

# Öğrenme Etkili Erken/Geç Tamamlanma Çizelgeleme Problemleri İçin bir Literatür Araştırması

## A Literature Survey for Earliness/Tardiness Scheduling Problems with Learning Effect

Mesut Cemil İŞLER<sup>a,\*</sup>, Bilal TOKLU<sup>b</sup> ve Veli ÇELİK<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Devlet Malzeme Ofisi Genel Müdürlüğü, İnönü Bulvarı No: 18, 06041, Ankara

<sup>b</sup> Endüstri Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Gazi Üniversitesi, 06570, Ankara

<sup>c</sup> Makine Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Kırıkkale Üniversitesi, 71450, Kırıkkale

Geliş Tarihi/Received : 18.11.2008, Kabul Tarihi/Accepted : 24.04.2009

### ÖZET

Bir görev veya iş sürekli yapıldığı takdirde belirli bir alışkanlık ve öğrenme olur ve ilerleyen zamanlarda bu işi tamamlamak için gerekli kaynaklara olan (işgücü, malzeme, vb.) ihtiyaç azalır. Bu "Öğrenme Eğrisi" ile ilk kez Wright tarafından tanımlanmıştır. Wright uçakların üretiminde üretilen uçak sayısı artarken direk işçilik maliyetlerinde nasıl bir azalma olduğunu tespit etmiştir. Bu gözlemin doğruluğu uçak üreticileri tarafından da tutarlı bulunmuştur. "Öğrenme Etkisi" ise; aynı veya benzer işlerin tekrarlanmasıyla üretim sürecinde işlerin tekrar sayısı nispetinde daha kısa sürede yapılmasını ifade eden etkidir. Günümüzde klasik üretim sistemlerine yeni yaklaşımlarla çağın gereklerine daha uygun sistemler uyarlanmıştır. Tam Zamanında Üretim Sistemi (TZÜ) felsefesi de en önemli modern üretim felsefelerinden biridir. Stoksuz üretim veya "0" envanter gibi isimlerle de bilinen TZÜ, tüm üretim kaynaklarının optimum kullanımı ilkesine dayanır. Tam zamanında çizelgeleme olarak ta nitelendirilebileceğimiz Erken(Earliness)/Geç(Tardiness) tamamlanma cezalarının minimizasyonu problemi TZÜ felsefesinden esinlenerek ortaya çıkmıştır. Bu çalışmada çizelgelemede erken/geç tamamlanma performans kriteri ve öğrenme etkili işleme özelliğinin dikkate alındığı yayınlara yönelik literatür taraması ve sonucunda literatüre yönelik bazı tespitler yapılmıştır.

**Anahtar kelimeler :** Çizelgeleme, E/G tamamlanma, Öğrenme etkisi, Literatür tarama.

### ABSTRACT

When a task or work is done continuously, there will be an experience so following times needs of required resources (manpower, materials, etc.) will be reduced. This learning curve described first by Wright. Wright determined how workmanship costs decreased while proceed plain increasing. This investigations correctness found consistent by plain producers. Learning effect is an effect that, works can be done in shorter time in the rate of repeat of work with repeating same or similar works in production process. Nowadays classical production systems adapted more acceptable systems with new approaches. Just in time production system (JIT) philosophy is one of the most important production system philosophies. JIT which is known production without stock stands on using all product resources optimum. Minimization problem of Earliness/Tardiness finishing penalty, which we can describe Just in time scheduling, appeared by inspired from JIT philosophy. In this study, there is literature survey which directed to earliness/tardiness performance criteria and learning effect processing in scheduling and as a result of this it is obtained some establishing for literature.

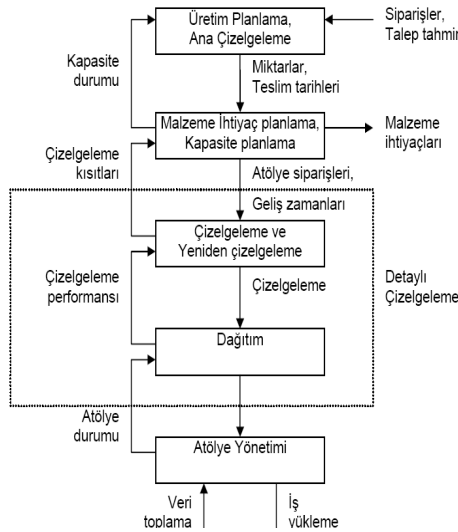
**Keywords :** Scheduling, Earliness/Tardiness, Learning effect, Literature survey.

\* Yazışılan yazar/Corresponding author. E-posta adresi/E-mail adress: mesutcemilisler@dmo.gov.tr (M. C. İşler)

## 1. GİRİŞ

Çizelgeleme, üretim ve hizmet endüstrilerinde çok önemli bir karar verme süreci olup matematiksel teknikler ve/veya sezgisel yöntemler kullanılarak, işletmenin kıt kaynaklarının gereken görevlere atanmasını sağlar. Kaynakların iyi atanması, işletme açısından önemli performans ölçütlerinin ve amaçlarının en iyilenmesini sağlar. Buradaki kıt kaynaklar; atölye için tezgâh, havaalanı için pist, inşaat için işçi veya bilgisayar için işlem üniteleri olabilir. Görevler ise; atölyedeki işlemler, havaalanındaki iniş ve kalkışlar, inşaatteki proje safhaları veya bilgisayardaki çalıştırılması düşünülen program olabilir. Ayrıca her görev öncelik ilişkisine mümkün başlama ve bitiş sürelerine veya en geç tamamlanma zamanına sahip olabilir. Bunların yanı sıra performans kriterleri de çeşitlidir. Örneğin işlerin tamamlanma süresinin veya geciken iş sayısının en aza indirilmesi ve benzeri şekilde olabilir (Pinedo ve Chao 1999; Kellegöz, 2006).

Bir organizasyondaki çizelgeleme işlevi, Şekil 1'de görüldüğü gibi, sadece atölyeden değil, aynı zamanda orta ve uzun dönemli planlamadan sorumlu üretim planlama işlevinden de etkilenir. Üretim planlama işlevi, kaynak ihtiyaçları, talep tahminleri ve stok seviyelerini göz önünde bulundurarak uzun dönemli kaynak tahsisinin yanı sıra firmanın ürün karışımını da en iyilemeyi amaçlar. Bu yüksek planlama seviyesindeki kararlar çizelgeleme işlevini doğrudan etkileyecektir (Pinedo ve Chao 1999; Kellegöz, 2006).



**Şekil 1. Üretim sistemlerinde bilgi akış diyagramı (Pinedo ve Chao, 1999; Kellegöz, 2006).**

Çizelgeleme problemleri; problemin yapısı, makine ve/veya üretim biçimleri, performans ölçütleri, iş

özellikleri, çözüm yöntemleri ve ölçüt sayısına bağlı olarak Tablo 1'deki gibi bir genel sınıflandırmaya tabi tutulabilir.

**Tablo 1. Çizelgeleme problemlerinin genel sınıflandırması (Eren, 2004).**

Problemin Yapısı	
	Deterministik Stokastik
Makine Biçimi	
	Tek Makineli Sistemler Paralel Makineli Sistemler Akış Tipi Sistemler Atölye Tipi Sistemler
Performans Ölçütleri/Ölçüt Sayısı	
	Düzenli Ölçütler Düzenli Olmayan Ölçütler Tek Ölçüt Çok Ölçüt
İş Özellikleri	
	Öncelik Kısıtları Rotalama Kısıtları Malzeme Taşıma Kısıtları Hazırlık Zamanları ve Maliyetleri Öncüllükler Depolama Alanı ve Bekleme Zamanı Kısıtları Stoğa-Üretim ve Sipariş-Üretim Takım Kısıtları ve Kaynak Kısıtları Öğrenme Etkisi
Çözüm Yöntemleri	
	Geleneksel Optimizasyon
	Dinamik Programlama Dal-Sınır Yöntemleri Ödünleşim Eğrileri Tamsayılı Programlama Formülasyonu
	Yeni Yaklaşımlar (Sezgiseller)
	Tabu Arama Genetik Algoritma Tavlama Benzetimi Karıncı Kolonisi

Bir görev veya iş sürekli yapıldıkça, işe karşı belirli bir alışkanlık kazanılır ve ilerleyen zamanlarda bu işi tamamlamak için gerekli işgücü, malzeme, vb. kaynaklara olan ihtiyaç azalır. Bunu, öğrenme ile açıklayabiliriz (Biskup, 1999). Bu Öğrenme olgusuyla ilgili olarak ilk kez Wright araştırma yapmıştır. Wright 1936'da uçakların üretiminde üretilen uçak sayısı artarken direkt işçilik maliyetlerinde nasıl bir azalma olduğuna yönelik çalışmasıyla bu öğrenmeyi sayısallaştırabilen "Öğrenme Eğrisi" kavramını ortaya koymuştur (Wright, 1936).

Daha sonraları farklı alanlarda da bu kavramdan bahsedilmiştir. Örneğin, Heizer ve Render 2001'deki çalışmalarında, işgücü tahmininde, maliyet ve bütçe hesaplarında, dış satın almalarda, şirket gelişiminin tespiti vb. birçok uygulamalarda öğrenme eğrilerini kullanmanın ya-

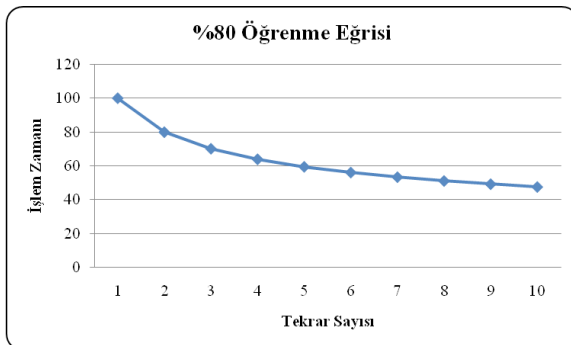
rarlı olacağını ifade etmişlerdir. Araştırmacılar ayrıca, farklı organizasyonlarda farklı ürünlerin, farklı öğrenme eğrilerine sahip olduklarını ve yönetim kalitesi ile ürün prosesinin potansiyeline bağlı olarak öğrenme oranlarının değiştiğini göstermişlerdir (Heizer ve Render, 2001). Çoğu öğrenme eğrileri, gerekli kaynak ihtiyacının yapılacak iş iki katına çıktığında sabit bir yüzde ile azalacağı temeline dayanır (Biskup, 1999; 2008).

- $P_{[r]} = P_{[1]} r^a$
- $P_{[r]}$ : r. birimi yapmak için gerekli zaman
- $P_{[1]}$ : 1. birimi yapmak için gerekli zaman
- LR: Öğrenme eğrisi parametresi (örneğin, %80 öğrenme eğrisi için LR=0.8)
- $a = \log(LR) / \log(2)$

Örneğin;

Bir montaj işlemine %90 öğrenme eğrisinin tatbik edilebileceği bulunmuştur. Birinci birimi üretmek için gerekli zaman 30 dakikadır. 5'inci birimi üretmek için gerekli zaman ne kadardır? 30'uncu birim için ne kadardır?

- $a = \log(0.9) / \log(2) = -0.152$
- $P_{[5]} = 30 * (5^{-0.152}) = 23.49$
- $P_{[30]} = 30 * (30^{-0.152}) = 17.89$
- $T_{[r]} = r$  adet birimi üretmek için gerekli toplam zaman  $= P_{[1]} [1^a + 2^a + \dots + r^a]$
- $C_{[r]} = r$  birimden birini üretmek için gerekli ortalama zaman  $= T_{[r]} / r$
- Örneğe devam edersek:
- $T_{[5]} = 30 * [1^{-0.152} + 2^{-0.152} + \dots + 5^{-0.152}] = 130.18$
- $C_{[5]} = T_{[5]} / 5 = 130.18 / 5 = 26.04$



Şekil 2. Örnek bir öğrenme eğrisi (Biskup, 1999; 2008).

"Öğrenme Etkisi" kavramı ise, aynı veya benzer işlerin tekrarlanmasıyla üretim sürecinde işlerin tekrar sayısı nispetinde daha kısa sürede yapılmasını ifade etmektedir. (Biskup, 1999).

Tam zamanında çizelgeleme olarak ta nitelendirilecek Erken(Earliness)/Geç(Tardiness) bitirme cezalarının minimizasyonu problemi TZÜ felsefesine yönelik bir problemi ifade eder. Çizelgeleme problemi olarak Erken/Geç bitirme cezalarına yönelik tek makineli birçok problem incelenmesine rağmen, paralel ve akış tipi çizelgelemede daha az çalışma yapılmıştır (Lauff ve Werner, 2004).

Erken tamamlanma ve gecikme (E/G) problemi, 1990 yılına kadar minimum ağırlıklandırılmış mutlak sapma problemi olarak bilinmekteydi. 1990 yılından beri E/G problemi olarak ifade edilmektedir. Hem erken hem geç tamamlanma zamanı çizelgeleme problemlerinde önemli ölçütlerdir. Bir işin erken veya geç tamamlanması bağımlı işlerin, montaj işlerinin, ürünlerin dağıtım çizelgelerinin gecikmesine ve fazla ara stokların oluşmasına neden olmaktadır. Çizelgeleme teorisi ile ilgili literatürün önemli bölümü toplam akış zamanı, geciken iş sayısı, toplam gecikme gibi düzenleyici ölçüt ağırlıklıdır. Toplam gecikme ölçütü teslim tarihlerine uyuma ilişkin göstergeleri sağlar. Erken tamamlanan işlere ilişkin sonuçları göz ardı ederken sadece geç tamamlanan işlerin cezaları ile ilgilenir. Ancak bu eğilim TZÜ konusuna olan artan ilgi ile birlikte değişmeye başlamıştır. TZÜ'de erken tamamlanma geç tamamlanma kadar önemlidir ve birlikte değerlendirilir (Baker, 1997).

## 2. ÇİZELGELEME PROBLEMLERİ GÖSTERİM VE MODELLERİ

Çizelgeleme problemleri; problemin yapısı, makine ve/veya üretim biçimleri, performans ölçütleri, iş özellikleri, çözüm yöntemleri ve ölçüt sayısına bağlı olarak farklılıklar gösterir.

Çizelgeleme problemleri  $\alpha / \beta / \gamma$  şeklinde üç parametrelili bir gösterimle ifade edilir. Bu gösterimdeki  $\alpha$  parametresi makine ortamını göstermekte olup, tek bir girdiye sahiptir.  $\beta$  parametresi ise işleme özellikleri ve kısıtlarıyla ilgili detaylı bilgiler sağlar ve problemin özelliğine bağlı olarak hiçbir girdisi olmayacağı gibi bir veya birden fazla girdiye sahip olabilir.  $\gamma$  parametresi ise genellikle tek girdiye sahip olup problemdeki en küçüklenecek performans ölçütünü ifade eder (Pinedo, 1995; Kellegöz, 2006):

$\alpha$  parametresinin alabileceği bazı ifadeler şu şekildedir:

- Tek makine (1).
  - Benzer özellikli paralel makineler (Pm): Benzer özelliğe sahip m adet paralel makine söz konusudur. j işine ait tek bir operasyon bulunur ve bu operasyon m adet makineden herhangi birisinde yapılabilir.
  - Farklı hızlara sahip paralel makineler (Qm): Farklı hızlara sahip m adet paralel makine söz konusu olup i makinesinin hızı  $V_i$  notasyonu ile ifade edilir.  $P_j$  işlem zamanına sahip j işi i makinesinde  $P_{ij}=P_j/V_i$  süresini harcar.
  - İlişkisiz paralel makineler (Rm): Her bir iş için farklı hızlara sahip m adet paralel makine söz konusudur. i makinesi j işini  $V_{ij}$  hızıyla yapabilmekte olup j işinin i makinesinde harcadığı  $P_{ij}$  zamanı  $P_{ij}=P_j/V_{ij}$ 'ye eşittir.
  - Akış tipi (Fm): Seri sıralanmış m adet makine söz konusudur. Her bir iş aynı rotayı izleyecek şekilde m adet makinenin her birinde işlem görür.
  - Esnek akış tipi (FFs): Toplam s adet seri aşama bulunmakta olup her bir aşamada benzer özellikli m adet paralel makine vardır. Her bir iş aynı rotayı izleyecek şekilde s adet aşamanın her birinde bulunan m adet makinenin sadece birinde işlem görür.
  - Açık tip (Om): Modelde m adet makine söz konusu olup her bir iş her bir makinede işlem görür. Bazı işlerin bazı makinelerdeki işlem süreleri sıfır olabileceği gibi farklı işler farklı rotalara da sahip olabilir.
  - Atölye tipi (Jm): Modelde m adet makine söz konusu olup her bir işin her bir makinede işlem görme zorunluluğu yoktur. Yani her bir işin kendine ait bir rotası vardır ve her hangi bir makinede yapılması gereken birden fazla iş olabilir.
- $\beta$  parametresinin alabileceği bazı ifadeler şu şekildedir:
- Geliş zamanı ( $r_j$ ): j işinin işlenmesine  $r_j$  geliş zamanından önce başlanamaz.
  - Sıra bağımlı hazırlık zamanları ( $S_{jk}$ ): Eğer çizelgede j işi k işinden önce geliyorsa  $S_{jk}$ , k işine başlanabilmesi için gereken hazırlık zamanını ifade eder. Eğer j ve k işleri arasındaki hazırlık zamanı makineye de bağımlı ise hazırlık zamanı notasyonuna i indisi eklenerek  $S_{ijk}$  şeklinde gösterilir.
  - Öğrenme Etkisi (LE): İşlere ait işlem sürelerinin bir öğrenme etkisine bağlı olarak değişimini ifade eder.
  - Bölünebilme (prmp): İşin tamamlanana kadar makinede kalması zorunlu değildir. Her hangi bir zamanda her hangi bir işin işlenmesi durdurularak makineye farklı bir iş yerleştirilebilir. İşlemi yarıda kesilen iş ilgili makineye tekrar konduğunda sadece kalan süre kadar işlem görür.
  - Öncelik kısıtları (prec): Bazı işlerin işlenmesine başlanmadan önce diğer bazı işlerin tamamlanması gerektiğiyle ilgili kısıtlamaları ifade eder.
  - Arızalanma (brkdwn): Makinelerin tamamı veya bir kısmı arızalanmalar nedeniyle sürekli olarak işlem yapmaya uygun değildir.
  - Permutasyon (prmu): Akış tipi makine ortamında karşılaşılan bu parametre, makineler arasındaki kuyruk disiplininin FIFO (ilk gelen ilk işlem görür) olduğunu ifade eder.
  - Bloklanma (block): Akış tipi makine ortamında karşılaşılan bu parametre, bir birini takip eden iki makine arasındaki kuyruğun sınırlı bir kapasiteye sahip ve dolu olduğu zaman ise önceki makinenin işlemini bitirdiği işi sonraki makineye gönderemeyeceğini ifade eder.
  - Beklemesiz (nwt): Akış tipi makine ortamında karşılaşılan bu parametre, işlerin birbirini takip eden iki makine arasında beklemeyeceğini ifade eder. Bu kısıtlamanın olduğu modelde de kuyruk disiplini FIFO 'dur.
  - Yeniden dolaşım (recrc): Atölye tipi makine ortamında karşılaşılan bu parametre, her hangi bir işin her hangi bir makineyi birden fazla ziyaret edebileceğini ifade eder.

Çizelgeleme probleminde en küçüklenecek performans ölçütü her zaman işlerin tamamlanma zamanlarına bağlı bir fonksiyonu ifade eder.  $J$  işinin  $i$  makinesindeki tamamlanma zamanı  $C_{ij}$  ve sistemde geçirdiği zaman  $C_j$  notasyonu ile gösterilmekte olup, performans ölçütü aynı zamanda teslim zamanı  $d_j$ 'nin de bir fonksiyonu olabilir.  $j$  işinin gecikmesi  $L_j = C_j - d_j$ ,  $j$  işinin geç bitmesi  $T_j = \max\{L_j, 0\}$  ve  $j$  işinin gecikme durumu

$$U_j = \begin{cases} 1 & C_j > d_j \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \text{ fonksiyonlarıyla hesaplanır.}$$

Performans ölçütünü ifade eden  $\gamma$  parametresinin bu fonksiyonlara bağlı alabileceği bazı ifadeler şu şekildedir:

- Maksimum tamamlanma zamanı ( $C_{\max}$ ): Formülasyonu  $C_{\max} = \max(C_1, \dots, C_n)$  olup son işin sistemi terk etme zamanını ifade eder. En küçüklenmesi genellikle yüksek makine verimliliğini sağlar.
- Maksimum gecikme ( $L_{\max}$ ): Formülasyonu  $L_{\max} = \max(L_1, \dots, L_n)$  olup teslim zamanından sapmaların en büyüğünü ifade eder.
- Toplam akış zamanı ( $\sum F_j$ ).
- Toplam ağırlıklı akış zamanı ( $\sum W_j C_j$ ): Stok taşıma maliyeti gibi çizelgenin neden olduğu maliyetlerin bir göstergesidir.
- Toplam geç bitirme ( $\sum T_j$ ).
- Toplam ağırlıklı geç bitirme ( $\sum W_j T_j$ ).
- Toplam geciken iş sayısı ( $\sum U_j$ ).
- Toplam ağırlıklı geciken iş sayısı ( $\sum W_j U_j$ ).

Pek çok üretim tesisinde, üretim birimi (işçi veya makine) tarafından aynı veya benzer faaliyetlerin sürekli tekrarlanması sonucu üretim işleminde gelişme kaydedilir. Böylece bir ürün sıralamada ne kadar geç çizelgelenirse üretim zamanı o kadar kısalmış olur (Yelle, 1979). Bu olgu literatürde öğrenme etkisi olarak bilinmekte olup, çizelgeleme işleme özelliğini ifade eder.

TZÜ'nün temel felsefesi sıfır stok hedefi doğrultusunda, işlerin tam zamanında bitmesidir (ne erken ne geç tam istenen sürede). Bu felsefenin çizelgelemedeki karşılığı erken ve geç bitirmenin toplam ağırlıklı olarak cezalarının minimizasyonu problemidir (Feldman ve Biskup, 2003; Lauff ve Werner, 2004; Celso v.d., 2005). Bu olgu çizelgeleme problemlerindeki performans ölçütünü ifade eder.

### 3. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

#### 3. 1. Öğrenme Etkisinin Çizelgelemede Uygulanmasına Yönelik Literatür Taraması

Üretim çevresinde öğrenme etkisinin varlığı yaygın bir kabul gördü. Örneğin; Conway ve Schultz (1959), Venezia (1995), Cochran (1960), Ghemawat (1985) ve Day ve Montgomery (1983). Fakat öğrenme etkisinin genel kabulüne rağmen doğasında olan bazı eksiklikler şu şekilde özetlenebilir (Lapre v.d., 2000; Biskup ve Simons, 2004):

- Öğrenme eğrisi formülü her bir birim için maliyetlerin düşeceğini vermekte ancak bunun nasıl bir öğrenme ile olacağı net değil.
- Endüstrilerde ve fabrikalarda yaygın olarak kullanılan öğrenme oranı verileri aslında personelin öğrenme yeteneğine bağlıdır.

Çizelgelemenin temel işlevlerinde biri kısa dönem üretim planlama olsa da bu bağlamda öğrenme eğrileriyle ilgili ilk çalışma 1999'da Biskup tarafından yapıldı. Çizelgeleme problemleri farklı işler veya siparişlerin tek veya çok makinede belli işlemlere tabi tutulmak zorunda olmasıyla ortaya çıkar. Üretim ortamının doğal bir karakteristiği, insan aktivitelerinin yüksekliğidir (Biskup, 2008).

- Makine ayarları (Çizelgelemede çoğu zaman işlem sürelerine dahil edilir),
- İş süreci sonunda veya spesifik periyot sonunda makine temizliği,
- Makineyi çalıştırmak ve kontrol etmek,
- Makinenin planlı bakımı,
- Makine hatalarının kaldırılması,
- Makine datalarını okuma, anlama ve yorumlama,
- El işlerinin tamamı-Düzenli süreç zamanı veya hataların düzeltilmesi.

Eğer üretim ortamı değişirse, öğrenme etkisi önem kazanır:

- Yeni (deneyimsiz) işgücü,
- Yeni makine yatırımları veya ekipmanların yenisiyle değiştirilmesi,
- İç optimizasyon veya dış gereksinimlerin sonucunda iş akış değişimi,
- Önce üretimi asla yapılmamış işlerin kabulü.



Ayrıca yazılım güncellenmesi, önemli dokümanların yeniden tasarlanması, depodaki boş alanların yeniden organizasyonu gibi üretim ortamındaki ufak değişiklikler öğrenme etkisine sebep olacaktır. Yani çalışanlar zamanla yeni duruma alışacak ve deneyim kazanacaklardır. Akla öğrenme etkisinin gerçeğe en uygun şekilde nasıl modellenebileceği sorusu geliyor. Bunun cevabı muhakkak ki üretim ortamına bağlıdır. İşlemlerin ayrı ayrı veya bir bütün halinde değerlendirilmesine yönelik olarak çizelgeleme çevresinde öğrenme etkisine yönelik iki farklı temel yaklaşım önerilmiştir. Bunlardan ilki ve gerçeğe daha yakın olanı, işlemleri ayrı ayrı değerlendiren "Konum Esaslı" öğrenme etkisi olarak tanımlanabilir. Diğeri ise, süreçteki işleri bir bütün olarak ele alan "İşlem Sürelerinin Toplamı Esaslı" öğrenme etkisidir. Her iki yaklaşımında literatürde geçerliliği vardır (Biskup, 2008):

### 3. 1. 1. Konum Esaslı Öğrenme Etkisi

Biskup 1999'da öğrenme eğrisi formülünü çizelgelemeye modifiye etmiş ve  $P_{ir}=P_i r^a$  konum esaslı öğrenme etkisi genel formülü haline getirmiştir.  $P_{ir}$  i işinin işlem zamanı eğer i işi r. pozisyonda çizelgelendiyse formüldeki gibi işin yapılması için gerekli süre azalacaktır. Eğer tüm işlem süreleri aynı ise öğrenme eğrisi ile bu formül aynı olur. Aksi takdirde formüller farklı olacaktır. Eğer süreç %100 otomotize olursa bu durumda öğrenme etkisi sadece makinenin hazırlık zamanında etkili olacak. Normal işlem zamanı  $P_i$  hazırlık zamanını ve üretim zamanını içerir. Bu durumda:  $P_{ir}=S_{ir}+V_i$  ve  $S_{ir}=S_i r^a$  olarak ifade edilir (Biskup, 2008).

Öğrenme etkisi çizelgelemede ilk kez Biskup tarafından incelenmiştir. Biskup, bir kalem üretiminin tekrar sayısının bir fonksiyonu olarak üretim zamanındaki azalmayı öğrenme süreci olarak kabul etmiştir. Biskup, tek makineli problemler üzerinde çalışmış, akış zamanlarının ve teslim tarihinden sapmaların en küçüklenmesini amaç fonksiyonları olarak ele almış ve SPT kuralını kullanarak polinom zamanlı çözümler sunmuştur (Biskup, 1999; Eren ve Güner, 2004).

Cheng ve Wang (2000), öğrenme etkili tek makineli çizelgelemede maksimum gecikme ( $L_{max}$ ) performans kriterinin en küçüklenmesi problemini incelemişlerdir. Araştırmacılar öğrenme etkisini modellemek için üretim hacmine bağlı parçalı doğrusal işlem zamanı fonksiyonu kullanmışlardır. Bu problemin NP-zor problem oldu-

ğunu göstererek problemin polinom zamanda çözülebilir iki durumunu göstermişlerdir. Ayrıca problem için iki sezgisel yaklaşım önererek en kötü durum performansını da analiz etmişlerdir (Cheng ve Wang, 2000).

Mosheiov (2001a) tek makine çizelgeleme için öğrenme kabulü altında çok bilinen bazı çözümler gösterdi: EDD (Earliest Due Date) kuralını kullanarak maksimum gecikmenin minimizasyonu, WSPT (Weighted Short Proses Time) kuralını kullanarak toplam ağırlıklandırılmış tamamlanma zamanının minimizasyonu ve Moore Algoritmasını kullanarak geciken iş sayısının minimizasyonu (Mosheiov, 2001a).

Mosheiov (2001a), klasik amaç fonksiyonlu problemler üzerine çalışmış ve bu problemlerden bazıları için polinom zamanlı çözümler elde ederken, öğrenme etkili bazı problemler için iyi çözümleri garanti etmediğini göstermiştir (Mosheiov, 2001a; Eren ve Güner, 2004).

Mosheiov'un 2001'de yaptığı diğer bir çalışma ise paralel özdeş makinelerde akış zamanının en küçüklenmesi problemidir. Öğrenme etkili bu problemin çözümünü polinom zamanda gerçekleştirmiş olsa da gereken hesaplama zamanının problemin klasik yapısını (öğrenme etkisiz) çözmek için gerekli zamandan çok daha fazla olduğu göstermiştir. Paralel iki makineli durum için çözümünün  $O(n^4)$  zamanda sağlanacağı (n iş sayısını göstermek üzere) ve makine sayısı arttıkça hesaplama zamanının daha da artacağı belirtilmiştir (Mosheiov, 2001b).

Mosheiov ve Sidney (2003), öğrenme etkili tek makinede maksimum tamamlanma zamanı ( $C_{max}$ ) ve toplam akış zamanının ( $\Sigma F$ ) minimizasyonu problemi üzerinde çalışmışlardır. Ayrıca bu çalışmada paralel makineli durum için toplam akış zamanının ( $\Sigma F$ ) en küçüklenmesi de incelenmiştir (Mosheiov ve Sidney, 2003).

Lee ve diğerleri (2004) iki kriterli tek makine çizelgeleme probleminde öğrenme etkisi altında toplam tamamlanma zamanı ve maksimum geç bitirmeyi minimize etmek için Dal-Sınır algoritması geliştirmişlerdir. Bu algoritma baskınlık kuralı esaslı olup 30 işe kadar çözüm üretebilmektedir (Lee v.d., 2004).

Lee ve Wu 2004'te 2 makineli akış tipi çizelgeleme probleminde makinelerin ayrı ayrı öğrenme etkisi altında olduğu varsayımında toplam

tamamlanma zamanının minimizasyonunu ele almışlar ve NP-zor zorluk derecesindeki problemi baskınlık özelliklerini geliştirerek bir Dal-Sınır algoritmasıyla çözmüşlerdir. Bu algoritma makul sürede 35 işe kadar çözüm üretebilmektedir (Lee ve Wu, 2004).

Chen ve diğerleri (2006) iki kriterli iki makineli akış tipi çizelgeleme probleminde toplam tamamlanma zamanı ve maksimum gecikme performans ölçütlerinin minimizasyonu üzerine çalışmışlar ve NP-zor olan bu problemi çözmek için baskınlık özelliklerini geliştirerek bir Dal-Sınır algoritması ile çözmüşlerdir. Bu algoritma 18 işe kadar optimal çözüm üretebilme kapasitesindedir (Chen v.d., 2006).

Bachman ve Janiak (2004) makalelerinde 2 alternatif öğrenme etkisini çalışmışlardır. Birincisi konum esaslı öğrenme etkisidir. Onlar toplam ağırlıklandırılmış tamamlanma zamanlı tek makinenin bazı özel durumlarının polinom zamanlı çözümlerini göstermişlerdir (Bachman ve Janiak, 2004).

Zahao ve diğerleri (2004) çoğu polinom çözümlü öğrenme etkili özel durumları çalışmışlardır: Eğer işler uygun ağırlıkta ise WSPT sıralamasıyla tek makinede toplam ağırlıklandırılmış tamamlanma zamanı minimizasyonunu yapmışlardır. Eğer işler uygun teslim tarihine sahipse EDD kuralı ile öğrenme etkili tek makinede maksimum geç bitirmenin minimizasyonunu yapmışlardır. Ayrıca farklı hızlara sahip m adet paralel makine için öğrenme etkili çizelgeleme probleminde  $P_i=1$  şartıyla  $\sum W_i C_i$  ve  $L_{max}$  minimizasyonunu WSPT ve EDD sıralamalarını kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Bunlara ek olarak 2 makineli akış tipi öğrenme etkili çizelgelemede  $P_{2j}=P_2$  şartıyla  $\sum C_i$  ve  $C_{max}$  minimizasyonu problemini SPT (Short Proses Time) sıralamasını kullanarak polinom zamanlı çözmüşlerdir (Zhao v.d., 2004).

Eren ve Guner 2007'deki çalışmalarında öğrenme etkili tek makine toplam geç bitirme problemini çalışmışlardır. Bu problemin öğrenme etkisi olmayan durumunun NP-zor olduğunu Du ve Leung 1990'daki çalışmalarında göstermişlerdir. Araştırmacılar bu çalışmalarında küçük boyutlu problemlerin çözümü için tam sayılı programlama modeli geliştirmişler ve büyük boyutlu problemler için ise sezgisel yöntemlerden Tabu Arama yöntemi ile uğraşmışlardır (Eren ve Guner, 2007; Du ve Leung, 1990).

### 3. 1. 1. 1. İşe Bağımlı Konum Esaslı Öğrenme Etkisi

İlk defa iş bağımlı öğrenme etkisini ( $P_{ir}=P_i r^{a_i}$   $a_i \leq 0$   $i=1 \dots n$ ) Mosheiov ve Sidney 2003'teki çalışmalarında incelemişlerdir. Onlar işin işçinin öğrenme sürecine önemli etkileri olabileceğini düşünmüşler ve  $1/P_{ir}=P_i r^{a_i}/C_{max}$ ,  $1/P_{ir}=P_i r^{a_i}/\sum C_i$  ve  $1/P_{ir}=P_i r^{a_i}, d_i=d/\sum(w_1 E_i + w_2 T_i + w_3 d)$  problemlerinin  $O(n^3)$  zamanda çözümünün sağlanacağını ( $n$  iş sayısını göstermek üzere) göstermişlerdir. Ayrıca  $Q_m/P_{ir}=P_i r^{a_i}/\sum C_i$  problemini atama problemi olarak ele almışlar ve işlerin var olan makinelere atanmasını sağlamışlardır (Mosheiov ve Sidney, 2003).

Mosheiov ve Sidney 2005'teki diğer bir araştırmalarında tek makinede geciken iş sayısının minimizasyonu problemini ( $1/P_{ir}=P_i r^{a_i}, d_i=d/\sum U_i$ ) ele almışlar ve klasik atama problemlerinin farklı versiyonlarını kullanarak  $O(n^3 \log n)$  zamanda çözümünün sağlanacağını göstermişlerdir (Mosheiov ve Sidney, 2005). Lin ise  $1/P_{ir}=P_i r^{a_i}/\sum U_i$  ve  $1/P_{ir}=P_i r^{a_i}/\sum U_i$  problemlerinin NP-zor problemler olduğunu doğrulamıştır (Lin, 2007).

Mosheiov ve Sidney 2003 ve 2005'teki araştırmalarında üstel öğrenme fonksiyonlarını kullanmamışlardır (Mosheiov ve Sidney, 2003; 2005).

### 3. 1. 1. 2. Otonom Konum Esaslı ve Teşvik Edilmiş Öğrenme

Biskup ve Simons (2007) işçilerin teknik bilgi kapasitesi ve ayrıca öğrenmeyi becerebilme olasılığı üzerinde durmuşlardır. İşçilerin eğitimi, el kitabı dağıtılması, uyarı levhalarının asılması vb. faaliyetler çok genel olarak teknik bilgiye yatırımı sağlar. Optimal öğrenme oranının belirlenmesi, teşvik edilmiş öğrenmenin zaman ve para açısından kritik problemidir. Biskup ve Simons Otonom Konum Esaslı ve Teşvik Edilmiş Öğrenme Etkisini şu şekilde formülize etmişlerdir:  $P_{ir} = P_i r^{\log_2(1-x)LR}$ . Bu yatırım bir konveks azalmayan maliyet fonksiyonu  $k(x)$  ile gösterildiği zaman öğrenme oranı (standart veya otonom)  $x$ 'e bağlı olarak azaltılabilir, ( $0 \leq x \leq x_{max} < 1$ ). Biskup ve Simons araştırmalarında genel teslim tarihli çizelgeleme probleminde erken ve geç bitirme cezalarının ve teşvik edilmiş öğrenmenin maliyetinin toplamını en küçüklemeyi amaçlamışlardır. Daha sonra araştırmacılar amaç fonksiyonu için çeşitli konveks sonuçlar üretmişler ve bu problemi  $O(n^3)$  zamanda bir algoritma ile çözmüşlerdir. Fakat çizelgeleme problemlerinde teşvik edilmiş öğrenme etkisi tabi ki zordur,

bu nedenle çoğu çizelgeleme problemlerinde zaman esaslı (maliyet esaslı değil) amaç fonksiyonu kullanılır (Biskup ve Simons, 2007; Biskup, 2008).

### 3. 1. 1. 3. Konum Esaslı Öğrenme ve Kötüleşen İşler

Wang (2006) çizelgeleme problemlerinde işlerin, başlangıç zamanı  $t$  ile negatif ve öğrenme etkisiyle pozitif etkilendiğini dikkate almıştır:  $P_{ir}=(P_i+wt)r^a$  Burada  $w$  her bir ünitenin başlama zamanındaki gecikmeyle ( $t$ ) birlikte işlem zamanındaki artışın miktarını göstermektedir. Wang  $1/P_{ir}=(P_i+wt)r^a/C_{max}$ ,  $1/P_{ir}=(P_i+wt)r^a/\Sigma C_i$  ve  $1/P_{ir}=(P_i+wt)r^a, P_i=cw_i/\Sigma w_i C_i$  problemlerini SPT sıralamasıyla çözmüştür. Uygun ağırlıklarda  $1/P_{ir}=(P_i+wt)r^a/\Sigma w_i C_i$  ve  $1/P_{ir}=(P_i+wt)r^a, P_i=P/\Sigma w_i C_i$  problemlerini ise optimal olarak WSPT sıralamasıyla çözmüştür. Uygun teslim tarihli  $1/P_{ir}=(P_i+wt)r^a/L_{max}$  ve  $1/P_{ir}=(P_i+wt)r^a, P_i=P/L_{max}$  problemlerinin de EDD sıralamasıyla optimal çözümünü elde etmiştir (Wang, 2006).

Wang ve Cheng (2007) işlere ait özel ağırlıkların ve normal bir işlem süresinin olduğu biraz farklı bir model üstünde çalışmışlardır:  $P_{ir}=(P+w_i t)r^a$ . Onlar makalelerinde tüm işler için  $P=1$  kullandılar.  $1/P_{ir}=(1+w_i t)r^a/C_{max}$  problemine konsantre olmuşlar ve işlerin  $w_i$ 'nin artmayan düzenine göre sıralanmasıyla, En Çok Gelişme Oranlı (LGR) çizelgeyi göstermişlerdir. Araştırmacılar ayrıca,  $w_i$ 'nin bazı çok özel ayarlarıyla polinom zamanlı çözümlerini çıkarmışlardır (Wang ve Cheng, 2007).

Wang (2008) kötüleşen işlere yönelik kötüleşme ve öğrenme etkisinin farklı ağırlıklandırıldığı biraz daha farklı bir düşünce üretmiştir:  $P_{ir}=P_i(w_1(t)+w_2 r^a)$ . Tek makine için  $1/P_{ir}=P_i(w_1(t)+w_2 r^a)/C_{max}$ ,  $1/P_{ir}=P_i(w_1(t)+w_2 r^a)/\Sigma C_i$  ve  $1/P_{ir}=P_i(w_1(t)+w_2 r^a)/\Sigma C_i^2$  problemlerini SPT sıralamasıyla, uygun ağırlıklarda  $1/P_{ir}=P_i(w_1(t)+w_2 r^a)/\Sigma w_i C_i$  ve  $1/P_{ir}=P_i(w_1(t)+w_2 r^a, P_i=P/\Sigma w_i C_i$  problemlerini ise WSPT sıralamasıyla ve ayrıca  $1/P_{ir}=P_i(w_1(t)+w_2 r^a)/T_{max}$  ve  $1/P_{ir}=P_i(w_1(t)+w_2 r^a, P_i=P/T_{max}$  problemlerini de EDD sıralamasıyla çözmüştür (Wang, 2008).

### 3. 1. 1. 4. Konum Esaslı Lineer Öğrenme Fonksiyonu

İlk olarak Cheng ve Wang (2000) tarafından yapısal olarak farklı bir öğrenme fonksiyonu önerildi:  $P_{ir}=P_i-V_i^* \min\{r-1, n_{oi}\}$   $P_i$  işlem zamanı,  $V_i$  öğrenme katsayısı ve  $n_{oi} \leq n-1$  başlangıç seviyesi

göstergesi olup, pozitif işlem zamanı için  $V_i < P_i/n_{oi}$  şartının sağlanması gerekmektedir. Cheng ve Wang (2000) tek makinede lineer öğrenme fonksiyonlu maksimum gecikme probleminin NP-zor olduğunu göstermişlerdir. Eğer işler aynı öğrenme katsayısı ve aynı başlangıç seviyesine sahipse; problem EDD sıralaması ile, eğer işler genel bir teslim tarihine sahipse; atama problemi formülasyonu ile çözülebileceğini göstermişlerdir (Cheng ve Wang, 2000).

Bachman ve Janiak (2004) lineer öğrenme fonksiyonunu daha da basitleştirerek:  $P_{ir}=P_i-V_i^* r$  getirmişlerdir ve yine burada da pozitif işlem zamanı için  $V_i < P_i/n_{oi}$  şartının sağlanması gerekmektedir. Araştırmacılar  $1/P_{ir}=P_i-V_i^* r/C_{max}$  probleminin öğrenme katsayısı  $V_i$ 'nin azalmayan sıralamasıyla işler atanarak çözülebileceğini göstermişlerdir. Hazırlık zamanlı benzer bir problem olan  $1/r, P_{ir}=P_i-V_i^* r/C_{max}$  problemi NP-zor bir problem olup işlerin hazırlık zamanlarının azalmayan sıralamasına göre işler atanarak çözülebilir.  $1/P_{ir}=P_i-V_i^* r/\Sigma C_i$  problemi ise atama problemi formülasyonu ile çözülebilir (Bachman ve Janiak, 2004).

Wang ve Xia (2005) çok makineli çizelgeleme için biraz farklı ancak yapısal olarak benzer bir öğrenme etkisini tanımlamışlardır:  $P_{ijr}=P_{ij}(W-V^* r)$  yine aynı şekilde pozitif işlem süreleri için  $V < W/n$  şartının sağlanması gerekmektedir. Wang ve Xia ilk olarak tek makine durumuna konsantre olmuşlardır: SPT sıralaması ile  $1/P_{ir}=P_i(W-V^* r)/\Sigma C_i$  ve  $1/P_{ir}=P_i(W-V^* r)/C_{max}$  problemlerinin optimal çözümlerini elde etmişlerdir. Johnson kuralı 2 makineli akış tipi çizelgelemede:  $F2/P_{ijr}=P_{ij}(W-V^* r)/C_{max}$  optimal çözümü garanti etmemektedir. Genel akış tipi problemleri için:  $Fm/P_{ijr}=P_{ij}(W-V^* r)/\Sigma C_i$  ve  $Fm/P_{ijr}=P_{ij}(W-V^* r)/C_{max}$  SPT çizelgesi  $m$ 'nin en kötü durum performans oranına sahip ve bu sınır kesince. Baskın makinelerin artan serisi özel durumunda, Wang ve Xia  $Fm/P_{ijr}=P_{ij}(W-V^* r), idm/\Sigma C_i$  ve  $Fm/P_{ijr}=P_{ij}(W-V^* r), idm/C_{max}$  problemlerinin optimal çözümünü: SPT sıralamasına göre  $m$  makineye  $n$  işi akış tipi düzenleyen permutasyonla bulmuşlardır (Wang ve Xia, 2005).

Konum esaslı lineer öğrenme fonksiyonları genelde öğrenme katsayısı üzerinde bazı matematiksel limitlere sahiptir. Bu limitler de genellikle iş sayısı ( $n$ ) göz önünde bulundurulur. Öğrenme perspektifinden, "niçin iş sayısı öğrenme katsayısını etkileyebilir ve niçin öğrenme katsayısı iş sayısına uyarlanır" tartışılabilir (Biskup, 2008).



### 3. 1. 2. İşlem Zamanlarının Toplamı Esaslı Öğrenme Etkisi

Konum esaslı öğrenme etkisi daha önce üretilmiş işlerin işlem zamanlarını ihmal etmektedir. Eğer insan etkileşimleri işlemler sırasında anlamlı bir etkiye sahipse, işlem zamanı işçinin deneyimine eklenecektir ve öğrenme etkisine sebep olacaktır. Bu durumda Zamana Bağlı Öğrenme Etkisini dikkate almak daha uygun olacaktır (Biskup, 2008).

Kuo ve Yang (2006a) öğrenme için şu formülü önermişlerdir:  $P_{ir} = P_i(1 + P_{[1]} + P_{[2]} + \dots + P_{[r-1]})^a = P_i \left(1 + \sum_{k=1}^{r-1} P_{[k]}\right)^a$  ve  $a \leq 0$  öğrenme indeksidir. Formüldeki "1" ilk yapılan işin işlem zamanına eşit olmasını sağlamaktadır. Kuo ve Yang eğer tek makinede toplam tamamlanma zamanını minimize etmek amaçlanırsa SPT sıralamasını kullanmanın optimal çizelgeyi vereceğini göstermişlerdir. İspatı daha komplike olsa da, iş çiftlerinin değiştirilerek şekillendirilmesi tekniğine dayanır (Kuo ve Yang, 2006a).

Kuo ve Yang (2006b) tek makine grup çizelgeleme problemleri üstüne de çalışmışlardır. Grup çizelgeleme problemlerinde, aynı grubun ardışık iki işi arasında hazırlık zamanına ihtiyaç duyulmaz, ancak grup g'nin ilk işine başlamadan önce hazırlık zamanına ( $s_g$ ) ihtiyaç duyulur. Ayrıca, her bir grup kendi öğrenme indeksine ( $a_g$ ) sahiptir. Benzer olarak öğrenme etkisi:

$P_{igr} = P_{ig} (1 + P_{[1]g} + P_{[2]g} + \dots + P_{[r-1]g})^{a_g}$  şeklindedir.  $P_{igr}$  r. pozisyonda çizelgelenmiş g grubunun i işinin işlem zamanı göstermektedir. Anılan sıraya göre,  $P_{ig}$  i işinin normal işlem zamanı iken  $P_{[i]g}$  g grubunun i. işinin normal işlem zamanıdır. Kuo ve Yang'ın araştırmalarında, G grup çizelgeleme problemi olduğunu ve S ise bağımsız sıralı grup hazırlık süresinin olduğunu gösterir. Araştırmacılar  $1/G, S, P_{igr} = P_{ig} \left(1 + \sum_{i=1}^{r-1} P_{[i]g}\right)^{a_g} / C_{\max}$  probleminde işler grup içinde SPT kuralına göre sıralanırsa optimal çizelgenin elde edileceğini ve grupların keyfi tertiplenebileceğini göstermişlerdir. Hazırlık zamanı sıralamadan bağımsız olduğu ve her bir grup için öğrenme tekrarlandığından, grup sıralamasının optimal çözüm üzerinde etkisi yoktur. Ayrıca  $1/P_{ir} = P_i \left(1 + \sum_{k=1}^{r-1} P_{[k]}\right)^a / C_{\max}$  problemi de SPT kuralı ile optimize edilebilir. Ayrıca araştırmacılar  $1/G, S, P_{igr} = P_{ig} \left(1 + \sum_{i=1}^{r-1} P_{[i]g}\right)^{a_g} /$

$\Sigma C_i$  problemi üzerinde çalışmışlar ve optimal çizelgenin 2 gereksinime bağlı olduğunu tespit etmişlerdir: Birincisi; Her bir grup içinde işlerin SPT sıralamasına göre düzenlenmesi, ikincisi

ise; Grupların  $\left(s_g + \sum_{i=1}^{n_g} P_{ig}^A\right) / n_g$ 'nin azalmayan sırasında düzenlenmesi. "A" işareti işlem zamanının normal işlem zamanı değil gerçek işlem zamanı olduğunu gösterir (eğer g grubunun i işi r. pozisyonda çizelgelendi ise:  $P_{ig}^A = P_{igr}$  olur) (Kuo ve Yang, 2006b).

Kuo ve Yang (2006c) başka bir çalışmalarında basit işlem zamanlarının toplamı esaslı öğrenme etkisi formülünde 1'i atarak ufak bir değişiklik yaptılar:  $r \leq 2$  için  $P_{i1} = P_i$  ve

$P_{ir} = P_i(P_{[1]} + P_{[2]} + \dots + P_{[r-1]})^a = P_i \left(\sum_{k=1}^{r-1} P_{[k]}\right)^a \cdot 1/P_{i1} = P_i$  and  $P_{ir} = P_i \left(\sum_{k=1}^{r-1} P_{[k]}\right)^a$  for  $r \leq 2/C_{\max}$  problemi için optimal sıralamayı işleri SPT kuralına göre düzenleyerek gösterdiler (Kuo ve Yang, 2006c; Biskup, 2008).

Koulamas ve Kyparisis (2007) İşlem Zamanlarının Toplamı Esaslı Öğrenme Etkisinden farklı bir yaklaşım önerdiler:  $b \geq 1$  şartıyla

$P_{ir} = P_i \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{r-1} P_{[i]}}{\sum_{i=1}^n P_{[i]}}\right)^b = P_i \left(\frac{\sum_{i=r}^n P_{[i]}}{\sum_{i=1}^n P_{[i]}}\right)^b$ . Koulamas ve Kyparisis tek makine için  $1/P_{ir} = P_i \left(\sum_{i=r}^n P_{[i]} / \sum_{i=1}^n P_{[i]}\right)^b / \sum C_i$

ve  $1/P_{ir} = P_i \left(\sum_{i=r}^n P_{[i]} / \sum_{i=1}^n P_{[i]}\right)^b / C_{\max}$  problemleri ve 2 makineli akış tipi için

$F2/P_{ijr} = P_{ij} \left(\sum_{i=r}^n P_{[i]j} / \sum_{i=1}^n P_{[i]j}\right)^b, prp / \sum C_i$  ve

$F2/P_{ijr} = P_{ij} \left(\sum_{i=r}^n P_{[i]j} / \sum_{i=1}^n P_{[i]j}\right)^b, prp / C_{\max}$  problemlerinde SPT sıralamasının optimal çizelgeye götüreceğini göstermişlerdir. Öğrenme perspektifinden bu öğrenme etkisi problemsiz görünüyor.  $n=10$  iş,  $P_i=1$  ve  $b=1$  varsayımıyla öğrenme etkisiyle 2. işin işlem zamanı 0.9 olacaktır. Fakat anılan sıraya göre, üç durum için öğrenme deneyimi temel olarak aynı olsa da,  $n=5$  veya  $n=20$  iş olsaydı 2. işin işlem zamanı 0.8 veya 0.95 olabilirdi. Bu durumda öğrenme etkisinin gelecek işlerin işlem zamanlarına ve bitmiş işlerin deneyimine güçlüce bağlı olması tartışılabilir. Ayrıca  $n=10$

iş,  $P_i=1$  ve  $b=1$  varsayımlı örnek için  $P_{[10]} \leq 0.1$  olacaktır. Bu ise çok yüksek bir öğrenmeyi göstereceğinden,  $b \geq 0$  olarak kullanmak daha uygun olabilir (Koulamas ve Kyparisis, 2007).

### 3. 2. Çizelgelemede Erken/Geç Tamamlanma Problemlerine Yönelik Literatür Araştırması

Çizelgeleme teorisi ile ilgili literatürün önemli bölümü toplam akış zamanı, geciken iş sayısı, toplam gecikme gibi düzenleyici ölçüt ağırlıklıdır. Toplam gecikme ölçütü teslim tarihlerine uyuma ilişkin göstergeleri sağlar ve erken tamamlanan işlere ilişkin sonuçları göz ardı ederken sadece geç tamamlanan işlerin cezaları ile ilgilenir. Ancak bu eğilim, TZÜ konusuna olan artan ilgi ile birlikte değişmeye başlamıştır. TZÜ sisteminin en önemli özelliği ürünlerin önceden belirlenen teslim tarihinde tamamlanarak erken bitmesinin ya da gecikmesinin ortadan kaldırılması veya en aza indirgenmesidir. İmalat açısından TZÜ sistemi dağıtım stratejisi bazı zorluklar ortaya çıkarmaktadır. Bir tam zamanında çizelgeleme yapısında, erken biten işler teslim tarihlerine kadar üreticinin elinde kalır. Bu da ürünün bozulmasından kaynaklanan maliyetler ile depolama veya sigorta gibi maliyetler getirir. Buna ilaveten, biten mal stoku dolaylı olarak fırsat maliyeti taşıyan verimsiz bir yatırımdır. Diğer yandan, teslim tarihlerinden sonra tamamlanan işler müşteri tatminsizliği, sözleşme cezaları, satış kayıpları veya itibar kaybına yol açar. Bu nedenle, ideal bir çizelge için tüm işler teslim tarihlerinde tamamlanmalıdır (Baker, 1997; Gordon, 2001).

E/G problemleri erken tamamlanmanın ve gecikmenin aynı anda en küçüklenmesini amaçlayan çizelgeleme problemleridir. Bu iki amacın amaç fonksiyonunda ifade edilmesi ile ilgili literatürde farklı yaklaşımlar ortaya konmuştur. Bu farklılıklar temel olarak dört grupta incelenebilir. Bunlar, işe bağımlı erken tamamlanma ve gecikme maliyeti (Baker ve Scudder, 1990; Zhu ve Hady, 2000), eşit olmayan ceza maliyeti (Ventura v.d., 2005), eşit ceza maliyeti ve işe bağımlı oranlanabilen ceza maliyeti (Sun ve Wang, 2003; Bauman ve Jozefowska, 2006) olarak sınıflandırılabilir. Bunlar içerisindeki en genel durum işe bağımlı erken tamamlanma gecikme maliyetidir. Bir  $j$  işinin erken ve geç tamamlanması sırasıyla  $E_j$  ve  $T_j$  ile gösterilirse bu miktarlar şöyle belirlenir;

$$E_j = \max\{0, d_j - C_j\} = (d_j - C_j)^+$$

$$T_j = \max\{0, C_j - d_j\} = (C_j - d_j)^+$$

Her bir iş ile ilgili birim erken tamamlanma cezası  $\alpha_j > 0$  ve geç tamamlanma cezası  $\beta_j > 0$ . Ceza fonksiyonlarının doğrusal olduğu varsayımı altında bir  $S$  çizelgesi için temel E/G amaç fonksiyonu  $f(S)$  olarak yazılabilir, yani

$$f(S) = \sum_{j=1}^n [\alpha_j (d_j - C_j)^+ + \beta_j (C_j - d_j)^+] \text{ yukarıda verilen}$$

tanımlar altında  $f(S) = \sum_{j=1}^n (\alpha_j E_j + \beta_j T_j)$  olur. Buna göre "erken tamamlanma ve gecikme maliyetlerinin bütün işler için aynı ama birbirine eşit olmadığı" durum için  $f(S) = \sum_{j=1}^n [\alpha E_j + \beta T_j]$  ve  $\alpha \neq \beta$

olur. "Erken tamamlanma cezası  $\alpha = 1$  ve geç tamamlanma cezası  $\beta = 1$  kabul edilerek" problemin karmaşıklığı azaltılarak  $f(S) = \sum_{j=1}^n [E_j + T_j]$  ve  $\alpha = \beta = 1$  fonksiyonu elde edilebilir.

Oranlanabilen ceza maliyetlerinde her işe ait erken tamamlanma ve gecikme maliyetleri işe ait bir özellikle orantılı olarak hesaplanmaktadır. Bu alanda yapılan çalışmalardan Sun ve Wang çalışmalarında amaç fonksiyonunu aşağıdaki eşitlikleri kullanılarak belirlemişlerdir (Sun ve Wang, 2003):

$$\min z(\sigma) = \sum_{j \in J} w_j |C_j - d_j|$$

$w_j = \alpha \times p_j$

Literatürde teslim tarihinin belirlenmesi üzerine temelde iki farklı alanda çalışmalar mevcuttur (Baker, 1997). Bu alanlardan birincisinde teslim tarihi ortak kabul edilmişken (Baker ve Scudder, 1990; Cheng ve Chen, 1994), diğerinde her işin kendisine ait teslim tarihinden sapmalar en küçüklenmeye çalışılmaktadır (Bank ve Werner, 2001; Hendel ve Sourd, 2007).

$$\min z(\sigma) = \sum_{j \in J} w_j |C_j - d_j|$$

$$w_j = \alpha \times p_j$$

Literatürde teslim tarihinin belirlenmesi üzerine temelde iki farklı alanda çalışmalar mevcuttur (Baker, 1997). Bu alanlardan birincisinde teslim tarihi ortak kabul edilmişken (Baker ve Scudder, 1990; Cheng ve Chen, 1994), diğerinde her işin kendisine ait teslim tarihinden sapmalar en küçüklenmeye çalışılmaktadır (Bank ve Werner, 2001; Hendel ve Sourd, 2007).

#### 3. 2. 1. Ortak Teslim Tarihinden Sapmaların En Küçüklenmesi

E/G problemlerinin önemli bir özel durumu ortak teslim tarihinden işin tamamlanma zamanlarının mutlak sapmasının toplamının en küçüklenmesini ele alır. Bu durumda, tüm  $d_j$ 'ler  $d$ 'ye eşittir. Teslim tarihinin işlerin ortasında olduğu bir çizelge oluşturulması arzu edilecektir. En temel maliyet

fonksiyonu:  $f(S) = \sum_{j=1}^n (\alpha_j E_j + \beta_j T_j)$   $d_j = d$  şeklindedir ve  $\alpha, \beta$  ve  $d$ 'nin durumuna göre farklı problemler literatürde incelenmiş ve incelenmektedir.

Eğer  $d$  yeterince büyükse, yani çözüm takvimi açısından rahatça hareket edebilecek bir alan varsa bu tarz problemler literatürde "kısıtlandırıl-

mamış versiyon" olarak adlandırılır. Aksi durumda, yani  $d$  yeterince büyük değilse, yani çözüm alanı rahatça hareket etmeyi engelliyorsa bu tarz problemler literatürde "kısıtlandırılmış versiyon" olarak ifade edilir. Bir başka şekilde ifade edilirse;  $\Delta = p_n + p_{n-2} + p_{n-4} + \dots$  olsun.  $\Delta$ 'nın önemi problemin kısıtlandırılmış ya da kısıtlandırılmamış versiyon olarak tanımlanması ile ilişkilidir. Ortak teslim tarihli problemin çözüm alanı kısıtlandırılmamış versiyonu ise  $d \geq \Delta$ , kısıtlandırılmış versiyonu

ise  $d < \Delta$ 'dır. Örneğin,  $d \geq \sum_{j=1}^n p_j$  ise,  $d$ 'nin önüne birçok işi yerleştirme esnekliğine sahip oluruz ve bu problemin çözüm alanı daraltılmamıştır, yani bu ortak teslim tarihli problemlerin kısıtlandırılmamış versiyonudur (Baker, 1997).

Kısıtlandırılmamış Versiyon :

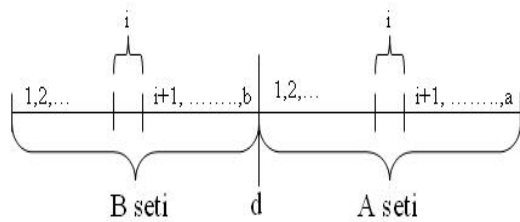
$d \geq \Delta$  iken problemin kısıtlandırılmamış versiyonu elde edilir. Genel olarak bu tarz problemlerin çözümünde ispatları da olan şu özelliklerin dikte alınması gerekir (Baker, 1997):

**Özellik1:** Temel E/G modelinde boş zaman içermeyen çizelgeler baskın bir set oluşturur.

**Özellik2:** Temel E/G modelinde, teslim tarihlerinden önce ve teslim tarihlerinde tamamlanan işler LPT sırasında sıralanırken, teslim tarihlerinden sonra başlayan işler SPT sırasında sıralanabilir.

**Özellik3:** Temel E/G modelinde, bir işin tam olarak teslim tarihinde tamamlandığı bir optimal çizelge vardır.

Teslim tarihinden önce veya teslim tarihinde tamamlanan işlerin setinin B ile temsil edildiği kabul edilsin ve bu set içindeki eleman sayısı  $b$  ile ifade edilsin. Aynı şekilde teslim tarihlerinden sonra tamamlanan işlerin seti A ile gösterilsin ve  $a=|A|$  olsun. Ayrıca  $B_i$ , B setindeki  $i$ 'nci işin indeksini gösterecek ve  $A_i$ 'de A setindeki  $i$ 'nci işin indeksi olsun.  $B_i$  işinin erken tamamlanma cezası B setinde kendisinden daha sonra tamamlanan işlerin işlem zamanları toplamıdır.



Şekil 3. Erken ve Geç Tamamlanan İş Setleri (Baker, 1997)

### Algoritma 1

Temel E/G problemini çözmek için;

**Adım 1.** En uzun işlem zamanlı işi B setine ata.

**Adım 2.** Sonraki en uzun işlem zamanlı iki işi bul. Birini B diğerini A setine ata.

**Adım 3.** Hiçbir iş kalmayana kadar 2. adımı tekrarlar veya bir iş kalıncaya kadar yöntemi tekrarlar ve kalan bu işi ya A setine ya da B setine ata.

Bu algoritmanın sonucu Özellik 4'tür.

**Özellik4:** Temel E/G modelinde, sıradaki  $b$ 'inci işin ortak teslim tarihi  $d$ 'de tamamlandığı ve  $b$ 'nin  $n/2$ 'ye eşit veya daha büyük en küçük tam sayı olduğu bir optimal çizelge vardır.

Kısıtlandırılmış Versiyon :

$d < \Delta$  iken problemin kısıtlandırılmış versiyonu elde edilir. Kısıtlandırılmış versiyonda Özellik 1 ve 2 geçerlidir, ama Özellik 3 her zaman geçerli değildir. V biçimli çizelgede en kısa işlem zamanlı iş teslim tarihinde veya teslim tarihinden önceki son iş olabilir veya teslim tarihinden sonraki ilk iş olabilir. Bunların yanında teslim tarihinden önce başlayan teslim tarihinden sonra tamamlanan iş de olabilir. Ama Özellik 3'e göre her zaman için en iyi çözümde en kısa işlem süreli iş, teslim tarihinden önce başlayıp teslim tarihinden sonra tamamlanır. Son olarak Özellik4 Özellik3'e bağlı olduğu için bu da her zaman için geçerli değildir. Hall ve diğerleri, kısıtlandırılmış versiyon problemin NP-tam olduğunu göstermiştir (Hall v.d., 1991).

Kısıtlandırılmış versiyonda başlangıçta sıfır alınır ve zamanla ileriye doğru kaydırılır. Her zaman için ya 0 noktasında başlayan çizelge yada tam olarak teslim tarihinde tamamlanan işin olduğu çizelge en iyi çizelgedir (Baker, 1997).

Kısıtlandırılmış versiyon için en iyi çözümü bulmak her zaman için kolay değildir. En iyi çözümü bulmak için kolay bir teknik olmamasına rağmen, Sundararaghavan ve Kunnathur tarafından geliştirilen etkili bir sezgisel mevcuttur. Bu sezgisel "0" zamanında başlayan ve V şekilli çizelge üreten bir tekniktir (Sundararaghavan ve Kunnathur, 1994).

Her atama için  $L$  (teslim tarihinden önceki işler) ve  $R$  (teslim tarihinden sonraki işler) değerleri

belirlenmelidir ( $L = d$  ve  $R = \sum_{j=1}^n p_j - d$ ). Öncelikle işler en uzun işlem zamanlıdan başlayarak sırala-

nır. Daha sonra aşağıdaki karar kuralı kullanılır;

Eğer  $L > R$  ise sonraki iş baş tarafa atanır.

Eğer  $L \leq R$  ise sonraki iş son tarafa atanır.

$j$  işini çizelgede ilk pozisyona atarsak  $L$ 'den  $p_j$  çıkarılır. Eğer  $j$  işi son pozisyona atanırsa  $R$ 'den  $p_j$  çıkarılır.

Çizelgenin başlama zamanını geciktirerek toplam cezayı azaltabiliriz. Teslim tarihinden önce biten işlerin sayısı  $e$  olsun.  $(n-e)$  teslim tarihinden sonra biten veya teslim tarihinde biten işlerin sayısıdır.  $\Delta t$  gibi ufak bir değerle çizelgenin başlama zamanı geciktirilebilir.  $\Delta t$  sayesinde hem  $e$  hem de  $(n-e)$  kadar işin cezaları azaltılır. Eğer  $e\Delta t > (n-e)\Delta t$  ise toplam ceza azalacaktır.  $e\Delta t > (n-e)\Delta t \cong e > \frac{n}{2}$  ise yani işlerin yarısından fazlası erken tamamlanıyorsa çizelgenin başlama zamanı geciktirilebilir. Bu miktar teslim tarihinden en son erken biten işin tamamlanma süresi çıkartılarak bulunabilir (Baker, 1997).

### 3. 2. 1. 1. Farklı Erken ve Geç Tamamlanma Ceza Maliyetleri

$$f(S) = \sum_{j=1}^n (\alpha_j E_j + \beta_j T_j)$$

İşlerin her birisine ait ceza maliyetlerinin farklı olması problemi daha karmaşık hale getirecektir. Temel modelin dışında, erken ve geç tamamlanma zamanlarının farklı oranlarda cezalar içerdiği model önerilir. Daha önce belirtildiği gibi, her bir iş ile ilgili birim erken tamamlanma cezası  $\alpha_j > 0$  ve geç tamamlanma cezası  $\beta_j > 0$ 'dır. Bu cezalar farklıdır, çünkü  $\alpha_j > 0$  genellikle iç faktörlere,  $\beta_j > 0$  genellikle dış faktörlere bağlıdır (Gordon v.d., 2001).

#### Kısıtlandırılmamış Versiyon:

Bu problemin hem kısıtlı hem de kısıtsız durumları mevcuttur. Kısıtsız durum için, optimal çözüm Özellik 1-3'e göre tespit edilir. Buna göre;

- Boş zaman yoktur (Özellik 1).
- Teslim tarihinde veya öncesinde tamamlanan işler LPT sırasında, geç tamamlanan işler SPT sırasında sıralanır (Özellik 2).
- Bir iş ortak teslim tarihi olan  $d$ 'de tamamlanır (Özellik 3).

Amaç fonksiyonunun bileşenleri, B ve A seti için toplam ceza;

$$C_B = 0P_{B_1} + \alpha P_{B_2} + \dots + (b-2)\alpha P_{B_{(b-1)}} + (b-1)\alpha P_{B_b}$$

$$C_A = a\beta P_{A_1} + (a-1)\beta P_{A_2} + \dots + 2\beta P_{B_{(a-1)}} + \beta P_{A_a}$$

Amaç fonksiyonu  $C_B$  ve  $C_A$ 'nın toplamıdır. Çarpımların toplamı, toplamdaki en küçük katsayı ile en büyük işlem zamanını, bir sonraki en küçük katsayı ile bir sonraki en büyük işlem zamanını ve benzer şekilde eşleştirerek en küçüklebilir. Bu yöntem optimal bir çizelge bulur ve B setindeki toplam işlem zamanını en küçüklere (Baker, 1997):

#### Algoritma 2

Farklı erken ve geç cezalara sahip E/G problemleri için;

Adım 1. Başlangıçta, B ve A setleri boştur ve işler LPT sırasındadır.

Adım 2. Şayet  $\alpha|B| < \beta(1+|A|)$  ise takip eden işi B'ye, değilse takip eden işi A'ya ata.

Adım 3. Tüm işler çizelgenene kadar Adım 2'yi tekrar et.

Bu algoritmadan iki temel sonuç çıkarılabilir.

Sonuç 1. Özellik 4'dür.

Özellik 4. Erken ceza  $\alpha$  ve geç bitirme cezasının  $\beta$  olduğu temel E/G modelinde b'inci sıradaki işin  $d$ 'de tamamlandığı ve b'nin  $\frac{n\beta}{(\alpha+\beta)}$ 'ye eşit veya daha büyük en küçük tamsayıya eşit olduğu optimal bir çizelge vardır. ( $\alpha=\beta=1$  olduğunda bir temel E/G problemi elde edilir).

Sonuç 2.  $\Delta$  Optimal çizelgede B setindeki toplam işlem zamanına bağlıdır.

$$\Delta = P_{B_1} + P_{B_2} + \dots + P_{B_{(b-1)}} + P_{B_b}$$

Kısıtlandırılmış Versiyon:

Özellik 1 ve 2 halen geçerlidir. Temel E/G probleminin kısıtlandırılmış versiyonu için önerilen sezgisel yaklaşım genelleştirilir ve  $L > R$  yerine  $\alpha L > \beta R$  kullanılır.

Ayrıca çizelgenin başlama zamanı için  $e > \frac{n}{2}$  yerine  $e > \frac{n\beta}{(\alpha+\beta)}$  kullanılacaktır.

Temel E/G modelinde kabul edilen  $\alpha=\beta=1$  ifadesi geçerli olmadığı durum için iki durum inceleyelim,

Durum 1. Hiç bir iş ortak teslim tarihi  $d$ 'de tamamlanmamış olsun.

"b" zamanında tamamlanan veya bu tarihten



önce tamamlanan işlerin sayısı olsun ve çizelgeyi  $\Delta t$  kadar geciktirelim. Bu durumda erken tamamlanan  $b$  işin erken tamamlanmasını  $\Delta t$  kadar düşürmüş oluruz.  $(n-b)$  tane geç kalan işin gecikme miktarını aynı miktar ( $\Delta t$ ) yükseltmiş oluruz. Bu gecikmenin toplam cezaya etkisi  $(n-b)\beta\Delta t - b\alpha\Delta t$ 'dir. Bu değer şu koşul altında negatif olur.

$$(n-b)\beta\Delta t - b\alpha\Delta t < 0$$

$$b(\alpha + \beta) > n\beta$$

$$b > \frac{n\beta}{(\alpha + \beta)}$$

Eğer elde edilen bu ifade sağlanırsa çizelgenin başlama zamanını  $\Delta t$  kadar geciktirmek uygun olur.

**Durum 2.** En az bir iş tam olarak teslim tarihinde tamamlansın  $C_b = d$ .

Çizelgeyi  $\Delta t$  kadar geciktirelim. Bu gecikmenin toplam cezaya etkisi  $(n-b+1)\beta\Delta t - (b-1)\alpha\Delta t$ 'dir. Bu miktar aşağıdaki durumda negatiftir.

$$(n-b+1)\beta\Delta t - (b-1)\alpha\Delta t < 0$$

$$b > \frac{n\beta}{(\alpha + \beta)} + 1$$

Şayet bu yeni düzenlenmiş çizelge başlangıçta zamanında tamamlanmış olan bir veya daha fazla işin gecikmesine sebep oluyorsa, geciken işleri SPT'ye göre sıralayarak toplam cezada iyileşme sağlanması mümkün olabilir.

SPT'ye göre sıralayarak toplam cezayı iyileştirmek mümkündür. Ancak, sıranın ilk kısmında yer alan işlerin LPT sırasına göre, ikinci kısımda yer alan işlerin SPT sırasına göre sıralanması kuralına dikkat edilmelidir. Bu durumda koşul şöyledir;

$$b > \frac{n\beta}{(\alpha + \beta)} + 1 \text{ ve } t_b > t_{b+1}$$

Burada;

$\alpha, \beta$ : birim erken ve geç tamamlanma maliyetleri,

$n$ : çizelgelenecek işlerin sayısı,

$d$ : ortak teslim tarihi,

$b$ : erken biten ve zamanında tamamlanan işlerin sayısı,

$t_b$ : zamanında tamamlanan son işin işlem süresi,

$C_b$ : zamanında tamamlanan son işin tamamlanma zamanı.

### Algoritma 3

**Adım 1.** Algoritma 1 kullanılarak başlangıç çizelgesi elde edilir. ( $L > R$  yerine  $\alpha L > \beta R$  kullanılmaktadır).

**Adım 2.**  $d$ 'de tamamlanan bir iş var ise 3. adıma geç, aksi takdirde;

a) Eğer  $b < \frac{n\beta}{(\alpha + \beta)}$  ise DUR.

b) Eğer  $b = \frac{n\beta}{(\alpha + \beta)}$  ve  $t_{b+1} \leq t_{b+2}$  ise DUR.

c) Eğer  $b = \frac{n\beta}{(\alpha + \beta)}$  ve  $t_{b+1} > t_{b+2}$  ise işlerin başlanmasını  $C_b = d$  olacak şekilde geciktir ve Adım 4'e git.

d) Eğer  $b > \frac{n\beta}{(\alpha + \beta)}$  ise  $C_b = d$  olacak şekilde geciktir ve Adım 3'e git.

**Adım 3.**  $b \leq \frac{n\beta}{(\alpha + \beta)} + 1$  ise Adım 4'e, değil ise  $t_b$  kadar başlama zamanını geciktir.  $b \rightarrow b-1$  yap ve Adım 3'ü tekrarla.

**Adım 4.** Geciken işler SPT sırasında değilse SPT sırasında olacak şekilde yeniden sırala.

Algoritma 3 son adıma kadar başlangıç çizelgesini değiştirmez sadece çizelgenin başlangıç noktasını belirlemeye çalışır. Sadece Adım 4'de çizelgede değişiklik yapar.

### 3. 2. 1. 2. İşe Bağımlı Erken ve Geç Tamamlanma Cezaları

E/G cezaları işe-bağımlı olarak değiştirildiğinde

amaç fonksiyonu  $f(S) = \sum_{j=1}^n (\alpha_j E_j + \beta_j T_j)$  olarak yazılabilir. Bu problemin kısıtlandırılmamış durumu Hall ve Posner (1991) tarafından incelenmiştir. Araştırmacılar Özellik 1 ve 2'nin ilgili varyasyonlarını ve en iyi sıra için gerekli koşulları sağlayan bazı üstünlük özelliklerini ispatlamıştır. En önemli sonuçları ise problemin kısıtlandırılmış versiyonunun NP-tam olduğunu ispatıdır. Sahte polinom olduğunu gösterdikleri dinamik programlama algoritmasını geliştirmeye devam etmişlerdir. Ek olarak, yüzlerce iş içeren problemleri ele alarak ve makul çözüm sürelerinde en iyi sonuçları elde ederek algoritmalarının işlemsel etkililiğini göstermişlerdir (Hall ve Posner, 1991; Baker, 1997).

Baker ve Scudder 1990'daki araştırmalarında problemin sıralama yönünü ihmal ettiğini belirterek Özellik 1'in hala geçerli olduğunu göstermiş, Özellik 3'ü sağlanmış ve Özellik 2 ve 4 şu şekle dönüştürülmüştür (Baker ve Scudder, 1990):

**Özellik 2:** En iyi çizelge V-biçimlidir, B'deki işler  $p_j/q_j$  oranının azalan sırasına göre sıralanır; A'daki işler  $p_j/\beta_j$  oranının artan sırasına göre sıralanır.

**Özellik 4:** En iyi çizelgede sıradaki b. iş d'de tamamlanır. Burada;  $b, \sum_{j=1}^b (\alpha_j + \beta_j) \geq \sum_{j=1}^n (\beta_j - \delta_j)$  eşitsizliğini sağlayan en küçük tamsayıdır.

Hino ve diğerleri (2005) tek-makinede ortak teslim tarihli bir problemi inceleyerek, işlerin erkenlik ve geçlik cezalarının ağırlıklı toplamının en küçüklenmesini sağlamaya çalışmışlardır. Bu problem NP-zor olduğu için tabu arama (TA) tabanlı bir sezgisel ve bir genetik algoritma önermişlerdir. Bu metodların performansını artırmak için melez stratejileri de analiz etmişlerdir. Önerilen yaklaşımlar Biskup ve Feldmann'ın 2001'deki makalelerinden seçilen 280 standart problem ile karşılaştırılmıştır (Biskup ve Feldmann, 2001; Hino v.d., 2005).

### 3. 2. 1. 3. Teslim Tarihi Toleransları

Bazı yaklaşımlarda, tamamlanma zamanı teslim tarihine yeterince yakınsa cezanın sıfır olmasına izin verilir. Burada yeterince yakınlıkla kastedilen belli bir toleranstır. j işinin ceza almaması için tamamlanma zamanının  $d-u_j$  ve  $d+v_j$  tolerans aralığına düşmesi gerekir. Cheng ölçütü, toplam mutlak sapma olduğu ve bütün  $u_j$  ile  $v_j$ 'lerin özdeş olduğu özel durumu analiz etmiş ve kısıtlandırılmamış durumda Özellik 1 ve 2'nin doğrudan, Özellik 3 ve 4'ün de küçük değişikliklerle sağlandığını göstermiştir. Fakat bu model için "Model, teslim tarihinin her iki tarafındaki tolerans aralığında tamamlanan bir iş için ceza tanımlanmamasına rağmen diğer işler için erken ve geç tamamlanma, tolerans aralığının sonundan değil teslim tarihinden hesaplanır" varsayımını yapmıştır. j işi için daha geleneksel ve uygun bir varsayım dikkate alınırsa erken ve geç tamamlanma sadece tolerans aralığının sonundan ölçülür [88]. Böylece;

$$E_j = (d - C_j - u_j)^+$$

$$T_j = (C_j - d - v_j)^+$$

$$\text{ve } f(S) = \sum_{j=1}^n (\alpha_j E_j + \beta_j T_j) \text{ olur.}$$

Toleranslı modelde Özellik 1 ve 2 sağlanmaya devam eder. Özellik 3'ün genelleşmiş hali en iyi çözümde herhangi bir cezaya uğramayan bir b işi olduğunu ifade eder. Özellik 4'ün genelleşmiş hali ise en iyi sırada b için gerekli bir koşul sağlar (Baker ve Scudder, 1990):

**Özellik 3(G):** En iyi çizelgede, j işi  $d-u_j$  ya da  $d+v_j$ 'de tamamlanır.

**Özellik 4(G):** En iyi çizelgede b, geçlik cezasına uğramayan işlerin sayısını gösterebilir. b işinin tamamlanma zamanı aşağıdaki koşulları sağlar.

$$C_b = d - u_b \text{ eğer } \sum_{i < b} \alpha_i < \sum_{i \geq b} \beta_i \text{ ve } \sum_{i < b} \alpha_i \geq \sum_{i > b} \beta_i$$

$$C_b = d + v_b \text{ eğer } \sum_{i < b} \alpha_i < \sum_{i > b} \beta_i \text{ ve } \sum_{i \leq b} \alpha_i \geq \sum_{i > b} \beta_i$$

### 3. 2. 1. 4. Doğrusal Olmayan Cezalar

Bazı durumlarda teslim tarihinden büyük sapmalar kesinlikle istenmez. Bu nedenle performans ölçütü olarak ortak teslim tarihinden sapmaların karelerinin kullanılması daha uygun olabilir ve amaç fonksiyonu bu durumda

$$f(S) = \sum_{j=1}^n (d - C_j)^2 = \sum_{j=1}^n (E_j^2 + T_j^2) \text{ haline gelir.}$$

Bagchi ve diğerleri bu problemin kısıtlandırılmamış halinin, Eilon ve Chowdhury, Kanet, Vani ve Raghavachari tarafından çalışılan tamamlanma zamanı varyansı problemine denk olduğunu göstermiştir (Eilon ve Chowdhury, 1977; Kanet, 1981a; Bagchi v.d., 1987a; Vani ve Raghavachari, 1987). Eilon and Chowdhury Özellik 2'yi ispatlamış ve karesel problemi çözmek amacıyla da bitişik iş çiftlerinin yer değiştirmesini kullanarak ilk sezgisel algoritmayı önermiştir (Eilon ve Chowdhury, 1977). Kanet problemin, işlerin tamamlanma sürelerinin toplamını en küçüklemeye denk olduğunu göstermiştir. Karesel mutlak sapma problemi için olan bir algoritmayı, bir sezgisel olarak uyarlamış ve Eilon ve Chowdhury'nin sonuçlarını geliştirmiştir (Eilon ve Chowdhury, 1977; Kanet, 1981a). Vani ve Raghavachari tüm iş çiftlerinin yer değiştirmesinin kullanımını incelemiş ve diğer sezgisellerden daha iyi sonuçlar elde etmiştir (Vani ve Raghavachari, 1987). Bagchi ve diğerleri hem kısıtlandırılmış hem de kısıtlandırılmamış problem için uygulanan birerleme yöntemlerini hızlandırmak için birkaç üstünlük özelliği kullanmıştır. Bununla birlikte, kısıtlandırılmış durum için çizelgenin sıfır zamanında başladığı varsayılmıştır (Bagchi v.d., 1987b). De ve diğerleri bu noktayı incelemiş ve çizelgenin sıfır zamanında başladığı varsayımını kullanmadan birerleme çözüm yöntemi geliştir-

miştir (De v.d., 1989). Bagchi ve diğerleri erkenlik ve geçlik cezalarının farklı olduğu durumu da  $f(S) = \sum_{j=1}^n (\alpha E_j^2 + \beta T_j^2)$  incelemiştir. Yine üstünlük özellikleri geliştirmişler ve onları, problemi çözmek için uygulanan bir arama yöntemi ile birleştirmişlerdir. Bununla birlikte, yaklaşımları esas olarak birerleme şeklinde kalmıştır. Karesel cezaların olduğu durumda Özellik 1 ve 2 sağlanır fakat Özellik 3 sağlanmaz. Doğrusal olmayan cezalar durumu için Özellik 4'ün herhangi bir genelleştirilmesi mevcut değildir (Bagchi v.d., 1987b).

Leung (2002) her birinin bir işlem süresine ve ortak teslim tarihine sahip olduğu  $n$  işin tek makine üzerinde sıralanması ile ilgili problemi dikkate almıştır. Ortak teslim tarihinin tüm işlerin teslim tarihine kadar tamamlanabilecek kadar büyük olduğu varsayılmıştır. Erkenlik ve geçliğin en küçük olduğu çizelgeyi bulmak için bir  $O(n \log n)$ -zaman algoritması olduğu bilinmektedir. Bu çalışmada ikili ölçütlü bir çizelgenin bulunması amaçlanmıştır. Birincil hedef, erkenlik ve geçlik toplamının en küçüklenmesidir. İkincil hedefler ise (1) en büyük erkenlik ve geçliğin; (2) en büyük erkenliğin karesi ve en büyük geçliğin karesinin toplamının; (3) erkenlik ve geçliğin karelerinin toplamının en küçüklenmesidir. İlk iki ölçüt için problemlerin NP-zor olduğu gösterilmiş ve her ikisi için tamamıyla polinom zamanlı yaklaşım planı verilmiştir. Son iki ölçüt için en kötü çizelgenin en iyi çizelgeye oranının  $3/2$ 'den fazla olmadığı gösterilmiştir. Araştırmacının dikkate aldığı birincil hedef;  $t(S) = \sum_{i=1}^n (E_i + T_i)$ , ikincil hedefler ise;  $f(S) = \sum_{i=1}^n (E_i^2 + T_i^2)$ ,  $g(S) = \max_{i=1}^n \{E_i^2\} + \max_{i=1}^n \{T_i^2\}$  ve  $h(S) = \max_{i=1}^n \{E_i, T_i\}$  şeklinde ifade edilebilir (Leung, 2002).

### 3. 2. 2. Farklı Teslim Tarihli Problemler

Genel E/G modelinde, her iş kendine ait bir teslim tarihine sahip olabilir. Bu özellik ortak teslim tarihli probleme göre en küçük maliyetli çizelgeyi belirlemek açısından daha fazla zorluk taşımaktadır (Baker, 1997).

Seidmann ve diğerleri (1981) farklı teslim tarihli tek-makine E/G problemini ele almıştır. Modellerinde, teslim tarihleri karar değişkenleri olarak davranır ve amaç, tedarik zamanı, erkenlik ve geçlik cezalarının toplamını minimize etmektir. İşlerin tümü, işlem sürelerinin azalan sırasına göre dizilir.  $A$ , tedarik zamanını göstermek üzere

$A_j = \max(0, d_j - A)$  şeklinde hesaplanır. Problemin amaç fonksiyonu  $f(S, d) = \sum_{j=1}^n (\gamma A_j + \alpha E_j + \beta T_j)$  olarak yazılabilir. Burada  $\gamma$ ,  $\alpha$  ve  $\beta$  sırasıyla birim tedarik zamanı, birim elde tutma maliyeti ve geçlik cezasını gösterir. Araştırmacılar, en kısa işlem süreli işin ilk işlenmesine dayalı dağıtım kuralını uygulayarak en iyi çözüm veren bir algoritma sunmuşlardır.  $X \leq \beta$  ise her işin teslim tarihi  $d_j^* = \sum_{i=1}^j p_i$  olarak belirlenir. Aksi takdirde, her işin teslim tarihi  $d_j^* = \min\{A, \sum_{i=1}^j P_i\}$  olarak belirlenir (Seidmann v.d., 1981).

Garey ve diğerleri (1988) bu problemin NP-tam olduğunu ilk olarak gösteren araştırmacılar olmuştur. Bu problem modellerinde Özellik 1 ve 2 sağlanmaz. En iyi sıra V-biçimli olmayabilir ve en iyi çizelge için arama, iyi bir iş sırası bulma ve boş zamanı yerleştirme gibi iki alt probleme ayrıştırılabilir (Garey v.d., 1988).

### 3. 2. 2. 1. Aylak Zamanların Yer Almadığı Modeller

Abdul-Razaq ve Potts (1988) teslim tarihi cezası içeren aylak zamanların yer almadığı çizelgeleri dikkate almıştır. Bir dal-sınır önermişler ve iyi sınırlar elde etmek için yumuşatılmış bir dinamik programlama yöntemi kullanmışlardır. Çalışmalarında, 20'den fazla iş içeren problemlerin çok fazla çözüm süresi gerektireceğini göstermişlerdir (Abdul-Razaq ve Potts, 1988).

Gupta ve Sen (1983) çizelgede aylak zaman olmayacağı varsayımı altında farklı teslim tarihli ve karesel ceza fonksiyonlu modeli incelemiştir. Gupta ve Sen bu zor problemi çözmek için bir dal-sınır algoritması tanımlamış fakat işlemsel testleri sonucunda sınır hesaplamalarının çok güçlü olmadığını göstermiştir (Gupta ve Sen, 1983).

Valente ve Alves (2005) çalışmalarında tek makinede ağırlıklı erken ve geç tamamlanma toplamını en küçükleme problemini ele almışlardır. Aylak zaman içermeyen bu problem için filtreli ve iyileştirilmiş doğrudan arama algoritmaları sunmuşlardır. Çalışma sonucunda, iyileştirilmiş doğrudan arama algoritmalarının benzerlerinden daha üstün olduğunu göstermişlerdir. Bu çalışmada en iyi çözümler komşuluk arama algoritmasıyla elde edilmiş olmasına rağmen yöntem işlemsel olarak yoğundur ve sadece küçük veya orta büyüklükteki örneklere uygulanabilmektedir (Valente ve Alves, 2005).

### 3. 2. 2. Aylak Zamanların Yer Aldığı Modeller

Bir iş sırası bulunduktan sonra, doğrusal bir programlama probleminin çözülmesiyle aylak zamanın yeri ayarlanarak en iyi çizelge üretilebilir (Baker, 1997).

Fry ve diğerleri (1987) farklı teslim tarihleri ve ceza ağırlıklarına sahip işleri içeren tek-makine E/G problemini çalışmışlardır. Araştırmacılar, ağırlıklı mutlak sapmayı en küçüklemek amacıyla problemi doğrusal bir programlama modeliyle çözerek belli bir sıraya aylak zamanı yerleştiren bir algoritma geliştirmişlerdir. Ayrıca, iş sıralamasını yapan ikili yer değiştirme tekniğini ve iş pozisyonlarını belirleyen aylak zaman yerleştirme metodunu kullanarak sezgisel bir algoritma ortaya koymuşlardır (Fry v.d., 1987).

Yano ve Kim (1991) ağırlıklar üzerinde sınırlandırması olan tek-makine E/G problemi incelemiştir. Burada ağırlıkların, işlerin işlem süreleri ile oranlı olduğu varsayılır. Dal-Sınır yönteminde dikkate alınandan pek çok mümkün çözümü eleyen bazı üstünlük özelliklerini kullanan iyi bir yöntem geliştirmişlerdir. Geliştirilen bu yöntem, önce bir dinamik programlamayla belli bir sıra için işlerin en iyi zamanlamasını belirlemekte, daha sonra ise basit bir sınıflandırma yapmaktadır (Yano ve Kim, 1991).

Szwarc ve Mukhopadhyay (1995) farklı teslim tarihli tek-makine E/G çizelgeleme probleminde belli bir sıraya aylak zaman yerleştirmek için En Uygun Zamanlama Algoritması sunmuşlardır. İşleri kümeler halinde gruplayan algoritma "Eğer  $d_{i+1} - d_j \leq p_{j+1}$  ise j ve j+1 işleri aynı kümede olmalıdır" kuralına dayalıdır (Szwarc ve Mukhopadhyay, 1995).

### 3. 2. 3. Zorunlu Teslim Tarihli Modeller

Bu tip problemlerde teslim tarihlerinden ziyade zorunlu teslim tarihleri ele alınmaktadır. Teslim tarihleri gecikme olabilirken zorunlu teslim tarihleri karşılanmak zorundadır ve ihlal edilemez. Örneğin; eğer son işin tamamlanma zamanı izin verilen en son zorunlu teslim tarihini aşarsa problemin çözümü mümkün olmaz. Bununla birlikte, sonsuz  $\beta_j$ 'li E/G modelleri gibi modeller ve böylece problemin çeşitli özel durumları da görülebilir.

Bagchi (1987), hem ortak teslim tarihli hem de zorunlu teslim tarihli olan E/G problemini araştırmıştır. Bu modelin en büyük özelliği müşteri

siparişleri kavramıdır. İşler kümesi, her biri kendi teslim tarihine ve ilgili cezalara sahip birkaç müşterinin alt gruplarına ayrılır. Bu çalışmada "bir müşteri siparişi, siparişteki tüm birimler tamamlanana kadar sevk edilemez" varsayımı yapılmıştır. Belli bir çizelgede,  $\sigma$ , için amaç fonksiyon şu şekilde yazılabilir (Bagchi, 1987):

$$\text{Min } f(D, \sigma) = \sum_j n_j \theta_j C_j + \sum_j \sum_i (\alpha_j E_{ij} + \beta_j T_{ij})$$

Burada;

$n_j$ : j. müşteri siparişindeki işlerin sayısını,

$\theta_j$ : j. müşteri siparişindeki her iş için birim zaman başına düşen tedarik zamanı cezasını,

$C_j$ : j. müşteri siparişindeki son işin tamamlanma zamanını,

$T_{ij}, E_{ij}$ : j. müşteri siparişindeki işin geçliğini ve erkenliğini,

$\alpha_j, \beta_j$ : j. müşteri siparişindeki birim erkenlik ve geçlik cezasını,

D: Müşteri siparişleri için teslim tarihlerinin vektörünü gösterir.

Bagchi bu problem için basit bir algoritmanın geliştirilmesine izin verecek birkaç öneri sunmuştur: Buna göre problem, tüketici siparişlerinin en iyi sırası ve her bir siparişteki işlerin en iyi sırası şeklinde ikiye ayrıştırılabilir. Tüketici siparişlerinin en iyi sırası  $P_j / n_j \theta_j$  oranının artan sırasına göre müşteri siparişlerinin sıralanmasıyla bulunur. Burada  $P_j$  j. müşteri siparişindeki bütün işlerin toplam süresini göstermektedir (Bagchi, 1987). Siparişler içerisindeki işlerin sıralaması Panwalkar ve diğerleri tarafından çözülen probleme indirgenir. Bu yöntem, her bir müşteri siparişine göre en uygun teslim tarihine karar vermekle beraber işlerin en iyi sırasına da karar verir. Bagchi'nin çalışmasının önemi, ortak teslim tarihli bir modelin nasıl bazı büyük problemlerin bir parçası olarak ortaya çıkabildiğini göstermesidir. Sonuç olarak, Bagchi daha önceden atanmış teslim tarihlerinin bulunduğu durumlarla ilgilenmemiş fakat gelecek araştırmalar için bu problemlerin bazı ilginç uzantılarını sunmuştur (Panwalker v.d., 1982; Bagchi, 1987).

### 3. 2. 4. Sıra-Bağımlı Hazırlık Süreleri İçeren Modeller

E/G literatürünün çoğunda makinenin, işleri işlemek üzere daima hazır olduğu ve hazırlığa ihtiyaç duymadığı varsayılır. Bazı durumlarda ise hazırlık süresi işlem süresinin içinde yer alır. İkinci



ci durum ilkinden çok farklı değildir çünkü her iki durumda da makinenin, işlerin sırasına bakılmaksızın yani sıradan-bağımsız aynı hazırlık süresini gerektirdiği varsayılmıştır. Bununla birlikte, pek çok gerçek durumda hazırlık süreleri, işlenecek olan iş kadar son işlenen işin tipine de bağlıdır yani sıraya-bağımlıdır (Baker, 1997). Genel olarak, sıraya-bağımlı hazırlık süreleri içeren çizelgeleme problemleri NP-zor olan "Gezgin Satıcı Problemine" benzerdir (French, 1982). Allahverdi ve diğerleri hazırlık süreleri içeren çizelgeleme literatürünü incelemiştir. Makalelerinde literatürü iki kategoriye ayırmışlardır: Yığın ve yığın-olmayan problemler. Kategorilerin her birinde araştırmacılar hazırlık süreleri literatürünü sıraya-bağımlı ve sıradan-bağımsız olmak üzere iki bölümde sınıflandırmıştır. İncelemelerinde çok az sıraya-bağımlı E/G problemine değinilmiştir (Allahverdi v.d., 1999).

Coleman (1992) tek makinede  $n$  işin çizelgenmesi için 0/1 tamsayılı programlama modeli sunmuştur. Amaç, yığın-olmayan sıraya-bağımlı hazırlık süreleri söz konusu olduğunda ağırlıklı erkenlik ve geçliği en küçüklemektir. İşe-bağımlı cezalar varsayılmıştır ve teslim tarihleri farklı olarak verilmiştir. Tamsayılı programını test etmiş ve 8 işe kadarki problem örnekleri için en iyi çözümleri bulmuştur. İşlerin sayısı arttığında tamsayılı programın yüksek işlem zamanı gerektirme sorunu ortaya çıkmıştır. Bu çalışma küçük sayıdaki işler için sıraya-bağımlı hazırlık sürelerini içeren E/G problemiyle ilgili birkaç makaleden biridir (Coleman, 1992).

Chen (1997) yığın sıraya-bağımlı hazırlık süreleri içeren E/G problemini ele almış ve iki bölümde inceleme yapmıştır. Çalışmanın ilk bölümünde, her bir iş yığını belli bir ortak teslim tarihi ve eşit olmayan cezalara sahip bir problemi ele almıştır. Sadece iki iş yığını olması ve iki teslim tarihinin kısıtlandırılmamış derecede büyük olması durumunda problemin NP-zor olduğunu göstermiştir. Çalışmanın ikinci bölümünde teslim tarihlerinin karar değişkenleri olarak alınması dışında aynı problem ele alınmıştır. Araştırmacı, problem için bazı en iyileyici özellikler sunmuş ve iki yığın işli problemi çözmek için bir polinom dinamik programlama algoritması önermiştir. Ayrıca farklı yığınlar için ortak teslim tarihleri eşit olduğunda her iki problemin özel bir durumunu dikkate almıştır. Özel durum için her iki problemi çözmek amacıyla bir dinamik programlama algoritması oluşturmuştur (Chen, 1997).

### 3. 2. 5. Paralel Makineli Modeller

Kısıtlandırılmamış durumun temel analizi paralel makineleri içeren modellere genişletilmiştir. Hall ile Sundararaghavan ve Ahmed paralel çalışan  $m$  özdeş makineli sistemde toplam mutlak sapmanın minimizasyonu konusunda çalışmıştır. Sundararaghavan ve Ahmed, Kanet'in çalışmasını  $m$ -paralel özdeş makineye genişletmiştir. Problemlerinde kısıtlandırılmamış ortak teslim tarihi ele alınmıştır. En iyi çözümü veren iki-adımlı bir algoritma geliştirmişlerdir. İlk adım, makinelerin  $m$  alt kümelerindeki işlerin kümesi için en iyi bölmeyi bulmaktır. İkinci adım, Kanet'in algoritmasını kullanarak her bir makinedeki işlerin çizelgesini belirlemektir. İlk işin sıfır zamanında başlamak zorunda olduğu varsayımına dayalı olarak, araştırmacılar kısıtlandırılmış ortak teslim tarihli tek-makine problemini çözmek için bir sezgisel sunmuşlardır. Emmons ise farklı erkenlik ve geçlik cezaları için bu analizi genişletmiştir. Ek olarak, özdeş olmayan paralel işlemcileri ele almıştır. Çoklu makine yöntemi, en kısıdan en uzuna katsayıların ve işlem sürelerinin eşlenmesini uygulayarak bu duruma kolaylıkla adapte edilmiştir. Emmons ayrıca, en iyi sonuçlar için son işin tamamlanma zamanının en küçüklenmesi veya en küçük teslim tarihinin elde edilmesi gibi ikincil ölçütleri ele almış ve özel durumlar için çözümler sağlamıştır. (Sundararaghavan ve Ahmed, 1984; Hall, 1986; Emmons, 1987).

Panwalkar ve diğerleri (1982) tarafından incelenen problem, Cheng (1989) tarafından paralel makine durumuna genişletilmiştir. Amacı, erkenlik, geçlik ve teslim tarihi cezalarını en küçükleyen  $m$  paralel makinedeki çizelgeyi belirlemektir. Paralel makineli sistemler için en iyi teslim tarihinin sıraya bağımlı olduğunu göstermiş ve problemi çözmek için bir sezgisel incelemiştir. Bu sezgisel, paralel makineleri sanki  $m$  bağımsız tek makineymiş gibi dikkate almıştır. İşler, 1982'deki çalışmasıya benzer şekilde pozisyona göre ceza kavramını kullanarak atanmıştır (Panwalkar v.d., 1982; Cheng, 1989).

Adamopoulos ve Pappis (1998) ortak teslim tarihi altında  $m$  paralel bağlantısız makinedeki  $n$  bağımsız işin çizelgelendiği problemi çalışmıştır. Modelde, teslim tarihi karar değişkenidir. Hem erkenlik hem de geçlik cezaları işlerden bağımsızdır. Her iş makineden makineye değişen bir işlem süresi gerektirir.  $i$  makinesindeki  $j$  işinin erkenliği ve geçliği  $E_{[i,j]}$  ve  $T_{[i,j]}$  şeklinde alınırsa, ele

aldıkları problem  $f(d, S) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\delta d + \alpha E_{[i,j]} + \beta T_{[i,j]})$  amaç fonksiyonunu en küçükleyen en iyi ortak teslim tarihini ve  $m$  makine üzerindeki  $n$  işin çizelgesini belirlemektir. Algoritma dört farklı sayfaya bölünebilir. Birinci safha  $m$  makineye  $n$  işin tahsis edilmesi problemini ele alır. Çatışan iki ölçüt dikkate alınır. İlki, her işin, işlem süresinin mümkün olduğunca küçük olduğu bir makineye atanmasıdır. İkincisi, farklı makinelerdeki en büyük akış zamanları arasındaki geniş farklılıklardan kaçınmaktır. İkinci safha bir makine üzerindeki  $n$  kümesinin sırasını belirlemek amacıyla araştırmacı tarafından sunulan pozisyon etiketi kavramını kullanarak işleri pozisyonlarına tahsis etmektir. Üçüncü safhada, her makinedeki işlemin başlama zamanıyla birlikte bir ortak teslim tarihi belirlenir. Son safha olarak, çizelgeden elde edilen amaç fonksiyonu hesaplanır (Adamopoulos ve Pappis, 1998).

Biskup ve Cheng (1999) erkenlik, geçlik ve tamamlanma zamanı cezalarından oluşan amaç fonksiyonunu en küçüklemek amacıyla  $m$  paralel özdeş makine üzerinde  $n$  işin çizelgelenmesi problemini çalışmıştır. Problemde karar değişkeni olarak kısıtlandırılmamış ortak teslim tarihi alınmış ve araştırmacılar problemin NP-zor olduğunu kanıtlamıştır. Problemi çözmek için bir sezgisel sunulmuştur. Sezgisel, makineye düzgün bir şekilde işlerin atanmasıyla başlar. Düzgün bir şekilde işlerin atanmasıyla mümkün olduğunca çok iş yükü eş zamanlı olarak dengelenmeye çalışılır.  $m$  tane en büyük iş makinelerine her atandığında, tüm makinelerin iş yükü hesaplanır ve en uzun iş, en küçük iş yüklü makineye atanır. İşleri makinelerine atandıktan sonra,  $m$ -tek makine problem bağımsız olarak çözülür.  $m$ -tek makine probleminin çözümüyle farklı makineler için farklı teslim tarihleri elde etmek olasıdır. Bu nedenle, sezgiselin son adımında, her makinenin ilk işinin başlama zamanı ve ortak teslim tarihi, bir doğrusal programlama probleminin çözülmesiyle eş zamanlı olarak hesaplanır (Biskup ve Cheng, 1999).

Panwalkar ve Liman (2002) makine çalıştırma maliyeti olan, tek operasyonlu E/G çizelgeleme problemini ele almıştır. Problemlerinde, sıfır zamanında işlenmeyi bekleyen  $n$  iş vardır. İşin yapılması için çalıştırılmaya hazır çok sayıda özdeş makine vardır. Çalıştırılan her makine belirli bir makine çalıştırma maliyeti,  $\chi$ , meydana getirir. Bir makinede çizelgelenmiş işler için, ma-

kineden makineye değişen bir ortak teslim tarihi vardır.  $k$ , ( $1 \leq k \leq n$ ) kullanılan özdeş makinelerin sayısını,  $B_i$ ,  $i$  makinesinde işlenecek bir yığına giren işlerin kümesini gösterir ve  $d$  teslim tarihlerinin ( $d_1, d_2, \dots, d_k$ ) kümesidir. Amaç çizelgeyi,  $S$ , bulmaktır. Kullanılan makinelerin sayısı  $k$  ve her makinenin ortak teslim tarihi  $d$  olmak üzere

$f(S, k, d) = k\chi + \sum_{i=1}^k \sum_{j \in B_i} (\alpha E_j + \beta T_j)$  fonksiyonunu en küçükleyen  $d_i$ ,  $B_i$  yığınının teslim tarihidir. Araştırmacılar tarafından sunulan problemin çözümü için  $k$  makinesine pozisyona göre ceza kavramı uygulanmıştır. Her makine aynı pozisyona göre ceza modeline sahiptir. Buna göre teslim tarihinden önce  $\{0, 1\alpha, 2\alpha, 3\alpha, \dots\}$  ve teslim tarihinden sonra  $\{\dots, 3\beta, 2\beta, 1\beta\}$  modelleri kullanılır. Makalede önerilen algoritmada  $k=1$  olarak belirlenir, pozisyona göre ceza hesaplanır, işlerin pozisyona göre aldıkları cezaları sıralanır ve toplam maliyet hesaplanır. Böylece,  $k$ 'nin değeri her iterasyonda bir artacak ve hesaplama tekrar yapılacaktır. Algoritma  $k$  ve  $k-1$  makinelerinin toplam maliyetlerinin farkı en fazla  $\delta$ 'ya eşit oluncaya kadar tekrarlanır. En uygun makine sayısı  $k-1$ 'dir (Panwalkar ve Liman, 2002).

Toksarı M.D. ve Güner E. (2008) çalışmalarında öğrenme ve doğrusal bozulma etkileri altında, paralel makineli, sıra bağımlı hazırlık zamanlı, ortak teslim tarihli E/G problemini ele almışlar ve belli uygun koşullar altında V-biçimli çizelgenin optimal çözüm olacağını göstermişlerdir. Ayrıca bu problem için optimal sonuçların alınabileceği matematiksel model tasarlamışlar ve geliştirdikleri bir algoritmayı 1000 iş 3 dakika ortalamalı 4 paralel makine için çözümler olarak bu algoritmanın performansını geliştirilen matematiksel modelin sonuçlarıyla test etmişlerdir (Toksarı ve Güner, 2008).

### 3. 2. 6. Farklı Özelliklerdeki Diğer Problemler

Keyser ve Sarper (1991) hazırlık zamanlarının sıfır olmadığı ve işlem öncesi bekleme süresi için cezaların olduğu tek-makine E/G problemini incelemişlerdir. Araştırmacılar, "ilk gelen ilk işlem görür" öncelik fonksiyonu ve en küçük görevlik sıralama kurallarını kullanmışlar ve bitişik ikilileri yer değiştirme (API) yöntemini kullanan bir algoritma geliştirmişlerdir. Algoritmada her sıralama kuralı ile birlikte işlerin başlama zamanını belirlemek için iki metot uygulamışlardır. Bunlardan ilki işleri mümkün olduğunca kısa sürede çizelgelerken, ikincisi işleri hedef başlama

zamanı ile çizelgeler. Algoritmanın sonunda üç sıralama kuralıyla bulunan maliyetler birbirleriyle karşılaştırılır ve en düşük maliyetli çizelge seçilir (Keyser ve Sarper, 1991).

Soroush ve Friendall (1994) farklı teslim tarihli ve stokastik işlem süreli tek-makine E/G problemini incelemişlerdir. Herhangi bir S çizelgesi için,  $C_s$ , toplam beklenen E/G maliyeti;  $\hat{C}_s$ , işlerin beklenen tamamlanma zamanından kaynaklanan toplam deterministik E/G maliyeti; ve  $\bar{C}_s$ , işlerin standart varyasyonundan kaynaklanan toplam deterministik E/G maliyetini göstermektedir. Araştırmacılar, toplam beklenen E/G maliyeti CS için alt ve üst sınırların  $\hat{C}_s \leq C_s \leq \hat{C}_s + \bar{C}_s$  şeklinde gösterilebileceğine işaret etmişlerdir. Araştırmacılar bu alt sınır ve üst sınır özelliğine dayalı üç farklı sezgisel önermişlerdir. İlk sezgisel  $\hat{C}_s$ 'nin alt sınır maliyetini en küçükler, ikinci sezgisel  $\hat{C}_s + \bar{C}_s$ 'nin üst sınır maliyetini en küçükler ve son sezgisel  $\bar{C}_s$ 'nin maliyetini en küçükler ve sonuca göre bunların arasından en düşük maliyetli çözüm seçilir (Soroush ve Friendall, 1994).

Koulamas 1996'da keyfi zaman aralıklı tek-makine E/G problemini incelemiştir. Bu problemde tek bir makinede işlenmeyi bekleyen n tane iş vardır. Her iş deterministik bir işlem süresine ( $p_j$ ) ve aralık uzunluğu  $w_j=d_j-b_j$  olan bir zaman aralığına sahiptir. Her iş için zaman aralığının, işin işlem süresinden daha uzun olduğu varsayılmaktadır. Eğer bir iş kendi zaman aralığında tamamıyla işlenirse (kendi zaman aralığında işin işlenmesi başlar ve biterse) hiç ceza almaz. Diğer taraftan, eğer j işinin başlama zamanı  $b_j$ 'yi veya j işinin tamamlanma zamanı  $d_j$ 'yi geçerse ilgili sapmayla oranlı bir erkenlik ya da geçlik cezası alır. Bu doğrultuda amaç, toplam E/G cezasını en küçükleyen çizelgeyi belirlemektir (Koulamas, 1996).

Liao ve Cheng (2007) çalışmalarında değişken komşuluk aramasında (DKA) tabu aramayı (TA) kullanarak melez meta-sezgisel önermişler. Algoritmalarını diğerlerinden ayıran birkaç özellik vardır: İki komşuluğun farklı oranlarını kapsamak, bir komşulukta anlık 5 nokta üretmek ve TA ile DKA'nın kombinasyonu. Önerilen yaklaşım 280 standart problem ile karşılaştırılmış ve geliştirilen algoritmanın çözüm kalitesi ve çözme süresi açısından çok daha iyi sonuçlar verdiğini göstermişlerdir (Liao ve Cheng, 2007).

Shabtay (2008) diğerlerinden farklı amaç fonk-

siyonlu tek makine çizelgeleme probleminde 3 farklı teslim tarihi atamayı ele almıştır. 2 farklı amaç fonksiyonunu hesaba katmıştır: İlki erken ve geç tamamlanmayı kapsayan maliyet fonksiyonu ve teslim tarihi atama cezaları ve ikincisi ise geciken iş sayısını ve teslim tarihi atamalarını kapsayan ceza fonksiyonudur. Shabtay çalışmasında bu amaç fonksiyonunun minimizasyonuna yönelik metotlar geliştirmiştir (Shabtay, 2008).

Farklı teslim tarihli E/G problemleri genellikle NP-tam problemlerdir. Araştırmacılar bilinen en iyi çizelgeyi bulmak için problem parçacıklarına odaklanırlar. Hendel ve Sourd (2007) çalışmalarında bir zamanlama algoritması geliştirmişlerdir. Bu zamanlama algoritması kompleks süreçlerde kullanılabileceğinde çok yararlıdır. Araştırmacılar bu çalışmada tek makine zamanlama problemlerinde en hızlı ve verimli olduğunu iddia ettikleri oldukça genel bir algoritma ortaya koymuşlardır. Araştırmacılar ayrıca bu algoritmanın akış tipi permutasyon programlamaya adapte edilebileceğini ifade etmişlerdir (Hendel ve Sourd, 2007).

Schaller ve Gupta (2008) makalelerinde işlerin sayısı verilen tek makine aile hazırlık zamanı var olduğunda toplam E/G minimizasyonu problemini incelemişlerdir. Araştırmacılar bu çalışmalarında dal-sınır algoritması önermişlerdir. Ayrıca daha geniş boyutlu problemlerin çözümünde kullanılabilecek bir sezgisel algoritma önermişlerdir. Araştırmacılar önerdikleri algoritmaları ampirik olarak çeşitli boyut ve parametrelerdeki problemler üzerinde değerlendirilmişlerdir. Bu çalışmada ayrıca yalıtılmış üretim metotları uygulaması sonucunda hazırlık sürelerindeki azalmanın toplam E/G nasıl etkileyeceği de incelenmişlerdir (Schaller ve Gupta, 2008).

Sakuraba ve diğerlerinin (2009) yaptığı çok güncel bir çalışma da ise iki makine akış tipi üretimde ortak teslim tarihinden ortalama mutlak sapma problemi incelenmiş ve bu probleme yönelik tamsayı matematiksel bir model geliştirilmiş ve ardından geliştirilen üç sezgisele dokuz adet sıralama kuralı monte edilerek sonuçlar alınmış ve 1995 yılında Sarper H. Tarafından yapılan çalışmadan daha iyi sonuçlar elde edildiği gösterilmiştir (Sarper, 1995; Sakuraba v.d., 2009).

### 3. 2. 6. 1. İlave Cezalar

Temel E/G ölçütünü genişletmek için performansın, diğer cezaların değerlendirildiği boyutları probleme ilave edilir. Böyle iki boyut,

yani teslim tarihi cezası ve akış zamanı cezası, Panwalkar ve diğerleri (1982) tarafından tanımlanmıştır. Araştırmacılar ortak teslim tarihine göre ceza verilen tek makineli bir E/G problemi çalışmıştır. Problemleri, işlerin ceza ağırlıklarına bağımlı olduğunu varsayar.  $\delta$  katsayısı, her zaman birimi için teslim tarihi atama maliyetini ve  $d_0$  parametresi, kabul edilebilir en büyük teslim tarihini göstermek üzere amaç fonksiyonu  $f(d, S) = \sum_{j=1}^n [\alpha E_j + \beta T_j + \delta(d - d_0)^+]$  olarak yazılabilir. Bu problemin birerleme dışında bir yöntemle çözülemeyeceğini ifade etmiştir. Tek istisna  $d_0$ 'ın sıfır olduğu özel durumdur. Bu durumda amaç fonksiyonu  $f(d, S) = \sum_{j=1}^n (\alpha E_j + \beta T_j + \delta d)$  olarak yazılabilir. Bu problem için Özellik 1, 2 ve 3 sağlanır ve Özellik 4 aşağıdaki gibi olur (Panwalkar v.d., 1982):

**Özellik 4:** En iyi çizelgede sıradaki  $b$ . iş  $d'$ 'de tamamlanır. Burada  $b$ ,  $n(\beta - \delta)/(\alpha + \beta)$ 'ya eşit ya da bu değerden daha büyük en küçük tamsayıdır.

Chang ve Joo (1992) işlerin değişik zamanlarda hazır olmalarına izin veren ortak teslim tarihli bir tek-makine E/G problemini ele almıştır. Her iş isteğe bağlı bir zamanda işlem sürecine başlayabilir fakat iş belirlenen hazır olma zamanından önce işlenmeye başladığında başlama zamanı cezasına maruz kalır. Amaç, erkenlik, geçlik ve başlama-zamanı cezalarının toplamını en küçükleyen çizelgeyi bulmaktır. Araştırmacılar, belli bir sıra için her işin en iyi başlama zamanını belirlemek amacıyla bir algoritma önermişlerdir. Probleme iyi bir çözüm bulmak için de en iyi başlama zamanı algoritmasının kullanıldığı bir sezgisel arama sunulmuştur (Chang ve Joo, 1992).

Panwalkar ve Rajagopalan (1992) işlerin işlem sürelerinin doğrusal bir maliyetle kontrol edilebilen değişkenler olduğu statik bir tek-makine E/G problemini incelemiştir. Problemlerinde, bir işin işlem süresi normal bir değere sabitlenebilir. Bununla birlikte, ilave maliyetler ödeyerek, işlem süresini azaltmak için makine daha yüksek hızda çalıştırılabilir.  $j$  işinin işlem süresini azaltmanın birim maliyeti  $G_j$  olarak verildiğinde,  $x_j$  sıkıştırılan  $j$  işinin gerçek zaman miktarını,  $[j]$  ise herhangi bir sıra,  $S$ , için  $j$  pozisyonundaki işi gösterir. Böylece problemin amaç fonksiyonu  $f(d, S) = \sum_{j=1}^n (\alpha E_{[j]} + \beta T_{[j]} + G_{[j]} x_{[j]})$  olarak yazılabilir. Araştırmacılar, bir  $n \times n$  maliyet matrisi oluşturarak problemin bir atama problemi olarak en iyi şekilde çözülebileceğini göstermişlerdir (Panwalkar ve Rajagopalan, 1992).

Her iş için geçlik cezasının belirlenmiş olduğunu varsayan modelin aksine, Liman ve diğerleri (1996) zamanın bir fonksiyonu olarak hem erkenlik hem de geçlik cezalarını içeren problemi çalışmıştır. Problemlerinde, ortak teslim aralığı,  $D$ , belirli bir parametredir. Birim zamandaki erkenlik cezası ( $\alpha$ ), birim zamandaki geçlik cezası ( $\beta$ ) ve teslim aralığının konum cezasının ( $\delta$ ) sabit olduğu varsayılır. Amaç, erkenlik, geçlik ve ortak teslim aralığı konum cezalarının ağırlıklı toplamını en küçükleyen iş çizelgesini ve ortak teslim aralığı konumunu belirlemektir. Araştırmacılar, problemin özelliklerini araştırmış ve problemi en iyi şekilde çözebilmek için polinom zamanlı bir algoritma önermiştir. Basit çözümlerden elde edilebilen iki durumu da dikkate almışlardır. Birincisi  $\delta \geq \beta$  olma durumudur. Bu durumda, teslim aralığının konumu ve en iyi çizelge,  $d_1=0$ ,  $d_2=D$  alınmasıyla ve işlerin, işlem sürelerinin artan sırasına göre dizilmesiyle belirlenebilir. İkincisi  $(\beta + \alpha)/(\delta + \alpha) \geq 0$  olma durumudur. Teslim aralığının konumu ve en iyi çizelge  $d_2 = \sum_{j=1}^n p_j$  ve  $d_1 = d_2 - D$  alınmasıyla ve işlerin, işlem sürelerinin azalan sırasına göre dizilmesiyle belirlenebilir (Liman ve Ramaswamy, 1994; Liman v.d., 1996).

Ventura ve diğerleri (2005) kaynağa-bağımlı geliş tarihleri ve kısıtlandırılmamış ortak teslim tarihli bir tek-makine E/G problemini çalışmıştır. Bir işin kaynak tüketimi maliyetinin, işin geliş tarihinin azalan bir doğrusal fonksiyonu olduğu ve bu fonksiyonun tüm işler için ortak olduğu varsayılmıştır. Amaç, toplam kaynak tüketimi ile erkenlik ve geçlik cezalarını en küçükleyen çizelgeyi ve işlerin geliş tarihlerini bulmaktır. Problemin NP-zor olduğu gösterilmiştir. Küçük ve orta büyüklükteki problemler için bir dinamik programlama geliştirilmiştir. Büyük boyutlu problemler için de bir sezgisel algoritma önerilmiş ve sezgisel ile en iyi çözümler arasındaki işlemsel karşılaştırma değerlendirilmiştir. En iyi çözümlerin yapısını karakterize etmek ya da önerilen sezgisel algoritma için gelişmiş çözümleri bulmak için bazı özellikler gösterilmiştir. En iyi çözümü bulma garantisi olmamasına rağmen önerilen sezgisel algoritma yüksek kalitede çözümler sağlayabilmiştir (Ventura v.d., 2005).

Panwalkar ve Rajagopalan (1992) işlerin işlem sürelerinin doğrusal bir maliyetle kontrol edilebilen değişkenler olduğu statik bir tek-makine E/G problemini incelemiştir. Problemlerinde, bir işin işlem süresi normal bir değere sabitlenebilir. Bununla birlikte, ilave maliyetler ödeyerek, işlem süresini azaltmak için makine daha yüksek hızda çalıştırılabilir.  $j$  işinin işlem süresini azaltmanın birim maliyeti  $G_j$  olarak verildiğinde,  $x_j$  sıkıştırılan  $j$  işinin gerçek zaman miktarını,  $[j]$  ise herhangi bir sıra,  $S$ , için  $j$  pozisyonundaki işi gösterir. Böylece problemin amaç fonksiyonu  $f(d, S) = \sum_{j=1}^n (\alpha E_{[j]} + \beta T_{[j]} + G_{[j]} x_{[j]})$  olarak yazılabilir. Araştırmacılar, bir  $n \times n$  maliyet matrisi oluşturarak problemin bir atama problemi olarak



#### 4. TARTIŞMA

Öğrenme etkisi olgusunun ortaya çıkışı çok eski olmasına rağmen çizelgeleme problemlerinde 1999'dan itibaren dikkate alınmaya başlamıştır. Üretim çevresinde öğrenme etkisinin varlığı yaygın bir kabul görmesine rağmen öğrenmenin nasıl bir ekki sağlayacağı ve kişiden kişiye değişebileceği gibi doğasında bazı eksiklikler bulunmaktadır. Akla öğrenme etkisinin gerçeğe en uygun şekilde nasıl modellenebileceği sorusu geliyor. Bunun cevabı muhakkak ki üretim ortamına bağlıdır. İşlemlerin ayrı ayrı veya bir bütün halinde değerlendirilmesine yönelik olarak çizelgeleme çevresinde öğrenme etkisine yönelik iki farklı temel yaklaşım önerilmiştir. Bunlardan ilki ve gerçeğe daha yakın olanı, işlemleri ayrı ayrı değerlendiren "Konum Esaslı" öğrenme etkisi olarak tanımlanabilir. Diğeri ise, süreçteki işleri bir bütün olarak ele alan "İşlem Sürelerinin Toplamı Esaslı" öğrenme etkisidir. Her iki yaklaşımında literatürde geçerliliği vardır. Ancak bu temel yaklaşımların kendi içerisinde de farklı kullanımları söz konusudur. Çizelgeleme literatüründe ele alınan çoğu öğrenme etkisi gerekli kaynak ihtiyacının yapılacak işin sıralamasına bağlı olarak azalacağı temeline dayalı  $P_{(j)} = P_{(1)} * j^a$  formülasyonu ile ifade edilmektedir (Biskup, 2008).

E/G problemleri için basit sonuçlardan bazıları bütün işlerin ortak teslim tarihlerine sahip olduğu modeller için türetilen sonuçlardır. Birçok ürünün tek bir müşterisinin olduğu durumu temsil etmek veya bir montaj ortamında aşamalarda gecikmelerden kaçınmak için montaj bileşenlerinin aynı zamanda hazır olma gerekliliği gibi durumlarda dikkate alınır. Farklı teslim tarihlerine izin veren daha genel bir model ve bu tür problemlere ait çözümler ortak teslim tarihli problem çözümlerinden belirgin şekilde farklılık gösterir. Atölye tipi veya siparişe göre üretim yapan imalat sistemlerinde müşteri ve tedarikçi arasındaki anlaşmaya bağlı olarak belirlenen farklı teslim tarihleri yaklaşımı kullanılmıştır. İdeal çizelge bütün teslim tarihlerinin tam olarak karşılanması hedefine ulaşmaktır (Baker, 1997).

E/G literatüründeki problemlerde rastlanan diğer önemli farklılık ise, amaç fonksiyonunda kullanılan ceza maliyet fonksiyonlarının tipini içerir. Araştırmacılar tarafından çalışılan bu maliyet fonksiyonları temel olarak dört grupta incelenebilir. Bunlar, işe bağımlı erken tamamlanma ve gecikme maliyeti, eşit olmayan ceza maliyeti, eşit ceza maliyeti ve işe bağımlı oranlanabilen ceza maliyeti olarak sınıflandırılabilir. Maliyet fonksiyonunun belirlenmesinde erken tamamlanma

ve gecikme için farklı ceza maliyet fonksiyonlarının belirlenmesi yaklaşımı daha gerçekçi olacaktır. Çünkü çoğu zaman gecikme ve erken tamamlanma aynı oranda arzu edilmeyebilir (Lauff ve Werner, 2004).

Geleneksel çizelgelemede genel varsayım verilen bir ürünün üretim zamanı üretim sırasındaki pozisyonundan bağımsızdır. Fakat bazı gerçek düzenlemelerde, üretim tesisi zamanla sürekli olarak gelişir. Sonuç olarak, verilen bir ürünün üretim zamanı, eğer daha sonra çizelgelenirse kısalmır. Bu fenomen literatürde "öğrenme etkisi olarak" bilinir. Bu etki literatürde son yıllarda daha çok dikkate alınmaya başlamıştır (Biskup, 2008; Toksarı ve Güner, 2008).

Çizelgeleme problemlerinde alternatifler arasından en iyisini bulmanın zorluk derecesi çok yüksektir. Örneğin: Dünyanın en hızlı bilgisayarının saniyede  $136.8 \cdot 10^{12}$  işlem yapıyor olduğu dikkate alınarak, çeşitli problemler için aşağıda işlem süreleri hesaplanmıştır;

- Tek makine 20 iş için alternatif sıralama miktarı:  $20! = 2.43 \cdot 10^{18} \approx 5$  saat
- İki makine 20 iş için alternatif sıralama miktarı:  $(20!)^2 = (2.43 \cdot 10^{18})^2 \approx 25$  saat
- Tek makine 100 iş için sıralama miktarı:  $100! = 9.33 \cdot 10^{157} \approx 2.16 \cdot 10^{136}$  yıl.
- İki makine 100 iş için alternatif sıralama miktarı:  $(100!)^2 = (9.33 \cdot 10^{157})^2 \approx 4.67 \cdot 10^{272}$  yıl.

Erken/Geç bitirme problemlerinin öğrenme etkisiz ve tek makinede dahi NP-zor zorluk derecesine sahip olduğu birçok yayında ifade edilmiştir (Hall v.d., 1991; Lee, 1991; Biskup ve Cheng, 1999; Mondal ve Sen, 2001; Feldman ve Biskup, 2003; Lauff ve Werner, 2004; Celso v.d., 2005; Rym, 2007; Liao ve Cheng, 2007). Ayrıca Hendel ve Sourd 2007'deki araştırmalarında farklı teslim tarihli E/G problemlerinin daha zor olduğunu yani NP-tam zorluk derecesine sahip olduğunu ifade etmişlerdir (Hendel ve Sourd, 2007).

Literatür incelendiğinde çizelgelemede E/G problemleri ile ilgili çalışmaların başlangıcı öğrenme etkili çalışmalardan daha öncedir. Çizelgelemede öğrenme etkisinin 1999'da Biskup tarafından yapılan çalışmanın ardından yoğunluk kazandığı görülmüştür. Öğrenme etkisi ve E/G problemi bir arada farklı şekillerde 1999'da Biskup, 2001'de ise Mosheiov 2007'de Kuo ve Yang

ve 2008'de Toksarı ve Güner tarafından ele alınmıştır (Biskup, 1999; Mosheiov, 2001a; Kuo ve Yang, 2007; Biskup, 2008; Toksarı ve Güner, 2008).

## 5. SONUÇ

Bir görev veya iş sürekli yapıldığı takdirde belirli bir alışkanlık ve öğrenme olacak ve ilerleyen zamanlarda bu işi tamamlamak için gerekli kaynaklara olan (işgücü, malzeme, vb.) ihtiyaç azalacaktır. Öğrenme etkisi çizelgelemede aynı veya benzer işlerin tekrarlanmasıyla üretim sürecinde işlerin tekrar sayısı nispetinde daha kısa sürede yapılmasını ifade eder. E/G problemi, tam zamanında çizelgeleme olarak bilinir ve TZÜ felsefesindeki gibi kaynakların etkin kullanılmasına yönelik olarak işlerin tam teslim zamanında tamamlanmasını ifade eder (ne erken ne de geç). Bu çalışmada çizelgeleme problemlerinden erken/geç tamamlanma performans kriteri ve öğrenme etkili işleme özelliğinin dikkate alındığı yayınlara yönelik literatür taraması yapılmış ve sonucunda literatüre yönelik bazı tespitler yapılmış ve tartışılmıştır:

- E/G problemlerinin çizelgelemedeki uygulamaları öğrenme etkisi uygulamalarından daha eskidir.
- E/G problemleri NP-zor sınıfında problemlerdir ve öğrenme etkisinin probleme dahil edilmesi çözümü daha da kar-

maşıklaştırmaktadır.

- E/G çizelgeleme problemlerinin çok farklı durumları için çeşitli çözüm uygulamaları mevcuttur ve bu makalede tartışılmaya çalışılmıştır.
- Öğrenme etkisinin çizelgeleme problemleri için farklı şekillerde uygulandığı durumlar söz konusudur ve yine bu makalede bu durumlar ele alınmıştır.
- E/G çizelgeleme de performans ölçütünü ifade ederken, öğrenme etkisi işleme özelliğini ifade etmektedir.
- Öğrenme etkisi ve E/G problemlerinin literatürde tek makine uygulamaları çok olsa da akış tipi uygulamaları azdır.

Sonuç olarak; literatür araştırmasından da görüldüğü üzere çizelgeleme problemlerinde öğrenme etkisi ve E/G tamamlanma kavramlarının bir arada çok az ele alınmış olması ve bu kavramları tek başına içeren birçok yayın olması nedeniyle "Öğrenme Etkili Erken/Geç Tamamlanma" çizelgeleme problemleri literatüre katkı yapılacak baki bir çalışma alanı olduğu düşünülmektedir.

## KAYNAKLAR

- Abdul-Razaq, T. and Potts, C. 1988. Dynamic programming state-space relaxation for single-machine scheduling, *Journal of Operational Research Society*. (39), 141-152.
- Acar, N. 2002. Tam Zamanında Üretim, *MPM Yayınları No: 542*. Ankara.
- Adamopoulos, G.I. and Pappis, C.S. 1998. Scheduling under a common due date on parallel unrelated machines, *European Journal of Operational Research*. (105), 495-501.
- Alidaee, B., Kochenberger, G.A. and Ahmadian, A. 1994. Minimization total absolute flow time deviation in single and multiple machine scheduling, *The Journal of the Operational Research Society*, 45 (9), 1077-1087.
- Allahverdi, A., Gupta, J.N.D. and Aldowaisan, T. 1999. A review of scheduling research involving setup consideration, *OMEGA*. (27), 219-239.
- Bachman, A. and Janiak, A. 2004. Scheduling Jobs with Position-Dependent Processing Times, *Journal of the Operational Research Society*. (55), 257-264.
- Bagchi, U., Sullivan, R. S. and Chang, Y.L. 1987a. Minimizing mean squared deviation of completion times about a common due date, *Management Science*. (33), 894-906.
- Bagchi, U., Chang, Y.L. and Sullivan, R.S. 1987b. Minimizing absolute and squared deviations of completion times with different earliness and tardiness penalties and a common due date, *Naval Research Logistics*. (34), 739-751.
- Bagchi, U. 1987. Due date or deadline assignment to multi-job orders to minimize total penalty in the one machine scheduling problem, *Presented at the ORSA/TIMS Joint National Conference*, St. Louis, 210-218.

- Baker, K.R. and Scudder, G.D. 1990. Sequencing with earliness and tardiness penalties: A review, *Operations Research*. 38 (1), 22-36.
- Baker, K.R. 1997. Elements of sequencing and scheduling, Dartmouth College, Hanover.
- Bank, J. and Werner, F. 2001. Heuristics algorithms for unrelated parallel machine scheduling with a common due date, release dates and linear earliness tardiness penalties, *Mathematical and Computer Modelling*. (33), 363-383.
- Bauman, J. and Jozefowska, J. 2006. Minimizing the earliness-tardiness costs on a single machine, *Computers and Operations Research*. (33), 3219-3230.
- Biskup, D. 1999. Single-Machine Scheduling with Learning Considerations, *European Journal of Operational Research*. (115), 173-178.
- Biskup, D. and Cheng, T.C.E. 1999. Multiple-Machine Scheduling with Earliness Tardiness And Completion Time Penalties, *Computer&Operations Research*. 26 (1), 45-57.
- Biskup, D. and Feldmann, M. 2001. Benchmarks for scheduling on single/machine against restrictive and unrestrictive common due date, *Computers&Operation Research*. 28 (8), 787-801.
- Biskup, D. and Simons, D. 2004. Common Due Date Scheduling with Autonomous and Induced Learning, *European Journal of Operational Research*. (159), 606-616.
- Biskup, D. 2008. A State-of-the-Art Review on Scheduling with Learning Effects, *European Journal of Operational Research*. (188), 315-329.
- Celso, M.H., Debora, P.R. and Andre, B.M. 2005. Minimizing Earliness And Tardiness Penalties in A Single-Machine Problem with A Common Due Date, *European Journal of Operational Research*. (160), 190-201.
- Chang, S.S. and Joo, U.G. 1992. A single machine scheduling problem with earliness/tardiness and starting time penalties under a common due date, *Computers&Operations Research*. 19 (8), 753-766.
- Chen, Z.L. 1997. Scheduling with batch setup times and earliness-tardiness penalties, *European Journal of Operational Research*. (96), 518-537.
- Chen, P., Wu, C.C. and Lee, W.C. 2006. A Bi-Criteria Two-Machine Flowshop Scheduling Problem with A Learning Effect, *Journal of The Operational Research Society*. (57), 1113-1125.
- Cheng, T. 1988. Optimal common due date with limited completion time deviation, *Computers&Operations Research*. 15 (2), 91-96.
- Cheng, T.C.E. 1989. A heuristic for common due date assignment and job scheduling on Parallel Machines, *Journal of Operational Research Society*. (40), 1129-1135.
- Cheng, T.C.E. and Chen, Z.L. 1994. Parallel machine scheduling problems with earliness and tardiness penalties, *The Journal of the Operational Research Society*. 45 (6), 685-695.
- Cheng, T.C.E. and Wang, G. 2000. Single Machine Scheduling with Learning Effect Considerations, *Annals Of Operations Research*. (98), 273-290.
- Cochran, E.B. 1960. New Concepts of The Learning Curve, *The Journal of Industrial Engineering*. (11), 317-327.
- Coleman, B.J. 1992. A simple model for optimizing the single machine early/tardy problem with sequence-dependent setups, *Production and Operation Management*. (1), 225-228.
- Conway R.W. and Schultz A. 1959. The Manufacturing Progress Function, *The Journal of Industrial Engineering*. (10), 39-54.
- Day, G.S. and Montgomery, D.B. 1983. Diagnosing The Experience Curve, *Journal of Marketing*. (47), 44-58.
- De, P., Ghosh, J.B. and Wells, C.E. 1989. A note on the minimization of mean squared deviation of completion times about a common due date, *Management Science*. (35), 1143-1147.
- Du, J. and Leung, Y.T. 1990. Minimizing Total Tardiness on One Machine is NP-hard, *Mathematics of Operations Research*. (15), 483-495.
- Eilon, S. and Chowdhury, I. 1977. Minimizing waiting time variance in the single machine problem, *Management Science*. (23), 567-575.
- Emmons, H. 1987. Scheduling to a common due date on parallel uniform processors, *Naval Research Logistics*. (34), 803-810.
- Eren, T. 2004. Çok Ölçütlü Akış Tipi Çizelgeleme Problemleri için Çözüm Yaklaşımları, *Doktora Tezi*, Gazi Üniv. Ankara.
- Eren, T. ve Güner, E. 2004. Öğrenme Etkili Akış Tipi Çizelgelemede Ortalama Akış Zamanının En Küçüklenmesi, *Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Dergisi*. (19), 119-124.
- Eren, T. and Guner, E. 2007. Minimizing Total Tardiness in A Scheduling Problem with A Learning Effect, *Applied Mathematical Modelling*. (31), 1351-1361.
- Feldman, M. and Biskup, D. 2003. Single-Machine Scheduling For Minimizing Earliness And Tardiness Penalties by Meta-Heuristic Approaches, *Computer And Industrial Engineering*. (44), 307-323.
- French, S. 1982. Sequencing and Scheduling: An Introduction to the Mathematics of the Job-Shop, Ellis Horwood Ltd., England.
- Fry, T.D. 1987. Armstrong R.D. and Blackstone J.H., Min-

- imizing weighted absolute deviation in single machine scheduling, *IIE Transactions*. (19), 445-450.
- Garey, M.R., Tarjan, R.E. and Wilfong, G.T. 1988. One processor scheduling with symmetric earliness and tardiness penalties, *Mathematics of Operations Research*. (13), 330-348.
- Ghemawat, P. 1985. Building Strategy on The Experience Curve—A Venerable Management Tool Remains Valuable – In The Right Circumstances, *Harvard Business Review*, 63 II, 143–149.
- Gordon, V., Proth, J.M. and Chu, C. 2001. A survey of the state-of-the-art of common due date assignment and scheduling research, *European Journal of Operational Research*. (139), 1-25.
- Gupta, S. and Sen, T. 1983. Minimizing a quadratic function of job lateness on a single machine, *Engineering Costs Production Economics*. (7), 181-194.
- Hall, N.G. 1986. Single and multi-processor models for minimizing completion time variance, *Naval Research Logistics Quarterly*. (33), 49-54.
- Hall, N.G. and Posner, M.E. 1991. Earliness-Tardiness Scheduling Problems, I: Weighted deviation of completion times about a common due date, *Operation Research*. (39), 836-846.
- Hall, N.G., Kubiak, W. and Sethi, S.P. 1991. Earliness-tardiness scheduling problems, I: Weighted deviation of completion times about a restrictive common due date, *Operations Research*. 39 (5), 847-856.
- Heizer, J. and Render, B. 2001. Operations Management (6. Edition), *Prentice Hall*, New Jersey.
- Hendel, Y. and Sourd, F. 2007. An improved earliness-tardiness timing algorithm, *Computers and Operations Research*. 34 (10), 2931-2938.
- Hino, C.S., Ronconi, D.P. and Mendes, A.B. 2005. Minimizing earliness and tardiness penalties in a single-machine problem with a common due date, *European Journal of Operational Research*. (160), 190-201.
- Kanet, J.J. 1981a. Minimizing variation of flow time in single machine systems, *Management Science*. (27), 1453-1459.
- Kanet, J.J. 1981b. Minimizing the average deviation of job completion times about a common date, *Naval Research Logistics Quarterly*. (28), 643-651.
- Kellegöz, T. 2006., Toplam Geç Bitirme Zamanının En Küçüklenmesi Performans Ölçütlü Permütasyon Akış Tipi Çizelgeleme Problemlerinin Çözümünde Genetik Algoritma Yaklaşımı, *Yüksek Lisans Tezi*, Kırıkkale Üniv., Kırıkkale.
- Keyser, T.K. and Sarper H. 1991. A heuristic solution of the E/G problem with waiting costs and non-zero release times, *Computers & Industrial Engineering*. (21), 297-301.
- Koulamas, C. 1996. Single machine scheduling with time windows and earliness/tardiness penalties, *European Journal of Operational Research*. (91), 190-202.
- Koulamas, C. and Kyparisis, G.J. 2007. Single-Machine And Two Machine Flowshop Scheduling with General Learning Function, *European Journal of Operational Research*. (178), 402–407.
- Kuo, W.H. and Yang, D.L. 2006a. Minimizing The Total Completion Time in A Single-Machine Scheduling Problem with A Time-Dependent Learning Effect, *European Journal of Operational Research*. (174), 1184–1190.
- Kuo, W.H. and Yang, D.L. 2006b. Single-Machine Group Scheduling with A Time-Dependent Learning Effect, *Computers&Operations Research*. 33 (8), 2099-2112.
- Kuo, W.H. and Yang, D.L. 2006c. Minimizing The Makespan In A Single Machine Scheduling Problem with A Time-Based Learning Effect, *Information Processing Letters*. (97), 64–67.
- Kuo, W.H. and Yang, D.L. 2007. Single machine scheduling with past-sequence-dependent setup times and learning effects, *Information Processing Letters*. (102), 22-26.
- Lapre', M.A. 2000. Mukkherjee A.S. and Van Wassenhove L.N., Behind the Learning Curve: Linking Learning Activities to Waste Reduction, *Management Science*. (46), 597–611.
- Lauff, V. and Werner, F. 2004. Scheduling with Common Due Date, Earliness and Tardiness Penalties for Multimachine Problems: A Survey, *Mathematical and Computer Modelling*. 40 (5-6), 637-655.
- Lee, C.Y. 1991. Danusaputro S. L. And Lin C.S., Minimizing Weighted Number of Tardy Jobs And Weighted Earliness–Tardiness Penalties About A Common Due Date, *Computers And Operations Research*. (18), 379–389.
- Lee, W.C., Wu, C.C. and Sung, H.J. 2004. A Bi-Criterion Single-Machine Scheduling Problem with Learning Considerations, *Acta Informatica*. (40), 303-315.
- Lee, W.C. and Wu, C.C. 2004. Minimizing Total Completion Time in A Two–Machine Flowshop with A Learning Effect, *International Journal of Production*. (88), 85-93.
- Leung, J.Y.T. 2002. A dual criteria sequencing problem with earliness and tardiness penalties, *Naval Research Logistics*. (49), 422-431.
- Liao, C.J. and Cheng, C.C. 2007. A variable neighborhood search for minimizing single machine weighted earliness and tardiness with common



- due date, *Computer&Industrial Engineering*. (52), 404-413.
- Liman, S.D. and Ramaswamy, S. 1994. Earliness-tardiness scheduling problems with a common delivery window, *Operations Research Letters*. (15), 195-203.
- Liman, S.D., Panwalkar, S.S. and Thongmee, S. 1996. Determination of common due window location in a single machine scheduling problem, *European Journal of Operational Research*. (93), 68-74.
- Lin, B.M.T. 2007. Complexity Results for Single-Machine Scheduling with Positional Learning Effects, *Journal of The Operational Research Society*. 58 (8), 1099-1102.
- Mondal, S.A. and Sen, A.K. 2001. Single Machine Weighted Earliness-Tardiness Penalty Problem with A Common Due Date, *Computer And Operations Research*. (28), 649-669.
- Mosheiov, G. 2001a. Scheduling problem with learning effect, *European Journal Of Operational Research*. (132), 687-693.
- Mosheiov, G. 2001b. Parallel machine scheduling with learning effect, *Journal of The Operational Research Society*. (52), 1165-1169.
- Mosheiov, G. and Shadmon, M. 2001. Minmax earliness-tardiness costs with unit processing time jobs, *European Journal of Operational Research*. (130), 638-652.
- Mosheiov, G. and Sidney, J.B. 2003. Scheduling with General Job-Dependent Learning Curves, *European Journal Of Operational Research*. (147), 665-670.
- Mosheiov, G. and Sidney, J.B. 2005. Note on Scheduling with General Learning Curves to Minimize Number of Tardy Jobs, *Journal of The Operational Research Society*, 56 (1), 110-112.
- Öge, M., 2001. Tam Zamanında (JIT) Sistemi ve Tekstil Sektöründe Bir Uygulama, *Yüksek Lisans Tezi*, Marmara Üniv., İstanbul.
- Panwalkar, S.S., Smith, M.L. and Seidmann, A. 1982. Common due date assignment to minimize total penalty for the one machine scheduling problem, *Operations Research*, 30, 391-399.
- Panwalkar, S.S. and Liman, S.D. 2002. Single operation earliness-tardiness scheduling with machine activation cost, *IIE Transactions*, 34, 509-513.
- Pinedo, M. 1995. Scheduling: Theory, Algorithms and Systems, *Prentice Hall*, New Jersey.
- Pinedo, M. and Chao, X. 1999. Operation Scheduling with Applications in Manufacturing and Services, *Mc Graw Hill*, New York.
- Rym, M. 2007. Minimizing Total Earliness And Tardiness on A Single machine using a hybrid heuristic, *Computer&Operations Research*. 34 (10), 3126-3142.
- Sakuraba, C.S., Ronconi, D.P. and Sourd, F. 2009. Scheduling in a two-machine flowshop for the minimization of the mean absolute deviation from a common due date, *Computers&Operations Research*. 36 (1), 60-72.
- Sarper, H. 1995. Minimizing the sum of absolute deviations about a common due date for the two-machine flow shop problem, *Applied Mathematical Modelling*. 19 (3), 153-161.
- Schaller, J.E. and Gupta, J.N.D. 2008. Single machine scheduling with family setups to minimize total earliness and tardiness, *European Journal of Operation Research*. (187), 1050-1068.
- Seidmann, A., Panwalkar, S.S. and Smith, M.L. 1981. Optimal assignment of due-dates for a single processor scheduling problem, *International Journal of Production Research*, 19 (4), 393-399.
- Shabtay, D. 2008. Due date assignments and scheduling a single machine with a general earliness/tardiness cost function, *Computers&Operation Research*. 35 (5), 1539-1545.
- Soroush, S.M. and Fredendall, L.D. 1994. The stochastic single machine scheduling problem with earliness-tardiness costs, *European Journal of Operational Research*. (77), 287-302.
- Sun H. and Wang, G. 2003. Parallel machine earliness and tardiness scheduling with proportional weights, *Computers and Operations Research*. (30), 801-808.
- Sundararaghavan, P.S. and Ahmed, M.U. 1984. Minimizing the sum of absolute lateness in single machine and multimachine scheduling", *Naval Research Logistics Quarterly*. (31), 325-333.
- Sundararaghavan, P.S. and Kunnathur, A.S. 1994. Single machine scheduling with start time dependent processing time: Some solvable cases, *European Journal of Operational Research*. 78 (3), 394-403.
- Szwarc W. and Mukhopadhyay S.K. 1995. Optimal timing schedules in earliness-tardiness single-machine sequencing, *Naval Research Logistics*. (42), 1109-1114.
- Toksarı, M.D. and Güner, E. 2008. Parallel machine earliness/tardiness scheduling problem under the effects of position based learning and linear/nonlinear deterioration, *Computers&Operations Research*, Accepted Manuscript.
- Valente, J.M.S. and Alves, R.A.F.S. 2005. Filtered and recovering beam search algorithms for early/tardy scheduling problem with no idle time, *Computers and Industrial Engineering*. (48), 363-375.
- Vani, V. and Raghavachari, M. 1987. Deterministic and random single machine scheduling with variance

- minimization, *Operations Research*. (35), 111-120.
- Venezia, I. 1985. On The Statistical Origins of The Learning Curve, *European Journal of Operational Research*. (19), 191–200.
- Ventura J.S., Kim D. and Garriga F. 2005. Single machine earliness-tardiness scheduling with resource-dependent release dates, *European Journal of Operational Research*. (142), 52-69.
- Wang, J.B. and Xia, Z.Q. 2005. Flow-shop Scheduling with A Learning Effect, *Journal of the Operational Research Society*. (56), 1325–1330.
- Wang, J.B. 2006. A Note on Scheduling Problems with Learning Effects and Deteriorating Jobs, *International Journal of Systems Science*. (37), 827–833.
- Wang, X. and Cheng, T.C.E. 2007. Single-machine scheduling with deteriorating jobs and learning effects to minimize the makespan, *European Journal of Operational Research*. (178), 57–70.
- Wang, J.B. 2007., Single-Machine Scheduling Problems with The Effects of Learning and Deterioration. *Omega*. (35), 397–402.
- Wright T.P. 1936. Factors Affecting the Cost of Airplanes, *Journal of the Aeronautical Sciences*. (3), 122-128.
- Yano, C. A. and Kim, Y. D. 1991. Algorithms for a class of single-machine weighted tardiness and earliness problems, *European Journal of Operational Research*, 52, 167-178.
- Yelle, L.E. 1979. The Learning Curve: Historical Review and Comprehensive Survey, *Decision Science*. (10), 302-328.
- Zhao, C.L., Zhang, Q.L. and Tang, H.Y. 2004. Machine Scheduling Problems with Learning Effects, *Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems, Series A: Mathematical Analysis*. (11), 741-750.
- Zhu, Z. and Heady, R.B. 2000. Minimizing the sum of earliness/tardiness in multi-machine scheduling: a mixed integer programming approach, *Computers&Industrial Engineering*. (38), 297-305.