardan ilki taban doğal sayı olduğunda 1 bölü şeklinde yazmak diğeri ise taban rasyonel sayı olduğunda ters çevirip işlem yapmak.
- E2 kodlu öğrencinin diyaloguna ve çizimine bakıldığında üstteki negatif kuvvetin değer hesaplanırken ilk baştaki sayının işaretini değiştirdiği görülmektedir.

Öğrencilerin çizimleri ve araştırmacıyla aralarında geçen diyaloglar incelendiğinde K1,E1,K2 ve K4 kodlu öğrencilerin pay ve paydanın yer değiştirmesinden bahsettiği (ters çevirmek), K3 kodlu öğrencinin işlemi 1 bölü şeklinde yaptığı, E2 kodlu öğrencinin ise negatif üssün sonucun işaretini değiştirdiğini savunduğu görülmektedir. Öğrencilerin negatif üs sorusuna verdiği cevaplara göre bütün öğrencilerin *kural temelli açıklama* yaptığı görülmektedir.

Negatif üs ile ilgili soruya verilen cevaplar incelenmiş, öğrencilerin negatif üs temsil biçimlerine ilişkin ifadeleri çizelge 4.8’de verilmiştir.

**Çizelge 4.8.** Öğrencilerin Negatif Üs Kavramına İlişkin Sözel İfadeleri

Öğrenciler	Öğrenci İfadesi(Temsil Türüne İlişkin)
K1	“İlk önce ters çeviririz.”
E1	“İşareti değiştirdim ve üzerine 1 getirdim.”
K2	“Negatif üstten kurtulmak için pay ve payda yer değiştiriyor.”
K3	“Üs eksi olduğunda 1 bölü şeklinde yazılır ve eksiden kurtulunur.”
K4	Üs eksi olduğu için 1 bölü şeklinde yazıyoruz. Pozitifleştirilmiş oluyoruz.
E2	Negatif üs sonucu negatif yapıyor.

Çizelge 4.8’e göre araştırmacı ve öğrenciler arasında geçen diyaloglar incelendiğinde;

- K1 kodlu öğrencinin negatif üssü yok etmek için pay ve paydayı ters çevirdiği görülmektedir. Taban doğal sayı olduğunda paydasında gizli 1 olduğunu söylediği ve yine pay ve paydayı yer değiştirerek üssü pozitifleştirdiği görülmektedir.
- E1 kodlu öğrencinin taban doğal sayı olduğunda paydasındaki gizli 1 i paya çıkarıp, taban rasyonel sayı olduğunda pay ve paydayı yer değiştirerek işlemini yaptığı görülmektedir.
- K2 kodlu öğrencinin de K1 ve E1 kodlu öğrenciler gibi paydadaki gizli 1 i paya yazarak işlem yaptığı görülmektedir.
- K3 kodlu öğrencinin negatif üstten kurtulma yönteminin 1 bölü şeklinde olduğu görülmektedir. Diğer arkadaşlarının aksine rasyonel sayı tabanındaki örneğin değeri istendiğinde pay ve paydayı yer değiştirmedeği, ilk açıklamasındaki gibi 1 bölü şeklinde yazdığı görülmüştür. Daha sonra rasyonel sayılarda bölme işleminin kuralı gereği paydadaki rasyonel sayıyı ters çevirip işlemini o şekilde tamamladığı görülmektedir.
- K4 kodlu öğrencinin işlemini taban doğal sayı olduğunda 1 bölü şeklinde, rasyonel sayı olduğunda pay ve paydanın yer değiştirmesi şeklinde açıkladığı görülmektedir.
- E2 kodlu öğrencinin arkadaşlarının aksine ters çevirmeden yararlanmadığı, negatif üssün sonucu negatif yaptığı düşüncesiyle işlemini yaptığı görülmektedir. Araştırmacının sorularıyla işlemde hatalar olduğunu fark ettiği, işaretlerde değişiklik yaparak işlemine devam ettiği görülmektedir.

Araştırmacı ve öğrenciler arasında geçen diyaloglar ve öğrenci çizimleri incelendiğinde negatif üsle ilgili öğrencilerin verdiği cevaplara göre temsil ve açıklama türleri izelge 4.9 ‘da verilmiştir.

**Çizelge 4.9.** Öğrencilerin Negatif Üssü Açıklama ve Temsil Türleri

Öğrenci	Açıklama Türü	Temsil Türü
K1	Kural Temelli Açıklama	Dış Temsil
E1	Kural Temelli Açıklama	Dış Temsil
K2	Kural Temelli Açıklama	Dış Temsil
K3	Kural Temelli Açıklama	Dış Temsil
K4	Kural Temelli Açıklama	Dış Temsil
E2	Kural Temelli Açıklama	Dış Temsil

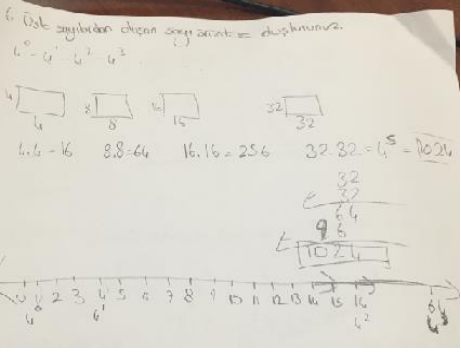
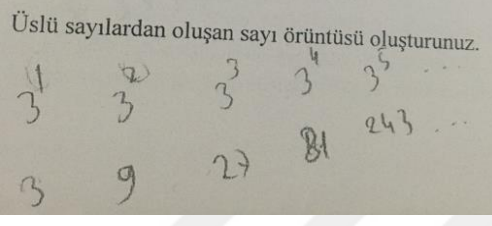
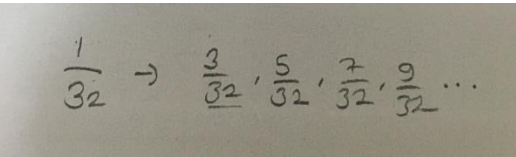
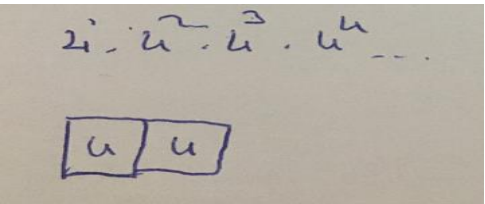
Çizelge 4.9.’da öğrencilerin negatif üs kavramına karşı oluşturdukları açıklama ve temsil türleri yer almaktadır. Çizelge incelendiğinde bütün öğrencilerin derste öğrendikleri negatif üs kuralına göre soruya yanıt verdikleri, bu yüzden de *kural temelli açıklama* yaptıkları düşünölmüştür. Fakat farklı olarak E2 kodlu öğrencinin kuralı başka türlü ifade ettiği, üstteki negatifliğin değerin işaretini değiştireceğini savunduğu dikkat çekmiştir.

Negatif üs konusunda oluşturulan temsil biçimlerine bakıldığında da tüm öğrencilerin *dış temsil* kullandığı, kavramı özgünleştirip farklı şekillerde anlatamadığı, kurallara bağlı kaldığı görölmüştür.

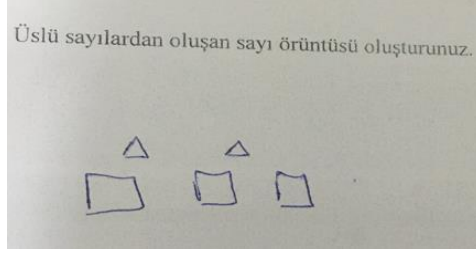
#### **4.4. Öğrencilerin Üslü İfadeleri Örüntüler ile Temsil Biçimleri**

Bu başlık altında öğrencilerin “Üslü sayılardan oluşan sayı örüntüsü oluşturunuz.” sorusuna verdiği cevaplar incelenmiş ve aşağıdaki izelge 4.10 oluşturulmuştur.

**Çizelge 4.10. Öğrencilerin Üslü Sayıları Sayı Örüntüleriyle Açıklamalarına İlişkin Çizimleri ve Diyalogları**

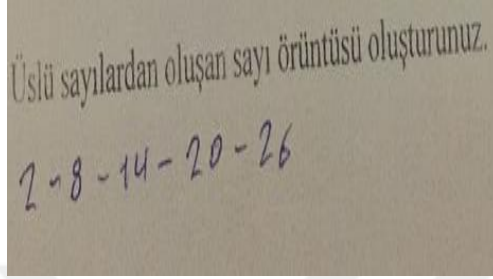
Öğrenci	Öğrenci Çizimleri	Diyaloglar(Açıklama Türüne İlişkin)	Açıklama Türü/Şekil modellemesine uygunluğu
K1		<p><b>K1:</b> “4ün 0.kuvveti, 4ün 1.kuvveti, 4ün 2.kuvveti...Hep 4 kat arttığı için örüntü oluşturmuş olur.”</p> <p><b>Araştırmacı:</b> “Peki şekille çizmek istersek nasıl bir örüntü oluşturulabilir?”</p> <p><b>K1:</b> “Kareler çizerek oluşturabiliriz. 4ün karesi, 8in karesi,16nın karesi gibi.”</p>	Matematik temelli Açıklama /Şekil ile modelleme içermeyen
E1		<p><b>E1:</b> Önce bir taban seçmeliyim. 3 ü taban olarak alıp başlayalım. 3 ün 1. kuvveti, aşağıya da değerini yazalım 3. Sonra 3ün karesi 9,küpü 27 şeklinde yazılır. Örüntüde üs arttıkça alttaki sayı da tabanla çarpılarak artar.</p>	Matematik Temelli Açıklama/Şekil ile modelleme içermeyen
K2		<p><b>K2:</b> <math>\frac{1}{32}</math>den başlayarak payı 2şer arttırıp oluşturacağım örüntüyü. Örüntüm; <math>\frac{1}{32}, \frac{3}{32}, \frac{5}{32}, \dots</math> şeklinde olacak.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Peki oluşturduğum örüntüyü üslü ifadeyi olarak gösterebilir misin?</p> <p><b>K2:</b> Üslü ifadeye dönüşmüyor oluşturduğum örüntü.</p>	Matematik temelli Açıklama /Şekil ile modelleme içermeyen
K3		<p><b>K3:</b> <math>4^1, 4^2, 4^3, \dots</math> şeklinde bir örüntü oluşturabiliriz.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Peki bu örüntünün kuralı ne?</p> <p><b>K3:</b> Kuvvetin 1 artması.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Örüntünü şekille gösterebilir misin?</p> <p><b>K3:</b> Kare çizip alanından gösterebiliriz belki.</p>	Matematik Temelli Açıklama/Şekil ile modelleme hatalı olan

K4



**K4:** Şekille yapsam. Kural Temelli  
Mesela 3 tane kare Açıklama/  
onun üstüne de 2 tane Şekil ile  
üçgen koyuyum. modelleme  
hatalı olan  
**Araştırmacı:** Peki bu  
oluşturmaya çalıştığın  
örüntünün kuralı nedir?  
**K4:** 3 üssü 2 olur.

E2



**E2:** 2, 8, 14, 20, 26.. Kural Temelli  
örüntüsünü Açıklama/  
oluşturabiliriz. Şekil ile  
**Araştırmacı:** Üslü ile  
ifade olarak nasıl ifade modelleme  
ederiz bu sayıları? içermeyen  
**E2:** 2'nin küpü 8 dir.  
**Araştırmacı:** 14,20,26  
sayılarını üslü olarak  
nasıl yazarız?  
**E2:** Hepsi 2'nin katları  
olduğu için ben  
örüntüyü öyle yaptım.  
**Araştırmacı:** Üslü  
ifade kat mı demekti?  
**E2:** Ben öyle  
hatırlıyorum.

Öğrencilerin oluşturduğu örüntüler ve diyaloglar çizelge 4.10.' da verilmiştir. Çizelge incelendiğinde;

- K1 kodlu öğrencinin tabanı 4 ve üssü 0 olan üslü ifadeden başlayarak ve her seferinde 4 katına çıkararak yani üssü 1 arttırarak örüntüyü oluşturduğu görülmektedir. Örüntüyü şekille oluşturması istendiğinde ise kare şeklinin kenarını her seferinde 2 katına çıkararak oluşturduğu görülmektedir.
- Örüntüyü oluştururken E2 kodlu öğrencinin öncelikle tabana kadar verdiği daha sonra üssü arttırarak örüntüyü devam ettirdiği görülmektedir.
- K2 kodlu öğrencinin payı 1 arttırıp paydayı sabit tutarak rasyonel sayılarla örüntü oluşturmaya çalıştığı fakat örüntüsünü üslü ifadelerle göstermesi istendiğinde başarısız olduğu görülmektedir.
- K3 kodlu öğrencinin örüntüsünü tabanı 4 olan üslü ifadelerle oluşturduğu görülmektedir. Öğrencinin oluşturduğu model ile sayı örüntüsü uyuşmamaktadır.
- K4 kodlu öğrencinin örüntüyü şekille oluşturmak istemesi dikkat çekmektedir. Öğrencinin üssel olarak artan örüntüyü modellemesi gerçekçi değildir. Fakat çizimi ve diyalog incelendiğinde öğrencinin aslında  $3^2$  ifadesini temsil etmeye çalıştığı görülmektedir.

- E2 kodlu öğrencinin örüntüsüne bakıldığında 2 sayısı ile başlayıp her adımda 6 artarak ilerlediği görülmektedir. Öğrenciden bu sayıları üslü olarak göstermesi istendiğinde oluşturduğu örüntünün üslü ifadelerden bağımsız olduğunu fark etmektedir.

Diyaloglar ve çizimler incelendiğinde öğrencilerin şekil kullanarak bağlamla ilişkili modeller üzerinden örüntü oluşturmakta zorluk çektikleri fark edilmektedir. K1,E1,K3 kodlu öğrencilerin örüntüyü oluştururken üssü 1 arttırarak oluşturdukları; K2,K4 ve E2 kodlu öğrencilerin ise örüntüyü tam anlamıyla oluşturamadıkları görülmektedir. Soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde K1,E1,K2 ve K3 kodlu öğrencilerin *matematiksel temelli açıklama* yaptığı, K4 ve E2 kodlu öğrencilerin ise *kural temelli açıklama* yaptığı görülmektedir. Öğrencilerin örüntüleri oluştururken kullandıkları temsil türlerine ilişkin diyaloglar çizelge 4.11.' de verilmiştir.

**Çizelge 4.11.** Öğrencilerin Üslü İfadeleri Sayı Örüntüleriyle Temsilleri

Öğrenciler	Öğrenci İfadeleri(Temsil Türüne İlişkin)
<b>K1</b>	“4ün 0.kuvveti, 4ün 1.kuvveti, 4ün 2.kuvveti...Hep 4 kat arttığı için örüntü oluşturmuş olur.”
<b>E1</b>	“Önce bir taban seçmeliyim. 3 ü taban olarak alıp başlayalım.” “Örüntüde üs arttıkça alttaki sayı da tabanla çarpılarak artar.”
<b>K2</b>	“Örüntümü üslü ifade şeklinde gösteremiyorum.”
<b>K3</b>	“Üsleri 1 arttırarak örüntü oluşturabilirim.”
<b>K4</b>	“Şekille yapsam. Mesela 3 tane kare onun üstüne de 2 tane üçgen koyuyum.”
<b>E2</b>	“2, 8, 14, 20,26.. örüntüsünü oluşturabiliriz.”

Çizelge 4.11'deki diyaloglar incelendiğinde K2, K4 ve E2 kodlu öğrencilerin örüntüyü oluşturamadıkları, diğerlerinin de oluşturdukları örüntünün aynı tip olduğu görülmektedir. Bu da öğrencilerin verilenin dışına çıkamadığını, özgünleşerek örnekler veremediğini göstermektedir.

Öğrencilerin “Üslü sayılardan oluşan sayı örüntüsü oluşturunuz.” sorusuna verdiği cevaplar incelenmiş ve öğrencilerin oluşturduğu açıklama ve temsil biçimleri çizelge 4.12'de verilmiştir.

**Çizelge 4.12.** Öğrencilerin Verdiği Cevaplara Göre Açıklama ve Temsil Türleri

Öğrenci	Açıklama Türü	Temsil Türü
K1	Matematiksel Temelli Açıklama	Dış Temsil
E1	Matematiksel Temelli Açıklama	Dış Temsil
K2	Matematiksel Temelli Açıklama	Dış Temsil
K3	Matematiksel Temelli Açıklama	Dış Temsil
K4	Kural Temelli Açıklama	Dış Temsil
E2	Kural Temelli Açıklama	Dış Temsil

Öğrencilerin verdiği cevaplara göre oluşturulan çizelge 4.12. incelendiğinde öğrencilerin üslü ifadelerdeki örüntü kavramını doğal sayılarda öğrendikleri örüntü kavramına benzetip yapmaya çalıştıkları görülmüştür. Örüntüyü oluşturabilen K1,E1,K3 kodlu öğrencilerin de örüntüyü aynı formatta oluşturduğu dikkat çekmiştir. Öğrenciler karşılaştıkları negatif üs kavramını zihinlerinde içselleştirip, özgün şemalar, modellemeler oluşturamadıkları için temsil türleri *dış temsil* olarak belirlenmiştir.

#### **4.5. Öğrencilerin Sıfırıncı Kuvvete İlişkin Açıklamaları ve Temsilleri**

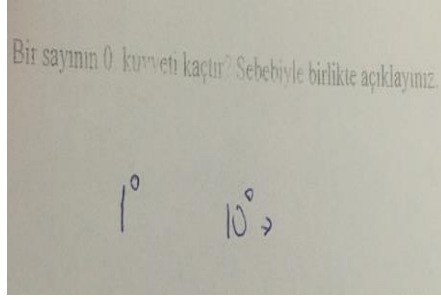
Yapılan görüşmede öğrencilerin “Bir sayının 0.kuvveti kaçır? Sebebiyle birlikte açıklayınız.” sorusuna verdiği cevaplar incelenmiş ve aşağıdaki çizelge oluşturulmuştur.



**Çizelge 4.13.** Öğrencilerin 0. Kuvvet Kavramını Açıklama Türüne İlişkin Çizimleri ve Diyalogları

Öğrenci	Öğrenci Çizimleri	Diyaloglar(Açıklama Türüne İlişkin)	Açıklama Türü
K1		<p><b>K1:</b> Sayıların 0. Kuvveti 1 e eşittir.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Sebebini açıklayabilir misin?</p> <p><b>K1:</b> Örnek vererek açıklayım. <math>2^5 = 32, 2^4 = 16 \dots 2^0 = 1</math> şeklinde bulunur. Üssü 1 azaltarak gidince değeri tabandaki sayıya bölünerek gidiyor. O yüzden hangi örneği verirsek verelim 0. kuvvet 1 çıkacaktır.</p>	Matematik Temelli Açıklama
E1		<p><b>E1:</b> <math>2^0</math> ve <math>2^1</math> den yola çıkalım. Burada taban 2 olduğu için <math>2^1</math> ile çarpılarak ilerlemesi gerekir. Denklem kurmak gerekirse <math>2^0</math> a x deriz <math>2^1</math> de 2 ye eşit. O halde <math>x \cdot 2 = 2</math> olmalı. Buradan <math>x=1</math> çıkar. Yani sıfırıncı kuvvet 1 olur.</p>	Matematik Temelli Açıklama
K2		<p><b>K2:</b> Bir sayının 0. kuvveti her zaman 1'e eşit oluyordu.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Bu durumu açıklayabilir misin?</p> <p><b>K2:</b> Sadece sıfır kez oluyor ve hiçbirşeyi sıfırla çarpıyoruz. Zaten üs kaç kere çarpıldığını gösteriyordu. Bir sayıyı hiçbir şeyle çarpmazsak direkt 1 olur.</p>	Kural Temelli Açıklama
K3		<p><b>K3:</b> 0. Kuvvet 1 dir. Çünkü mesela <math>2^0</math> da 2 çarpılmadığı için 1 oluyor.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Peki 2 çarpılmıyorsa o zaman sonuç neden direkt 2 olmuyor.</p> <p><b>K3:</b> Çünkü zaten <math>2^1=2</math></p>	Kural Temelli Açıklama

K4



**Araştırmacı:** Bir sayının sıfırcı kuvveti kaçır?

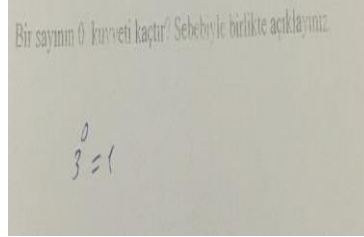
**Kural Temelli Açıklama**

**K4:** Belirsizdir.

**Araştırmacı:** Neden belirsiz oluyor sence?

**K4:** Çünkü 0 çarptığımızda yutuyor o yüzden belirsiz oluyor.

E2



**Araştırmacı:** Bir sayının sıfırcı kuvveti kaçır?

**Matematiksel Temelli Açıklama/**

**E2:** Sıfırdır.

**Araştırmacı:** Neden sıfırdır?

**Kural Temelli Açıklama**

**E2:** Sıfır yutan elemandır çünkü.

**Araştırmacı:** Bir örnek verelim o zaman. Mesela  $3^0$  kaçır?

**E2:** Aa üslü sayı olarak mı? O zaman 1 olur. Öyle hatırlıyorum dersten.

**Araştırmacı:** Sıfır diyordun neden 1 oldu şimdi?

**E2:** 1. Kuvveti kendisiydi 0. Kuvveti de 1 oluyordu. Derste öyle görmüştük.

Yukarıda oluşturulan Çizelge.4.13. den;

- K1 kodlu öğrenci ve araştırmacı arasında geçen diyalog incelendiğinde öğrencinin 0. Kuvvetin 1 olduğunu söylediği ve örüntüyle bunu açıkladığı görülmektedir.
- E1 kodlu öğrencinin çizimine bakıldığında 0. Kuvvetin 1 olduğunu açıklarken denklem kurarak sonuca gittiği görülmektedir.
- K2 kodlu öğrenci 0. Kuvveti hiçbir şeyle çarpmamak olarak ifade etmektedir. Yani sıfır sayısının hiçliğinden, etkisiz eleman özelliği ile ilişkilendirdiği görülmektedir.
- Araştırmacı ve K3 kodlu öğrenci arasındaki diyalog incelendiğinde öğrencinin 0. Kuvvetin 1 olduğunu söylediği, bunun sebebini de tabanın üstteki sayı kadar çarpılması gerektiği kuralıyla açıkladığı görülmektedir. 0'ın etkisiz eleman olma özelliğini kullandığını düşünen araştırmacının öğrenciye yönelttiği sorular karşısında öğrencinin verdiği cevaplardan 0'ın yutan eleman özelliğini kullandığı fark edilmektedir.

- K4 kodlu öğrencinin diğer arkadaşlarından farklı olarak 0'ın yutan eleman özelliğinden dolayı kuvveti 0 olan üslü ifadelerin değerinin belirsiz olduğunu söylediği görülmektedir.
- Araştırmacı ve E2 kodlu öğrencinin diyalogu incelendiğinde öğrencinin soruya önce 0'ın yutan eleman özelliğinden dolayı 0 cevabı verdiği, daha sonra araştırmacının sorularıyla üslü ifadelerde 0. Kuvvetin 1 olduğunu dersten hatırladığı görülmektedir.

K1,E1,K2,K3 kodlu öğrencilerin diyalogları incelendiğinde 0. Kuvvetin 1 olduğunu savundukları görülmektedir. Bu durumu K1 kodlu öğrencinin üsleri azaltarak açıkladığı, E1 kodlu öğrencinin denklem kurarak 0.kuvveti bulduğu, K2 ve K3 kodlu öğrencilerin üst sıfır olduğunda hiçbir şeyin çarpılmadığını bu yüzden değerinin 1 olduğunu savunduğu görülmektedir. K4 kodlu öğrencinin 0'ın yutan eleman özelliğinden dolayı 0. Kuvvetin 1 olduğunu düşündüğü, E2 kodlu öğrencinin yine 0'ın yutan eleman özelliğinden dolayı 0. kuvvetin sıfır olduğunu düşündüğü görülmektedir. Fakat araştırmacının sorduğu sorular yardımıyla E2 kodlu öğrenci 0. Kuvveti derste 1 olarak gördüğünü fark etmektedir.

Çizelgeye göre öğrencilerin açıklama türlerine bakıldığında; K1 ve E1 kodlu öğrencilerin 0. kuvveti *matematiksel temelli* açıkladığı, K2,K3 ve K4 kodlu öğrencilerin *kural temelli* açıkladığı ve E2 kodlu öğrencinin de *matematiksel temelli ve kural temelli* açıklamayı birlikte kullandığı görülmektedir. Öğrencilerle yapılan görüşme sonucunda 0. kuvvet ile ilgili verilen cevaplar incelenmiş ve temsil türünü ortaya çıkarmaya yönelik diyaloglardan çizelge 4.14 oluşturulmuştur.

**Çizelge 4.14.** Öğrencilerin 0. Kuvveti Temsil Etme Türlerine İlişkin İfadeleri

Öğrenci	İfadeler(Temsil Türüne İlişkin)
<b>K1</b>	Üssü 1 azaltarak gidince değeri tabandaki sayıya bölünerek gidiyor. O yüzden hangi örneği verirsek verelim 0. kuvvet 1 çıkacaktır.
<b>E1</b>	Denklem kurmak gerekirse $2^0$ a x deriz $2^1$ de 2 ye eşit. O halde $x \cdot 2 = 2$ olmalı. Buradan $x=1$ çıkar. Yani sıfırın kuvvet 1 olur.
<b>K2</b>	Bir sayıyı hiçbir şeyle çarpmazsak direkt 1 olur.
<b>K3</b>	0. Kuvvet 1 dir. Çünkü mesela $2^0$ da 2 çarpılmadığı için 1 oluyor.
<b>K4</b>	Çünkü 0 çarptığımızda yutuyor o yüzden belirsiz oluyor.
<b>E2</b>	1. Kuvveti kendisiydi 0. Kuvveti de 1 oluyordu. Derste öyle görmüştük.

Çizelgeye göre; K1,E1,K2,K3,E2 kodlu öğrencilerin 0. kuvvetin 1'e eşit olduğunu söylediği görülmüştür. Öğrencilerden yalnızca K4 kodlu öğrencinin 0. kuvvetin belirsiz olduğunu söylediği dikkat çekmiştir.

Öğrenci çizimleri, araştırmacı ve öğrenci arasında geçen diyaloglar, araştırmacı gözlem notları dikkate alınarak öğrencilerin oluşturdukları açıklama ve temsil türleri aşağıda çizelge 4.15'te verilmiştir.

**Çizelge 4.15.** Öğrencilerin Verdiği Cevaplara Göre Açıklama ve Temsil Türleri

Öğrenci	Açıklama Türü	Temsil Türü
K1	Matematikselsel Temelli Açıklama	Dış Temsil
E1	Uygulama Temelli Açıklama	Dış Temsil
K2	Matematikselsel Temelli Açıklama	Dış Temsil
K3	Matematikselsel Temelli Açıklama	Dış Temsil
K4	Matematikselsel Temelli Açıklama	Dış Temsil
E2	Kural Temelli Açıklama	Dış Temsil

Çizelge 4.15 incelendiğinde 0. kuvveti açıklarken iki öğrencinin *matematikselsel temelli açıklama* yaptığı, üç öğrencinin *kural temelli açıklama* yaptığı, bir öğrencinin ise *matematikselsel temelli ve kural temelli açıklamayı* birlikte kullandığı görülmüştür. Ayrıca bazı öğrencilerin 0. kuvvet kavramını sıfırın doğal sayılardaki özelliğini dikkate alarak açıklamaya çalıştığı görülmüş, öğrencilerin kendilerine özgü şekil, sembol ya da örüntü gibi temsiller oluşturamadığı gözlemlenmiş ve öğrencilerin temsil türleri *dış temsil* olarak belirlenmiştir.

#### **4.6. Öğrencilerin Üslü İfadelerde Çarpma ve Bölme İşlemlerini Açıklama Biçimleri**

Yapılan görüşmede öğrencilerin “ $3^2 \cdot 3^5$  işleminin sonucunu bulunuz ve işleminizi açıklayınız.” ve “ $6^8 : 6^2$  işleminin sonucunu bulunuz ve işleminizi açıklayınız.” sorularına verdikleri cevaplar incelenip aşağıdaki Çizelge 4.16 oluşturulmuştur.

**Çizelge 4.16. Öğrencilerin Üslü İfadelerde Çarpma ve Bölme İşlemlerini Açıklama Türüne İlişkin Çizimleri ve Diyalogları**

Öğrenci	Öğrenci Çizimleri	Diyaloglar(Açıklama İlişkin)	Türüne	Açıklama Türü
<b>K1</b>		<p><b>K1:</b> Üslü ifadelerde çarpma işleminde üsleri toplarız.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Peki bunun sebebi nedir?</p> <p><b>K1:</b> Örneğin 3'ün karesinde iki tane 3 var, 3'ün beşinci kuvvetinde 5 tane 3 var bunları yazarsak 7 tane 3'ü çarpmış oluruz o da 3 üzeri 7 ye eşit olur.</p> <p><b>K1:</b> Üslü ifadelerde bölme işlemi yaparken üsler çıkarılır.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Bu bütün durumlar için geçerli mi?</p> <p><b>K1:</b> Hayır, yalnızca tabanı aynı olan ifadeler için geçerli.</p>		<b>Matematik temelli Açıklama</b>
<b>E1</b>		<p><b>E1:</b> Önce ezberden sonucu bulup sonra nedenini açıklayacağım. Eğer tabanlar aynı ise üsler toplanır bu ezberden. Nedeni de üsteki sayı kadar tabanları çarpıyoruz. 2 tane 3 ve 5 tane 3 ü çarparsak 7 tane 3 ü çarpmış oluruz ve bunu kısaltmak için 3 ün 7. Kuvveti şeklinde yazarız.</p> <p><b>E1:</b> Bölme işlemini de çarpma işleminde yaptığımız gibi yaparız. Tabanlar aynı olduğunda üsler çıkarılır. Bunun sebebi de tabanı üs kadar yazarsak sadeleşme olur.</p>		<b>Matematik temelli Açıklama</b>
<b>K2</b>		<p><b>K2:</b> Tabanlar eşit olduğunda üsler toplanır.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Neden topluyoruz üsleri, kural nasıl oluşturuluyor?</p> <p><b>K2:</b> Kural bu şekilde. Sonucu bulmak için toplamamız gerekiyor.</p> <p><b>K2:</b> Bölme işleminde de tabanlar aynı olduğunda üsleri çıkarıyoruz.</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Çıkarmamızın sebebi nedir?</p> <p><b>K2:</b> Sebebi yok. Çünkü böyle olmalı.</p>		<b>Kural Temelli Açıklama</b>

**K3**

$3^2 \cdot 3^5$  işleminin sonucunu bulunuz ve işleminizi açıklayınız.

$$3^7$$

$6^8 : 6^2$  işleminin sonucunu bulunuz ve işleminizi açıklayınız.

$$6^6$$

**K3:** Tabanlar eşit olduğu için üsler toplanır çarpma işleminde.

**Araştırmacı:** Bu kural nerden geliyor peki? Nasıl oluşuyor?

**K3:** Çünkü tabanlar eşit ve çarpma işlemi olduğu için üsleri toplarız.

**K3:** Burada bölme işlemi olduğu için çarpma işleminin tersi olacak o yüzden çıkartacağız üsleri.

**Kural  
Temelli  
Açıklama**

**K4**

$$3^2 \cdot 3^5 = 3^7$$

$$6^8 : 6^2 = 6^6$$

**K4:** Çarpma işleminde tabanlar aynı ise üsleri toplarız.

**Araştırmacı:** Böyle yapmamızın bir sebebi var mı?

**K4:** Çünkü çarptığımızda üsler artar o yüzden topluyoruz.

**K4:** Bölme işleminde de tabanlar aynı olduğunda üsleri çıkarıyoruz.

**Araştırmacı:** Peki bölme işleminde neden üsleri çıkarıyoruz?

**K4:** Bölme işleminde küçülüyor çünkü.

**Kural  
Temelli  
Açıklama**

**E2**

$3^2 \cdot 3^5$  işleminin sonucunu bulunuz ve işleminizi açıklayınız.

$$3^2 \cdot 3^5 = 3^7$$

$6^8 : 6^2$  işleminin sonucunu bulunuz ve işleminizi açıklayınız.

$$6^8 : 6^2 = 6^6$$

$$9^{10} : 9^3 =$$

**E2:** Tabanlar aynı olunca üsler toplanır.

**Araştırmacı:** Neden?

**E2:** Çünkü tabanlar aynı olduğunda üsler toplanıyordu.

**Araştırmacı:** Bu kural nasıl oluşmuş?

**E2:**  $3^2$  ve  $3^5$  in değerini bulup çarparsak çıkan sonucu da üslü ifadeye çevirirsek sonuç  $3^7$  olur.

**Araştırmacı:**  $6^8 : 6^2$  işleminin sonucunu bulunuz.

**E2:** Direkt bölüyoruz.

Tabanlar eşit olduğunda aynı kalıyordu üstleri bölüyorduk sonuç  $6^6$  olur.

**Araştırmacı:** Pekala bir soru daha sormak istiyorum.  $9^{10} : 9^3$  işleminin sonucu kaç olur.

**E2:** Bölme de üsleri çarpıyor muyduk acaba?

**Araştırmacı:** Bir önceki örnekte tabanlar aynı ise üsleri böleriz demiştin. Burada neden öyle yapmadın?

**E2:** 10 u 3 e kalansız bölemeyiz. Sanırım o yüzden. Aslında bu soru hakkında fikrim yok.

**Kural  
Temelli  
Açıklama**

Çizelge 4.16.'da geçen çizimler ve araştırmacıyla olan diyaloglar incelendiğinde;

- K1 kodlu öğrenci tabanı aynı verilen iki üslü ifadenin çarpıldığında üslerinin toplandığını belirttiği görülmektedir. Bunu da üstteki sayı kadar tabanı çarpma

kuralından yola çıkarak gösterdiği, yine üslü ifadelerde tabanın aynı olduğu durumlarda bölme işlemi yaparken üslerin çıkarılacağını ifade ettiği görülmektedir.

- E1 kodlu öğrencinin, tabanları aynı olan üslü ifadelerin çarpımının sonucunu bulurken üsleri topladığı, yine tabanları aynı olan üslü ifadelerin bölümünün sonucunu bulurken üsleri çıkardığı görülmektedir.
- K2 kodlu öğrenci ve araştırmacının diyalogu incelendiğinde öğrencinin derste verilen kuralı ezberlediği, kurala dayanarak tabanı aynı iki sayıyı çarparken üsleri topladığı, bölme üsleri çıkardığı görülmektedir.
- Araştırmacı ve K3 kodlu öğrencinin diyalogundan öğrencinin çarpmada üsleri topladığı, bölmede de tersi işlem yaparak çıkardığı görülmektedir.
- K4 kodlu öğrenci ve araştırmacı arasında geçen diyalog incelendiğinde çarpma işleminde üslerin arttığını savunarak üsleri topladığı, bölme işleminde üslerin azaldığını savunarak üsleri çıkardığı görülmektedir.
- E2 kodlu öğrencinin çarpma işleminde tabanların toplanması gerektiğini savunduğu, bunu da tek tek değer bularak üslü ifadeye çevirip açıkladığı; bölme işleminde ise tabanlar aynı ise tabanı sabit tutarak üsleri böldüğü görülmektedir. Fakat araştırmacının üsleri bölmesinin sebebini ortaya çıkarmak için yeni bir bölme işlemi sormasıyla öğrenci üslerin birbirine kalansız bölünemediğini fark ettiği işleminde çelişkiye düştüğü görülmektedir.

Araştırmacı ve öğrencilerin diyaloguna göre E2 kodlu öğrenci hariç herkesin açıklamayı kural olarak ifade ettikleri, buna karşın K1 ve E1 kodlu öğrencilerin kuralı matematiksel bir şekilde açıklayabildikleri görülmektedir. Üslü ifadelerde çarpma ve bölme işlemleri sorusunu açıklarken iki öğrencinin *matematiksel temelli açıklama* yaptığı diğerlerinin *kural temelli açıklama* yaptığı görülmektedir.

Öğrenciler ve araştırmacı arasında geçen, üslü ifadelerde taban aynı olduğunda çarpma ve bölme işlemlerinin nasıl yapılacağını temsil etmelerine ilişkin diyaloglardan aşağıdaki çizelge oluşturulmuştur.

**Çizelge 4.17.** Öğrencilerin Üslü İfadelerde Çarpma ve Bölme İşlemlerini Temsil Türüne İlişkin İfadeleri

Öğrenci	İfadeler (Temsil Türüne İlişkin)
K1	3'ün karesinde iki tane 3 var, 3 ün beşinci kuvvetinde 5 tane 3 var bunları yazarsak 7 tane 3'ü çarpmış oluruz o da 3 üzeri 7 ye eşit olur.
E1	2 tane 3 ve 5 tane 3 ü çarparsak 7 tane 3 ü çarpmış oluruz ve bunu kısaltmak için 3'ün 7. Kuvveti şeklinde yazarız.
K2	Tabanlar eşitse üsler toplanır. Kural böyle çünkü.
K3	Tabanlar eşit olduğu için üsler toplanır çarpma işleminde. Burada bölme işlemi olduğu için çarpma işleminin tersi olacak o yüzden çıkartacağız üsleri.
K4	Çünkü çarptığımızda üsler artar o yüzden topluyoruz.
E2	Bölme işleminde de tabanlar aynı olduğunda üsleri çıkarıyoruz.

Araştırmacı ve öğrenciler arasında geçen diyalog incelendiğinde öğrencilerin genel olarak kuralı bildiği fakat kuralın oluşma sebebini bilmediği görülmüştür.

Yukarı yer alan çizelge 4.16 ve çizelge 4.17'den elde edilen verilere göre öğrencilerin soruları açıklama türü ve temsil türü aşağıda bulunan çizelge 4.18'de verilmiştir.

**Çizelge 4.18.** Öğrencilerin Verdiği Cevaplara Göre Açıklama ve Temsil Türleri

Öğrenci	Açıklama Türü	Temsil Türü
K1	Matematiksel Temelli Açıklama	Dış Temsil
E1	Matematiksel Temelli Açıklama	Dış Temsil
K2	Kural Temelli Açıklama	Dış Temsil
K3	Kural Temelli Açıklama	Dış Temsil
K4	Kural Temelli Açıklama	Dış Temsil
E2	Kural Temelli Açıklama	Dış Temsil

Çizelge 4.18 incelendiğinde öğrencilerin kurala göre işlemlerini yaptığı fakat kuralın sebebi irdelendiğinde K1 ve E1 kodlu öğrencilerin dışındakilerin sebebini açıklayamadığı görülmüştür. Üslü ifadelerle çarpma ve bölme işlemlerini yapmak için öğrencilerin kuralı kullandığı, kendilerinin herhangi bir yöntem geliştirmediği gözlemlenmiş ve temsil türleri *dış temsil* olarak belirlenmiştir.



## 5. SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

### 5.1. Sonuçlar ve Tartışma

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifadeler konusundaki kavramları açıklama türlerini ve temsil türlerini belirlemeye yönelik hazırlanan bu çalışma ile bu amaç doğrultusunda sekizinci sınıf öğrencilerin taban ve üs kavramına ilişkin görüşleri, üslü sayılar konusundaki bağlamsal düşünceleri, negatif üs kavramına ilişkin görüşleri, üslü ifadeleri örüntülerle temsil etme biçimleri, sıfırcı kuvvete ilişkin açıklamaları ve temsil biçimleri ve üslü sayılarda çarpma ve bölme işlemlerini açıklama biçimleri ortaya çıkarılması hedeflenmiştir. Bu bağlamda elde edilen sonuçlar ilgili alan yazın ile tartışılarak aşağıda sunulmuştur.

Araştırmanın birinci bulgusu ele alındığında, öğrencilerin gözlem formundaki 1. ve 2. sorulara verdiği cevaplara bakacak olursak; öğrencilerin derste ve kitaplarda geçen tanıma da benzer bir şekilde üslü ifadeleri “tekrarlı çarpım” olarak tanımladıkları görülmektedir.

Öğrencilerin tanımları ve örnekleri kitaba bağlı kalarak vermesi bu konuyu içselleştiremediklerini, kendi cümleleriyle ya da şekil ve sembolleriyle örneklendiremediklerini göstermektedir. Gözlemci notlarına göre öğrencilerin tamamının taban ve üs kavramlarını bildiği, bu soruyu cevaplamaya başlarken kendilerinden emin ve rahat bir şekilde cevaplandıkları, fakat araştırmacının başka bir gösterim şekli sorduğunda(şekil, sembol..) cevap veremeyip stres yaptıkları görülmektedir. Bulgular incelendiğinde öğrencilerin tamamının taban ve üs kavramına kitap cümleleriyle yanıt verdiği görülmüş açıklama türü bütün öğrencilerde *kural temelli açıklama* olarak belirlenmiştir. İki öğrencinin kavramları açıklarken “karenin alanı” üzerinden örneklendirmeye çalıştığı fark edilmiş açıklama türüne *uygulama temelli açıklama* da eklenmiştir. Araştırmacıyla öğrenciler arasında geçen diyaloglardan öğrencilerin sözel açıklamaları tercih ettikleri görülmüştür. Verilen cevapların farklılaşmamasından ve benzer cümleler olmasından dolayı temsil türüne tüm öğrencilerde *dış temsil* olarak belirlenmiştir.

Araştırmanın ikinci başlıktaki bulguları incelendiğinde, öğrencilerin bir sayının karesini kolaylıkla hesaplayabildiği fakat bununla ilgili problem oluşturamadığı görülmüştür. Bir sayının karesinin hesaplanması denildiğinde öğrencilerin aklına bir kenarı verilen kare şeklinin alanını hesaplaması problemi gelmiştir. Gerçekçi durum problemi oluşturma sorusuna gelince öğrencilerin tamamının bir süre çözüme başlayamadığı ve problem oluşturamadığı görülmüştür. Öğrencilere düşünmeleri için süre verildikten sonra oluşturulan problemler incelenmiş K1,K2 ve E2 kodlu öğrencilerin makul cevap verdikleri fakat diğer öğrencilerin makul cevaplar oluşturamadığı görülmüştür. Bunun sebebi ders kitabında da bağlamdan bağımsız gerçekçi olmayan soruların bulunması ve öğrenci açıklamalarına etki etmiş olması olabilir. Örneğin;

Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Aşık Veysel hayranı olan Kürşat, bir bağlama alabilmek için her hafta kumbarasına düzenli olarak  $3^4$  lira para atmaktadır. Kürşat  $3^2$  hafta sonra kumbarasında biriken para ile bir bağlama alabilmiştir. Buna göre bağlamanın fiyatını bulup sonucu üslü sayı olarak gösteriniz.

b) Alican, mahallesinde oyunlar oynadığı  $4^2$  tane arkadaşının her birine  $4^3$  tane misket vermek istemektedir. Buna göre Alican'ın arkadaşlarına toplam kaç adet misket verebileceğini bulunuz.

c) Ülkemizde 2017 yılında çöpe atılan ekmek miktarı yaklaşık olarak  $2^{30}$  adettir. Aileler günlük tüketimlerine uygun olarak ekmek aldıklarında ekmek miktarının dörtte birinin israfı önlenmektedir. Bu verilere göre aileler ihtiyaçlarına uygun olarak ekmek aldıklarında, kaç tane ekmeğin çöpe atılması engellenmiş olur?

**Şekil 5.1.** Kitaplarda bulunan üslü sayılar problemi örneği (8. Sınıf MEB Yayınları Ders Kitabı, 2021, syf 27)

Şekil 5.1'de verilen sorular derslerde kullanılan MEB yayınlı kitaba aittir. Sorular incelendiğinde soruların üssü ifade kullanımına uygun gerçek yaşam durumlarını yansıtmadığı görülmüştür.

Bu başlık altında incelenen bir diğer soru ise çok büyük ve çok küçük sayılarla ilgidir. Öğrencilerin bu kavramlara yönelik diyalogları incelendiğinde K3, K4 ve E2 kodlu öğrencilerin çok büyük ve çok küçük sayıları kelime anlamına bakarak kendilerinde oluşturdukları sayı duyularına göre örneklendirdikleri görülmüştür. K1 ve E1 kodlu öğrencilerin 10 un kuvvetini kullanarak, K2 kodlu öğrencinin bilimsel yöntemi kullanarak bu soruya cevap verip örneklendirdiği görülmüştür. Öğrencilerin üslü ifadeler konusundaki bağlamsal düşüncelerini açıklama biçimleri incelenmiş, dört öğrencinin *uygulama temelli açıklama* yaptığı, bir öğrencinin *matematik temelli açıklama* yaptığı, bir öğrencinin de *kural temelli açıklama* yaptığı görülmüştür. Çok büyük ve çok küçük sayılara örnek vermeleri istendiğinde öğrencilerin bağlamsal düşünemediği, çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel ve gerçekçi olarak örneklendiremedikleri görülmüştür. Öğrencilerin üslü sayılarla ilgili karşılaştığı, tecrübe ettiği durumları zihinlerinde modeller ve şekiller oluşturamadıklarından dolayı iç temsille ilgili ifadelerle rastlanmadığı görülmüş, daha çok sözel ifadelerle rastlandığı için konuyu *dış temsil* olarak temsil etmişlerdir.

Üçüncü bulgu “öğrencilerin negatif üs kavramına ilişkin görüşleri” başlığına bakıldığında K1,E1,K2 ve K4 kodlu öğrencilerin pay ve paydanın yer değiştirmesinden bahsettiği (ters çevirmek), K3 kodlu öğrencinin işlemi 1 bölü şeklinde yaptığı, E2 kodlu öğrencinin ise negatif üssün sonucun işaretini değiştirdiğini savunduğu görülmüştür. E2 kodlu öğrencinin cevabı literatürle paraleldir. Crider (1998) bazı öğrencilerin negatif üslü sayıların değerini düşünürken üstteki eksi işaretini düşünmeden hesaplama yapıp elde ettikleri sonucun başına eksi işaretini koyduklarını ( $3^6 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$  ise  $3^{-6} = -729$ ) ortaya çıkarmıştır. Negatif üslü ifadelerde değer bulurken karşılaşılan zorluklar öğrencilerin negatif üssün anlamına yönelik güçlülere sahip olmasından kaynaklandığı düşünülmüştür. Karşılaşılan bu zorlukları ortadan kaldırmak için öncelikle negatif üs kavramının sorunsuz bir şekilde anlaşılmasının sağlanması gerektiği belirlenmiştir. Öğrencilerin cevaplarına bakıldığında çoğunun aynı cevabı verdiği (pay ve paydanın yer değiştirmesi) dikkat çekmiştir. Bunun sebebinin ise ders kitaplarında bulunan ve derslerde sık sık tekrar edilen bilgiler olduğu düşünülmüş. MEB matematik ders kitabında bir sayının negatif kuvveti ile ilgili not aşağıda Şekil 5.2’de verilmiştir.

## Üslü İfadeler



### Bunu Öğrenelim

$a \neq 0$  ve  $n$  bir tam sayı olmak üzere  $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$  ve  $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$ dir.

Bir üslü ifadenin pay ve paydası yer değiştirildiğinde üssün işareti de değişir.

### Birlikte Yapalım 6

Aşağıdaki üslü ifadelerin değerlerini yanlarına yazalım.

$$7^{-1} = \frac{1}{7}$$

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$$

Bir sayının negatif kuvveti hesaplanırken sayının pay ve paydası yer değiştirilip kuvvet pozitif hâle dönüştürülür.

**Şekil 5.2.**Ders kitabında bir sayının negatif üssünün tanımlanması örneği (Sekizinci sınıf MEB ders kitabı,2021,syf 24)

Ayrıca öğrencilerin negatif üs kavramına ilişkin diyalogları ve çizimleri incelendiğinde, kavramı kuralla açıkladığı, formül ezberleyip uygulamaya çalıştığı görülmüş ve bulgu başlığı altında öğrencilerin temsil türlerinin *dış temsil* olduğuna karar verilmiştir.

Bulgu başlıklarından dördüncüsü olan “Öğrencilerin üslü ifadeleri örüntüler ile temsil biçimleri” incelendiğinde öğrencilerin şekil kullanarak bağlamla ilişkili modeller üzerinden örüntü oluşturmakta zorluk çektikleri fark edilmiştir. K1,E1,K3 kodlu öğrencilerin örüntüyü oluştururken üssü 1 arttırarak oluşturdukları, K2,K4 ve E2 kodlu öğrencilerin örüntüyü tam anlamıyla oluşturamadıkları görülmüştür. Matematik derslerinde üslü ifadeler konusundan bahsedilirken örüntü oluşturma, üslü ifadeyi şekil ya da sembolle temsil etme, sayı doğrusunda gösterme... gibi öğrencilerin bağlamsal ilişkiler kurmasını destekleyecek çalışmalara yer verilmemesi yukarıdaki sonucu doğurmuştur. Öğrencilerin bu bulgu başlığı altında verdiği cevaplar incelenmiş ve K1,E1,K2 ve K3 kodlu öğrencilerin *matematikselle açıklama* yaptığı, K4 ve E2 kodlu öğrencilerin ise *kural temelli açıklama* yaptığı görülmüştür. Matematikselle açıklama yapan öğrencilerden yalnızca K3 kodlu öğrencinin şekil ile modelleme yaptığı fakat bu modellemenin de hatalı olduğu dikkat çekmiştir. Kural temelli açıklama yapan K4 ve E2 kodlu öğrencilerden K4 kodlu öğrencinin modelleme yaptığı ancak bu modellemenin hatalı olduğu görülmüştür. Tüm öğrencilerin oluşturmaya çalıştıkları örüntüler ve yaptıkları modellemeler incelendiğinde zihinlerinde bilişsel şemalar oluşturamadıkları, örüntü

ve üslü ifadeler konusu arasında bağlamsal ilişkiler kuramadıkları görülmüş ve bu sebeplerden öğrencilerin temsil türü *dış temsil* olarak belirlenmiştir.

5. bulgu verileri “Öğrencilerin sıfırcı kuvvete ilişkin açıklamaları ve temsilleri” başlığı altında incelenmiş ve K1,E1,K2,K3 kodlu öğrencilerin diyaloglarından 0. kuvvetin 1 olduğunu savundukları görülmüştür. Bu durumu K1 kodlu öğrencinin üslüleri azaltarak açıkladığı, E1 kodlu öğrencinin denklem kurarak 0.kuvveti bulduğu, K2 ve K3 kodlu öğrencilerin üst sıfır olduğunda hiçbir şeyin çarpılmadığını bu yüzden değerinin 1 olduğunu savunduğu dikkat çekmiştir. K4 kodlu öğrencinin 0’ın yutan eleman özelliğinden dolayı 0. kuvvetin 1 olduğunu düşündüğü, E2 kodlu öğrencinin yine 0’ın yutan eleman özelliğinden dolayı 0. kuvvetin sıfır olduğunu düşündüğü görülmüştür. Buna karşın, araştırmacının sorduğu sorular E2 kodlu öğrencinin 0. Kuvveti derste 1 olarak gördüğünü fark etmesini sağlamıştır. 0. kuvvetten bahsedildiğinde öğrencilerin sıfır sayısının etkisiz eleman ve yutan eleman özelliğini düşünerek cevapladıkları görülmüştür. Literatürde Cengiz (2006) ve Crider (1998) ‘in yapmış olduğu çalışmalarda öğrencilerin bir doğal sayının sıfırcı kuvvetin değerini hesaplamaya çalışırken kuvvette bulunan sıfır sayısının toplama işlemindeki etkisiz eleman olma özelliğini yanlış yorumlayıp sayının sıfırcı kuvvetinin değerinin tabanda bulunan sayının kendisine eşit olduğu yanılığına rastlanmıştır. Bu yanılığın düzeltilmesinde aynı taban ve üsse sahip sayıların bölme işlemindeki  $a^n/a^n$  ifadesinin değerinin vurgulanması yoluyla yardımcı olunabilir;  $a^n/a^n = a^{n-n}=1 = a^0$  şeklinde üslü ifadelerde bölme işlemi kullanılarak yapılacak olan açıklama öğrencilerin sıfırcı kuvveti anlamalarını kolaylaştıracaktır (Crider, 1998).

Öğrencilerin 0. kuvvet sorusuna verdikleri cevapları incelendiğinde K1 ve E1 kodlu öğrencilerin 0. kuvveti *matematiksel temelli* açıkladığı, K2,K3 ve K4 kodlu öğrencilerin *kural temelli* açıkladığı ve E2 kodlu öğrencinin de *matematiksel temelli ve kural temelli* açıklamayı birlikte kullandığı görülmüştür. 0. kuvveti açıklarken öğrencilerin sembolik temsil (denklem, formüller, semboller...) kullandıkları görülmüş ve temsil türleri *dış temsil* olarak belirlenmiştir.

Bulgu başlıklarından 6.sı olan “öğrencilerin üslü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini açıklama biçimleri” incelendiğinde E2 kodlu öğrenci hariç herkesin kuralları bildiği fakat bu durumu tam anlamıyla sadece iki öğrencinin (K1, E1) açıklayabildiği görülmüştür. Bunun sebebinin ise derslerde ezberci bir sistemle

kuralın verilip geçilmesi olduğu düşünülmüştür. Kuralın nereden geldiğini, nasıl oluştuğunu bilmeyen öğrencinin içselleştirme yapamadığı sadece ezberlediği görülmüştür. Mantığını anlamadan yaptığı işlemleri de ufak bir değişiklik yapıldığında durumu açıklayamadığı fark edilmiştir. Üslü sayılarla yapılan çarpma ve bölme işlemlerinde terimlerinin çözümlenmesinin bu konuda karşılaşılan karmaşanın giderilmesine yardımcı olabileceği düşünülmüştür. Ayrıca bu yöntemin öğrencilerin işlemin kuralını kavramalarını da kolaylaştırabileceği düşünülmüştür. Örneğin  $3^2 \cdot 3^5 = (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) = 3^{1+1+1+1+1+1} = 3^7$  ve  $\frac{5^4}{5^2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5}$  biçiminde çarpanların çözümlenmesinin sonucun bulunmasını kolaylaştıracağı görülmüştür. Bu konuda ders kitabında bulunan açıklamanın kuralı öğrencilerin fark etmesi için örnek verilmesi daha sonra kuralın açıklanması şeklindedir. Ders kitabında daha çok örneğin ardından kural öğrenciye sunulabilir.

Üslü ifadelerde çarpma ve bölme işlemleri sorusunu açıklarken iki öğrencinin *matematiksel temelli açıklama* yaptığı diğerlerinin *kural temelli açıklama* yaptığı görülmüştür. Matematiksel temelli açıklama yapan öğrencilerin işlemlerini yukarıda belirtilen, terimlerin çözümlenmesi önerisine göre yaptıkları ve bu yöntemi bilmelerinin işlem yapmalarını kolaylaştırdıkları görülmüştür. Diğer öğrencilerin kuralı ezberledikleri bu yüzden de sonuca ulaşmakta güçlük çektikleri fark edilmiştir. Üslü ifadelerle çarpma ve bölme işlemlerini yapmak için öğrencilerin kuralı kullandığı, kendilerinin herhangi bir yöntem geliştirmediği gözlemlenmiş ve temsil türleri *dış temsil* olarak belirlenmiştir.

Araştırmadan elde edilen tüm bulgular incelendiğinde öğrencilerden gelen cevaplarda dış temsil türüne rastlanmadığı görülmektedir. Seçilen öğrencilerin aynı öğretmenden öğretim gördüğü göz önüne alındığında öğretmenin öğretim yaklaşımının öğrencilerin temsil türünü etkileyebileceği düşünülmüştür. Bu doğrultuda öğretmenleriyle yapılan görüşmede öğretmenin öğretiminde daha çok sunuş yolunu kullandığı ve düz anlatım gerçekleştirdiği bilgisine ulaşılmıştır. Dolayısıyla öğrencilerin dış temsil türünü kullanmamış olmaları derste öğretmenin kullandığı geleneksel yöntemlerden kaynaklı olabileceği sonucuna ulaşılmıştır.

## 5.2. Öneriler

Ortaokul 8. sınıf öğrencileriyle yapılan bu çalışmada öğrencilerin üslü ifadeleri açıklama ve temsil etme biçimlerinin incelenmesi kapsamında ulaşılan sonuçlara dayanarak yapılan öneriler aşağıdaki gibidir;

- Değişik etkinlikler kullanılarak özellikle negatif kuvvetin etkisi öğrencilere hissettirilmelidir. Bunun için de öncelikle negatif sayı kavramında doğru imaj oluşturmaları sağlanmalıdır.
- Üslü sayılarla işlemler öğretilirken kuralı ezberlemeye yönelik değil mantığını anlamaya yönelik etkinliklere yer verilebilir. Ders kitabında yer alan ifadeler kural temelli yerine matematik temelli olmalıdır.
- Ders kitabında üssü ifadelerle ilişkili olarak daha fazla gerçekçi problem yer almalıdır.
- Üslü ifadelerin öğretiminde işlem becerisinin yanı sıra tahmin etme becerisi, açıklama ve temsil etme becerilerinin geliştirilmesine önem verilmelidir.
- Öğretmenlerin derslerde geleneksel öğretim yöntemlerinden uzaklaşıp öğrenci merkezli yöntemler tercih etmesi için hizmet içi eğitimler verilmeli, öğretmen adayları da bu konuda bilinçlendirilmelidir.
- Bu araştırma kapsamında küçük bir örneklem üzerinde veri toplama aracı olarak yarı yapılandırılmış görüşme kullanılmıştır. Bundan sonra yapılacak araştırmalarda bu konunun daha geniş kitlelerle nicel yöntemler kullanılabilir.

## KAYNAKÇA

Abdulkadir, Ö. ve Ertekin, E. (2015). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının periyot kavramıyla ilgili kavram imajları. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(2), 333-353.

Akarsu, E. (2013). *7. Sınıf gövdesinin Cebir Öğrenme Alanında Matematiksel Dil Kullanımlarının İncelenmesi* (Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi/Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezSorguSonucYeni.jsp>

Aslan, N. (2018). *Üslü ifadelerle etkinlik temelli öğretimin matematik akademik başarısına, tutumuna ve kaygı-endişe düzeyine etkisi* (Master's thesis, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü).

Attorps, I. (2003). Teachers' images of the 'equation' concept. *European Research in Mathematics Education*, 3, 1-8.

Avgören, S. (2011). Farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin katı cisimler (prizma, piramit, koni, silindir, küre) ile ilgili sahip oldukları kavram imajı. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Ayaz, Ü. B. (2017). *Ortaokul öğrencilerinin dörtgenlere ilişkin kavram imajları* (Doctoral dissertation, Necmettin Erbakan University (Turkey)).

Baki, M. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işlemi ile ilgili matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *Eğitim ve Bilim*, 38(167).

Baykul, Y.(2005). *İlköğretimde matematik öğretimi*, Pegem A Yayıncılık, 8. Baskı, s.38-41, Ankara.

Bayram, G. (2013). *8. sınıf öğrencilerinin üslü ifadelerle ilişkin sayı duyuları ve başarıları arasındaki ilişki*.Yayımlanmamış Yüksek lisans tezi, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.

Bulut, D. B., Aygün, B. and İpek, A.S. (2018). Meaning of the primary and secondary school students towards equal sign. *Turkish Journal of Teacher Education*, 7(1), 1-16.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., ve Demirel, F. (2011). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Pegem Akademi.

Cengiz, Ö. M. (2006). Reel sayıların öğretiminde bir kısım ortaöğretim öğrencilerinin yanlışları ve yanlışları üzerine bir çalışma Yayımlanmamış Yüksek lisans tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.



Charalambos, Y. C., Hill, H.,C. & Ball, D. L.(2011). Prospective teachers'learning to provide instructional explanations: How does it look and what might it take? *Journal of Mathematics Teacher Education*, (online first 16 March 2011).

Crider, M. R. (1998). *The effects of using "splitting" multiplicative structures on students' understanding of integer exponents*. Unpublished PHD Thesis. Texas A & M University.

Çelik, D. ve Sağlam-Arslan, A. (2012). Öğretmen adaylarının çoklu gösterimleri kullanma becerilerinin analizi. *İlköğretim Online*, 11(1), 239-250.

Delice, A., & Sevimli, E. (2011). İntegral kavramının öğretiminde konu sıralamasının kavram imgeleri bağlamında incelenmesi; belirli ve belirsiz integraller. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 51-62.

Dufour-Janvier, B., Bednarz, N., & Belanger, M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. In C. Janvier (Ed), *Problems of Representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 109-122). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Dündar, S. ve Yılmaz, Y. (2015). Matematik öğretmen adayları hangi gösterim biçiminde daha başarılıdır? İntegral örneği. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 6(3), 418-445.

Eroğlu, D. & Tanışlı, D. (2015). Ortaokul matematik öğretmenlerinin temsil kullanımına ilişkin öğrenci ve öğretim stratejileri bilgileri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(1), 275-307.

Goldin, G. A. (1998). Representations, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 137-165.

Goldin, G. A., & Kaput, J. M. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin, & B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 397-430). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Güzel, S., & Yılmaz, S. (2020). 8. Sınıf Öğrencilerinin üslü ifadeler konusundaki matematiksel dil kullanım düzeyleri ve dile ilişkin görüşleri. *International Journal of Active Learning*, 5(1), 33-56.

Hafner, J. and Mancosu, P. 2005. The Varieties of Mathematical Explanation. In *Visualization, Explanation and Reasoning Styles in Mathematics*, Edited by: Mancosu, P., Jorgensen, K. and Pedersen, S. 215-250. Dordrecht: Kluwer.

Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). *Learning and Teaching with Understanding*. In D. Grouws (Editör), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (65-97). New York: Macmillan Publishing Company. <https://doi.org/10.16949/turcomat.55314>

Incikabi, S. (2017). Çoklu temsiller ve matematik öğretimi: Ders kitapları üzerine bir inceleme. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 6(1), 66.

İncikabı, S. & Biber, A. Ç. (2018). Transitions Among The Representations in The Middle School Mathematics Textbooks. *Kastamonu Education Journal*, 26(3), 729-740

İpek, A. S.ve Okumuş, S. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmeye kullandıkları temsiller. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 11(3), 681-700.

İymen, E. (2012). 8. sınıf öğrencilerinin üslü ifadeler ile ilgili sayı duyularının sayı duyusu bileşenleri bakımından incelenmesi, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Den Bilimleri Enstitüsü, Pamukkale Üniversitesi, Denizli.

Karasar, N. (2012). *Bilimsel araştırma yöntemi*. Ankara: Nobel Yayınları.

Koren, M. (2004). İşaretili sayılar kavramını edinme: Uygulamaya dayalı ve matematiksel temelli açıklamaları birleştirme. *Aleh*, 32, 18-24.

Merriam, SB (1998). *Eğitimde nitel araştırma ve örnek olay uygulamaları*. Kaliforniya: Jossey-Bass.

Ortaokul ve İmam hatip Ortaokulu 8. Sınıf Matematik Ders Kitabı (2018). Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları

Ortaokul ve İmam hatip Ortaokulu 8. Sınıf Matematik Ders Kitabı (2021). Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları

Owens, K. D., & Clements, M. A. (1997). Representations in spatial problem solving in the classroom. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 197- 218

Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation and research methods*. SAGE Publication

Piez, C., M. & Voxman, M., H. (1997). Multiple representations-- using different perspectives to form a clearer picture. *Mathematics Teacher*, 90 (2), 164-167.

Polat, M. (2015). İlköğretim 7. sınıf matematik ders ve çalışma kitaplarındaki açıklama ve gerekçelendirme gerektiren görevlerin öğrenme alanlarına göre incelenmesi, Yayınlanmamış Yüksek lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.

Prain, V., & Waldrip, B. (2006). An exploratory study of teachers' and students' use of multi-modal representations of concepts in primary science. *International Journal of Science Education*, 28(15), 1843-1866.

Satan, N., Aksakal, K., & Zeynep, A. Y. (2021). Üslü İfadelerde Yaşanan Kavram Yanılgılarının Olası Nedenleri ve Önlem Önerilerinin Öğretmen Adaylarının Görüşlerine Dayalı Olarak İncelenmesi. *Manisa Celal Bayar Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(1), 32-48.

Shriki, A., & David, H. (2001). *How do mathematics teachers (inservice and preservice) perceive the concept of parabola?*. In PME Conference (Vol. 4, pp. 4-169).

Sönmez, M. T., & Karacaköylü, M. A.(2022) Matematik Öğretmen Adaylarının Kesirlere İlişkin Özelleştirilmiş Alan Bilgilerinin Öğretim Etkinliklerine Yansıması. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(Özel Sayı), 330-384.

Şahin, H. ve Masal, M. (2021). Ortaokul 7. Sınıf öğrencilerinin Cebirsel ifadeleri ve Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konularına Ait Kavramının incelenmesi. *Eğitimde Bireysel Farklılıklar Dergisi*, 3 (2), 74-96.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in mathematics*, 12(2), 151-169.

Tapan Broutin, M. S., (2010). *Bilgisayar etkileşimli geometri öğretimi*. Bursa. Ezgi Kitabevi.

Tataroglu Tasdan, B., Erduran, A., and Çelik, A. (2015). A daunting task for preservice mathematics teachers: developing students; mathematical thinking. *Educational Research and Reviews*, 10(16), 2276-2289.

Temel, Z. (2018). 8. sınıf öğrencilerinin matematiğe yönelik tutum ve kaygılarının üslü ifadeler konusundaki başarıyı yordama gücü, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.

Van der Meij, J., & De Jong, T. (2006). Supporting students' learning with multiple representations in a dynamic simulation-based learning environment. *Learning and Instruction*, 16(3), 199–212.

Yayla, G. ve Özsevgeç, T. (2015). Ortaokul öğrencilerinin grafik becerilerinin incelenmesi: Çizgi grafikleri oluşturma ve yorumlama. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(3), 1381-1400.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık, Ankara, 446.

Yıldırım, Z. & Albayrak, M. (2016). Ortaokul Öğrencilerinin Farklı Temsil Biçimlerine Göre Doğrusal İlişki Konusunu Anlama Düzeylerinin İncelenmesi. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 7(2), 11-26.

Zihar, M. (2018). Matematiksel modelleme yöntemiyle 8. sınıf üslü ifadeler konusunun öğretimine yönelik bir eylem araştırması, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

# EKLER

## EK-1. Etik Kurul Onay Formu

T.C.  
KIRIKKALE ÜNİVERSİTESİ  
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ARAŞTIRMALARI  
ETİK KURULU TOPLANTISI

KARAR TARİHİ : 19/12/2022  
OTURUM NO : 11  
TOPLANTI SAATİ : 12.30

Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırmaları Etik Kurulu, Kurul Başkanı Prof. Şahin AHMETOĞLU başkanlığında gündemdeki maddeleri görüşmek üzere toplanarak aşağıdaki kararları almıştır.

**GÜNDEM** 8- Kırıkkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi Matematik Eğitimi Bölümü Dr. Öğr. Üyesi Melike TURAL SÖNMEZ tarafından yürütülen Ayşenur ATICI'nın yardımcı araştırmacı olduğu "Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Üslû İfadeler Konusundaki Kavram İmajının Araştırılması" konulu proje başvurusunun görüşülmesi

**KARAR** 8-- Kırıkkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi Matematik Eğitimi Bölümü Dr. Öğr. Üyesi Melike TURAL SÖNMEZ tarafından yürütülen Ayşenur ATICI'nın yardımcı araştırmacı olduğu "Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Üslû İfadeler Konusundaki Kavram İmajının Araştırılması" konulu proje incelenmiş olup, Kırıkkale Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırmalar Etik Kurulu Yönergesinde belirtilmiş olan Etik İlkelerine uygun olduğuna karar verildi.

BAŞKAN

Prof. Dr. Şahin AHMETOĞLU

ÜYE

Prof. Dr. Mehmet DİKKAYA

ÜYE

Prof. Dr. Oğuz ÖCAL

ÜYE

Prof. Dr. Sevgi NURTÖNCEL

ÜYE

Prof. Dr. İbrahim MAZMAN

ÜYE

Prof. Dr. Oktay AKBAŞ

ÜYE

Doç. Dr. Kamran ŞAHİN

ÜYE

Prof. Dr. Erol YILMAZ

ÜYE

Dr. Öğr. Üyesi Fatma HIZIR AŞRAV

## EK-2. Üslü Sayılar Konusunda Kavram İmajını Ortaya Çıkarabilecek Görüş Alma Sorularının İlk Hali

### GÖRÜŞ ALMA FORMU

Değerli Akademisyen Hocalarım ve Öğretmen Arkadaşlarım,

Bu çalışma 8. Sınıf öğrencilerinin üslü ifadeler konusunda oluşturduğu kavram imajlarını incelemek amacıyla hazırlanmıştır.

Sizlerden, hazırlanan görüş alma formunda bulunan soruların kavram imajı oluşturmaya uygun olması konusunda görüş alınacaktır. Sorduğum sorulara vereceğiniz cevaplarla ve fikirlerinizle bu araştırmaya katkıda bulunacaksınız. Sizden istenilen aşağıdaki soruları içtenlikle yanıtlamanızdır. Katkılarınızdan dolayı teşekkür ediyorum.

1. Meslekteki yılınız:
2. Ünvanınız:
3. Kavram imajı konusunda araştırmanız var mı?:

Hazırladığım aktivitelerin kavram imajına uygunluğu Uygun (**U**), Uygun Değil (**D**) Ve Geliştirilmeli (**G**) şeklinde değerlendirilecektir. Hangisini düşünüyorsanız lütfen tik atınız. Uygun olmadığını ya da geliştirilmeli şeklinde düşünüyorsanız altına gerekçesini ve önerilerinizi yazınız.

Soru	KAVRAM İMAJİ		
	U	D	G
1. Doğal sayı üssü sizce ne ifade eder? Örnek vererek açıklayınız			
<b>Yorum:</b>			

2. Taban ve üs kavramı nedir? Neden taban ve üsse ihtiyaç duyarız? Örnek vererek açıklayınız.			
<b>Yorum:</b>			
3. Bir sayının karesini hesaplamayı gerektiren bir problem oluşturunuz ve çözümünü yapınız.			
<b>Yorum:</b>			
4. Üslü ifade kullanmayı gerektiren gerçekçi durum problemi yazınız ve çözümünü yapınız.			
<b>Yorum:</b>			
5. 2-3 ün ne anlama geldiğini gerçekçi bir durum ile açıklayınız.			
<b>Yorum:</b>			
6. Üslü sayıları kullanmayı gerekli kılan bir sayı örüntüsü oluşturunuz.			
<b>Yorum:</b>			

7. Çok büyük ve çok küçük sayıları ifade ederken nasıl bir gösterim kullanırsınız? Örneklerle açıklayınız.			
<b>Yorum:</b>			
8. Negatif üssün ne anlama geldiğini bir örnek üzerinden açıklayınız.			
<b>Yorum:</b>			
9. $3^2 \cdot 3^5$ işleminin sonucunu bulunuz ve işleminizi açıklayınız.			
<b>Yorum:</b>			
10. $6^8:6^2$ işleminin sonucunu bulunuz ve işleminizi açıklayınız.			
<b>Yorum:</b>			

### **Ek.3. Üslü Sayılar Konusunda Kavram İmajını Ortaya Çıkarabilecek Görüş Alma Sorularının Son Hali**

#### **GÖRÜŞ ALMA FORMU**

1. Bir doğal sayının üssü ne ifade eder? Örnek vererek açıklayınız.
2. Taban ve üs kavramı nedir? Örnek vererek açıklayınız.
3. Bir sayının karesini hesaplamayı gerektiren bir problem oluşturunuz ve çözümünü yapınız.
4. Üslü ifade kullanmayı gerektiren gerçekçi durum problemi yazınız ve çözümünü yapınız.
5.  $2^{-3}$  ün değerini bulunuz ve işleminizi nasıl yaptığınızı açıklayınız.
6. Üslü sayılardan oluşan sayı örüntüsü oluşturunuz.
7. Çok büyük ve çok küçük sayıları ifade ederken nasıl bir gösterim kullanırsınız? Örneklerle açıklayınız.
8. Bir sayının 0. kuvveti kaçtır? Sebebiyle birlikte açıklayınız.
9.  $3^2 \cdot 3^5$  işleminin sonucunu bulunuz ve işleminizi açıklayınız.
10.  $6^8 : 6^2$  işleminin sonucunu bulunuz ve işleminizi açıklayınız.



## Ek-4: Turnitin Raporu

yl tezi

ORJİNALLİK RAPORU

% <b>11</b>	% <b>10</b>	% <b>2</b>	% <b>5</b>
BENZERLİK ENDEKSİ	İNTERNET KAYNAKLARI	YAYINLAR	ÖĞRENCİ ÖDEVLERİ

BİRİNCİL KAYNAKLAR

1	<a href="http://acikbilim.yok.gov.tr">acikbilim.yok.gov.tr</a> İnternet Kaynağı	% <b>3</b>
2	<a href="http://dergipark.org.tr">dergipark.org.tr</a> İnternet Kaynağı	% <b>2</b>
3	Submitted to Konya Necmettin Erbakan University Öğrenci Ödevi	% <b>1</b>
4	<a href="http://egitimvebilim.ted.org.tr">egitimvebilim.ted.org.tr</a> İnternet Kaynağı	% <b>1</b>
5	<a href="http://cije.cumhuriyet.edu.tr">cije.cumhuriyet.edu.tr</a> İnternet Kaynağı	<% <b>1</b>
6	<a href="http://dspace.balikesir.edu.tr">dspace.balikesir.edu.tr</a> İnternet Kaynağı	<% <b>1</b>
7	Submitted to Anadolu University Öğrenci Ödevi	<% <b>1</b>
8	<a href="http://beylikduzuetutmerkezi.com">beylikduzuetutmerkezi.com</a> İnternet Kaynağı	<% <b>1</b>
9	<a href="http://9lib.net">9lib.net</a> İnternet Kaynağı	<% <b>1</b>

10	<a href="http://www.researchgate.net">www.researchgate.net</a> İnternet Kaynağı	<% 1
11	<a href="http://docplayer.biz.tr">docplayer.biz.tr</a> İnternet Kaynağı	<% 1
12	TAPAN-BROUTIN, Menekşe Seden. "Matematiksel Nesnelere Yapısı ve Temsiller: Klasik Semiyotik Üçgenin Geometri Öğretimine Yansımalarının Analizi", Uludağ Üniversitesi, 2014. Yayın	<% 1
13	<a href="http://egitimaski.com">egitimaski.com</a> İnternet Kaynağı	<% 1
14	<a href="http://www.kafkas.edu.tr">www.kafkas.edu.tr</a> İnternet Kaynağı	<% 1
15	Submitted to The Scientific & Technological Research Council of Turkey (TUBITAK) Öğrenci Ödevi	<% 1
16	<a href="http://acikders.ankara.edu.tr">acikders.ankara.edu.tr</a> İnternet Kaynağı	<% 1
17	<a href="http://qdoc.tips">qdoc.tips</a> İnternet Kaynağı	<% 1
18	<a href="http://anyflip.com">anyflip.com</a> İnternet Kaynağı	<% 1
19	<a href="http://acikerisim.btu.edu.tr">acikerisim.btu.edu.tr</a> İnternet Kaynağı	<% 1

20	acikerisim.pau.edu.tr:8080 İnternet Kaynağı	<% 1
21	openaccess.hku.edu.tr İnternet Kaynağı	<% 1
22	abakus.inonu.edu.tr:8080 İnternet Kaynağı	<% 1
23	usos.soederneği.org İnternet Kaynağı	<% 1
24	acikerisim.nigde.edu.tr İnternet Kaynağı	<% 1

Alıntılarını ıkart

Kapat

Eşleşmeleri ıkar

Kapat

Bibliyografyayı ıkart

Kapat



## ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Ayşenur ATICI

Doğum Tarihi :

Yabancı Dil :

Eğitim Durumu :

Lisans :

Yüksek Lisans :

Çalıştığı Kurumlar ve Yıllar :

### Yayınlanan Bildiriler:

- Atıcı, A., Tural Sönmez, M. (2022)Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Üslü İfadeler Konusundaki Kavram İmajının Araştırılması, 9th EJER, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir
- Tural Sönmez,M., Atıcı,A.,(2021). Analysis of Prospective Mathematics Teachers' Competence About Usage of Out of School Learning Environments, 4 International Symposium On Current Developments in Science, Tecnology And Social Sciences (BİLTEK-4), Gaziantep.

### Yayınlanan Makaleler:

Araştırma Alanları : Matematik Eğitimi