

T.C.  
KIRIKKALE ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI  
YÜKSEK LİSANS TEZİ

ÇİFT- ÇİFT  $^{80-88}\text{Zr}$  İZOTOPLARININ YAPISAL DAVRANIŞLARININ  
İNCELENMESİ

Merve AYDOĞAN

EKİM 2019

**Fizik Anabilim Dalında** Merve AYDOĞAN tarafından hazırlanan ÇİFT - ÇİFT 80-88Zr İZOTOPLARININ YAPISAL DAVRANIŞLARININ İNCELENMESİ adlı Yüksek Lisans Tezinin Anabilim Dalı standartlarına uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Saffet NEZİR

Anabilim Dalı Başkanı

Bu tezi okuduğumu ve tezin **Yüksek Lisans Tezi** olarak bütün gereklilikleri yerine getirdiğini onaylarım.

Prof. Dr. Mahmut BÖYÜKATA

Danışman

Jüri Üyeleri

Başkan : Prof. Dr. Abdullah AYDIN

Üye : Prof. Dr. Mahmut BÖYÜKATA

Üye : Doç. Dr. Necla ÇAKMAK

17/10/2019

Bu tez ile Kırıkkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini onaylamıştır.

Prof. Dr. Recep ÇALIN

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

## ÖZET

### ÇİFT- ÇİFT $^{80-88}\text{Zr}$ İZOTOPLARININ YAPISAL DAVRANIŞLARININ İNCELENMESİ

AYDOĞAN, Merve

Kırıkkale Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof. Dr. Mahmut BÖYÜKATA

Ekim 2019, 69 sayfa

Bu araştırmada, nükleer kararlılık kuşağının  $A \sim 80$  bölgesinde yer alan Zirkonyum çekirdeğinin çift-çift  $^{80}\text{Zr}$ ,  $^{82}\text{Zr}$ ,  $^{84}\text{Zr}$ ,  $^{86}\text{Zr}$ ,  $^{88}\text{Zr}$  izotoplarının yapısal özellikleri Etkileşen Bozon Modeli-1 (IBM-1) ile incelendi. Öncelikle, bu izotopların yapısal davranışları hakkında fikir sahibi olmak için enerji spektrumlarının temel bantlarında yer alan uyarılmış ilk iki enerji seviyenin oranları hesaplandı. Sonrasında, incelenen izotopların davranışların göre uygun model Hamiltonyeni oluşturuldu. Kullanılacak olan Hamiltonyen parametreleri fit edilerek ve bunları PHINT bilgisayar kodunda kullanarak hesaplamalar gerçekleştirildi. Her bir izotop için fit edilen parametre seti kullanılarak enerji seviyeleri ve  $B(E2)$  elektromanyetik geçiş olasılıkları hesaplandı. Son olarak, hesaplamalardan elde edilen sonuçlar deneysel veriler ile karşılaştırıldı ve sonuçların uyumlu olduğu gösterildi.

**Anahtar kelimeler:** Etkileşen Bozon Modeli-1 (IBM-1), Enerji Seviyesi,  $B(E2)$  Elektromanyetik Geçiş Olasılıkları.

## ABSTRACT

### THE INVESTIGATION OF THE STRUCTURAL BEHAVİORS OF THE EVEN-EVEN $^{80-88}\text{Zr}$ ISOTOPES

AYDOĞAN, Merve

Kırıkkale University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Physics, M. Sc. Thesis

Supervisor: Prof. Dr. Mahmut BÖYÜKATA

October 2019, 69 pages

In this study, the structural properties of the even-even  $^{80}\text{Zr}$ ,  $^{82}\text{Zr}$ ,  $^{84}\text{Zr}$ ,  $^{86}\text{Zr}$ ,  $^{88}\text{Zr}$  isotopes of the Zirconium nucleus located in the region  $A\sim 80$  of the nuclear chart were investigated within the Interaction Boson Model-1 (IBM-1). Firstly, the energy ratio of the first two excited states in the ground state bands of this isotopes were calculated to have an idea about their behavior. Later, the convenient model Hamiltonian was formed according to the behavior of the investigated isotopes. The calculations were performed by fitting Hamiltonian parameters and by using them in the PHINT computer code. The energy levels and the  $B(E2)$  electromagnetic transition probabilities were calculated by using the fitted parameter sets for each isotopes. Then, the results obtained from the calculations were compared with the experimental data and the results were shown to be in good agreement.

**Keywords:** Interaction Boson Model-1 (IBM-1), Energy Level,  $B(E2)$  Electromagnetic Transition Probabilities.

## TEŞEKKÜR

Bu tez konusunun belirlenmesi ve tamamlanması süresince, çalıőmalarımın her aőamasında bilgi, öneri ve yardımlarını esirgemeyerek beni yönlendiren, fikirleri ile katkıda bulunan danışman hocam Prof. Dr. Mahmut BÖYÜKATA' ya en derin saygı ve teşekkürlerimi sunarım. Bana yardımlarını esirgemeyen bölüm arkadaşlarıma, çalıőmalarım süresince birçok fedakarlık göstererek beni destekleyen ve bu tezin yazım çalışmalarında yanımda bulunan arkadaşlarım Hatice Kübra KAYA ve Jisook BANG' e, ayrıca bu süreçte maddi manevi desteklerini esirgemeyen aileme en derin duygularım ile teşekkür ederim.



# İÇİNDEKİLER DİZİNİ

Sayfa

<b>ÖZET</b> .....	i
<b>ABSTRACT</b> .....	ii
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	iii
<b>İÇİNDEKİLER DİZİNİ</b> .....	iv
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> .....	vi
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	vii
<b>SİMGELER DİZİNİ</b> .....	viii
<b>KISALTMALAR DİZİNİ</b> .....	ix
<b>1. GİRİŞ</b> .....	1
1.1. Literatür Taraması .....	3
1.2. Amaç .....	10
<b>2. MATERYAL VE YÖNTEM</b> .....	11
2.1. Etkileşen Bozon Modeli .....	11
2.2. Hamiltonyen .....	12
2.3. Elektromanyetik Geçişler .....	14
2.4. Dinamik Simetri .....	16
2.4.1. U(6) Grubu .....	16
2.4.2. U(5) Zinciri .....	18
2.4.2.1. E2 Geçişleri .....	19
2.4.2.2. İki Nükleon Transferi .....	21
2.4.3. SU(3) Zinciri .....	21

2.4.3.1. E2 Geçişleri	26
2.4.3.2. İki Nükleon Transferi	28
2.4.4. O(6) Zinciri	29
2.4.4.1. E2 Geçişleri	31
2.4.4.2. İki Nükleon Transferi	33
<b>3. ARAşTIRMA BULGULARI</b>	<b>34</b>
3.1. Hamiltonyen ve Parametreler	35
3.2. Enerji Seviyeleri	37
3.2.1. <sup>80</sup> Zr İzotopu ve Enerji Spektrumu	37
3.2.2. <sup>82</sup> Zr İzotopu ve Enerji Spektrumu	39
3.2.3. <sup>84</sup> Zr İzotopu ve Enerji Spektrumu	41
3.2.4. <sup>86</sup> Zr İzotopu ve Enerji Spektrumu	43
3.2.5. <sup>88</sup> Zr İzotopu ve Enerji Spektrumu	45
3.3. B(E2) Geçiş Olasılıkları	47
<b>4. SONUÇ</b>	<b>52</b>
<b>KAYNAKLAR</b>	<b>54</b>
<b>EKLER</b>	<b>60</b>

## ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>ÇİZELGE</u>	<u>Sayfa</u>
3.1. Hamiltonyen Parametreleri .....	36
3.2. $^{82}\text{Zr}$ Çekirdeğinin B(E2) Geçiş Değerleri .....	48
3.3. $^{84}\text{Zr}$ Çekirdeğinin B(E2) Geçiş Değerleri .....	49
3.4. $^{86}\text{Zr}$ Çekirdeğinin B(E2) Geçiş Değerleri .....	50
3.5. $^{88}\text{Zr}$ Çekirdeğinin B(E2) Geçiş Değerleri .....	51
4.1. Dinamik Simetri Değerleri .....	52



## ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>ŞEKİL</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. U(5) Zinciri İçin Oluşturulan Enerji Spektrumu .....	19
2.2. Young Tablo Yöntemi .....	23
2.3. SU(3) Zinciri İçin Oluşturulan Enerji Spektrumu .....	26
2.4. SU(3) Orta Kabuğun Altındaki Çekirdeklere İki Nükleon Transferi için Seçim Kuralları. Kesikli Oklar İzin Verilen Matris Elemanlarını Temsil Eder..	29
2.5. O(6) Zinciri İçin Oluşturulan Enerji Spektrumu .....	31
3.1. İncelenen Çift- Çift Çekirdeklerin Deneysel Verilerinin Temel Bantlarının $E_{4_1^+}/E_{2_1^+}$ Oranlarının Nötron Sayısına Göre Grafiği .....	34
3.2. Genişletilmiş Simetri Üçgeni (I- Küresel Şekli, II- Prolate Şekli ve III- Oblate Şekli İfade Etmektedir ) .....	35
3.3. $^{80}\text{Zr}$ Çekirdeği için Oluşturulan Enerji Spektrumu .....	38
3.4. $^{82}\text{Zr}$ Çekirdeği için Oluşturulan Enerji Spektrumu .....	40
3.5. $^{84}\text{Zr}$ Çekirdeği için Oluşturulan Enerji Spektrumu .....	42
3.6. $^{86}\text{Zr}$ Çekirdeği için Oluşturulan Enerji Spektrumu .....	44
3.7. $^{88}\text{Zr}$ Çekirdeği için Oluşturulan Enerji Spektrumu .....	46
4.1. İncelenen Çift-Çift Çekirdeklerin Temel Bantlarının Deneysel ile Hesap-1 ve Hesap-2' nin $E_{4_1^+}/E_{2_1^+}$ Oranlarının Nötron Sayısına Göre Grafiği .....	52

## SİMGELER DİZİNİ

g	gram
Z	Proton Sayısı, Atom Numarası
N	Nötron Sayısı
A	Nükleon Sayısı
E2	Elektriksel Kuadropol Geçiş
M1	Manyetik Dipol Geçiş
B(E2)	E2 Geçiş Olasılığı
$N_{\pi}$	Proton Bozonu
$N_{\nu}$	Nötron Bozonu
$N = N_{\pi} + N_{\nu}$	Toplam Bozon Sayısı
sn	Saniye
dk	Dakika
sa	Saat

## KISALTMALAR DİZİNİ

QRPA	The Quasi-Particle-Random-Phase Approximation
RMF	The Relativistic Mean Field
IBA	The Interacting Boson Approximation
IBM	The Interacting Boson Model
IBFM	The Interacting Boson-Fermion Model
IBFFM	The Interacting Boson-Fermion-Fermion Model
EDF	The Energy Density Functional
SCMF	The Self-Consistent Mean-Field

## 1.GİRİŞ

Zirkonyum; Farsça kökenli ‘zargun’ kelimesinden türetilen bir sözcüktür. 1789 yılında Alman kimyager Martin Heinrich Klaproth tarafından keşfedildi. Kimyasal simgesi ‘Zr’ olan periyodik tablonun 4B gurubunda yer alan bir geçiş metalidir. Proton sayısı 40 olup nükleer kararlılık eğrisinde egzotik yani kısa ömürlüler dahil toplamda 35 tane izotopu vardır. Zirkonyum, normal sıcaklıklarda reaktif olmayıp yüksek sıcaklıklarda reaktif hale gelir. Aşınmaya karşı dayanıklılığı ve yavaş nötronları geçirgenliği sayesinde endüstride özellikle reaktörlerdeki yakıtların koruyucu kılıflarında kullanılır [1].

Nükleer fizik, Becquerel’in 1896 yılında radyoaktifliği keşfetmesi veya Rutherford’un 1911’de çekirdeğin varlığını ileri süren hipotezi ile başlar. Çekirdek özellikleriyle ilgili araştırmalar, Rutherford’un zamanından günümüze kadar devam etmektedir [2]. Atom çekirdeğinin yapıtaşları protonlar ve nötronlardır. Çekirdekteki proton sayısına atom numarası denir ve Z ile gösterilir, nötron sayısı ise N ile gösterilir. Proton ve nötron sayılarının toplamı yani nükleonların toplam sayısı atomik kütle numarası olarak adlandırılır ve A ile gösterilir. Genellikle element ismi ve kütle numarasından oluşan gösterim kullanılır, örneğin  $^{80}\text{Zr}$  gibi.

Çekirdeklerin yapısı hakkında bilgi edinmemiz için çeşitli çekirdek modelleri ortaya konmuştur. Bunlardan bir tanesi sıvı damlası modelidir. Bu model de çekirdek bir sıvı damlasına benzetilir. Çekirdeğin içyapısını dikkate almadan çekirdeğin özelliklerini açıklamak için kullanılan bir modeldir. Diğer atom çekirdeğinin karmaşık yapısını açıklamakta oldukça başarılı olmuş kabuk modelidir. Sıvı damlası ve kabuk modeli ile açıklanamayan durumlar için de kolektif model ortaya konulmuştur [3].

Çekirdekdeki uyarılmış durumları hesaplamak için olası yöntemlerden biri, yarı-tanecik-rasgele-faz yaklaşımına (QRPA) dayanmaktadır [4]. Bu yaklaşım, bir çekirdeğin harici bir alan tarafından uyarıldığında doğrusal tepkisi göz önüne alınarak elde edilebilir. Tepkiden, uyarılmış nükleer durumlar ve nükleer reaksiyonların tesir kesitleri hakkında bilgi elde edilebilir [5].

Relativistik ortalama alan (RMF) modeli ise az sayıda çiftlenim sabiti ve kütle ile karakterize edilen mezonların ve baryonların renormalize edilebilir alan teorisidir [6, 7-8]. Bu model, deneysel nükleer özellikleri kullanılarak parametrelerin ayarlanabilmesini ve yüksek yoğunluk ve sıcaklık durumlarına ek olarak bir parametreye gerek kalmadan ekstrapolasyona imkan verir [8].

A. Arima ve F. Iachello tarafından orta ve ağır kütleli atom çekirdeğinin uyarılmalarını tanımlamak için önerilen yeni nükleer model etkileşen bozon yaklaşımı (IBA) olarak adlandırıldı [9, 10, 11, 12, 13-14]. IBA cebirsel ve grup teori üzerine kurulmuş olan bir yaklaşımdır. Grup teori üzerine kurulan yaklaşımlar ilk olarak 1950'lerin sonunda ve 1960'ların başında Elliott ve diğerleri [15] tarafından hafif çekirdekler için kullanılmıştır. İleriki yıllarda yani 1970'lerin sonlarında IBA yaklaşımı etkileşen bozon modeli (IBM) olarak adlandırıldı.

Etkileşen bozon modelinin en temel versiyonu çift-çift çekirdekleri incelemek için ortaya konmuş olup etkileşen bozon modeli-1 (IBM-1) olarak adlandırılmıştır. IBM-1 modelinde protonlar ve nötronlar birbirinden ayrı olarak düşünülmeyp nükleonlar olarak ele alınır [16]. Daha sonra kapalı kabuklar dışında kalan proton ve nötronları ayıran etkileşen bozon modeli-2 (IBM-2) ortaya konmuştur [16]. Hafif çekirdekler için proton-nötron çiftlerini ve izospini ele alan etkileşen bozon modeli-3 (IBM-3) ve etkileşen bozon modeli-4 (IBM-4) modelleri oluşturulmuştur [14].

Tek- A'lı çekirdekleri incelemek için ise etkileşen bozon- fermiyon modeli (IBFM) tek-tek çekirdekleri incelemek için de etkileşen bozon-fermiyon-fermiyon modeli (IBFFM) ortaya konmuştur [17].

### 1.1. Literatür Taraması

1974 de F. Iachello ve A. Arima, kapalı kabuklardan uzak deforme bölgelerinde bulunan çift-çift çekirdekler için bozonların etkileşmesine dayalı bir yaklaşım önermişlerdir. Grup teori üzerine kurulan bu yaklaşımın bozon Hamiltonyeni  $O(5)$  gurubunun analitik ifadelerine dayanmaktadır. Bu yaklaşımla  $^{100}\text{Pd}$  çekirdeğini incelemişlerdir [9].

1975 te F. Iachello ve A. Arima, çift-çift çekirdeklere genel kuadropol durumlar, altı boyutlu özel birim dönüşümleri  $SU(6)$  grubunun genel nükleer durumların tanımı için uygun yapıyı sağlayabileceğine işaret etmişlerdir. Sonuç olarak; kullandıkları denkleme benzer bir Hamiltonyenin, zamana bağımlı Hartree-Fock yaklaşımını kullanarak Kerman ve Koonin tarafından türetildiğine işaret etmişlerdir. Titreşimden rotasyonel çekirdeğe geçiş de, denklemin iki boyutlu bir versiyonu da Moszkowski tarafından incelenmiştir [10].

1977 de A. Arima ve F. Iachello, iki nükleon transfer reaksiyonunun  $SU(6)$  bozon modeli çerçevesinde ele alınmasını önermişlerdir. Karşılık gelen yoğunluk kurallarını titreşimsel,  $SU(5)$  ve dönel,  $SU(3)$  limitinde çıkartmışlardır. Gözlenen yoğunlukların hesaplanmasında çift titreşim modelinin başarısızlığının proton ve nötron kabuklarının sonlu boyutluluğunun ihmalinden kaynaklandığını göstermişlerdir. Sonuç olarak, kesme faktörünün önemini vurgulamışlardır ve bu faktör Pauli prensibinden kaynaklanmakta ve eşleme titreşim modelinde ihmal edilmektedir. Ayrıca  $SU(6)$  bozon modelinin dikkat çekici özelliklerinin, titreşim ve dönme

bölgelerinin yanı sıra geçici kapsayabilme yeteneğinin olduğunu vurgulamışlardır [18].

1978 de A. Arima ve F. Iachello, etkileşen-bozon modeli çerçevesinde, altı boyuttaki ortogonal dönüşümlerin  $O(6)$  grubunun, ana kabukların sonunda nükleer spektrumların sınıflandırılmasında yararlı olabileceğini önermişlerdir. Bu limite enerji seviyeleri ve elektromanyetik geçiş oranları için analitik ifadeler çıkartmışlardır. Sonuç olarak, ana kabukların sonunda çekirdeklerin özelliklerinin tanımlanmasında yararlı olabilecek  $SU(5)$  ve  $SU(3)$  'e ek olarak üçüncü bir dinamik simetri önermişlerdir. Bununla birlikte, hem proton hem de nötron bozonlarının kullanıldığı mikroskobik hesaplamaların, karışık sistem için Hamiltonyen'in, ana kabukların sonunda proton nötron dönüşümleri altında değişmez olabileceğini gösterdiğine işaret etmişlerdir [19].

1979 da F. Iachello ve O. Scholten, tek-  $A'$  lı çekirdeklerin etkileşen bozonlar ve fermiyonlar sistemi olarak ele alınmasını önermişlerdir. Bozon-fermiyon etkileşimi için basit bir seçimin, gözlenen spektrumların çeşitliliğini tanımlamak için yeterli olduğunu göstermişlerdir. Temel gelişme, çeşitli kolektif grupların sıralamasını belirlerken, değişen terimin oynadığı özel rolün tanınması olmuştur [20].

1980 de A. E. L. Dieperink, O. Scholten ve F. Iachello, etkileşen bozon modeli ile ilişkili bir dizi klasik değişken tanımlamışlardır. Bu değişkenlerin Bohr'un sıvı damlası değişkenleriyle bire bir karşılık geleceği göstermişlerdir. Etkileşen bozon modelinin sınırlarına karşılık gelen klasik denge şekilleri analiz etmişlerdir ve aralarındaki şekil faz geçişlerinin yapısını incelemişlerdir [21].

1981 de D. D. Warner, çift-çift deforme olmuş çekirdeklere bile  $E2/M1$  oranlarının ampirik değerleri, etkileşen bozon yaklaşımı (IBA) modelinin tahminleri ile karşılaştırmıştır. IBA sonuçlarının geometrik bir yaklaşımdan elde edilenlere eşdeğer

olduğunu ve ayrıca  $\delta(E2/M1)$  değerlerinin göreceli büyüklükleri ve işaretleriyle ilgili bazı özgün tahminlere yol açtığını göstermiştir. Sonuç olarak, IBA-1 biçimi, geometrik bir yaklaşımda olduğu gibi deforme olmuş çekirdeklerdeki M1 geçişleri için esas olarak aynı spin bağımlılığını tahmin ettiğini ve bu nedenle, verilerin en azından eşit olarak iyi bir tanımını verebildiğini göstermiştir [22].

1982 de D. D. Warner ve R. F. Casten; R. Bijker ve A. E. L. Dieperink'in sonuçlarının [23] önemini vurgulamakta ve özellikle sonlu bozon sayısının etkileşimli bozon yaklaşımındaki rolüne ilişkin olarak, bazı ek çıkarımlar ve yaklaşımlarının uygulanmasına dikkat çekmişlerdir. IBA'da sonlu N'nin dahil edilmesinin önemli bir etki yarattığını ve aslında tahminleri ile fenomenolojik geometrik model arasındaki önemli farklılıklara katkıda bulunduğunu vurgulamışlardır [24].

1983 de O. Scholten, etkileşen bozon modelinin parametrelerini, bir genelleştirilmiş üstlük tabanı kullanarak bir kabuk modeli çerçevesinde hesaplamıştır. Nötron-proton etkileşiminin s- ve d-bozon yapısı üzerindeki etkisi açıkça düşünülmektedir. Tam fermiyon boşluğunun S-D alt uzayına kesilmesinden kaynaklanan yeniden normalleştirme (renormalizasyon), 6-çift durumunun karşılık teorisi kullanılarak hesaba katılmasıyla ele alınır. Bunun esas olarak tek bozon enerjilerini etkilediği ve antisimetrik olanlar üzerindeki nötron ve proton serbestlik derecelerindeki simetrik durumları destekleyen bir Majorana kuvveti getirdiğini bulmuştur [25].

1984 de K. Heyde, P. Van Isacker, M. Waroquier ve J. Moreau, etkileşen bozon modelinde kübik terimlerin kullanılmasını önermişlerdir. Klasik limiti incelerken, bu kübik terimlerin durağan, üç eksenli şekillerde ortaya çıkabileceğini göstermişlerdir. Enerji spektrumları U(5), O(6) ve SU(3) sınırlarında incelemişlerdir. Ayrıca Ru'da daha gerçekçi bir durum incelenmiştir. Son olarak, bu tür kübik terimlerin, sd-boson model uzayında, model alanından daha yüksek açısız momentum bozonlarının hariç tutulması sonucunda etkili bir etkileşim olarak ortaya çıktığını belirtmişlerdir [26].



1985 de J. P. Elliott, etkileşen bozon modelinin farklı biçimlerdeki açıklamalarını ve uygulamalarının bir dizi çekirdeğe ilişkin tartışmasını ele almıştır. Etkileşen bozon modeli ile kollektif model arasındaki olası ilişkileri tanımlamıştır ve kabuk modelinden etkileşimli bozon modelinin türetilmesi için bazı girişimleri gözden geçirmiştir [27].

1986 da J. P. Elliott, J. A. Evans ve P. Van Isacker, etkileşen bozon modeli (IBM) dalga fonksiyonlarından hesaplanan biçim parametresinin ( $\gamma$ ) herhangi bir tahmininin, IBM kuadropol operatörü  $d_{\mu}^{\dagger}s + s^{\dagger}\tilde{d}_{\mu} + \chi(d^{\dagger}d)_{2\mu}$  tanımındaki  $\chi$  seçimine bağlı olduğunu iddia etmişlerdir. Farklı seçimlerin sonuçlarını tartışmışlardır [28].

1987 de F. Iachello ve I. Talmi, etkileşen bozon modelinin kabuk modeliyle bağlantılı olmasını sağlayan eşleşmenin temel aldığı kavramları tartışmışlardır. Bu kavramları kullanarak şimdiye kadar yapılan hesaplamaları gözden geçirmişler ve sonuçlarını kısaca yorumlamışlardır. Çalışmalarının ana amacı, kabuk modeli ile etkileşim gösteren bozon modeli arasındaki kavramsal ilişkiyi sunmaktır. Nicel hesaplamalar iki sebepten dolayı zordur. İlk zorluk, kabuk modelindeki etkili etkileşimlerin ayrıntılı bir bilgisinin olmamasıdır. İkincisi, hesaplamaların yapılması için yaklaşımların benimsenmesi gerektiğidir ve bunlar, değerlendirilmesi zor olan renormalizasyon etkilerine yol açar. Bu problemlerle başa çıkmak için birkaç hesaplama şeması önermişlerdir [29].

1998 de F. Iachello, N.V. Zamfir ve R. F. Casten  $^{152}\text{Sm}$ 'de küresel deforme olmuş faz geçişindeki dalga fonksiyonunun yapısını etkileşen bozon modeli çerçevesinde analiz etmişlerdir.  $U(5)$  - $SU(3)$  geçişinde, iki fazın, kontrol parametresinin  $\xi$  kritik değeri etrafında çok küçük bir parametre alanı bölgesinde bir arada bulunduğunu göstermişlerdir. Hem kuantum hem de klasik seviyelerde tek bir Hamiltonyen ve IBM' de temel alanın nasıl olabileceğini tartışmışlardır [30].

1999 da P. Van Isacker nükleer çok-cisim sisteminin tanımlanmasında spektrum üreten cebirlerin kullanımını gözden geçirmiştir. Simetri ve dinamik simetri fikirlerinin nükleer fizikte saygıdeğer bir tarihe sahip olduğunu ve bu simetri fikirlerinin nükleer fizikteki günümüz araştırmalarının ön planın da deneylere ilham verdiğini vurgulamıştır. Nükleer yapı modellerini ortak bakış açısıyla sunmayı ve aynı zamanda Arima ve Iachello'nun IBM gibi yeni gelişmelere yol açtığını göstermeyi amaçlamıştır [31].

2007 de H. R. Yazar ve İ. Uluer en düşük seviyeler, etkileşimli bozon yaklaşımı IBA-2 modelinde hesaplanan nötron ve protonların değişimi altında simetrik olduğundan, IBA-1 model alanı, nötron ve proton serbestlik derecelerinin ayırt edilmediği durumlarda, IBA-2 model alanının bir alt alanı olarak düşünmüşlerdir. IBA-1 modelinin alanı IBA-2 modelinin bir alt alanı olarak kabul edilebildiğinden, IBA-2 modelinin operatörlerini IBA-1' inkilere “yansıtma” için bir yol olduğunu ve bu yansıtma F-spin formalizmi kullanılarak gerçekleştirilebileceğini vurgulamışlardır. IBA-2' deki tam simetrik olmayan durumların katkıları nedeniyle, ( $\epsilon$ ) ve ( $\kappa$ ) parametrelerini değiştirmişlerdir. Bu yansıtmanın bazı ağır izotoplara uygulanabileceğini ilk kez göstermişler ve  $^{166-168}\text{Er}$  izotopları için elde ettikleri sonuçları önceki deneysel değerlerle makul ölçüde iyi bir uyum içinde bulmuşlardır [32].

2009 da S. Lalkovski ve P. Van Isacker etkileşimli bozon modelinin en basit sürümü olan IBM-1' deki egzotik çekirdeklerin özelliklerini tahmin etmedeki faydasını göstermeyi amaçlamışlardır. Yapısal gelişimi üç farklı çekirdek zincirinde (izotopik, izotonik ve izobarik) inceleyerek modelin parametrelerinin değerlik nötronu ve proton sayıları ile olan değişikliklerinin bilinmemesi sorununu çözmeyi önermişlerdir. Yöntemi,  $N = 66$  izotonik ve  $A = 106$  izobarik zincirlerinin nötronca zengin üyelerine uygulamışlardır. Enerji seviyesi ve elektrik kuadropol geçiş olasılıkları IBM-1 ile donatmışlardır. İki zincir,  $^{106}\text{Zr}$ ' de kesişerek, bu çekirdeğin uyarma enerjilerinin ve elektrik kuadropol geçiş özelliklerini öngörmelerini sağlamıştır. IBM-1'in bir değerlik nükleon modeli olduğunu ve ekstrapolasyonların

büyük ölçüde komşu kapalı kabuk konfigürasyonlarının tanımına bağlı olduğunu vurgulamışlardır [33].

2010 da P. Cejnar, J. Jolie ve R. F. Casten  $N \times Z$  düzlemi boyunca nükleer temel durum şekillerinin gelişiminde kritikliğin işaretlerini tartışmışlardır. Etkileşen bozon modeli ve geometrik kolektif modelin, özellikle, kapalı kabuklar arasındaki çekirdeklerdeki kolektif gözlenebilirliklerin gelişimi için evrensel öngörüler sağladığını ayrıntılı olarak tartışmışlardır. Atom çekirdeğinin şeklinin önemli bir nitelik olduğuna dair ampirik kanıtlar vurgulamışlar ve kolektif davranışın deneysel işaretleri, nükleer şekiller ve nükleer tablonun genişletilmiş bölgeleri için değişimleri sunmuşlardır. Bu verilerden iki temel eşit çekirdek sınıfı ortaya çıkartmışlardır: deforme olmuş şekillerin prolata, oblate veya  $\gamma$ -soft olabilen hem dönme hem de titreşim özelliklerini gösteren titreşimli kolektif uyarımlar ve deforme çekirdekler gösteren küresel çekirdekler [34].

2010 da N. Türkan ve İ. Maraş etkileşen bozon modelinin  $E(5)$  simetrisine götüren yeterli yönlerini,  $^{64-80}\text{Ge}$  geçişli çekirdeklerin  $E(5)$  karakteristiğini göstererek kanıtlamışlardır. Etkileşen bozon modeli çerçevesinde çift-tek Ge çekirdeklerinin pozitif parite durumlarını hesaplamışlar ve deneysel verilerle birlikte Davidson potansiyel tahminleri ile karşılaştırmışlardır. Bir hesaplamada kullandıkları parametre setinin şu ana kadar gerçekleştirilen en iyi yaklaşım (yakınlık, tahmin) olduğunu ve etkileşen bozon yaklaşımı (IBA)'nın, bu tür Ge izotoplarındaki spektrumların hesaplanmasında oldukça güvenilir olduğunu dile getirmişlerdir.  $^{64-80}\text{Ge}$  çekirdeğinin seviye şemasının, iki farklı yaklaşım kullanarak temel durumda ve bazı düşük seviyeli bantlarda  $E(5)$  karakteristiğini gösterip göstermediğini araştırmışlardır. Sunulan parametrelerin IBM formülasyonlarındaki geçerliliği araştırılmış ve sunulan sonuçlar ile deneysel veriler arasında tatmin edici bir yakınlığın olduğunu görmüşlerdir [35].

2013 de D. H- Fei, C. W- Cang, Z. H- Ran çift-çift  $^{98-104}\text{Zr}$  izotoplarının düşük enerji seviyelerini ve elektromanyetik geçişlerini, etkileşen bozon modeli çerçevesinde incelemişlerdir. Hamiltonyen matris elemanlarını ve bazı durumları sırasıyla mevcut nükleer deneysel verilere göre analiz edip tespit etmişlerdir. Elektromanyetik geçişlerin  $B(E2)$  değerlerini hesaplamışlar ve dalga fonksiyonu yapılarını da analiz etmişlerdir. Hesaplanan sonuçları, düşük enerji seviyeleri için mevcut deneysel verilerle çok iyi bir uyum içinde bulmuşlardır.  $^{98-104}\text{Zr}$  izotoplarının,  $U(5)$ ' den  $SU(3)$ ' e geçtiğini görmüşlerdir. Enerji seviyelerindeki hesaplama sonuçlarını, mevcut deneysel verilerle iyi bir uyum içinde bulmuşlardır ki bu, IBM' in çekirdeğin düşük enerji seviyelerini tanımlamada iyi olduğunu göstermektedir.  $E2$  geçişi üzerinde deneysel bir veriye ulaşamadıkları için  $E2$  geçişi ile ilgili hesaplama sonuçlarını incelemek için daha fazla deneysel bilgiye ihtiyaç duymuşlardır [36].

2016 da K. Nomura, R. Rodriguez- Guzman ve L. M. Robled  $A \approx 100$  bölgesindeki nötronca zengin çift- çift  $^{98-114}\text{Ru}$ ,  $^{96-112}\text{Mo}$ ,  $^{94-110}\text{Zr}$  ve  $^{92-108}\text{Sr}$  çekirdeklerinin model gelişimini ve birlikte var olma durumunu incelemişlerdir. Gogny-D1M enerji yoğunluğu fonksiyoneli (EDF) temel alan istikrarlı ortalama alandan (SCMF) IBM' e planlama yöntemine başvurmuşlardır. Böyle bir yöntemden türetilen IBM parametrelerini, düşünülen çekirdeklerin spektroskopik özelliklerini hesaplamak için kullanmışlardır. Yöntemleri ile düşük seviyeli yrast ve non-yrast durumların gelişimini oldukça iyi açıklamışlardır. Ru ve Mo çekirdeği için elde ettikleri sonuçlar, pek çok  $\gamma$ -soft örnek göstermişken, Zr ve Sr çekirdeği için fazlasıyla deforme olmuş prolate ve zayıf deforme olmuş oblate şekilleri arasındaki yalın örneklere rastlamışlardır. Hesaplamaları Zr ve Sr çekirdeklerinde  $N = 58$  ile  $60$  arasındaki ani yapısal değişimi iyi açıklamıştır. Tahminleri ile mevcut deneysel veriler arasındaki birkaç tutarsızlığa da dikkat çekmişlerdir [37].

2016 da H-B. Bai, X- W. Li, L-J. Lü, H-F. Dong, Y. Wang ve J-F. Zhang etkileşen bozon modeli-1 çerçevesinde, çift- çift  $^{72-84}\text{Kr}$  izotoplarındaki enerji seviyeleri ve elektromanyetik geçişleri hesaplamışlardır. Hesapladıkları sonuçları, mevcut deneysel verilerle karşılaştırmışlar ve sonuçları genel olarak iyi bir uyum içinde

bulmuşlardır. Çalışmalarında  $^{72-74-76-80-82-84}\text{Kr}$  izotoplarının  $U(5) \rightarrow SU(3)$ ' den ve  $^{78}\text{Kr}$ ' nin  $U(5) \rightarrow O(6)$ ' dan geçiş halinde olduğunu göstermişlerdir [38].

## 1.2. Amaç

Bu tez çalışmasında, nükleer kararlılık kuşağının  $A \sim 80$  bölgesinde yer alan Zirkonyum çekirdeğinin çift-çift  $^{80}\text{Zr}$ ,  $^{82}\text{Zr}$ ,  $^{84}\text{Zr}$ ,  $^{86}\text{Zr}$ ,  $^{88}\text{Zr}$  izotoplarının yapısal özelliklerinin Etkileşen Bozon Modeli-1 (IBM-1) ile incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç çerçevesinde aşağıda belirtilen hedeflere ulaşılmak istenmiştir.

Öncelikle belirlenen izotopların temel bantlarında yer alan ilk iki seviyenin oranlarına bakılarak nasıl davrandıkları hakkında fikir edinilmeye çalışılmıştır. Bu izotopların enerji seviyelerinin hesaplanması hedeflenmiş ve hesaplanan sonuçlar ile deneysel veriler karşılaştırılarak izotoplar için en uygun IBM-1 Hamiltonyeni oluşturulmaya çalışılmıştır. Deneysel veriler ile en uygun sonuçları veren Hamiltonyen parametreleri kullanılarak bu izotopların deneysel olarak bilinen enerji seviyelerinin ve elektromanyetik geçiş olasılıklarının hesaplanması ve ayrıca henüz deneysel olarak belirlenmemiş olan enerji seviyelerinin ve elektromanyetik geçiş olasılıklarının tahmin edilmesi hedeflenmiştir.

## 2. MATERYAL VE YÖNTEM

### 2.1. Etkileşen Bozon Modeli

IBM, nükleer fizikte kullanılan en başarılı iki modelin bileşenlerini birleştirdi. Bu modeller: kabuk modeli ve geometrik (veya kolektif) model [39]. IBM, geometrik modelin bozonik davranışını kabuk modelin fermiyonik niteliğine bağlar. Bu, kısa menzilli kalıcı etkileşimlerin eşleme özelliği kullanılarak gerçekleştirilir [14].

IBM, çift-çift çekirdeklere düşük kolektif bölgede etkileşen s ve d bozonlarının bir sistemi tarafından tanımlanabilir ve açısal momentumlar 0 ve 2 değerlerini alır [10, 11, 13, 40, 41 - 42].  $0^+$  ve  $2^+$  durumları enerji bakımından yüksek, açısal momentum bakımından ise oldukça düşüktür. Özellikle, bu, aynı yörüngede özdeş nükleonların iki parçalı bir yapılandırmasında bir kısa menzilli kalıcı etkileşiminden kaynaklanan kabuk-model hesaplamalarının karakteristik bir özelliğidir [13–43]. Bundan dolayı nükleonlar gibi ilişkili çiftleri bozonlar olarak tanımlamak ve sadece değerlik alanından yapıları bozon durumlarını görmek uygundur. Bu nedenle,  $N = n_s + n_d$  sayıları belirli bir çekirdekte sonlu ve korunumludur ve basitçe toplam değerlik çekirdeği sayısının yarısı kadar verilir. Modelin orijinal sürümünde, bu incelemeyi ele alan IBM-1, protonlar ve nötronlar arasında hiçbir ayırım yapılmaz. Ayrıca, valans sayı sayımı daima en yakın kapalı kabuklara göre yapılır.

IBM-1' in s ve d bozonları altı bileşene sahiptir. s-bozonunda  $L=0$  olduğundan  $\mu=0$ , d-bozonunda  $L=2$  olduğundan  $\mu= -2, -1, 0, 1, 2$  olur ve altı boyutlu bir boşluk tanımlar. Bu da  $U(6)$  grubunu oluşturur. Sonuç olarak, IBM'in karakteristik özelliklerinin birçoğu grup teorik yöntemlerle türetilbilir ve analitik olarak ifade edilebilir.  $U(6)$ 'nın alt gruplarını göz önüne aldığımızda  $U(5)$ ,  $SU(3)$  ve  $O(6)$  olarak bilinen üç dinamik simetri ortaya çıkmaktadır [11, 12, 13, 19 - 44]. Bunlar sırasıyla, küresel vibratör [45], deforme rotor [46] ve asimmetrik ( $\gamma$ -karasız) deforme rotorun [47] geometrik fikirleri ile ilişkilendirilmiştir.

IBM'de simetrilerin varlığı ve rolü, en benzersiz ve karakteristik özelliğini temsil eder. Açıklamaları basit ve analitiktir, açık geometrik ilişkilere ve fiziksel yorumlara sahiptir ve tahminleri mutlak minimum parametrelere bağlıdır. Aslında, E2 dallanma oranları gibi birçok parametre serbesttir. Bir de, çoğu çekirdek elbette ki IBM simetrilerinden birini veya diğerini göstermiyor. Bu nedenle, IBM Hamiltonyen'in tanımları için bir sayısal köşegenleştirme gerektirir. IBM'in simetri özelliklerinin anlaşılması, sonuçta meydana gelen dalga fonksiyonlarının, enerji seviyelerinin ve geçiş oranlarının yorumlanmasının yanı sıra sayısal işleminde büyük ölçüde basitleştirilmesini sağlar.

IBM, simetri yapısı nedeniyle geçiş bölgelerinin işleminde uygun bir parametredir. Çünkü bu tür hesaplamalar, genellikle simetri çiftleri arasındaki geçiş yolu boyunca görelî yapısal gelişmeyi belirleyen tek bir serbest parametre olarak gerçekleştirilebilir. Bu anlamda, model, her biri farklı bir yapıya uygulanabilen birkaç geometrik modelin deneysel olarak gözlemlenen özelliklere göre uygulanacağı, daha önce var olan duruma alternatif oluşturmaktadır.

IBM, öncelikle düşük seviye kolektif uyarımlar için bir model olmasına rağmen, modelin son gelişmeleri bu sınırları önemli ölçüde genişletmeye başlamıştır. IBM-1, proton-proton ve nötron-nötron çiftleri ile bağlantılı olan bozonların ayrımını yapmaz. Karışık proton-nötron çiftleri ile bağlantılı olan bozonları hesaba katmamaktadır [13 – 14].

## **2.2. Hamiltonyen**

Etkileşen bozon modeli, en basit haliyle, başlangıçta önerildiği gibi [10 – 11], bir veya iki cisim etkileşimleri ile etkileşime girebilen s ( $L=0$ ) ve d ( $L=2$ ) bozonlarının bir sistemini tanımlar. Bu modelde uygulanan ilave kısıtlama, bir sistemdeki toplam bozon sayısını korumaktır. Bu kısıtlama, s- ve d- bozon serbestlik derecelerinin, küresel bir kabuk modelinde doğrudan fermiyon çiftlerinin  $L=0$  ve 2 uyarımlarıyla ilişkili olabileceği varsayımından kaynaklanır. Bozonların sayımı daha sonra nötron (veya proton) boşluğundaki en yakın kapalı kabuğa göre yapılmalıdır. Böylece

nötron (veya proton) sayısı orta kabuktan önce ise bozonlar parçacık olarak sayılır, aksi takdirde boşluk olarak sayılır.

Hamiltonyen' i ve operatörleri oluştururken herhangi bir temel durum kullanılabilir ve bazen uygulamalarda SU(3) veya O(6) simetri dalga fonksiyonları açısından oluşturulmuş temel durumlar kullanışlıdır. Bununla birlikte, modelin yapısını ve tahminlerini anlama konusunda U(5) temelini kullanmak en uygundur. Burada temel durumlar, s ve d bozonlarının sayısı ile kolayca belirtilebilir. Son toplam açısız momentumu vermek için d bozon çiftlerinin davranışını tanımlayan iki ek kuantum sayısı:

$$|Nn_d \nu n_\Delta L\rangle \text{ veya bazen } |Nn_d n_\beta n_\Delta L\rangle. \quad (2.1)$$

Burada, N toplam bozon sayısını,  $n_d$  d bozon sayısını,  $\nu$  d bozon derecesini ve bu nedenle açısız momentuma sıfır olmayan d bozonlarının sayısını,  $n_\Delta$  sıfır açısız momentuma bağlı d bozon üçlülerinin sayısını temsil eder.  $n_\beta$  d bozon sıfır eşleştirilmiş çiftlerin sayısıdır ve  $\frac{1}{2}(N - \nu)$  ile aynıdır. L, toplam açısız momentum kuantum sayısıdır. N,  $n_d + n_s$  değerine eşit olmalıdır [14].

Temel durumları birbirine bağlayan en genel IBM-1 Hamiltonyeni, ikinci niceleme dili ile yazılmıştır [11].

$$H = \varepsilon_s s^\dagger s + \varepsilon_d d^\dagger \cdot \tilde{d} + \frac{1}{2} \sum_{L=0,2,4} C_L (d^\dagger d^\dagger)^{(L)} \cdot (\tilde{d}\tilde{d})^{(L)} + \frac{\nu_2}{\sqrt{10}} [(d^\dagger d^\dagger)^{(2)} \cdot \tilde{d}s + \text{H. c.}] + \frac{\nu_0}{2\sqrt{5}} (d^\dagger s^2 + \text{H. c.}) + \frac{\nu_2}{\sqrt{5}} d^\dagger d^\dagger \cdot \tilde{d}s + \frac{\nu_0}{2} s^\dagger s^2 \quad (2.2)$$

Burada her terimin önündeki katsayı Arima ve Iachello [44] tanımlarına göre seçilmiştir. Toplam bozon sayısını kullanarak belirli bir çekirdeğin uyarma enerjisi spektrumu çıkarılabilir.

$$N = n_s + n_d, \quad n_s = s^\dagger s, \quad n_d = d^\dagger \cdot \tilde{d}$$

Böylece Hamiltonyenin en kullanışlı altı parametrelili formu yazılabilir.



$$H = \varepsilon' \hat{n}_d + \frac{1}{2} \sum_L C'_L (d^\dagger d^\dagger)^{(L)} \cdot (\tilde{d}\tilde{d})^{(L)} + \frac{v_2}{\sqrt{10}} [(d^\dagger d^\dagger)^{(2)} \cdot ds + \text{H. c.}] + \frac{v_0}{2\sqrt{5}} (d^{\dagger 2} s^2 + \text{H. c.}) \quad (2.3)$$

IBM-1'in simetri yapısını göstermek için Hamiltonyenin çok kutuplu hali yaygın olarak kullanılmaktadır. Son matrisi oluşturmada PHINT bilgisayar programı [48] içinde kullanılan önemli bir denklemdir. Çeşitli bozon - bozon etkileşimleri Hamiltonyen formu alacak şekilde gruplandırılmıştır [49].

$$H = \varepsilon'' \hat{n}_d + a_0 P^\dagger P + a_1 \hat{L}^2 + a_2 Q^2 + a_3 T_3^2 + a_4 T_4^2 \quad (2.4)$$

$$P = \frac{1}{2}(\tilde{d}^2 - s^2)$$

$$T_l = (d^\dagger \tilde{d})^{(l)}, l=0, 1, 2, 3, 4$$

$$Q = (d^\dagger s + s^\dagger \tilde{d}) - \frac{\sqrt{7}}{2} (d^\dagger \tilde{d})^{(2)}$$

$$Q = (d^\dagger s + s^\dagger \tilde{d}) - \frac{\sqrt{7}}{2} T_2$$

$$\hat{n}_d = \sqrt{5} T_0, \hat{L} = \sqrt{10} T_1$$

### 2.3. Elektromanyetik Geçişler

$s, s^\dagger, \tilde{d}$  veya  $d^\dagger$  temel elemanlardan oluşturulması gerektiği göz önüne alındığında operatörlerin yapısı basittir. Bugüne kadarki uygulamaların büyük çoğunluğunda bu operatörlere yalnızca en düşük değer katkıları dahil edilmiştir. Böylece elektromanyetik geçiş operatörleri;

$$T(E0) = \alpha \hat{n}_s + \frac{\beta'}{\sqrt{5}} \hat{n}_d \quad (2.5)$$

$$T(M1) = g_B \hat{L} \quad (2.6)$$

$$T(E2) = e_B [(s^\dagger \tilde{d} + d^\dagger s) + \chi (d^\dagger \tilde{d})^{(2)}] = e_B Q \quad (2.7)$$

E0 operatörünü yeniden yazılabilir:

$$T(E0) = \alpha (\hat{N} - \hat{n}_d) + \frac{\beta'}{\sqrt{5}} \hat{n}_d = \alpha \hat{N} + \frac{\beta}{\sqrt{5}} \hat{n}_d \quad (2.8)$$

N korunduğu için T(E0)' da ki ilk terim sıfırlanır ve böylece ortogonal temel haller arasında geçişlere neden olamaz. Yani, EO geçişleri basitçe d-bozon sayı operatörünün matris elemanları ile orantılıdır ve böylece dalga fonksiyonu yapısını doğrudan doğruya modeller. M1 operatörü ise toplam açısal momentum ile orantılıdır ve bundan dolayı geçiş olmamasına neden olur. IBM-1 çerçevesinde M1 geçişlerini araştırmak için, ikinci dereceden terimlerin [22,44-50] kullanılmasına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu durumda

$$T(M1) = (g_B + A\hat{N})\hat{L} + B\hat{n}_d\hat{L} + C(Q\hat{L})^{(1)} \quad (2.9)$$

Q burada T(E2)'nin daha genel formuna sahiptir.

Hamiltonyen' de ki Q operatörüyle aynı olan E2 operatörü, birlik tarafından  $n_d'$  yi değiştiren bir parça ve  $n_d'$  yi değişmeden bırakan bir parçadan oluşur, iki terimin oranı  $\chi$  parametresi tarafından verilir.

Ortalama karesel yarıçap için operatör elbette EO geçişleri için olanla yakından ilişkilidir ve

$$r^2 = \langle r^2 \rangle_c + a\hat{n}_d + b\hat{N} \quad (2.10)$$

Burada birinci terim kapalı kabuk çekirdeğinin ortalama kare yarıçapını temsil eder. IBA-1 modeli çerçevesinde iki-çekirdekli aktarım genliklerini ele almak da mümkündür.  $L = 0$  aktarımı için, operatör açıkça ya  $s$  veya  $s^\dagger$ , yani,

$$T^+ = \alpha_+ s^\dagger, T^- = \alpha_- s \quad (2.11)$$

Böylece, iki özdeş nükleonun göreceli açısal momentum sıfır halde aktarılması, bir s-bozonun yaratılması ya da yok edilmesi olarak kabul edilir. Elbette, bu tür reaksiyonlar özellikle proton veya nötron bozon sayısını değiştirdiğinden, IBA-1 biçimciliği içinde açıkça fark edilemezler. Bununla birlikte, IBA' nın nötron-proton örneği çerçevesinde sorunun bir değerlendirilmesi, iki ifade için aşağıdaki biçime [18] yol açar:

$$T_{\rho}^{+} = \alpha_{+} s^{\dagger} \left[ \Omega_{\rho} - \hat{N}_{\rho} - \frac{\hat{N}_{\rho}}{\hat{N}} \hat{n}_d \right]^{1/2} \left[ \frac{\hat{N}_{\rho+1}}{\hat{N}+1} \right]^{1/2} \quad (2.12)$$

$$T_{\rho}^{-} = \alpha_{-} \left[ \Omega_{\rho} - \hat{N}_{\rho} - \frac{\hat{N}_{\rho}}{\hat{N}} \hat{n}_d \right]^{1/2} \left[ \frac{\hat{N}_{\rho+1}}{\hat{N}+1} \right]^{1/2} s \quad (2.13)$$

Burada  $\rho=\pi$  veya  $v'$  dür.  $\Omega_{\rho}$  ise uygun ana kabuğun çift dejenerasyonudur.

## 2.4. Dinamik Simetriler

### 2.4.1. U(6) Grubu

$d$  bozonun ve tekil  $s$  durumun beş manyetik alanın alt durumlarının, altı boyutlu bir vektör uzayı oluşturduğu kabul edilebilir. Benzer açısal momentum örneğinde olduğu gibi  $J_x, J_y, J_z$  bileşenlerinin açısal momentum vektörünün dönüşümlerini ve  $O(3)$  grubunu oluşturur.  $s, s^{\dagger}, d_{\mu}, d_{\mu}^{\dagger}$  operatörlerinin bilineer kombinasyonları,  $s$ -  $d$  uzayında ki karşılığı altı boyutlu durum vektörlerinin temel rotasyonlarını tanımlar ve  $U(6)$  grubunu oluşturur.

$U(6)$  grubu için, bozon sayısı korunumu gerekliliğini karşılayan 36 olası bilineer operatör kombinasyonu vardır,

$$s^{\dagger}s, s^{\dagger}\tilde{d}_{\mu}, d_{\mu}^{\dagger}s, (d^{\dagger}\tilde{d})_{\mu}^{(l)},$$

$$l=0, 1, 2, 3, 4,$$

$$\mu=+4, +3, \dots, -3, -4, \quad |\mu| \leq l.$$

Bu set komütasyona kapanır ve dolayısıyla üreteçleri oluşturur. Grubun üreteçlerinin hepsini değiştiren Casimir operatörü önemli bir kavramdır. Bu gibi operatörler, üreteçlerin doğrusal veya yüksek mertebeden kombinasyonlarından oluşabilir. Casimir operatörleri doğrusal, ikinci derece, ... olarak adlandırılabilir.

Örneğin,  $O(3)$  durumunda,  $J^2 = J_x^2 + J_y^2 + J_z^2 = J_+J_- + J_z^2$  operatörü  $J_z, J_+J_-$  ile çalışır ve bundan dolayı  $O(3)$ 'ün (ikinci dereceli) Casimir operatörüdür.

36 üreticinin tümünü değiştiren  $U(6)$  doğrusal Casimir operatörü, toplam bozon sayısı operatörü  $C_{1U6} = \hat{N} \equiv d^\dagger \cdot \tilde{d} + s^\dagger s$  'dir. Bu sonuç  $s$  ve  $d$  operatörlerinin bilineer kombinasyonlarının toplam bozon sayısını koruması gerektiğinden kaynaklanmaktadır.  $U(6)$ 'nın ikinci dereceli Casimir operatörü  $C_{2U6} = \hat{N}(\hat{N} + 5)$ .

Hamiltonyen, Casimir operatörlerinin bir toplamı olarak yazılabilir,

$$H = aJ^2 + bJ_z \quad (2.14)$$

ve karşılık gelen özdeğer ifadesi,

$$E = aj(j + 1) + bm . \quad (2.15)$$

IBM' in cebirsel işleminde takip edilen temel yöntem ve her bir alt grubun indirgenemez simgelerini sınıflandırma böylece kuantum sayılarını belirlemede herhangi bir grup zinciri veya grup azaltma şemasını geliştirmede merkezi bir görevdir. Grup zincirleri  $U(6)$ ' dan başlayarak tüm durumların belirli bir  $N$  değeri için dejenere olduğu ve  $O(3)$  ile biten bir yapıya sahiptir. Bu tür herhangi bir zincir için bir Hamiltonyen, özel zincirin alt gruplarının Casimir operatörleri üzerine bir toplam olarak yazılır ve bu nedenle karşılık gelen gösterim etiketleri tarafından tanımlanan bir temelde çapraz olacaktır. Zincir indirgemesindeki her adım, özdeğer ifadesine bir veya daha fazla serbest parametre  $\{H$ 'deki terimlerin katsayıları $\}$  getirir ve belirli alt grubun temsillerini ayırt etmek için bir veya daha fazla kuantum numarası gerektirir. Böyle bir zincir için özdeğer probleminin çözümü, Casimir operatörlerinin her birinin (bilinen) özdeğerlerinkini düşürür.

Böyle bir Hamiltonyen tarafından tanımlanan yapıya dinamik simetri denir. Bu simetrilerin mükemmel yönlerinden biri kompleks bir fiziksel duruma karşılık gelebilir. Denklem (2.4) açısından karmaşık bir Hamiltonyene karşılık gelmesi durumunda uyarma enerjisi spektrumu hemen yazılabilir ve her durum uygun kuantum sayıları ile etiketlenebilir. Belirtildiği gibi, geçiş operatörleri genellikle grup üreticileri açısından da yazılabildiğinden, geçiş seçim kuralları da doğal olarak ortaya

çıkar ve izin verilen geçiş oranları analitik olarak yazılabilir. Birçok geçiş oranları sadece simetrinin (grup zinciri) genel özelliklerine bağlıdır ve parametre içermez.

IBM-1' de  $O(3)$  ile biten  $U(6)$ ' nın üç grup zinciri vardır. Bunlar;

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} \quad & U(6) \supset U(5) \supset O(5) \supset O(3), \\
 \text{(II)} \quad & U(6) \supset SU(3) \supset O(3), \\
 \text{(III)} \quad & U(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset O(3) .
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

#### 2.4.2. $U(5)$ Zinciri

Denklem (2.16) ile benzerlikleri şöyledir;

$$U(6) \supset U(5) \supset O(5) \supset O(3) . \tag{2.17}$$

$$[N] \quad n_d \quad v \quad n_{\Delta}L$$

Görüldüğü gibi,  $O(5)$ ' den  $O(3)$ ' e indirgeme işlemini tanımlamak için ek bir kuantum sayısı  $n_{\Delta}$  kullanılmaya başlandı. Bu gereklilik,  $O(5)$ ' in temsillerini tanımlayan temel durumlar  $|Nn_d v\rangle$  dahilinde, belirli bir  $L$  değeri olan birden fazla durum olabileceğini göstermektedir. Bu zincir genel IBM-1 işleminin temelini ifade etmek için seçildi. Hamiltonyeni şu şekilde yazılabilir:

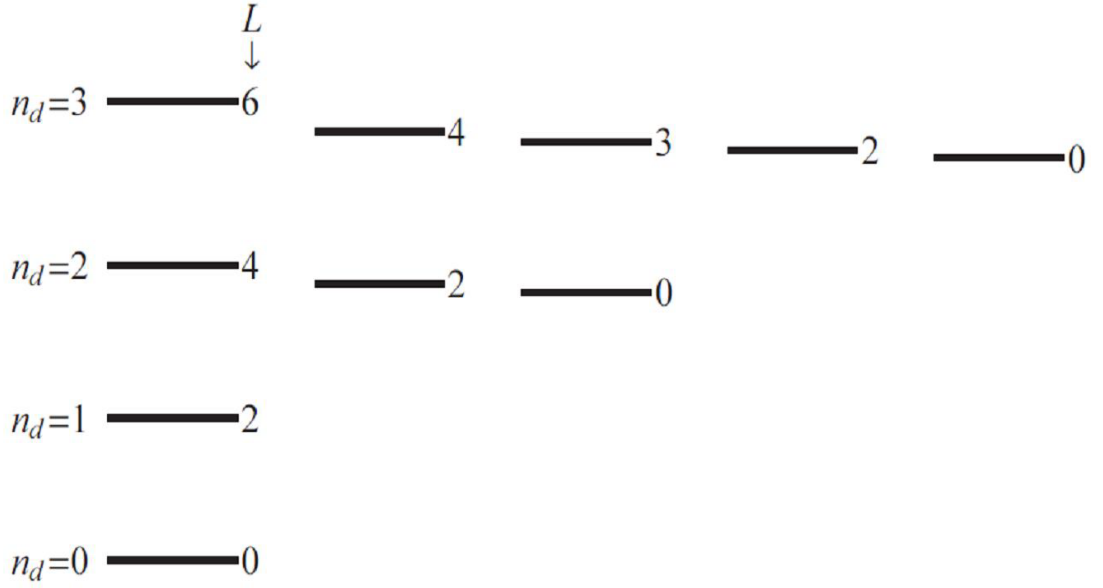
$$H_I = \alpha C_{1U5} + \beta C_{2U5} + \gamma C_{2O5} + \delta C_{2O3} . \tag{2.18}$$

Burada;  $C_{1U5}$  ve  $C_{2U5}$   $U(5)$ ' in,  $C_{2O5}$   $O(5)$ ' in,  $C_{2O3}$   $O(3)$ ' ün doğrusal ve ikinci dereceli Casimir operatörleridir. Özdeğerleri:

$$E = \alpha n_d + \beta n_d(n_d + 4) + 2\gamma v(v + 3) + 2\delta L(L + 1) . \tag{2.19}$$

Bu denklemde ki her terim, denklem (2.18)' e karşılık gelen Casimir operatörünün özdeğeridir. Çok kutuplu genişleme operatörleri açısından, Hamiltonyen  $H_I$  azalır.

$$H_I = \varepsilon \hat{n}_d + a_1 \hat{L}^2 + a_3 T_3^2 + a_4 T_4^2 \quad (2.20)$$



**Şekil.2.1.** U(5) zinciri için oluşturulan enerji spektrumu [51] (N=3)

#### 2.4.2.1. E2 Geçişleri

Denklem (2.7)' nin E2 operatörü  $n_d$ ' yi  $\pm 1$  değiştiren bir terime ve  $\Delta n_d = 0$  olan bir terime sahiptir. Operatör U(5) simetrisinin bir üretici olarak seçilirse, sadece ikinci terim kullanılacaktır. Bununla birlikte, öngörülen E2 matris elemanları daha sonra 1 veya daha fazla d bozonundan farklı durumlar arasında 0 olurken, sıfır olmayan diyagonal katkılar (dörtlü momentler) verir. Bu durum esasen titreşimli çekirdekler için beklenen ve gözlenenlerin tersidir ve bu nedenle E2 operatörünün ilk terimini U(5) limitinde kullanmak alışılmış, bu da geometrik titreşim görüntüsününükilere çok benzer sonuçlar verir.

Örneğin, genel bir sonuç elde edilir,

$$\sum_{L'} B(E2: L, n_d + 1 \rightarrow L', n_d) = e_B^2 (n_d + 1)(N - n_d) \quad (2.21)$$

$e_B$  bozon etkili bir yüküdür. Denklem (2.21)' in solundaki toplam, açısal momentum seçim kurallarının bir sonraki daha düşük çoklu yapı için birden fazla seviyeye düşmesine izin veriyorsa, verilen bir başlangıç durumundan kuvvet dağılımını gösterir. Bu toplam, yalnızca  $n_d \geq 3$  durumunun bozulması için birden fazla terim içerir.

Denklem (2.21), en düşük seviyeler arasındaki geçişler için,

$$B(E2: 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = e_B^2 N \quad (2.22)$$

ve

$$B(E2: 2_2^+ \rightarrow 2_1^+) = 2e_B^2 (N - 1) . \quad (2.23)$$

Bu ikisinin oranı faydalı sonuç verir.

$$R = \left[ \frac{B(E2: 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)}{B(E2: 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)} \right]_{U(5)} = \frac{N-1}{N} \left[ \frac{B(E2: 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)}{B(E2: 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)} \right]_{ph} \quad (2.24)$$

$U(5)$  genellikle sadece  $N$ 'nin oldukça küçük olduğu kapalı kabuklarla ilgili olduğu için, geometrik modelden farklılıklar önemli olabilir. Örneğin  $N=5$  değerinde, denklem (2.24), geometrik tablo için 2.0' a kıyasla  $R=1.6$  verir.

### 2.4.2.2 İki Nükleon Transferi

$U(5)$ 'deki temel durumlar yalnızca  $n_s = N$  s bozonlardan oluşur. Böylece operatör s veya  $s^\dagger$ , komşu çift-çift  $U(5)$  çekirdeğinin temel durumlarını sırasıyla  $N$  ve  $N - 1$  veya  $N + 1$  ile bağlayabilir, ancak hepsi  $n_d > 0$  olduğu için uyarılmış  $0^+$  durumuna ulaşamaz. Temel durumlar arasındaki transfer kuvveti, denklem (2.12) tarafından

$$S_g(N_\rho \rightarrow N_\rho + 1) = \alpha_\rho^2(N_\rho + 1)(\Omega_\rho - N_\rho), \rho = \pi, \nu. \quad (2.25)$$

### 2.4.3. SU(3) Zinciri

II. zincirin [44] bozunma işaretleri

$$U(6) \supset SU(3) \supset O(3). \quad (2.26)$$

$$[N] \quad (\lambda, \mu) \quad K' \quad L$$

Hamiltonyen,  $SU(3)$  ve  $O(3)$ ' in Casimir operatörlerinin sadece doğrusal bir birleşimidir ve şu şekilde yazılabilir

$$H_{II} = a_1 \hat{L}^2 + a_2 Q^2. \quad (2.27)$$

Doğrusal ve ikinci dereceli Casimir operatörleri ile karşılaştırmak bu formun eşdeğer olduğunu gösterir



$$H_{II} = \frac{3}{4}a_2 C_{2SU3} + \left[ \frac{a_1}{2} - \frac{3}{16}a_2 \right] C_{2O3} . \quad (2.28)$$

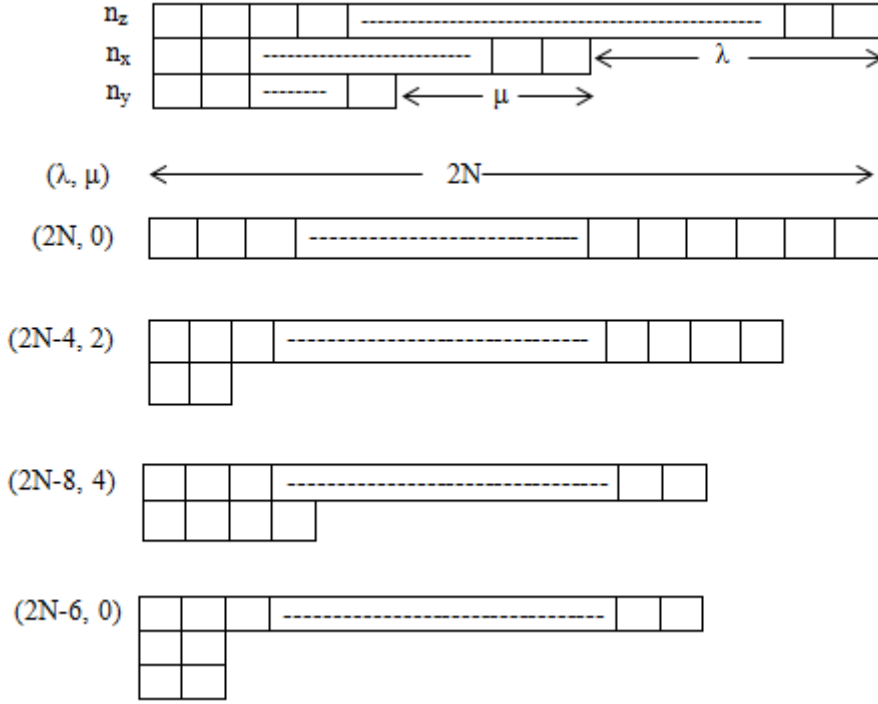
SU(3)'ün Casimir operatörünün özdeğeri

$$E_{C_{2SU3}}(\lambda, \mu) = \frac{2}{3}(\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu) , \quad (2.29)$$

ve sonuç olarak ortaya çıkan özdeğer ifadesi

$$E = \frac{a_2}{2}(\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu) + \left( a_1 - \frac{3a_2}{8} \right) L(L+1) . \quad (2.30)$$

Denklem (2.26)'daki SU(3)  $\supset$  O(3) basamağında fazladan bir kuantum numarası vardır. Bilindiği üzere, bu etiket Vergados ilkesine karşılık gelen K' olarak seçilmiştir [34]. Buradaki K' birden fazla Elliott [53,54-55] K değerinin doğrusal kombinasyonudur. N ve L değerlerinin çoğu için  $K_{Elliott} \neq K_{Vergados}$  olan genlikler çok küçüktür [56]. Bununla birlikte, yapılarının etkileri bazı karakteristik tahminlerde ortaya çıkar ve deneysel olarak da açıkça görülür. Ancak, ayırım önemli değilse, bundan sonra genel olarak SU (3) temsil etiketi için K sembolünü kullanacağız.



**Şekil 2.2.** Young tablo yöntemi [13]

Kuantum sayıları  $(\lambda, \mu)$  en iyi şekilde tanımlanır ve Şekil 2.2’de gösterilen Young tablo yöntemi kullanılarak türetilir. Bozon sistemi, üç sıra arasında düzenlenmiş toplam  $2N$  kutusu ile temsil edilir ve  $SU(3)$  kuantum sayıları  $\lambda$  ve  $\mu$  şekilde gösterildiği gibi tanımlanır. Burada  $\lambda$ ,  $n_z - n_x$  ve  $\mu$ ,  $n_x - n_y$ ’e eşittir. Bir (prolate) çekirdeğin temel-durum gösterimi daha sonra tek sıra  $2N$  kutuları ( $z$  yönünde tüm miktar) ile belirtilir ve dolayısıyla  $(\lambda, \mu) = (2N, 0)$  olur. Bozon serbestlik dereceleri düşünüldüğünden, bir sonraki sembol (işaret), iki kutuyu ikinci sıraya taşımak suretiyle oluşturulur ve  $(\lambda', \mu') = (2N-4, 2)$  verir. . Sonraki iki kutu, sırasıyla ikinci veya üçüncü sırada yer alabilir ve sırasıyla  $(2N-8, 4)$  ve  $(2N-6, 0)$  verir. Her gösterimdeki  $K$  değerleri,

$$K = \min\{\lambda', \mu'\}, \min\{\lambda', \mu'\} - 2, \dots, 0,$$

en düşük seviyedeki gösterimler için (ve büyük  $N$ ) verimler,

$$\mu' = 0 \text{ için } K = 0 ,$$

$$\mu' = 2 \text{ için } K = 0, 2 ,$$

$$\mu' = 4 \text{ için } K = 0, 2, 4 .$$

Genel olarak  $K = 0, 2, \dots, \mu'$ . Belirli bir  $K$ 'ye  $L$  değerleri atama kuralı, benzer miktardaki Bohr Mottelson işleminden bilinendir.

Farklı simgelerin görelî enerjileri ayrıca hesaba katmak ilgi çekicidir. Bir temsilin uyarma enerjisi, onun ve taban durumu arasındaki  $C(\lambda, \mu')$  özdeğerlerindeki farklılıklarla orantılıdır. Örneğin ( $\hat{L}^2$  katkısını ihmal ederek veya eşdeğer olarak aynı spinin  $0^+$  durumlarını veya durumlarını göz önünde bulundurarak),  $\beta$  ve  $\gamma$  bantlarının enerjisi orantılıdır

$$|C(\lambda - 4, 2) - C(\lambda, 0)| = \frac{2}{3}6(\lambda - 1) = \frac{2}{3}6(2N - 1) . \quad (2.31)$$

Denklem (2.30)' dan,  $a_2$  değerinin, tipik bir SU(3) benzeri çekirdeğe uyması için ihtiyaç duyduğu değer

$$a_2 = -\frac{E_{2_2^+} - E_{2_1^+}}{3(2N-1)} .$$

$$\text{Benzer şekilde, } a_1 \text{ de } a_1 = \frac{E_{2_1^+}}{6} + \frac{3a_2}{8} .$$

İki  $C(\lambda, \mu)$  operatörünün özdeğerlerinin farklılıkları için ifadelerde  $\lambda^2$  terimleri her zaman çıkartılır ve bu nedenle herhangi bir gösterim için enerji  $a_2(AN+B)$

şeklindedir. Dolayısıyla, iki uyarılmış gösterimin enerjilerinin oranı parametre içermez ve formu

$$\frac{E(\lambda'',\mu'')}{E(\lambda',\mu')} = \frac{AN+B}{CN+D} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \frac{A}{C} . \quad (2.32)$$

Örneğin,

$$\frac{E(\lambda-8,4)}{E(\lambda-4,2)} \equiv \frac{E(K=0(\gamma\gamma),K=2(\beta\gamma),K=4(\gamma\gamma))}{E(K=0(\beta),K=2(\gamma))}$$

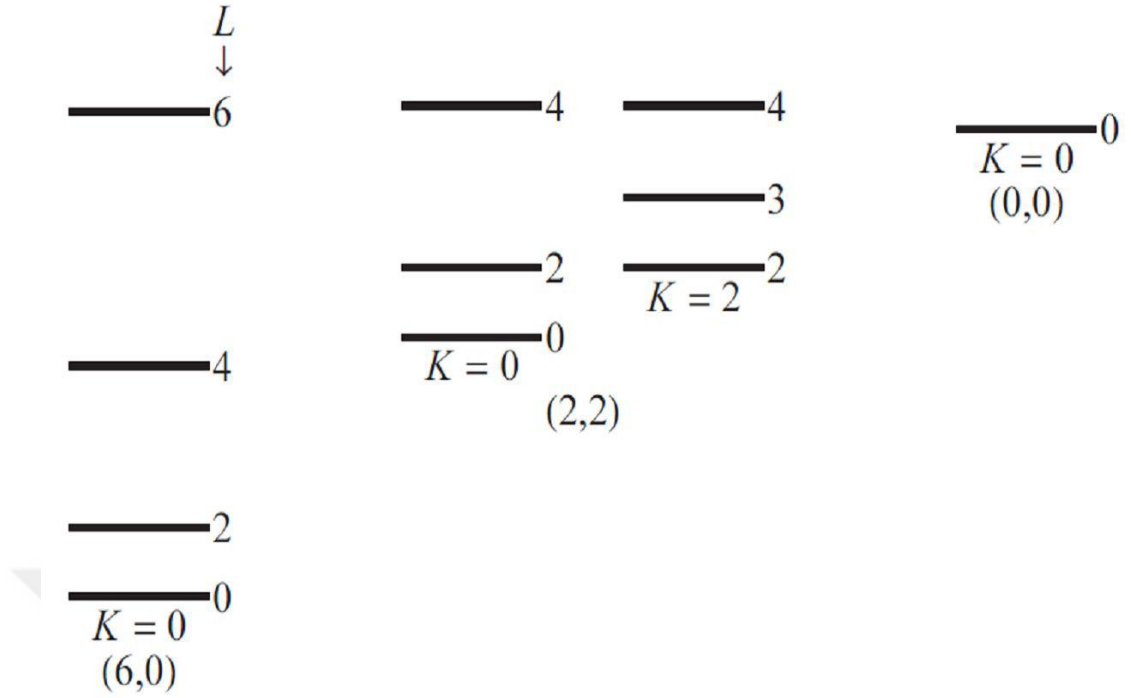
$$= \frac{4N-6}{2N-1} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 2$$

ve

$$\frac{E(\lambda-6,0)}{E(\lambda-4,2)} \equiv \frac{E(K=0(\beta\beta))}{E(K=0(\beta),K=2(\gamma))}$$

$$= \frac{4N-3}{2N-1} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 2 ,$$

bilinen geometrik etiketler de verildiğinde. Sınırlı sonuçlar mantıklı, çünkü daha yüksek gösterimler iki fonon ( $\beta\beta$ ,  $\gamma\gamma$  ve  $\beta\gamma$ ) karakterdedir. N'nin artmasıyla birlikte hem paydadaki hem paydaki ilk terimler baskın olmuştur. Böylece deforme olmuş çekirdeklerin ( $N \approx 12-18$ ) tipik N değerlerinde asimtotik değerler yaklaşık olarak elde edilir.



**Şekil.2.3.** SU(3) zinciri için oluşturulan enerji spektrumu[51] (N=3)

#### 2.4.3.1. E2 Geçişleri

Dörtlü kutup operatörünün kendine özgü formu

$$Q = (s^{\dagger}\tilde{d} + d^{\dagger}s) - \sqrt{7/2}(d^{\dagger}\tilde{d})^{(2)} \quad (2.33)$$

kullanılırsa,  $T(E2) = \alpha Q$  SU(3) üreticidir. Böylece seçim kuralı  $\Delta(\lambda,\mu) = (0,0)$ 'dır ve sadece bant içi sembol geçişlerine izin verilir. Bu nedenle harmonik geometrik modele zıt olarak  $\gamma \rightarrow g$  veya  $\beta \rightarrow g$  bant geçişleri yasaktır. Aynı seçim kuralı sadece bant içi geçişlere değil, aynı sembolde farklı bantlar arasındaki geçişlere de izin verir.  $(2N-4, 2)$ ,  $\beta$  ve  $\gamma$  bantları arasında toplu geçişlere yol açar. Bu aynı zamanda IBM'in başlangıç noktaları ile iyi deforme olmuş çekirdeklerin geometrik tanımlamaları arasında temel ve çarpıcı bir farkı temsil eder. Bu  $\beta \rightarrow \gamma$  kolektif

geçişler bir dizi çekirdekte gözlemlenmiştir [57,58,59,60,61-62] ve bunların gözlemlenmesi, IBM tanımının önemli bir ispatını oluşturur.

Yrast geçişleri için B(E2) değerleri

$$B(E2: (2N, 0); L + 2 \rightarrow L) = e_B^2 \frac{3}{4} \left[ \frac{(L+2)(L+1)}{(2L+3)(2L+5)} \right] \times (2N - L)(2N + L + 3) . \quad (2.34)$$

İlk  $2^+$  durum için

$$B(E2: 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = e_B^2 \frac{N(2N+3)}{5} . \quad (2.35)$$

Denklem (2.34) açıkça  $L \rightarrow 2N$  iken sifıra yönelir.  $L \approx \frac{1}{2} L_{\max}$  da bir azalma gösterir. Tahmini azalma, sonlu  $N$ ' nin doğrudan bir sonucudur ve  $SU(3)$ ' den sapmalara bağlı değildir. Çoğu deforme olmuş çekirdekte, bu indirgemelerin görülmediği görülmektedir [63-64]. B(E2) değerlerindeki ampirik düşüşler Ba ve Kr bölgelerinde gözlemlenmektedir [65-66].

Diğer iki ilgi çekici sonuç denklem (2.34)' de,  $N \gg 1$  sınırında belirgindir. İlk olarak, spin bağımlılığı, sadece Alaga kurallarını veren büyük parantez içindeki faktör tarafından verilmektedir. Örneğin, büyük  $N$  sınırında, denklem (2.34)

$$\frac{B(E2:4 \rightarrow 2)}{B(E2:2 \rightarrow 0)} = \frac{10}{7} .$$

Bununla birlikte, Denklem (2.34) ayrıca Alaga kurallarından sapmaların tam SU(3) sınırında bile görüldüğünü ve sonlu N etkilerinin doğrudan bir yansıması olduğunu göstermektedir. Denklem (2.34)'ün büyük N sınırındaki ikinci özelliği  $N^2$  ye orantılıdır. U(5)'de Denklem (2.21)'den B(E2) değerlerinin ( $N \gg L$ , yani,  $N \gg n_d$ ) N olarak belirlendiği görülmektedir. Bu,  $n_s \approx N$  s bozonunun varlığının doğrudan bir sonucudur. Belirli bir durumun (örneğin,  $2_1^+$ ) her zaman N'den bağımsız olarak aynı sayıda d bozonları [örneğin,  $n_d(2_1^+) = 1$ ] içerir. Burada SU(3)'de  $n_d$  ve  $n_s$  her ikisi de yaklaşık olarak N ile orantılıdır.

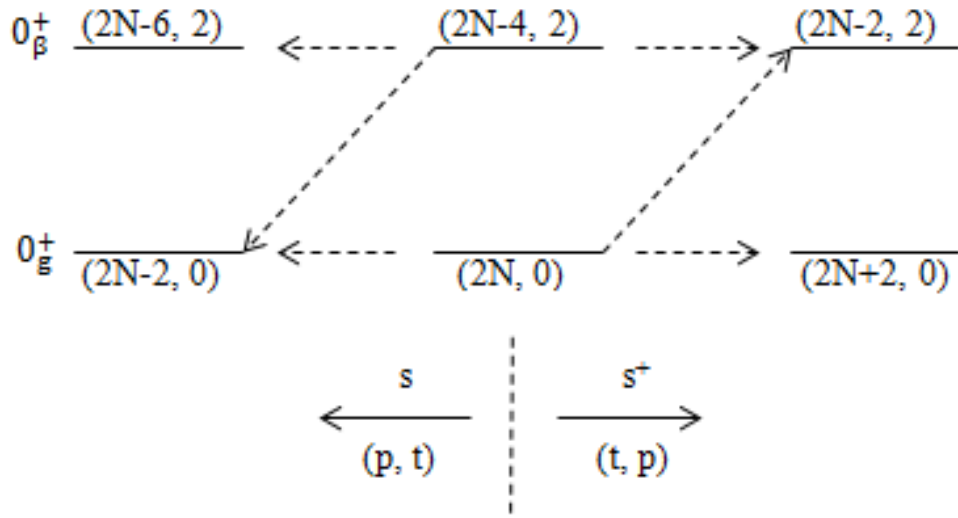
### 2.4.3.2. İki Nükleon Transferi

SU(3) sınırındaki s ve  $s^\dagger$  operatörleri için seçim kuralları, onlara SU(3) kuantum sayıları (2,0) atayarak ve komşu çekirdekler içinde en düşük iki SU(3) temsiline uygun Young tablosunu dikkate alarak anlaşılabilir. Sıfır olmayan bir matris elemanının varlığı daha sonra iki kutunun eklenmesi veya çıkarılmasıyla iki gösterimi birbirine bağlayabilme kabiliyetiyle belirlenir. Ortaya çıkan seçim kuralları, ilgili çekirdeklerin orta kabuğun altında olduğu durum için Şekil 2.4' te gösterilmektedir. Orta kabuğun üzerinde (p, t) ve (t, p) rolleri tersine çevrilir, çünkü o zaman (t, p) N ve  $N_v'$  yü birer birer azaltır. Her iki durumda da, temel durumlar arasındaki iki-nükleon transfer kuvvetleri;

$$S_g(N_\rho \rightarrow N_\rho + 1) = \alpha_\rho^2(N_\rho + 1) \frac{2N+3}{3(2N+1)} \times \left[ \Omega_\rho - N_\rho - \frac{4}{3} \frac{N-1}{2N-1} N_\rho \right], \quad (2.36)$$

$$\rho = \pi, \nu .$$

Bu ifade U(5)'den çok daha zayıf kesitler verir ve özellikle, bir  $U(5) \rightarrow SU(3)$  faz geçişinde (t, p) tesir kesitlerinde ani bir düşüş öngörür.



**Şekil 2.4.** SU(3) orta kabuğun altındaki çekirdeklerde iki nükleon transferi için seçim kuralları. Kesikli oklar izin verilen matris elemanlarını temsil eder [13].

#### 2.4.4. O(6) Zinciri

O(6) dinamik simetriye uygun gösterim sınıfları [13-45]

$$U(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset O(3) . \quad (2.37)$$

$$[N] \quad \sigma \quad \tau \quad \nu \Delta \quad L$$

Zincir I' den tek farkı U(5) için O(6) grubunun yer değiştirmesidir. Karşılık gelen kuantum sayısı  $\sigma$  değerleri alır.

$$\sigma = N, N - 2, \dots, 0 \text{ veya } 1 ,$$

O(5)'e indirgeme

$$\tau = \sigma, \sigma - 1, \dots, 0$$



her  $\sigma$  gösterimi için.  $O(6)$  şeması için  $\tau, \nu_\Delta$  işaretleri kullanılmıştır, ancak bunlar  $U(5)$  zincirinin  $\nu, n_\Delta$  ile aynıdır. Hamiltonyen  $H_{III}$ ,  $\alpha C_{1U5} + \beta C_{2U5}$ ' nun  $\alpha C_{2O6}$  ile değiştirilmesiyle elde edilir ve özdeğer ifadesi

$$E = 2\alpha\sigma(\sigma + 4) + 2\gamma\tau(\tau + 3) + 2\delta L(L + 1) . \quad (2.38)$$

Casimir operatörlerinde çeşitli terimler,  $H_{III}$ ' ü çok kutuplu genişmesini uygun biçimde yazmak için birleştirilebilir:

$$H_{III} = a_0 P^\dagger P + a_1 \hat{L}^2 + a_3 T_3^2 . \quad (2.39)$$

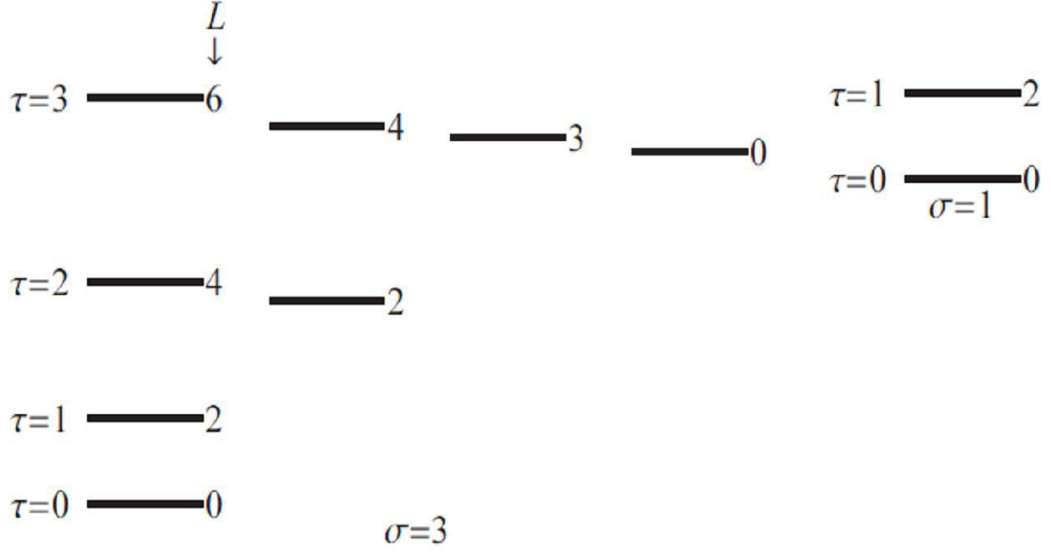
Burada  $P^\dagger P$  terimi  $C_{2O6}$  Casimir' den, yani  $O(6)$  alt grubunun varlığından kaynaklanmaktadır. Çok kutuplu Hamiltonyen'in ortak kullanımı nedeniyle, literatürde en sık rastlanılan (eşdeğer) özdeğer ifadesi şekli şöyledir

$$E = A(N - \sigma)(N + \sigma + 4) + B\tau(\tau + 3) + CL(L + 1) . \quad (2.40)$$

Daha yüksek yatış, düşük  $\sigma$  gösterimlerinde, her bir durumda  $\tau_{\max} = \sigma$  olduğundan düşük diziler hariç seviye dizileri tamamen aynıdır.

Dalga fonksiyonunun  $O(6)$  sınırındaki yapısı,  $U(5)$ ' deki tek köşegen olmayan Denklem (2.39)' da ki  $P^\dagger P$  terimi ile belirlenir. Daha önce de belirtildiği gibi, bu operatör  $\Delta n_d = 0$  ve  $\pm 2$  katkısına sahiptir ve bu nedenle sıfır bağlı  $d$  bozon çiftleriyle farklı durumları birbirine bağlayabilir. Bu  $O(6)$  dalga fonksiyonları için çok belirgin bir yapıya neden olur. Her bir durum için, katkıda bulunan temel durumların, ilk

temel haldeki  $\Delta n_d = 2$ ,  $\Delta n_\beta = 1$  biçiminin ardışık bir işlem tarafından belirlendiği görülebilir.



Şekil.2.5.  $O(6)$  zinciri için oluşturulan enerji spektrumu [51] ( $N=3$ )

#### 2.4.4.1. E2 Geçişleri

$O(6)$  grubunun bir üretici olan dört kutuplu operatör, en genel formun yalnızca ilk bölümünden oluşur,

$$Q = e_B(s^\dagger \tilde{d} + d^\dagger s) . \quad (2.41)$$

Tanım gereği bu operatör  $\Delta \sigma = 0$  seçim kuralına yönlendirir. Yukarıda verilen  $Q$  şekli  $\Delta n_d = \pm 1$  özelliğine sahip olduğundan, tüm bileşenlerin temel durumları  $\Delta n_d = 2$ ' ye göre değiştiğinden, durumları aynı  $\tau$  değerine bağlayamadığı açıktır.  $Q$ ,  $d$ -bozon dalga fonksiyonlarının tekrar birleşmesine izin veren bir terim

içermediğinden temel durumları  $n_\beta$  veya  $n_\Delta'$ ' nin farklı değerleri ile bağlamaz. Böylece ek seçim kuralı  $\Delta\tau = \pm 1$  olarak görülür. Bu kural, çeşitli durumları etiketleyen belirli  $\tau$  değerleri, karakteristik bir  $O(6)$  ya işaret eder, yani  $0^+ -2^+ -2^+$  seviyeleri dizilimine, bunlara bağlanan izin verilen ardışık E2 geçişlerine neden olur.

$\sigma$  seçim kuralı dalga fonksiyonlarının formundan da çıkarılabilir. Çünkü farklı  $\sigma$  gruplarındaki durumlar için, ancak  $\pm 1$  ile farklılaşan  $\tau$  değerleriyle, E2 matris elemanına özel katkılar tamamen iptal olur. E2 seçim kuralları aynı zamanda  $O(6)$  limitinin sıfırlandığı dörtlü kutup momentlerine sahip olduğunu gösterir.

Başlangıçları farklı olduğu için  $\sigma$  ve  $\tau$  seçim kurallarının beklenen dayanıklılıkları farklıdır.  $O(6)$  simetrisi,  $\epsilon n_\Delta$  formunun bir terimiyle çok az bozulursa,  $\sigma$  kuralında şekillendirilmiş sadeleşme kesin değildir. Böylece,  $\sigma < \sigma_{\max}$  olan durumlar, zayıf E2 matris elemanları ile  $\Delta\tau = \pm 1$  seçim kuralını koruyarak  $\sigma = \sigma_{\max}$  seviyelerine düşecektir. Özellikle,  $\sigma < \sigma_{\max}$  gösterimlerinin  $0^+$  baş bandının,  $2_2^+$  durumundan ziyade  $2_1^+$  seviyesine inmesi beklenir.

Son olarak,  $\sigma = \sigma_{\max}$ ,  $L = 2\tau$  (yani, yrast) durumlarını bağlayan  $B(E2)$  değerlerinin ifadesi şöyle verilir:

$$B(E2: \tau + 1 \rightarrow \tau) = e_B^2 (N - \tau)(N + \tau + 4) \frac{(\tau+1)}{2\tau+5}. \quad (2.42)$$

$SU(3)$  'te olduğu gibi aynı nedenlerle bu  $B(E2)$  değerleri büyük  $N$  için yaklaşık  $N^2$  olarak ölçülür.  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$  geçişinin özel durumu için

$$B(E2: 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = e_B^2 \frac{N(N+4)}{5}. \quad (2.43)$$

#### 2.4.4.2. İki Nükleon Transferi

Bir bozonun oluşturulması veya yok edilmesi ilk ve son dalga fonksiyonlarının d-bozon yapısının aynı olmasını gerektirir. İki parçacık transferi için  $\tau$  seçim kuralı  $\Delta\tau = 0$  iken,  $\sigma$  kuralı  $\Delta\sigma = \pm 1$ 'dir, çünkü s bozonunun eklenmesi veya çıkarılması N'yi 1 olarak değiştirir. Sonuç O(6) çekirdeğinin komşu taban durumların yoğunluğuna izin verilmesidir. Taban durumu aktarma kuvvetleri

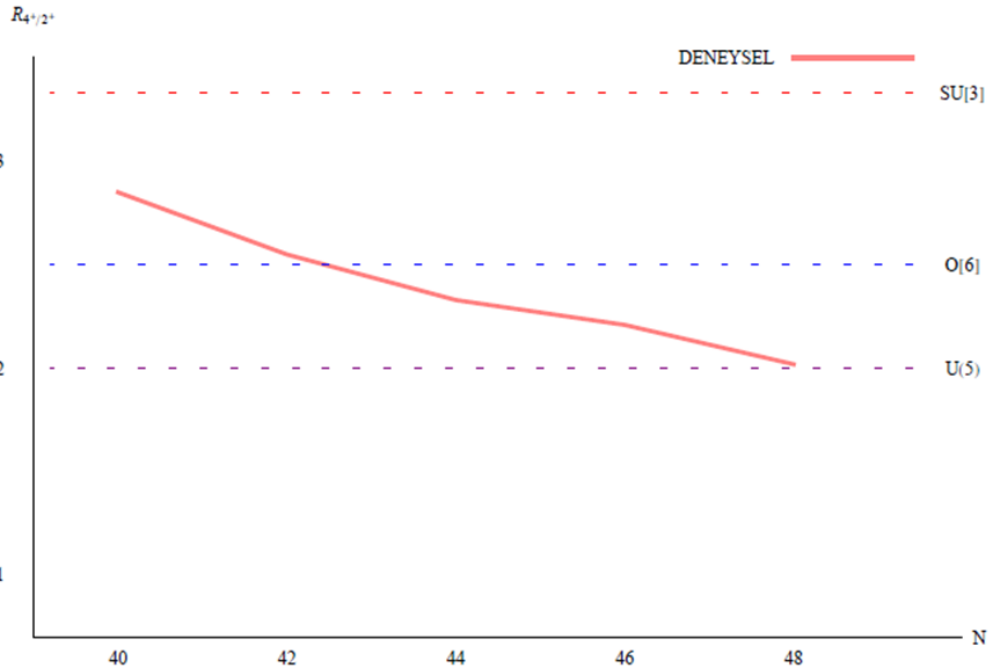
$$S_g(N_\rho \rightarrow N_\rho + 1) = \alpha_\rho^2(N_\rho + 1) \frac{N+4}{2(N+2)} \times \left[ \Omega_\rho - N_\rho - \frac{N-1}{2(N+1)} N_\rho \right], \quad (2.44)$$

$$\rho = \pi, \nu .$$

### 3. ARAŞTIRMA BULGULARI

Nükleer kararlılık kuşağının  $A \sim 80$  bölgesinde yer alan Zirkonyum çekirdeğinin çift - çift  $^{80}\text{Zr}$ ,  $^{82}\text{Zr}$ ,  $^{84}\text{Zr}$ ,  $^{86}\text{Zr}$ ,  $^{88}\text{Zr}$  izotoplarının yapısal özellikleri etkileşen bozon modeli ile belirlenmiştir.

İncelenmek üzere belirlenen çift - çift  $^{80}\text{Zr}$ ,  $^{82}\text{Zr}$ ,  $^{84}\text{Zr}$ ,  $^{86}\text{Zr}$ ,  $^{88}\text{Zr}$  çekirdeklerinin enerji seviyeleri hesaplanmış olup enerji spektrumları çizilmiştir. Enerji seviyeleri için yapılan hesaplamalar deneysel verilerle karşılaştırılarak şekiller ile sunulmuştur. Elektromanyetik geçiş olasılıkları için hesaplamalar yapılmıştır. Yapılan hesaplamalar deneysel verilerle karşılaştırılmış olup tablolar ile sunulmuştur. Bu izotopların deneysel verilerinin temel bantlarında yer alan ilk uyarılmış  $4^+$  ve  $2^+$  enerjilerinin  $\frac{E_{4^+}}{E_{2^+}}$  oranına bakılmıştır. Bu oran Şekil 3.1' de verilmiştir.

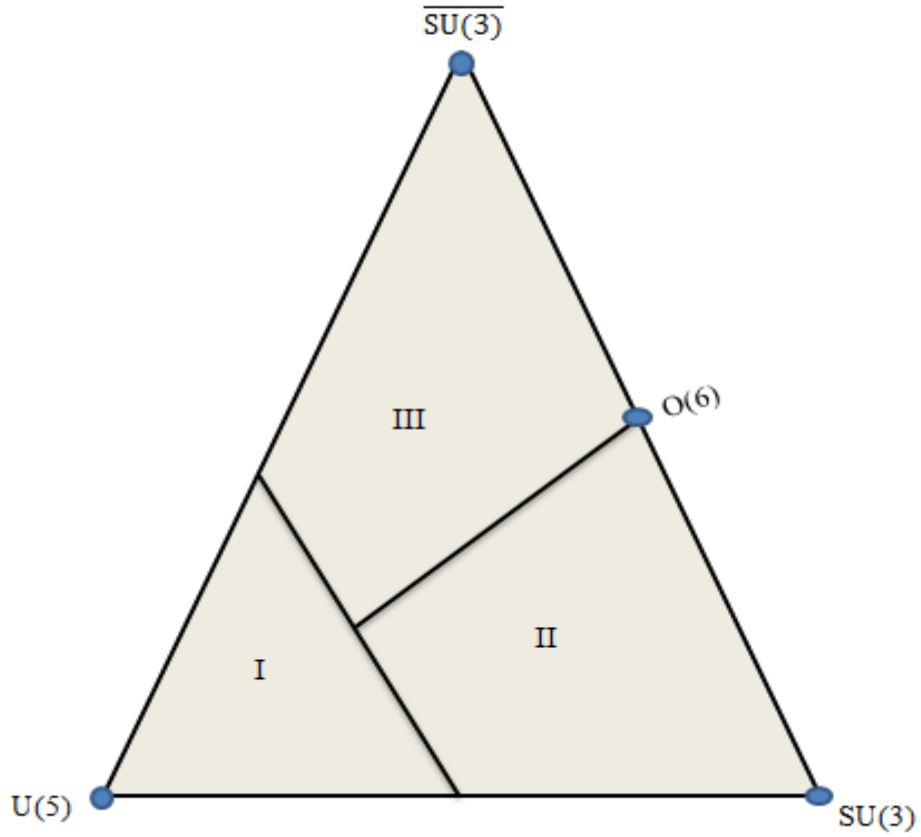


**Şekil.3.1.** İncelenen çift-çift çekirdeklerin deneysel verilerinin temel bantlarının  $E_{4^+}/E_{2^+}$  oranlarının nötron sayısına göre grafiği

İncelediğimiz izotopların enerji seviyeleri ve bu seviyeler arasında meydana gelecek olan elektromanyetik geçiş olasılıkları hesabında PHINT bilgisayar kodu kullanılmıştır. Enerji spektrumları ve grafiklerin çiziminde ise Mathematica 7.0 programı kullanılmıştır.

### 3.1. Hamiltonyen ve Parametreler

Dinamik simetri üçgenini kullanarak herhangi bir çekirdeğin bölgesini belirleyerek hesaplamalarda kullanılacak olan hamiltonyen oluşturulabilir. Etkileşen bozon modeli için kullanılan dinamik simetri üçgeni Şekil 3.2' de verilmiştir.



**Şekil.3.2.** Genişletilmiş simetri üçgeni (I- küresel şekli, II- prolate şekli ve III- oblate şekli ifade etmektedir ) [16-67]

Şekil’de I. bölge küresel çekirdeklerin, II. bölge prolate çekirdeklerin ve III. bölge oblate çekirdeklerin yerleridir. II. ve III. bölgelerin arasında kalan çizgi ise gama-kararsız çekirdeklerin yeridir.

Şekil 3.1’ de görüldüğü üzere incelediğimiz çekirdeklerin buldukları zincirler farklılık göstermektedir. Bunlar için uygun olan hamiltonyeni yazacak olursak

$$\hat{H} = (\text{eps})\hat{n}_d + (\text{pair})\hat{P}^\dagger\hat{P} + (\text{ell})\hat{L}^2 + (\text{qq})\hat{Q}^2 + (\text{oct})\hat{T}_3^2 . \quad (3.1)$$

Uygun olan hamiltonyen belirlendikten sonra, buna ait olan parametreler Çizelge 3.1’ de verilmiştir.

**Çizelge.3.1.** Hamiltonyen parametreleri (keV)

		<sup>80</sup> Zr	<sup>82</sup> Zr	<sup>84</sup> Zr	<sup>86</sup> Zr	<sup>88</sup> Zr
Hesap-1	eps	0,1338	0,4354	0,4466	0,4777	0,6081
	ell	0,057	0,0348	0,0324	0,0362	0,0362
	qq	0	-0,0108	0,0138	0,0766	0,1082
	$\chi^2$	1,2	20,4	32,6	29,4	72
Hesap-2	eps	0,1391	0,3271	0,5640	0,9754	0,5462
	pair	0	0	0	0	-0,127
	ell	0,06	0,0394	0,0272	0,0162	0,0048
	oct	-0,00334	0,00444	-0,00502	-0,02746	-0,01556
	$\chi^2$	0,4	21,3	33	32,2	44,3

Çizelge 3.1’ de verilen parametreler, her bir çekirdek için en uygun değer elde edilene kadar defalarca denenerek elde edilmiştir. Bu değerleri denklem (3.1)’ de yerine koyarak elde edilen sonuçlar ile hata hesabı yapılmıştır. Hata hesabı için kullanılan denklemini yazacak olursak [68]

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(\text{Hesap}-\text{Deneysel})^2}{\text{Deneysel}} . \quad (3.2)$$

k= gruplandırma veya olası sonuç sayısı

Denklem (3.2) kullanılarak elde edilen sonuçlar Çizelge 3.1' de verilmiştir.

### 3.2. Enerji Seviyeleri

A~80 deforme bölgesinde bulunan  $^{80}\text{Zr}$ ,  $^{82}\text{Zr}$ ,  $^{84}\text{Zr}$ ,  $^{86}\text{Zr}$ ,  $^{88}\text{Zr}$  izotopları için Hamiltonyen parametreleri kullanılarak enerji spektrumları çizilmiştir ve deneysel verilerde olmayan seviyeler tahmin edilmiştir. Elde edilen sonuçlar ve çizilen spektrumlarla bu çekirdeklerin yapısı tahmin edilmiştir.

#### 3.2.1. $^{80}\text{Zr}$ İzotopu ve Enerji Spektrumu

Z=40 olan  $^{80}\text{Zr}$  çekirdeğinin 40 tane nötronu vardır ve nükleer kararlılık kuşağının A~80 deforme bölgesinde bulunmaktadır. Bu çekirdeğin yarılanma süresi 4,6 sn olduğundan kararlı değildir [69].

Bozon sayısı hesaplamasında en yakın sihirli sayı baz alınır. Proton sayısı 40, nötron sayısı 40 olan bu izotop 50 – 82 sihirli sayılarının oluşturduğu kabuklar arasında yer almaktadır ve 50' ye daha yakındır. Bozon sayısı şu şekilde hesaplanır;

$$N_{\pi} = \frac{(50-40)}{2} = 5$$

beş tane proton bozonu vardır.

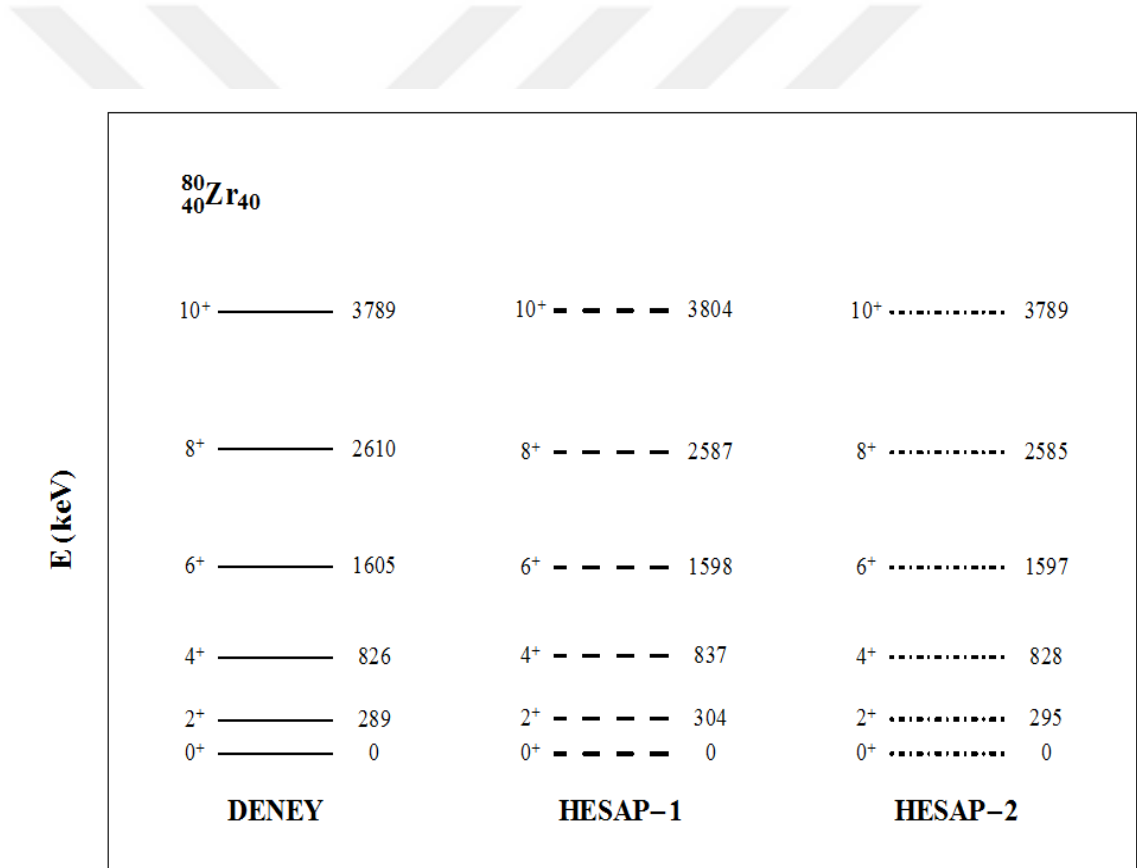


$$N_v = \frac{(50-40)}{2} = 5$$

beş tane nötron bozonu vardır. Nötron ve proton bozonlarının toplamından;

$$N = N_\pi + N_v = 5 + 5 = 10$$

on tane bozona sahiptir.



**Şekil.3.3.**  $^{80}\text{Zr}$  çekirdeği için oluşturulan enerji spektrumu (deneysel enerji düzeyleri [69])

Bu çekirdek için deneysel veriler ve Çizelge 3.1' de verilen parametreler kullanılarak yapılan hesaplamalarda elde edilen sonuçlar ile enerji spektrumları Şekil 3.3'de

çizilmiştir. Denklem 3.2 kullanılarak yapılan hesaplama sonucu hata hesabı hesap-1 için 1,2 keV, hesap-2 için de 0,4 keV bulunmuştur. Şekilde de görüldüğü gibi hesap-1 ve hesap-2 ile deneysel veriler oldukça uyumludur. Bu da bize hamiltonyen parametrelerini doğru seçtiğimizi göstermektedir.

### 3.2.2. $^{82}\text{Zr}$ İzotopu ve Enerji Spektrumu

$Z=40$  olan  $^{82}\text{Zr}$  çekirdeğinin 42 tane nötronu vardır ve nükleer kararlılık kuşağının  $A\sim 80$  deforme bölgesinde bulunmaktadır. Bu çekirdeğin yarılanma süresi 32 sn. olduğundan kararlı değildir [69].

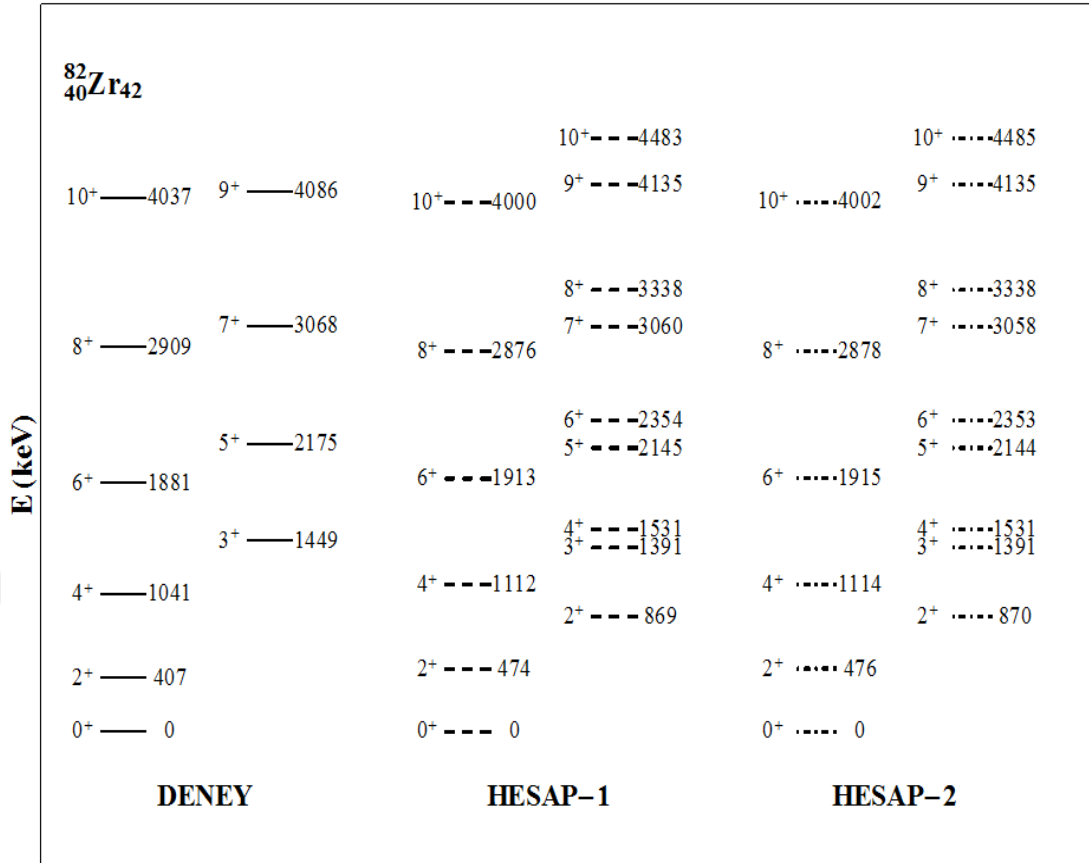
Proton sayısı 40, nötron sayısı 42 olan bu izotop 50- 82 sihirli sayılarının oluşturduğu kabuklar arasında yer almaktadır. Bozon sayısı hesaplamasında en yakın sihirli sayı baz alındığından dolayı bu çekirdek için 50 sihirli sayısına göre hesap yapılır. Bozon sayısı şu şekilde hesaplanır;

$$N_v = \frac{(50-42)}{2} = 4$$

dört tane nötron bozonu vardır. Proton sayısı değişmediği için proton bozon sayısı  $^{80}\text{Zr}$  ile aynı olur ve  $N_\pi=5$ ' tir. Toplam bozon sayısını yazacak olursak;

$$N = N_\pi + N_v = 5 + 4 = 9$$

dokuz tane bozona sahiptir.



**Şekil.3.4.**  ${}^{82}\text{Zr}$  çekirdeği için oluşturulan enerji spektrumu (deneysel enerji düzeyleri [69])

Bu çekirdek için deneysel veriler ve Çizelge 3.1’ de verilen parametreler kullanılarak yapılan hesaplamalar sonucu elde edilen değerler kullanılarak enerji spektrumları Şekil 3.4’ te çizilmiştir. Deneysel verileri olmayan seviyeler de yapılan hesaplamalar ile tahmin edilerek şekle eklenmiştir. Denklem 3.2 kullanılarak yapılan hesap sonucunda hesap-1 için 20,4 keV, hesap-2 için 21,3 keV hata hesapları bulunmuştur. Deneysel değerler ile hesap-1 ve hesap-2’ nin karşılaştırıldığı bu şekilden de anlaşıldığı üzere deneysel değerler ile yapılan hesaplar uyum içindedir. Buda bize hamiltonyen parametrelerinin uyum içinde olduğunu göstermektedir. Şekil 3.4’ te verilen gamma-banda bakıldığında 2<sup>+</sup>, (3<sup>+</sup>, 4<sup>+</sup>), (5<sup>+</sup>, 6<sup>+</sup>), (7<sup>+</sup>, 8<sup>+</sup>), ... şeklinde çiftlenim olduğu göze çarpmaktadır. Bu çekirdeğin gamma-soft özellikte olabileceğini işaret etmektedir.

### 3.2.3. <sup>84</sup>Zr İzotopu ve Enerji Spektrumu

Z=40 olan <sup>84</sup>Zr çekirdeğinin 44 tane nötronu vardır ve nükleer kararlılık kuşağının A~80 deforme bölgesinde bulunmaktadır. Bu çekirdeğin yarılanma süresi 25,8 dk. olduğundan kararlı değildir [69].

Proton sayısı 40, nötron sayısı 44 olan bu izotop 50 – 82 sihirli sayılarının oluşturduğu kabuklar arasında yer almaktadır. Bozon sayısı hesabı en yakın sihirli sayıya göre yapıldığından burada 50 sihirli sayısı baz alınır. Bozon sayısı şu şekilde hesaplanır;

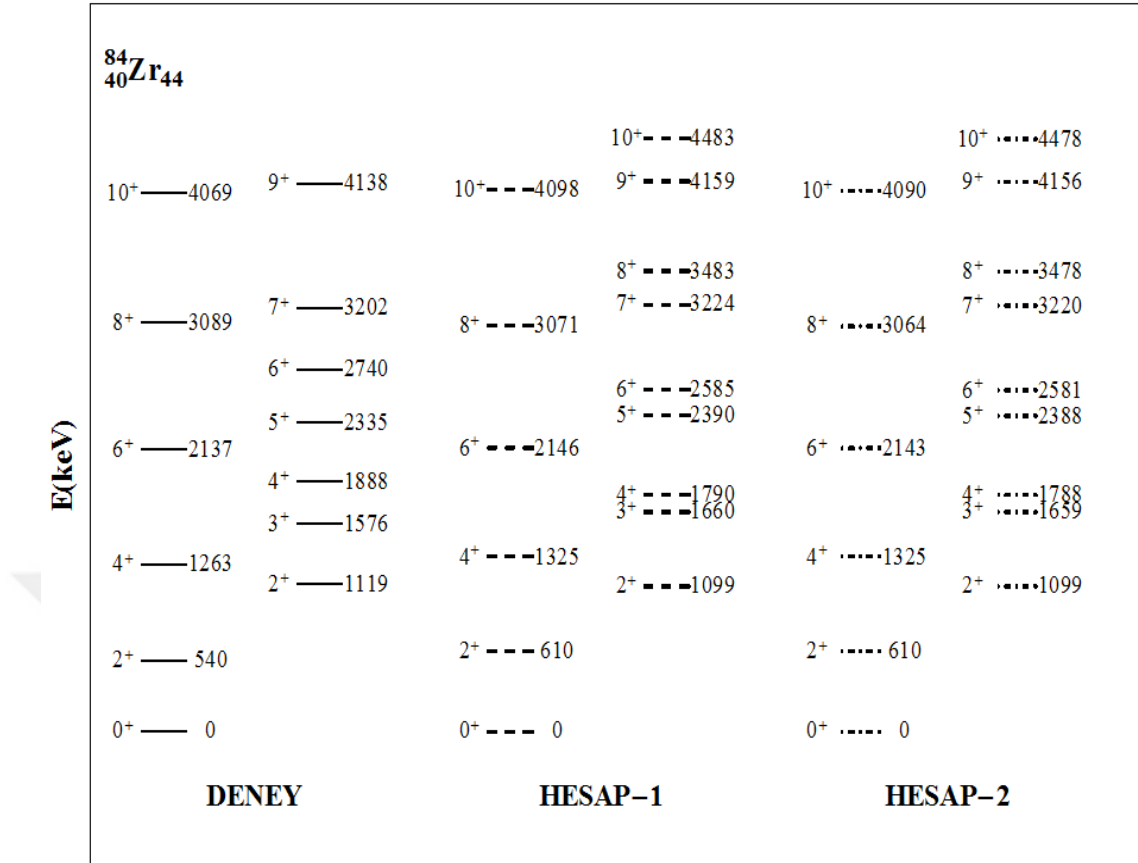
$$N_v = \frac{(50-44)}{2} = 3$$

üç tane nötron bozonu vardır. Proton sayısı değişmediğinden proton bozon sayısı <sup>80</sup>Zr ve <sup>82</sup>Zr ile aynıdır. <sup>84</sup>Zr içinde  $N_\pi = 5$  . Toplam bozon sayısı;

$$N = N_\pi + N_v = 5 + 3 = 8$$

sekiz tane toplam bozonu vardır.

Bu çekirdek için deneysel veriler ve Çizelge 3.1' de verilen parametreler kullanılarak yapılan hesaplamalar sonucunda elde edilen veriler ile Şekil 3.5' de görüldüğü gibi enerji spektrumları çizilmiştir. Deneysel verilerde olamayan seviyeler yapılan hesaplamalar ile tahmin edilerek çizilmiştir. Denklem 3.2 kullanılarak yapılan hesaplar sonucunda hata hesabı hesap-1 için 32,6 keV, hesap-2 için 33 keV bulunmuştur.



**Şekil.3.5.**  $^{84}\text{Zr}$  çekirdeği için oluşturulan enerji spektrumu (deneysel enerji düzeyleri [69])

Şekilde verilen deneysel değerler ile hesap-1 ve hesap-2'nin karşılaştırıldığı bu grafikten de görüldüğü gibi deneysel değerler ile hesap-1 ve hesap-2 değerleri genel olarak uyum içindedir. Buda bize hamiltonyen için kullanılan parametrelerin uyumlu olduğunu göstermektedir. Şekil incelendiğinde gama-banda  $2^+$ , ( $3^+$ ,  $4^+$ ), ( $5^+$ ,  $6^+$ ), ( $7^+$ ,  $8^+$ ), ... şeklinde çiftlenme olduğu vardır. Fakat deneysel verilerde bu çiftlenme net olarak görülmemektedir. Ancak deneysel gamma banda bakıldığında ( $3^+$ ,  $4^+$ ), ( $5^+$ ,  $6^+$ ) çiftlenme vardır.

### 3.2.4. <sup>86</sup>Zr İzotopu ve Enerji Spektrumu

Z=40 olan <sup>86</sup>Zr çekirdeğinin 46 tane nötronu vardır ve nükleer kararlılık kuşağının A~80 deforme bölgesinde bulunmaktadır. Bu çekirdeğin yarılanma süresi 16,5 sa. olduğundan kararlı değildir [69].

Proton sayısı 40, nötron sayısı 46 olan bu izotop da 50 – 82 sihirli sayılarının oluşturduğu kabuklar arasında yer alır. Bozon sayısı hesaplamasında en yakın sihirli sayı baz alındığından, burada da 50 sihirli sayısı alınır. Bozon sayısı hesabı şu şekilde hesaplanır;

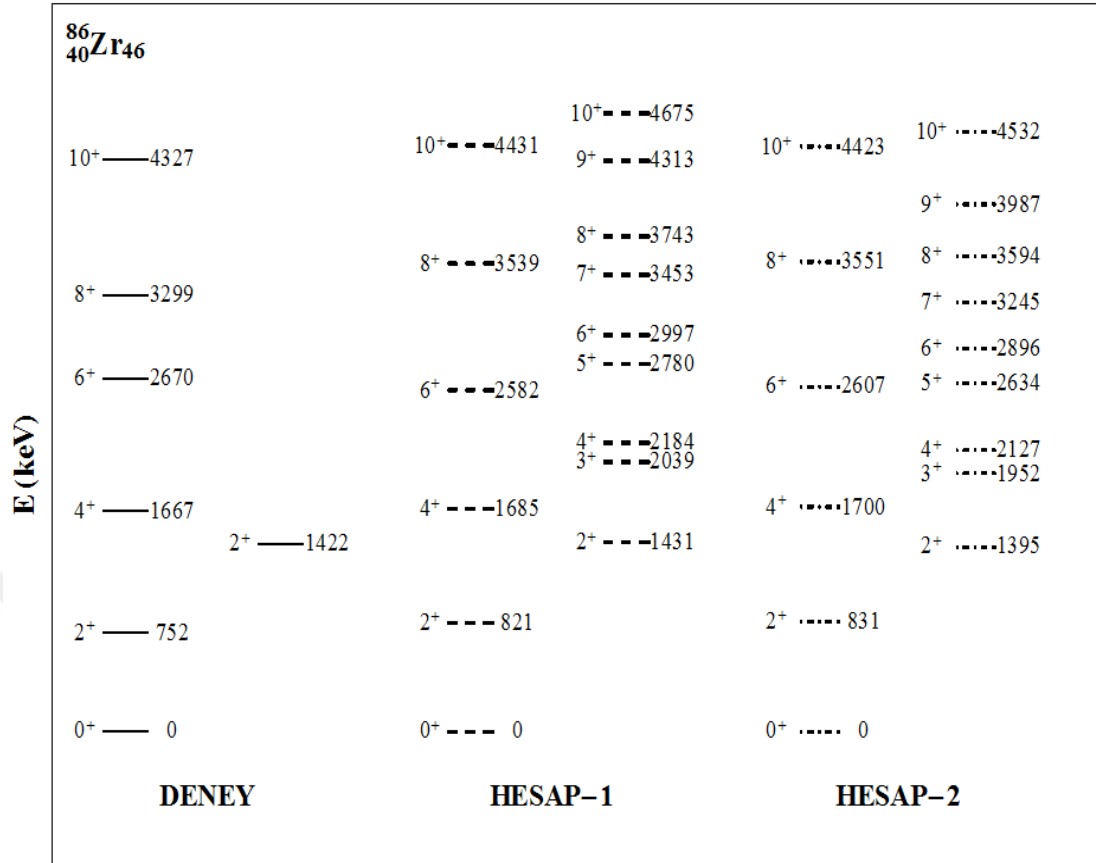
$$N_v = \frac{(50-46)}{2} = 2$$

iki tane nötron bozonu vardır. <sup>84</sup>Zr ile izotop olduklarından proton sayıları değişmeyeceği için proton bozon sayısı da diğer çekirdekler ile aynı olur ve  $N_\pi = 5$ . Toplam bozon sayısı;

$$N = N_\pi + N_v = 5 + 2 = 7$$

yedi tane toplam bozona sahiptir.

Bu çekirdek için deneysel veriler ve Çizelge 3.1’de ki parametreler kullanılarak yapılan hesaplamalar sonucunda elde edilen veriler ile çizilen enerji spektrumları Şekil 3.6’ da sunulmuştur.



**Şekil.3.6.** <sup>86</sup>Zr çekirdeği için oluşturulan enerji spektrumu (deneysel enerji düzeyleri [69])

Şekilde görüldüğü gibi deneysel verileri henüz olmayan seviyeler aynı hesaplar ile tahmin edilerek spektruma eklenmiştir. Denklem 3.2 kullanılarak yapılan hesaplamalar sonucunda hesap-1 için 29,4 keV, hesap-2 için 32,2 keV hata hesapları elde edilmiştir. Deneysel değerler ile hesap-1 ve hesap-2' nin karşılaştırıldığı bu grafikten de anlaşılacağı üzere deneysel değerler ile hesap-1 ve hesap-2 değerleri genel olarak uyum içindedir. Buda bize hamiltonyen için kullanılan parametrelerin uyumlu olduğunu göstermektedir. Şekilde tahmin edilen gama-band incelendiğinde 2<sup>+</sup>, (3<sup>+</sup>, 4<sup>+</sup>), (5<sup>+</sup>, 6<sup>+</sup>), (7<sup>+</sup>, 8<sup>+</sup>), ... şeklinde çiftlenme olduğu burda da görülmektedir. Dolayısıyla bu izotopunda gama-soft özellik sergileyebileceğini söylemek mümkündür.

### 3.2.5. <sup>88</sup>Zr İzotopu ve Enerji Spektrumu

Z=40 olan <sup>88</sup>Zr çekirdeğinin 48 tane nötronu vardır ve nükleer kararlılık kuşağının A~80 deforme bölgesinde bulunmaktadır. Bu çekirdeğin yarılanma süresi 83,4 gün olup diğerlerinden fazla olsa da buda kararlı değildir [69].

Proton sayısı 40, nötron sayısı 48 olan bu izotop da 50 – 82 sihirli sayılarının oluşturduğu kabuklar arasında yer almaktadır. Bozon sayısı hesaplamasında en yakın sihirli sayı baz alındığından dolayı 50 sihirli sayısı baz alınır. Bozon sayısı şu şekilde hesaplanır;

$$N_v = \frac{(50-48)}{2} = 1$$

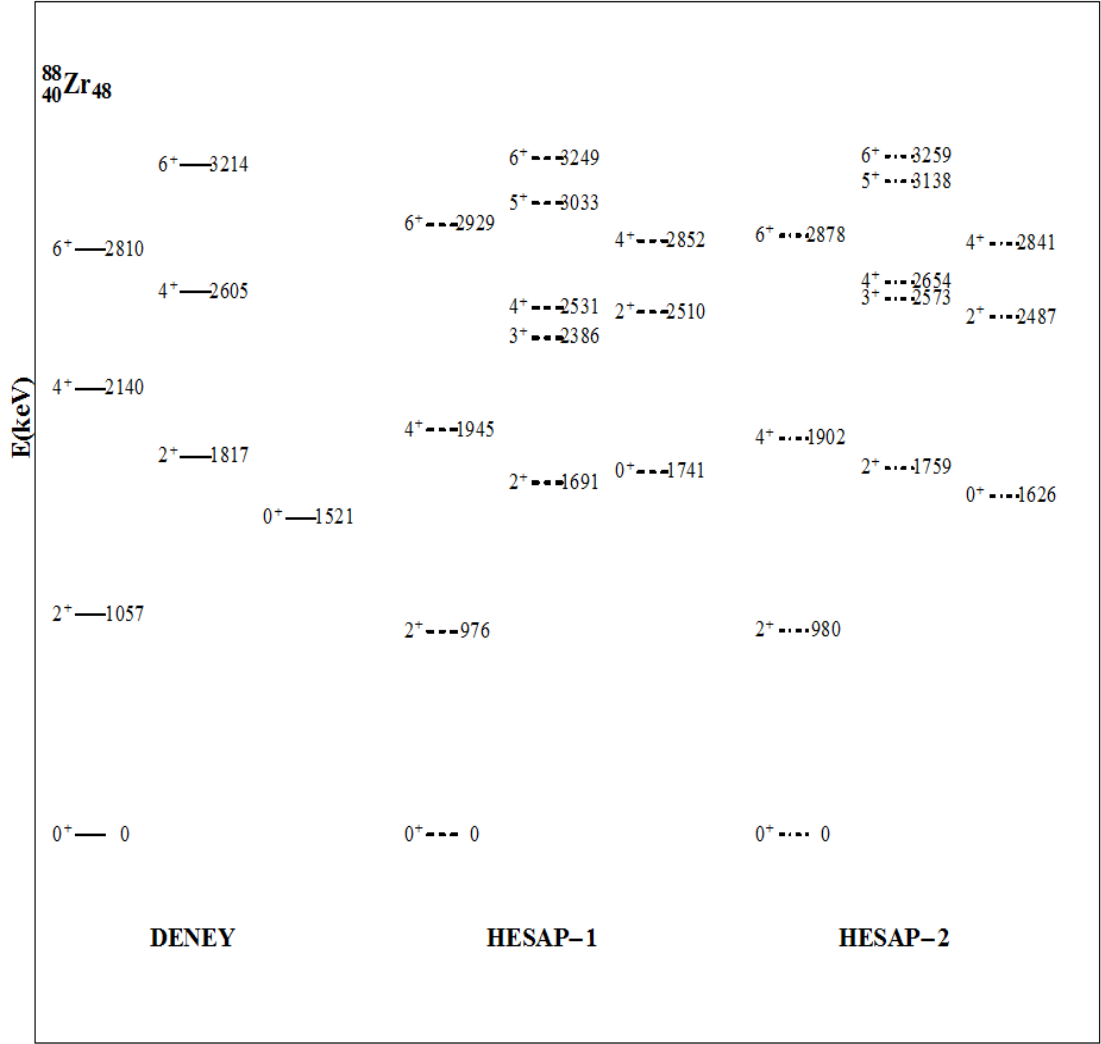
bir tane nötron bozonu vardır. Proton bozon sayısı diğer izotoplarla aynı olduğundan  $N_\pi = 5$  tir. Toplam bozon sayısı;

$$N = N_\pi + N_v = 5 + 1 = 6$$

altı tane toplam bozona sahiptir.

Bu çekirdek için deneysel veriler ve Çizelge 3 1' de verilen parametreler kullanılarak yapılan hesaplamalar sonuçlarını kullanılarak çizilen enerji spektrumları Şekil 3.7' de verilmiştir. Henüz deneysel verileri olmayan seviyeler de yapılan hesaplamalar ile tahmin edilerek spektrumlara eklenmiştir.





**Şekil.3.7.** <sup>88</sup>Zr çekirdeği için oluşturulan enerji spektrumu (deneysel enerji düzeyleri [69])

Denklem 3.2 kullanılarak yapılan hesaplar sonucunda hata hesabı hesap-1 için 72 keV, hesap-2 için 44,3 keV bulunmuştur. Hesap-1 için elde edilen sonuç diğer izotoplara oranla büyük çıkmış olsa da enerji seviyesi değerlerinin 0-4000 keV arasında olduğu göz önünde bulundurulduğunda bu rakamın da çok küçük bir değer olduğu görülmektedir. Deneysel değerler ile hesap-1 ve hesap-2' nin karşılaştırıldığı bu şekilden de anlaşıldığı üzere deneysel değerler ile yapılan hesaplar genel olarak uyum içindedir. Bu izotopun nötron sayısı 48 olup N=50 kabuğuna yakındır. Bundan dolayı temel banda yer alan enerji seviyesinde düzenli artış yoktur. İlk banda yer alan 6<sup>+</sup> seviyesi 4<sup>+</sup> seviyesinde yakındır. Benzer durum ikinci banda da vardır. Şekilde

gama-band için yapılan hesaplar incelendiğinde ( $3^+$ ,  $4^+$ ), ( $5^+$ ,  $6^+$ ) seviyelerinde çiftlenim olduğu bu izotopu içinde gamma-soft özellik sergileyebilmektedir.

### 3.3. B(E2) Geçiş Olasılıkları

Etkileşen bozon modeli-1 ile deforme bölgede bulunan çekirdeklerin elektromanyetik geçiş olasılıklarını hesaplayabiliriz. A~80 deforme bölgede bulunan  $^{80}\text{Zr}$ ,  $^{82}\text{Zr}$ ,  $^{84}\text{Zr}$ ,  $^{86}\text{Zr}$ ,  $^{88}\text{Zr}$  izotoplarının enerji düzeyleri arasında meydana gelen elektromanyetik geçişlerinin B(E2) değerlerinin hesaplanmasında E2 operatörüne ihtiyaç vardır. E2 operatörü [14, 70, 71 – 72] :

$$\hat{T}^{(E2)} = \alpha_2[\hat{d}^\dagger \times \hat{s} + \hat{s}^\dagger \times \hat{d}]^{(2)} + \beta_2[\hat{d}^\dagger \times \hat{d}]^{(2)}. \quad (3.3)$$

E2 operatörü için ilk ve son durumların dalga fonksiyonuna ek olarak iki parametre,  $\alpha_2$  ve  $\beta_2$  'ye ihtiyaç duyulmaktadır.

B(E2) değerleri Iachello ve Arima tarafından, azaltılmış matris öğeleri ile tanımlanır. B(E2) geçiş olasılığı ile T(E2) işlemcisi arasındaki bağlantı [70, 71 – 72]:

$$B(E2; L_i \rightarrow L_s) = \frac{1}{2L_i+1} |\langle L_s || \hat{T}^{(E2)} || L_i \rangle|^2 (eb)^2 \quad (3.4)$$

şeklindedir. Burada  $L_i$  ilk düzeyleri,  $L_s$  ise son düzeyleri belirtmektedir.

Uygun parametrelerin seçilmesi ile düzeyler arasında meydana gelen B(E2) geçiş olasılıklarının hesaplamaları Denklem (3.4) kullanılarak her bir çekirdek için

yapılmıştır ve aşağıdaki tablolarda verilmiştir. Deneysel değerler ile yapılan hesaplamaları kıyaslayabilmek için deneysel verilerde  $5.9435 \times 10^{-6} \times (A)^{4/3} \times Wu$  birim dönüşümü yapılarak  $e^2b^2$ 'ye dönüştürülmüştür.

$^{80}\text{Zr}$  çekirdeğinin deneysel B(E2) geçiş değerleri olmadığı için bu çekirdeğin B(E2) geçiş olasılıklarını değerlendirememiştir. Deneysel değerleri olmasa da bunları IBM-1 ile tahmin etmek mümkündür.

Yapılan çalışma da en az parametre kullanılarak en uygun değerlere ulaşmak hedeflendiği için B(E2) geçişlerinde B(E2:  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ ) geçişi temel alınmıştır.

**Çizelge.3.2.**  $^{82}\text{Zr}$  çekirdeğinin B(E2) geçiş değerleri (deneysel geçiş değerleri [69])

B(E2)	DENEYSEL (W.u.)	DENEYSEL $\times 10^{-2}$ ( $e^2b^2$ )	HESAP-1 $\times 10^{-2}$ ( $e^2b^2$ )	HESAP-2 $\times 10^{-2}$ ( $e^2b^2$ )
$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	110 (5)	22,23 (1,05)	22,16	22,07
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	79 (17)	20,32 (3,59)	37,86	39,24
$6_1^+ \rightarrow 4_1^+$	120 (5)	26,46 (1,05)	48,03	51,50
$8_1^+ \rightarrow 6_1^+$	110 (3)	23,92 (0,63)	53,27	58,86
$10_1^+ \rightarrow 8_1^+$	91 (23)	24,14 (4,86)	54,04	61,31

Çizelge 3.2 incelendiğinde,  $^{82}\text{Zr}$  çekirdeğinin deneysel verileri ile üretilen parametreler kullanılarak elde edilen hesap-1 ve hesap-2 değerleri kıyaslanmıştır ve B(E2:  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ ) geçiş değerlerinin uyumlu olduğu gözlenmiştir.

**Çizelge.3.3.**  $^{84}\text{Zr}$  çekirdeğinin B(E2) geçiş değerleri (deneysel geçiş değerleri [69])

B(E2)	DENEYSEL (W.u.)	DENEYSEL $\times 10^{-2}$ ( $e^2b^2$ )	HESAP-1 $\times 10^{-2}$ ( $e^2b^2$ )	HESAP-2 $\times 10^{-2}$ ( $e^2b^2$ )
$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	40 (2)	8,74 (0,44)	8,08	8,49
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	47 (7)	10,27 (1,53)	14,38	14,85
$6_1^+ \rightarrow 4_1^+$	28 (5)	6,12 (1,09)	18,85	19,10
$8_1^+ \rightarrow 6_1^+$	85 (16)	18,58 (3,49)	21,41	21,22
$10_1^+ \rightarrow 8_1^+$	80 (7)	17,49 (1,53)	21,96	21,22

Çizelge 3.3 incelendiğinde,  $^{84}\text{Zr}$  çekirdeğinin deneysel verileri ile üretilen parametreler kullanılarak elde edilen hesap-1 ve hesap-2 değerleri kıyaslanmıştır ve B(E2:  $6_1^+ \rightarrow 4_1^+$ ) geçiş değeri hariç genel olarak uyumlu olduğu gözlenmiştir.

**Çizelge.3.4.**  $^{86}\text{Zr}$  çekirdeğinin B(E2) geçiş değerleri (deneysel geçiş değerleri [69])

B(E2)	DENEYSEL (W.u.)	DENEYSEL $\times 10^{-2}$ ( $e^2b^2$ )	HESAP-1 $\times 10^{-2}$ ( $e^2b^2$ )	HESAP-2 $\times 10^{-2}$ ( $e^2b^2$ )
$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	13,5 $\begin{pmatrix} +32 \\ -22 \end{pmatrix}$	3,04 $\begin{pmatrix} +7,21 \\ -4,96 \end{pmatrix}$	3,01	3,05
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	7 $\begin{pmatrix} +6 \\ -2 \end{pmatrix}$	1,58 $\begin{pmatrix} +1,35 \\ -0,45 \end{pmatrix}$	5,06	5,23
$6_1^+ \rightarrow 4_1^+$	2,9 $\begin{pmatrix} +19 \\ -8 \end{pmatrix}$	4,94 $\begin{pmatrix} +4,29 \\ -1,80 \end{pmatrix}$	6,12	6,53
$8_1^+ \rightarrow 6_1^+$	5,6 $\begin{pmatrix} +8 \\ -6 \end{pmatrix}$	1,26 $\begin{pmatrix} +1,80 \\ -1,35 \end{pmatrix}$	5,97	6,97
$10_1^+ \rightarrow 8_1^+$	10,4 $\begin{pmatrix} +25 \\ -17 \end{pmatrix}$	2,35 $\begin{pmatrix} +5,64 \\ -3,84 \end{pmatrix}$	5,75	0
$8_2^+ \rightarrow 6_1^+$	2,2 $\begin{pmatrix} +8 \\ -6 \end{pmatrix}$	0,49 $\begin{pmatrix} +1,80 \\ -1,35 \end{pmatrix}$	0	0
$8_2^+ \rightarrow 8_1^+$	$<3,1 \times 10^2$	$<0,6994$	1,38	0
$10_2^+ \rightarrow 8_1^+$	0,18 $\begin{pmatrix} +9 \\ -4 \end{pmatrix}$	$4,06 \times 10^{-4}$ $\begin{pmatrix} +2,03 \\ -0,01 \end{pmatrix}$	0	6,53
$10_2^+ \rightarrow 8_2^+$	4,5 $\begin{pmatrix} +23 \\ -11 \end{pmatrix}$	1,06 $\begin{pmatrix} +5,19 \\ -2,48 \end{pmatrix}$	0	0

Çizelge 3.4 incelendiğinde,  $^{86}\text{Zr}$  çekirdeğinin deneysel verileri ile üretilen parametreler kullanılarak elde edilen hesap-1 ve hesap-2 değerleri kıyaslanmıştır ve B(E2:  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ ) geçiş değerinin uyumlu olduğu gözlenmiştir.

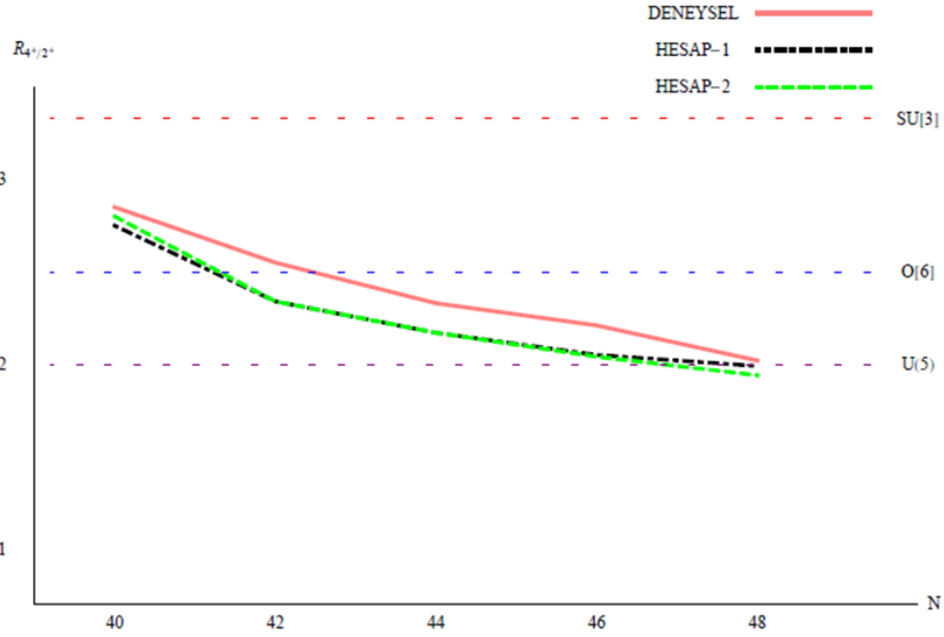
**Çizelge.3.5.**  $^{88}\text{Zr}$  çekirdeğinin B(E2) geçiş değerleri (deneysel geçiş değerleri [69])

B(E2)	DENEYSEL (W.u.)	DENEYSEL $\times 10^{-2}$ ( $e^2b^2$ )	HESAP-1 $\times 10^{-2}$ ( $e^2b^2$ )	HESAP-2 $\times 10^{-2}$ ( $e^2b^2$ )
$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	7,4 (9)	1,72 (2,09)	1,71	1,64
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	10,8 (10)	2,51 (2,32)	2,77	2,56
$8_1^+ \rightarrow 6_1^+$	1,75 (4)	0,41 (0,93)	3,12	3,00
$2_2^+ \rightarrow 0_1^+$	0,75 (7)	0,17 (1,62)	0	0,56
$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	6,5 (20)	1,51 (4,65)	2,77	2,56
$8_2^+ \rightarrow 8_1^+$	0,8 (8)	0,19 (1,86)	0	0,14

Çizelge 3.5 incelendiğinde,  $^{88}\text{Zr}$  çekirdeğinin deneysel verileri ile üretilen parametreler kullanılarak elde edilen hesap-1 ve hesap-2 değerleri kıyaslanmıştır ve  $B(E2: 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$  ve  $B(E2: 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$  geçiş değerlerinin uyumlu olduğu görülmüştür.

## 4.SONUÇ

A~80 deforme bölgesinde bulunan  $Z=40$  izotop serisinden çift-çift  $^{80}\text{Zr}$ ,  $^{82}\text{Zr}$ ,  $^{84}\text{Zr}$ ,  $^{86}\text{Zr}$ ,  $^{88}\text{Zr}$  çekirdekleri etkileşen bozon modeli-1 çerçevesinde ayrıntılı olarak incelenmiştir.



**Şekil.4.1.** İncelenen çift-çift çekirdeklerin temel bantlarının deneysel [69] ile hesap-1 ve hesap-2' nin  $E_{4_1^+}/E_{2_1^+}$  oranlarının nötron sayısına göre grafiği

**Çizelge.4.1.** Dinamik simetri değerleri [67]

	U(5)	O(6)	SU(3)
$E_{4_1^+}/E_{2_1^+}$	2	2.5	3.33

Şekil 4.1 incelendiğinde SU(3) yapısından U(5) yapısına doğru bir geçiş olduğu görülmektedir. Çizelge 4.1'den de görüldüğü üzere  $^{80}\text{Zr}$  çekirdeğinin  $\gamma_-$  kararsız ve prolate, oblate şekilleri arasında bir şekle sahip olduğu,  $^{82}\text{Zr}$  çekirdeğinin  $\gamma$  kararsız,  $^{84}\text{Zr}$  çekirdeğinin  $\gamma$  kararsız ve küresel arasında bir şekle sahip olduğu,  $^{86}\text{Zr}$  çekirdeğinin küresel şekle yakın olduğu,  $^{88}\text{Zr}$  çekirdeğinin küresel olduğu tespit

edilmiştir. Her bir çekirdek için ayrı ayrı uygun hamiltonyen oluşturulmuştur. Deneysel verilerden yola çıkarak hamiltonyen parametreleri oluşturulmuş ve yapılan işlemler sonucunda elde edilen değerler kullanılarak enerji düzeyleri hesaplanmış olup, enerji spektrumları oluşturulmuştur. Deneysel verilerde henüz olmayan seviyeler yapılan hesaplar ile tahmin edilerek çizilmiştir. Deneysel veriler ile yapılan hesapların uyumu sağlanmıştır. İncelenen çekirdeklerin enerji düzeyleri hesaplandıktan sonra, düzeyler arasında meydana gelen elektromanyetik geçişleri yani B(E2) değerleri hesaplanmıştır. Hamiltonyen de olduğu gibi deneysel verilerden yola çıkarak B(E2) geçişlerinin hesaplanması için gerekli parametreler elde edilmiştir.

Ayrıca incelenen çift-çift Zr izotoplarında bakıldığında, gamma-bantlarında  $2^+$ ,  $(3^+$ ,  $4^+)$ ,  $(5^+$ ,  $6^+)$ ,  $(7^+$ ,  $8^+)$ , ... şeklinde çiftlenim olduğu görülmektedir. Bundan yola çıkarak bu izotopların gamma-soft şeklinde davranabileceğini söylemek mümkündür. Bu çekirdeklerin gamma bandlarının davranışlarını incelemek için daha ayrıntılı çalışma yapılmalıdır. Bunun için model Hamiltonyenine kübik terim eklemek gerekmektedir. Böylece bu izotopların triaksial şekilde olabileceği ve daha ilginç sonuçları ortaya çıkması kuvvetle muhtemeldir.



## KAYNAKLAR

- [1] R., A.N., Weber, K.K., Biomaterials, Zirconia. <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/29630196> (Erişim tarihi: 05.11.2019)
- [2] Krane, K.S., Nükleer fizik 1. cilt. 2-3. Ed: B. şarer. Palme Yayıncılık, Ankara, 2011.
- [3] Heyde, K., Basic ideas and concepts in nuclear physics- An introductory approach. Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 2004.
- [4] Ring, P., Shuck, P., The nuclear many- body problem. Springer- verlag, New York, 1980.
- [5] Carlsson, B. G., Toivanen, J., Pastore, A., Collective vibrational states with fast iterative QRPA method. Phys. Rev. C 86, 2012.
- [6] Walecka, J. D., A Theory of highly condensed matter. Annals of Physics. 83, 491- 529, 1974.
- [7] Serot, B. D., Walecka, J. D., The relativistic nuclear many-body problem. Advances in Nuclear Physics. 16, 1- 320, 1986.
- [8] Bayram, T., Relativistik Ortalama Alan Modelinde ekirdek Taban Durum zellikleri. Doktora Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon, 2012.
- [9] Iachello, F., Arima, A., Boson symmetries in vibrational nuclei. Physics Letters B. 53(4), 309- 312, 1974.
- [10] Arima, A., Iachello, F., Collective nuclear states as representations of a SU(6) group. Phys. Rev. Lett. 35, 1069, 1975.
- [11] Arima, A., Iachello, F., Interacting boson model of collective states I. the vibrational limit. Ann. Phys. (N. Y) 99, 253, 1976.
- [12] Arima, A., Iachello, F., Interacting boson model of collective nuclear states IV. the O(6) limit. Ann. Phys (N. Y) 123, 468, 1979.

- [13] Casten, R. F., Warner, D. D., The interacting boson approximation. *Rev. Mod. Phys.* 60, 389, 1988.
- [14] Cejnar, P., Jolie, J., Quantum phase transitions in the interacting boson model. *Progress in Particle and Nuclear Physics.* 62, 210- 256, 2009.
- [15] Elliott, J. P., Collective motion in the nuclear shell model. *Proc. R. Soc. London, Ser A* 245, 128- 562, 1958.
- [16] Büyükata, M.,  $150 \leq A \leq 190$  Deforme Bölgesinde Bazı Çift- Tek Çekirdeklerin Uyarılmış Düzeylerinin Yapısının Ve Geçişlerinin Kutupsallıklarının İncelenmesi. Doktora Tezi. Kırıkkale Üniversitesi, Kırıkkale, 2010.
- [17] Iachello, F., Van Isacker, P., The interacting bosonfermion model. Cambridge University Press, Cambridge, 1991.
- [18] Arima, A., Iachello, F., Two - nucleon transfer reactions in the SU(6) boson model. *Phys. Rev. C* 16,2085, 1977.
- [19] Arima, A., Iachello, F., New symmetry in the sd boson model of nuclei: the group O(6). *Phys. Rev. Lett.* 40, 358, 1978.
- [20] Iachello, F., Scholten, O., Interacting boson-fermion model of collective states in odd-A nuclei. *Phys. Rev. Lett.* 40, 679, 1979.
- [21] Dieperink, A. E. L., Scholten, O., Classical limit of the interacting-boson model, *Phys. Rev. Lett.* 44, 1747, 1980.
- [22] Warner, D. D., Description of M1 transitions in deformed even- even nuclei with the interacting boson approximation. *Phys. Rev. Lett.* 47, 1819, 1981.
- [23] Bijker, R., Dieperink, A. E. L., Properties of the intrinsic matrix elements of the interacting-boson-approximation E2 operator in the rotational limit. *Phys. Rev. C* 26, 2688, 1982.
- [24] Warner, D. D., Casten, R. F., Reply to "Properties of the intrinsic matrix elements of the interacting-boson-approximation E2 operator in the rotational limit". *Phys. Rev.C* 26, 2690, 1982.

- [25] Scholten, O., Microscopic calculations for the interacting boson model. *Phys. Rev. C* 28, 1783, 1983.
- [26] Heyde, K., Van Isacker, P., Waroquier, M., Moreau, J., Triaxial shapes in the interacting boson model. *Phys. Rev. C* 29, 1420, 1984.
- [27] Elliott, J. P., The interacting boson model of nuclear structure. *Rep. Prog. Phys.* 48, 171- 221, 1985.
- [28] Elliott, J. P., Evans, J. A., Van Isacker, P., Definition of the shape parameter  $\gamma$  in the interacting-boson model. *Phys. Rev. Lett.* 57, 1124, 1986.
- [29] Iachello, F., Talmi, I., Shell-model foundations of the interacting boson model. *Phys. Rev. Mod.* 59, 339, 1987.
- [30] Iachello, F., Zamfir, N. V., Casten, R. F., Phase coexistence in transitional nuclei and the interacting-boson model. *Phys. Rev. Lett.* 81, 1191, 1998.
- [31] Van Isacker, P., Dynamical symmetries in the structure of nuclei. *Prog. Phys.* 62, 1661, 1999.
- [32] Yazar, H. R., Uluer, İ., A correspondence between IBA-I and IBA-II model and electromagnetic transitions of some Erbium isotopes. *Mathematical and Computational Applications* 12, 69- 76, 2007.
- [33] Lalkovski, S., Van Isacker, P., IBM-1 calculations towards the neutron-rich nucleus  $^{106}\text{Zr}$ . *Phys. Rev. C* 79, 044307, 2009.
- [34] Cejnar, P., Jolie, J., Casten, R. F., Quantum phase transitions in the shapes of atomic nuclei. *Rev. Mod. Phys.* 82, 2155, 2010.
- [35] Türkan, N., Maraş, İ., E(5) behaviour of the Ge isotopes. *Mathematical and Computational Applications* 15, 428- 438, 2010.
- [36] Dong, H. F., Cao, W. C., Zhang, H. R., Spectra and electromagnetic transitions of  $^{98-104}\text{Zr}$  in the interacting boson model. *Chinese Physics C* 37, 074102, 2013.

- [37] Nomura, K., Rodriguez- Guzman, R., Robledo, L. M., Structural evolution in  $A \approx 100$  nuclei within the mapped interacting boson model based on the Gogny energy density functional. *Phys. Rev. C* 94, 044314, 2016.
- [38] Bai, H. B., Li, X. W., Lü, L. J., Dong, H. F., Wang, Y., Zhang, J. F., Spectra and electromagnetic transitions of  $^{72-84}\text{Kr}$  in the interacting boson model-1. *Chinese Physics C* 40, 074103, 2016.
- [39] Talmi, I., Simple models of complex nuclei: the Shell model and interacting boson model. Harwood Academic Publishers, Churc, 1993.
- [40] Iachello, F., Interacting bosons in nuclear physics. Ed: F. Iachello, New York, 1979.
- [41] Scholten, O., Ph. D thesis. Kernfisisch Versneller Instituut, Groningen, 1980.
- [42] Lipas, P. O., International review of nuclear physics. Vol. 2. Edited by T. Engeland, J. Rekstad and J. S. Vaagen, Singapore, 1984.
- [43] de Shalit, A., Feshbach, H., Theoretical nuclear physics, New York, 1974.
- [44] Arima, A., Iachello, F., Interacting boson model of collective nuclear states II. the rational limit. *Ann. Phys. (N.Y)* 111, 201, 1978.
- [45] Scharff- Goldhaber, G., Wesener, J., System of even- even nuclei. *Phys. Rev.* 98, 212, 1955.
- [46] Bohr, A., Mottelson, B. R., K. Danske Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Medd. 27, No. 16, 1953.
- [47] Wilets, L., Jean, M., Surface oscillations in even- even nuclei. *Phys. Rev. C*.102, 788, 1956.
- [48] Scholten, O., The program package PHINT. Internal Report KVI-63. Kernfysisch Versneller Instituut, Groningen, The Netherlands, 1979.
- [49] Scholten, O., Iachello, F., Arima, A., Interacting boson model of collective nuclear states III. the transition from SU(5) to SU(3). *Ann. Phys. (N.Y)* 115, 325, 1978.

- [50] Wood, L., Morrison, I., g-factor variations in the interacting boson model. J. Phys. G11, L201, 1985.
- [51] Iachello, F., Lie algebras and applications- Lecture notes in physics. Springer, 2006.
- [52] Vergados, J. D.,  $SU(3) \supset R(3)$  wigner coefficients in the 2s- 1d shell. Nucl. Phys. A 111, 681, 1968.
- [53] Elliott, J. P., Collective motion in the nuclear shell model. I. Classification schemes for states of mixed configurations. Proc. R. Soc. London. Ser. A 245, 128, 1958.
- [54] Elliott, J. P., Collective motion in the nuclear shell model. II. The introduction of intrinsic wave- functions. Proc. R. Soc. London. Ser. A 245, 562, 1958.
- [55] Elliott, J. P., Harvey, M., Collective motion in the nuclear shell model. III. The calculation of spectra. Proc. R. Soc. London. Ser. 272, 557, 1963.
- [56] Casten, R. F., Warner, D. D., in Progress in particle and nuclear physics. Vol. 9. Collective bands in nuclei. Ed: D. Wilkinson, Pergamon, Oxford, p. 311, 1983.
- [57] Greenwood, R. C., et. al., Collective and two- quasiparticle states in  $^{158}\text{Gd}$  observed through study of radiative neutron capture in  $^{157}\text{Gd}$ . Nucl. Phys. A 304, 327, 1978.
- [58] Davidson, W. F., et. al., Identification of all intrinsic excitations below 2 MeV in  $^{168}\text{Er}$ . J. Phys. G 7, 455, 1981.
- [59] Davidson, W. F., et. al., Identification of all intrinsic excitations below 2 MeV in  $^{168}\text{Er}$ . J. Phys. G 7, 843, 1981.
- [60] McGowan, F. K., Interacting boson approximation model analysis of E2 transition probabilities for transitions in 166- 170Er. Phys. Rev. C 24, 1803, 1981.
- [61] Gelletly, W., et. al., The  $^{173}\text{Yb}(n,\gamma)^{174}\text{Yb}$  reaction and the level scheme of  $^{174}\text{Yb}$ . J. Phys. G 11, 1055, 1985.

- [62] Haque, A. M. I., et. al., A study of the low-lying states in  $^{178}\text{Hf}$  through the  $(n, \gamma)$  reaction. Nucl. Phys. A 455, 231, 1986.
- [63] Grosse, E., et. al., Collective rotation of  $^{238}\text{U}$  high spins. Phys. Scr. 24, 337, 1981.
- [64] Emling, H., Electromagnetic properties of high- spin nuclear levels. Ed: Gvirol Goldring and Michael Haas. Annals of the Israel Physical Society, Vol. 7, Hilger, Bristol, 1984.
- [65] Kaup, U., Gelberg, A., Description of even- even Krypton isotopes by the interacting boson approximation. Z. Phys. A 293, 311, 1979.
- [66] Hanewinkel, H., et. al., Prealignment B(E2)- anomaly in  $^{124}\text{Xe}$ . Phys. Lett. B 133, 9, 1983.
- [67] Casten, R. F., Shape phase transitions and critical- point phenomena in atomic nuclei. Nature Physc. 2, 811- 820, 2006.
- [68] Hinkle, D. E., Wiersma, W., Jurs, S. G., Applied Statistics for the Behavioral Sciences, Houghton Mifflin, London, 2003.
- [69] Anonim, Nuclear Data Center, <https://www.nndc.bnl.gov> (Erişim tarihi: 08.08.2018)
- [70] Iachello, F., Arima, A., The Interacting Boson Model, Cambridge University Press, 1987.
- [71] Al-Maqtary, K. A., Al-Zuhairy, M. H., Al-Sharaby, M.N. ve Shamlan, N.A., IBM-1 calculations of low-lying excited levels and electric transition probabilities B(E2) on the even-even  $^{174-180}\text{Hf}$  isotopes". Jordan Journal of Physics. 4 (1), 51- 58, 2011.
- [72] Al-Maqtary, K. A., IBM-1 calculations of energy levels and electric transition probabilities B(E2) in  $^{158-160}\text{Gd}$  isotopes". Jordan Journal of Physics. 6 (2), 95- 102, 2013.

## EKLER: Bilgisayar Çıktı Dosyaları

### <sup>80</sup>Zr Çekirdeği

```
&IOFILES
OUTPUT = zr80E.out
PHWAVE = zr80.WAV
TAPE3 = ../TAPE3.CFP
/
PHINT, run on 5/ 7/2018 , started at 21:41:49.122 -----
1 PROGRAM PHINT
  VERSION JANUARY 1982
  ***** INPUT CARD IMAGES *****
  zr80
  $INPT EPS=0.1391,PAIR=0.0,OCT=-0.00334,ELL=0.06,QQ=0.0,
  HEX=0.0,CHQ=0.0, MULT=.T.,NPHMAX=10,NPHMSU=10 $
  PLAT 55 55
  *****
  RUN ON =05-JUL-18 , STARTED AT =21:41:49
  ARRAY SPACE IN USE = 34567
zr80
SD EQUALS SF
TOTAL NUMBER OF BOSONS = 10
TRUNCATION AT ND = 10

MULTIPOLE EXPANTION :
EPS= 0.1391 , PAIR= 0.0000 , ELL= 0.0600
QQ = 0.0000 , OCT =-0.0033 , HEX= 0.0000
CHQ= 0.0000

CH1 = 0.00000 , CH2 = 0.00000 , EPSD = 0.00000 , FELL = 0.00000 , FQQ = 0.00000 , FEX = 0.00000
      RKAP3 = 0.00000 , CHO = 0.00000 , CHON= 0.00000 , CHOP= 0.00000

2+ ENERGY 3- ENERGY I 2+_2+ INTER. I 2+_3- INTER. ONE PHONON TWO PHONON F3 (S+F+DF)
  0.29572 0.00000 0 -0.31324 1 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
      2 -0.20672 2 0.00000
      4 0.23666 3 0.00000
      4 0.00000
      5 0.00000

ENERGIES , L= 0+
  0.0000 0.2670 0.2782 0.3501 0.3837 0.5452 0.5564 0.6619 0.8234 0.8346 0.9401 1.1016 1.1128 1.3910

NO STATE WITH L= 1 AND PARITY +

ENERGIES , L= 2+
  0.2957 0.3847 0.4955 0.5126 0.5515 0.5680 0.5739 0.5792 0.6629 0.7908 0.8297 0.8462 0.8521 0.8574 0.9411

ENERGIES , L= 3+
  0.6470 0.7301 0.7637 0.9252 1.0419 1.2034 1.3201 1.4816

ENERGIES , L= 4+
  0.8281 0.9004 0.9389 0.9560 0.9835 0.9949 1.0114 1.0171 1.0226 1.1063 1.1786 1.2342 1.2731 1.2896 1.2953

ENERGIES , L= 5+
  1.2556 1.2727 1.3116 1.3281 1.3393 1.5509 1.5898 1.6063 1.6175 1.8291 1.8680 2.1073

ENERGIES , L= 6+
  1.5971 1.6356 1.6527 1.6802 1.6802 1.6916 1.7081 1.7138 1.7138 1.7193 1.8753 1.9309 1.9698 1.9863 1.9920

ENERGIES , L= 7+
  2.0790 2.1236 2.1350 2.1515 2.1572 2.1627 2.4132 2.4297 2.4354 2.4409 2.6914 2.7136

ENERGIES , L= 8+
  2.5857 2.5857 2.6028 2.6303 2.6417 2.6582 2.6582 2.6639 2.6694 2.6694 2.8810 2.9199 2.9364 2.9364 2.9421

ENERGIES , L= 9+
  3.1558 3.2004 3.2004 3.2283 3.2340 3.2395 3.5065 3.5122 3.5177 3.7904

ENERGIES , L=10+
  3.7892 3.7892 3.8338 3.8338 3.8452 3.8617 3.8617 3.8674 3.8729 4.1234 4.1399 4.1399 4.1456 4.1511 4.4016
```

&IOFILES

OUTPUT = Zr80B.out  
PHWAVE = Zr80.WAV  
TAPE3 = ../TAPE3.CFP  
/

FBEM, run on 5/7/2018, started at 21:41:49.184 -----

1 PROGRAM FBEM  
VERSION FEBRUARY 1987  
\*\*\*\*\* INPUT CARD IMAGES \*\*\*\*\*

Zr 80  
\$INPT E2SD=0.258, E2DD=-1.0, E1QE3=0, E1DF=0. \$  
SLCT 2 2+ 0+  
ONLY 1 1- 0+

\$ RUN THEOIBAP:FBEM

TEST CASE  
\$INPT E2SD=0.258 \$  
SLCT 2 2+ 0+  
!\$ DEASSIGN PHWAVE

\*\*\*\*\*  
RUN ON =05-JUL-18, STARTED AT =21:41:49

zr80

SD EQUALS SF  
TOTAL NUMBER OF BOSONS = 10  
TRUNCATION AT ND = 10

MULTIPOLE EXPANTION :

EPS= 0.1391, PAIR= 0.0000, ELL= 0.0600  
QQ = 0.0000, OCT = -0.0033, HEX= 0.0000  
CHQ= 0.0000

CH1 = 0.00000, CH2 = 0.00000, EPSD = 0.00000, FELL = 0.00000, FQQ = 0.00000, FEX = 0.00000  
RKAP3 = 0.00000, CHO = 0.00000, CHON= 0.00000, CHOP= 0.00000

2+ ENERGY 3- ENERGY I 2+\_2+ INTER. I 2+\_3- INTER. ONE PHONON TWO PHONON F3 (S+F+DF)

0.29572 0.00000 0 -0.31324 1 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000  
2 -0.20672 2 0.00000  
4 0.23666 3 0.00000  
4 0.00000  
5 0.00000

TRANSITION RATES

E2SD = 0.2580 E2DD = -1.0000 TRNSV = 1.000 M3DD = 1.0000 E4DD = 1.0000  
M1 = 1.0000 M1N = 0.0000 M1ND = 0.0000 M1E2 = 0.0000 E0 = 1.0000  
E1DF = 0.0000 E1SD = 0.0000 E1DD = 0.0000 E1D4F = 0.0000 E1QE3 = 0.0000  
M2DF = 1.0000 M2SD = 0.0000 M2DD = 0.0000  
E3 = 1.0000 E3DF = 1.0000 E3SD = 0.0000 E3DD = 0.0000  
M4DF = 1.0000 M4SD = 0.0000 M4DD = 0.0000  
E5DF = 1.0000 E5SD = 0.0000 E5DD = 0.0000

2+(1)=> 0+(1)BE2= 0.6656 /; 2+(1)=> 0+(2)BE2= 0.0000 /; 2+(1)=> 0+(3)BE2= 0.2396 /;  
2+(2)=> 0+(1)BE2= 0.0000 /; 2+(2)=> 0+(2)BE2= 0.3195 /; 2+(2)=> 0+(3)BE2= 0.1600 /;  
2+(3)=> 0+(1)BE2= 0.0000 /; 2+(3)=> 0+(2)BE2= 0.0000 /; 2+(3)=> 0+(3)BE2= 0.0000 /;  
2+(4)=> 0+(1)BE2= 0.0000 /; 2+(4)=> 0+(2)BE2= 0.6834 /; 2+(4)=> 0+(3)BE2= 0.0000 /;

4+(1)=> 2+(1)BE2= 1.1982 /; 4+(1)=> 2+(2)BE2= 0.0653 /; 4+(1)=> 2+(3)BE2= 0.0000 /;  
4+(2)=> 2+(1)BE2= 0.0000 /; 4+(2)=> 2+(2)BE2= 0.8368 /; 4+(2)=> 2+(3)BE2= 0.0000 /;  
4+(3)=> 2+(1)BE2= 0.0000 /; 4+(3)=> 2+(2)BE2= 0.0000 /; 4+(3)=> 2+(3)BE2= 0.0278 /;  
4+(4)=> 2+(1)BE2= 0.0000 /; 4+(4)=> 2+(2)BE2= 0.0000 /; 4+(4)=> 2+(3)BE2= 0.0000 /;

6+(1)=> 4+(1)BE2= 1.5975 /; 6+(1)=> 4+(2)BE2= 0.1247 /; 6+(1)=> 4+(3)BE2= 0.0000 /;  
6+(2)=> 4+(1)BE2= 0.0000 /; 6+(2)=> 4+(2)BE2= 0.0000 /; 6+(2)=> 4+(3)BE2= 0.0868 /;  
6+(3)=> 4+(1)BE2= 0.0000 /; 6+(3)=> 4+(2)BE2= 1.2708 /; 6+(3)=> 4+(3)BE2= 0.0000 /;  
6+(4)=> 4+(1)BE2= 0.0000 /; 6+(4)=> 4+(2)BE2= 0.0000 /; 6+(4)=> 4+(3)BE2= 0.0236 /;

8+(1)=> 6+(1)BE2= 0.0000 /; 8+(1)=> 6+(2)BE2= 0.0098 /; 8+(1)=> 6+(3)BE2= 0.0000 /;  
8+(2)=> 6+(1)BE2= 0.0000 /; 8+(2)=> 6+(2)BE2= 0.0098 /; 8+(2)=> 6+(3)BE2= 0.0000 /;  
8+(3)=> 6+(1)BE2= 1.8638 /; 8+(3)=> 6+(2)BE2= 0.0000 /; 8+(3)=> 6+(3)BE2= 0.1829 /;  
8+(4)=> 6+(1)BE2= 0.0000 /; 8+(4)=> 6+(2)BE2= 0.0628 /; 8+(4)=> 6+(3)BE2= 0.0000 /;

10+(1)=> 8+(1)BE2= 0.0008 /; 10+(1)=> 8+(2)BE2= 0.0008 /; 10+(1)=> 8+(3)BE2= 0.0000 /;  
10+(2)=> 8+(1)BE2= 0.0008 /; 10+(2)=> 8+(2)BE2= 0.0008 /; 10+(2)=> 8+(3)BE2= 0.0000 /;  
10+(3)=> 8+(1)BE2= 0.0241 /; 10+(3)=> 8+(2)BE2= 0.0241 /; 10+(3)=> 8+(3)BE2= 0.0000 /;  
10+(4)=> 8+(1)BE2= 0.0241 /; 10+(4)=> 8+(2)BE2= 0.0241 /; 10+(4)=> 8+(3)BE2= 0.0000 /;



## $^{82}\text{Zr}$ Çekirdeği

&IOFILES

OUTPUT = zr82E.out  
PHWAVE = zr82.WAV  
TAPE3 = ../TAPE3.CFP

/  
PHINT, run on 2/11/2019, started at 18:49:29.987 -----

1 PROGRAM PHINT

VERSION JANUARY 1982

\*\*\*\*\* INPUT CARD IMAGES \*\*\*\*\*

zr82

\$INPT EPS=0.3271,PAIR=0.0,OCT=0.00444,ELL=0.0394,QQ=0.0,

HEX=0.0,CHQ=0.0, MULT=.T.,NPHMAX=9,NPHMSU=9 \$

PLAT 55 55

\*\*\*\*\*

RUN ON =02-NOV-19, STARTED AT =18:49:29

ARRAY SPACE IN USE = 34567

zr82

SD EQUALS SF

TOTAL NUMBER OF BOSONS = 9

TRUNCATION AT ND = 9

MULTIPOLE EXPANTION :

EPS= 0.3271, PAIR= 0.0000, ELL= 0.0394

QQ = 0.0000, OCT = 0.0044, HEX= 0.0000

CHQ= 0.0000

CH1 = 0.00000, CH2 = 0.00000, EPSD = 0.00000, FELL = 0.00000, FQQ = 0.00000, FEX = 0.00000

RKAP3 = 0.00000, CHO = 0.00000, CHON= 0.00000, CHOP= 0.00000

2+ ENERGY 3- ENERGY I 2+ 2+ INTER. I 2+ 3- INTER. ONE PHONON TWO PHONON F3 (S+F+DF)

0.47638 0.00000 0 -0.29856 1 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000

2 -0.08268 2 0.00000

4 0.16204 3 0.00000

4 0.00000

5 0.00000

ENERGIES, L= 0+

0.0000 0.6542 1.1811 1.3084 1.8353 1.9626 2.4895 2.5620 2.6168 3.1437 3.2162 4.1427

NO STATE WITH L= 1 AND PARITY +

ENERGIES, L= 2+

0.4764 0.8701 1.1306 1.5243 1.7241 1.7848 2.1785 2.1844 2.3783 2.4390 2.8327 2.8386 3.0325 3.0932 3.1716

ENERGIES, L= 3+

1.3909 2.0451 2.6993 2.7718 3.3535 3.4260 4.3525

ENERGIES, L= 4+

1.1148 1.5307 1.7690 1.9688 2.1849 2.4232 2.4291 2.6230 2.8391 2.9116 3.0774 3.0833 3.2772 3.4163 3.4933

ENERGIES, L= 5+

2.1436 2.6039 2.7978 3.2581 3.4520 3.5911 3.9123 4.1180 4.2453

ENERGIES, L= 6+

1.9153 2.3534 2.5695 2.8137 3.0076 3.2237 3.2962 3.2962 3.4679 3.6618 3.8009 3.8779 3.9504 3.9504 4.1221

ENERGIES, L= 7+

3.0584 3.5409 3.7126 4.0456 4.1951 4.3668 4.5725 4.6998 5.1216

ENERGIES, L= 8+

2.8778 3.3381 3.5320 3.8206 3.9923 4.1862 4.3253 4.3253 4.4748 4.6465 4.8522 4.8522 4.9795 4.9795 5.4013

ENERGIES, L= 9+

4.1352 4.6399 4.7894 5.1668 5.2941 5.7159 5.7159

ENERGIES, L=10+

4.0023 4.4848 4.6565 4.9895 5.1390 5.3107 5.5164 5.5164 5.6437 6.0655 6.0655

&IOFILES

OUTPUT = Zr82B.out  
PHWAVE = Zr82.WAV  
TAPE3 = ../TAPE3.CFP  
/

FBEM, run on 2/11/2019 , started at 18:49:30. 3 -----

1 PROGRAM FBEM  
VERSION FEBRUARY 1987

\*\*\*\*\* INPUT CARD IMAGES \*\*\*\*\*

Zr 82  
\$INPT E2SD=0.141 , E2DD=0.01, E1QE3=0, E1DF=0. \$  
SLCT 2 2+ 0+  
ONLY 1 1- 0+

\$ RUN THEOIBAP:FBEM

TEST CASE  
\$INPT E2SD=0.250 \$  
SLCT 2 2+ 0+  
!\$ DEASSIGN PHWAVE

\*\*\*\*\*

RUN ON =02-NOV-19 , STARTED AT =18:49:30

zr82

SD EQUALS SF  
TOTAL NUMBER OF BOSONS = 9  
TRUNCATION AT ND = 9

MULTIPOLE EXPANTION :  
EPS= 0.3271 , PAIR= 0.0000 , ELL= 0.0394  
QQ = 0.0000 , OCT = 0.0044 , HEX= 0.0000  
CHQ= 0.0000

CH1 = 0.00000 , CH2 = 0.00000 , EPSD = 0.00000 , FELL = 0.00000 , FQQ = 0.00000 , FEX = 0.00000  
RKAP3 = 0.00000 , CHO = 0.00000 , CHON= 0.00000 , CHOP= 0.00000

2+ ENERGY	3- ENERGY	I 2+ 2+ INTER.	I 2+ 3- INTER.	ONE PHONON	TWO PHONON	F3 (S+F+DF)
0.47638	0.00000	0 -0.29856	1 0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		2 -0.08268	2 0.00000			
		4 0.16204	3 0.00000			
			4 0.00000			
			5 0.00000			

TRANSITION RATES

E2SD = 0.1410 E2DD = 0.0100 TRNSV = 1.000 M3DD = 1.0000 E4DD = 1.0000  
M1 = 1.0000 M1N = 0.0000 M1ND = 0.0000 M1E2 = 0.0000 E0 = 1.0000  
E1DF = 0.0000 E1SD = 0.0000 E1DD = 0.0000 E1D4F = 0.0000 E1QE3 = 0.0000  
M2DF = 1.0000 M2SD = 0.0000 M2DD = 0.0000  
E3 = 1.0000 E3DF = 1.0000 E3SD = 0.0000 E3DD = 0.0000  
M4DF = 1.0000 M4SD = 0.0000 M4DD = 0.0000  
E5DF = 1.0000 E5SD = 0.0000 E5DD = 0.0000

2+(1)=> 0+(1)BE2= 0.1789 /;/ 2+(1)=> 0+(2)BE2= 0.0636 /;/ 2+(1)=> 0+(3)BE2= 0.0000 /;/  
2+(2)=> 0+(1)BE2= 0.0000 /;/ 2+(2)=> 0+(2)BE2= 0.0000 /;/ 2+(2)=> 0+(3)BE2= 0.0835 /;/  
2+(3)=> 0+(1)BE2= 0.0000 /;/ 2+(3)=> 0+(2)BE2= 0.1948 /;/ 2+(3)=> 0+(3)BE2= 0.0000 /;/  
2+(4)=> 0+(1)BE2= 0.0000 /;/ 2+(4)=> 0+(2)BE2= 0.0000 /;/ 2+(4)=> 0+(3)BE2= 0.0159 /;/

4+(1)=> 2+(1)BE2= 0.3181 /;/ 4+(1)=> 2+(2)BE2= 0.0000 /;/ 4+(1)=> 2+(3)BE2= 0.0795 /;/  
4+(2)=> 2+(1)BE2= 0.0000 /;/ 4+(2)=> 2+(2)BE2= 0.2187 /;/ 4+(2)=> 2+(3)BE2= 0.0000 /;/  
4+(3)=> 2+(1)BE2= 0.0000 /;/ 4+(3)=> 2+(2)BE2= 0.0000 /;/ 4+(3)=> 2+(3)BE2= 0.3067 /;/  
4+(4)=> 2+(1)BE2= 0.0000 /;/ 4+(4)=> 2+(2)BE2= 0.0000 /;/ 4+(4)=> 2+(3)BE2= 0.0000 /;/

6+(1)=> 4+(1)BE2= 0.4175 /;/ 6+(1)=> 4+(2)BE2= 0.0000 /;/ 6+(1)=> 4+(3)BE2= 0.0795 /;/  
6+(2)=> 4+(1)BE2= 0.0000 /;/ 6+(2)=> 4+(2)BE2= 0.3253 /;/ 6+(2)=> 4+(3)BE2= 0.0000 /;/  
6+(3)=> 4+(1)BE2= 0.0000 /;/ 6+(3)=> 4+(2)BE2= 0.0000 /;/ 6+(3)=> 4+(3)BE2= 0.3645 /;/  
6+(4)=> 4+(1)BE2= 0.0000 /;/ 6+(4)=> 4+(2)BE2= 0.0000 /;/ 6+(4)=> 4+(3)BE2= 0.0000 /;/

8+(1)=> 6+(1)BE2= 0.4771 /;/ 8+(1)=> 6+(2)BE2= 0.0000 /;/ 8+(1)=> 6+(3)BE2= 0.0723 /;/  
8+(2)=> 6+(1)BE2= 0.0000 /;/ 8+(2)=> 6+(2)BE2= 0.3777 /;/ 8+(2)=> 6+(3)BE2= 0.0000 /;/  
8+(3)=> 6+(1)BE2= 0.0000 /;/ 8+(3)=> 6+(2)BE2= 0.0000 /;/ 8+(3)=> 6+(3)BE2= 0.3759 /;/  
8+(4)=> 6+(1)BE2= 0.0000 /;/ 8+(4)=> 6+(2)BE2= 0.0000 /;/ 8+(4)=> 6+(3)BE2= 0.0000 /;/

10+(1)=> 8+(1)BE2= 0.4970 /;/ 10+(1)=> 8+(2)BE2= 0.0000 /;/ 10+(1)=> 8+(3)BE2= 0.0612 /;/  
10+(2)=> 8+(1)BE2= 0.0000 /;/ 10+(2)=> 8+(2)BE2= 0.3851 /;/ 10+(2)=> 8+(3)BE2= 0.0000 /;/  
10+(3)=> 8+(1)BE2= 0.0000 /;/ 10+(3)=> 8+(2)BE2= 0.0000 /;/ 10+(3)=> 8+(3)BE2= 0.3441 /;/  
10+(4)=> 8+(1)BE2= 0.0000 /;/ 10+(4)=> 8+(2)BE2= 0.0000 /;/ 10+(4)=> 8+(3)BE2= 0.0000 /;/

## <sup>84</sup>Zr Çekirdeği

```
&IOFILES
OUTPUT = zr84E.out
PHWAVE = zr84.WAV
TAPE3 = ../TAPE3.CFP
/
PHINT, run on 2/11/2019 , started at 18:53:49.926 -----
1 PROGRAM PHINT
  VERSION JANUARY 1982
  ***** INPUT CARD IMAGES *****
  zr84
  $INPT EPS=0.5640,PAIR=0.0,OCT=-0.00502,ELL=0.0272,QQ=0.0,
  HEX=0.0,CHQ=0.0, MULT=.T.,NPHMSU=8,NPHMAX=8 $
  PLAT 55 55
  *****
  RUN ON =02-NOV-19 , STARTED AT =18:53:49
  ARRAY SPACE IN USE = 34567
zr84
SD EQUALS SF
TOTAL NUMBER OF BOSONS = 8
TRUNCATION AT ND = 8

MULTIPOLE EXPANTION :
EPS= 0.5640 , PAIR= 0.0000 , ELL= 0.0272
QQ = 0.0000 , OCT =-0.0050 , HEX= 0.0000
CHQ= 0.0000

CH1 = 0.00000 , CH2 = 0.00000 , EPSD = 0.00000 , FELL = 0.00000 , FQQ = 0.00000 , FEX = 0.00000
RKAP3 = 0.00000 , CHO = 0.00000 , CHON= 0.00000 , CHOP= 0.00000

2+ ENERGY 3- ENERGY I 2+_2+ INTER. I 2+_3- INTER. ONE PHONON TWO PHONON F3 (S+F+DF)
0.61046 0.00000 0 -0.09292 1 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
2 -0.12176 2 0.00000
4 0.10378 3 0.00000
4 0.00000
5 0.00000

ENERGIES , L= 0+
0.0000 1.1280 1.4661 2.2560 2.5941 2.7063 3.3840 3.7221 3.8343 4.5120

NO STATE WITH L= 1 AND PARITY +

ENERGIES , L= 2+
0.6105 1.0992 1.7385 2.0013 2.2272 2.4147 2.8665 3.1293 3.1662 3.3552 3.5043 3.5427 3.9945 4.2573 4.4832

ENERGIES , L= 3+
1.6594 2.7874 2.8996 3.9154 4.0276

ENERGIES , L= 4+
1.3247 1.7883 2.2268 2.4527 2.6402 2.9163 3.0285 3.3548 3.3917 3.5807 3.7298 3.7682 4.0443 4.1565 4.4828

ENERGIES , L= 5+
2.3879 2.8013 3.5159 3.5528 3.8909 3.9293 4.6439

ENERGIES , L= 6+
2.1427 2.5812 2.9946 3.2707 3.3829 3.3829 3.7092 3.7461 4.0842 4.1226 4.3987 4.5109 4.5109 4.8372

ENERGIES , L= 7+
3.2202 3.6085 3.9717 4.3098 4.3482 4.7365

ENERGIES , L= 8+
3.0645 3.4779 3.8662 4.1925 4.2294 4.2294 4.5675 4.5675 4.6059 4.9942 5.3205

ENERGIES , L= 9+
4.1562 4.5194 4.8575 5.2842

ENERGIES , L=10+
4.0901 4.4784 4.8416 5.1797 5.1797 5.2181 5.6064
```

&IOFILES

OUTPUT = Zr84B.out  
PHWAVE = Zr84.WAV  
TAPE3 = ../TAPE3.CFP  
/

FBEM, run on 2/11/2019 , started at 18:53:49.957 -----

1 PROGRAM FBEM  
VERSION FEBRUARY 1987

\*\*\*\*\* INPUT CARD IMAGES \*\*\*\*\*

Zr 84  
\$INPT E2SD=0.111 ,E2DD=0.01, E1QE3=0, E1DF=0. \$  
SLCT 2 2+ 0+  
ONLY 1 1- 0+

\$ RUN THEOIBAP:FBEM

TEST CASE  
\$INPT E2SD=0.140 \$  
SLCT 2 2+ 0+  
!\$ DEASSIGN PHWAVE

\*\*\*\*\*

RUN ON =02-NOV-19 , STARTED AT =18:53:49

zr84

SD EQUALS SF  
TOTAL NUMBER OF BOSONS = 8  
TRUNCATION AT ND = 8

MULTIPOLE EXPANTION :

EPS= 0.5640 , PAIR= 0.0000 , ELL= 0.0272  
QQ = 0.0000 , OCT =-0.0050 , HEX= 0.0000  
CHQ= 0.0000

CH1 = 0.00000 , CH2 = 0.00000 , EPSD = 0.00000 , FELL = 0.00000 , FQQ = 0.00000 , FEX = 0.00000  
RKAP3 = 0.00000 , CHO = 0.00000 , CHON= 0.00000 , CHOP= 0.00000

2+ ENERGY	3- ENERGY	I 2+ 2+ INTER.	I 2+ 3- INTER.	ONE PHONON	TWO PHONON	F3 (S+F+DF)
0.61046	0.00000	0 -0.09292	1 0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		2 -0.12176	2 0.00000			
		4 0.10378	3 0.00000			
			4 0.00000			
			5 0.00000			

TRANSITION RATES

E2SD = 0.1110 E2DD = 0.0100 TRNSV = 1.000 M3DD = 1.0000 E4DD = 1.0000  
M1 = 1.0000 M1N = 0.0000 M1ND = 0.0000 M1E2 = 0.0000 E0 = 1.0000  
E1DF = 0.0000 E1SD = 0.0000 E1DD = 0.0000 E1D4F = 0.0000 E1QE3 = 0.0000  
M2DF = 1.0000 M2SD = 0.0000 M2DD = 0.0000  
E3 = 1.0000 E3DF = 1.0000 E3SD = 0.0000 E3DD = 0.0000  
M4DF = 1.0000 M4SD = 0.0000 M4DD = 0.0000  
E5DF = 1.0000 E5SD = 0.0000 E5DD = 0.0000

2+(1)=> 0+(1)BE2= 0.0986 /:/ 2+(1)=> 0+(2)BE2= 0.0345 /:/ 2+(1)=> 0+(3)BE2= 0.0000 /:/  
2+(2)=> 0+(1)BE2= 0.0000 /:/ 2+(2)=> 0+(2)BE2= 0.0000 /:/ 2+(2)=> 0+(3)BE2= 0.0444 /:/  
2+(3)=> 0+(1)BE2= 0.0000 /:/ 2+(3)=> 0+(2)BE2= 0.1035 /:/ 2+(3)=> 0+(3)BE2= 0.0000 /:/  
2+(4)=> 0+(1)BE2= 0.0000 /:/ 2+(4)=> 0+(2)BE2= 0.0000 /:/ 2+(4)=> 0+(3)BE2= 0.0904 /:/

4+(1)=> 2+(1)BE2= 0.1725 /:/ 4+(1)=> 2+(2)BE2= 0.0000 /:/ 4+(1)=> 2+(3)BE2= 0.0422 /:/  
4+(2)=> 2+(1)BE2= 0.0000 /:/ 4+(2)=> 2+(2)BE2= 0.1162 /:/ 4+(2)=> 2+(3)BE2= 0.0000 /:/  
4+(3)=> 2+(1)BE2= 0.0000 /:/ 4+(3)=> 2+(2)BE2= 0.0000 /:/ 4+(3)=> 2+(3)BE2= 0.0000 /:/  
4+(4)=> 2+(1)BE2= 0.0000 /:/ 4+(4)=> 2+(2)BE2= 0.0000 /:/ 4+(4)=> 2+(3)BE2= 0.1584 /:/

6+(1)=> 4+(1)BE2= 0.2218 /:/ 6+(1)=> 4+(2)BE2= 0.0000 /:/ 6+(1)=> 4+(3)BE2= 0.0018 /:/  
6+(2)=> 4+(1)BE2= 0.0000 /:/ 6+(2)=> 4+(2)BE2= 0.1680 /:/ 6+(2)=> 4+(3)BE2= 0.0000 /:/  
6+(3)=> 4+(1)BE2= 0.0000 /:/ 6+(3)=> 4+(2)BE2= 0.0000 /:/ 6+(3)=> 4+(3)BE2= 0.1007 /:/  
6+(4)=> 4+(1)BE2= 0.0000 /:/ 6+(4)=> 4+(2)BE2= 0.0000 /:/ 6+(4)=> 4+(3)BE2= 0.0003 /:/

8+(1)=> 6+(1)BE2= 0.2464 /:/ 8+(1)=> 6+(2)BE2= 0.0000 /:/ 8+(1)=> 6+(3)BE2= 0.0019 /:/  
8+(2)=> 6+(1)BE2= 0.0000 /:/ 8+(2)=> 6+(2)BE2= 0.1873 /:/ 8+(2)=> 6+(3)BE2= 0.0000 /:/  
8+(3)=> 6+(1)BE2= 0.0000 /:/ 8+(3)=> 6+(2)BE2= 0.0000 /:/ 8+(3)=> 6+(3)BE2= 0.1258 /:/  
8+(4)=> 6+(1)BE2= 0.0000 /:/ 8+(4)=> 6+(2)BE2= 0.0000 /:/ 8+(4)=> 6+(3)BE2= 0.0002 /:/

10+(1)=> 8+(1)BE2= 0.2464 /:/ 10+(1)=> 8+(2)BE2= 0.0000 /:/ 10+(1)=> 8+(3)BE2= 0.0015 /:/  
10+(2)=> 8+(1)BE2= 0.0000 /:/ 10+(2)=> 8+(2)BE2= 0.1790 /:/ 10+(2)=> 8+(3)BE2= 0.0000 /:/  
10+(3)=> 8+(1)BE2= 0.0000 /:/ 10+(3)=> 8+(2)BE2= 0.0000 /:/ 10+(3)=> 8+(3)BE2= 0.1128 /:/  
10+(4)=> 8+(1)BE2= 0.0000 /:/ 10+(4)=> 8+(2)BE2= 0.0000 /:/ 10+(4)=> 8+(3)BE2= 0.0000 /:/

## <sup>86</sup>Zr Çekirdeği

&IOFILES

OUTPUT = zr86E.out  
PHWAVE = zr86.WAV  
TAPE3 = ../TAPE3.CFP

/  
PHINT, run on 2/11/2019 , started at 19:38:15.294 -----

1 PROGRAM PHINT  
VERSION JANUARY 1982  
\*\*\*\*\* INPUT CARD IMAGES \*\*\*\*\*

zr86  
\$INPT EPS=0.4777,PAIR=0.0,OCT=0.0,ELL=0.0362,QQ=0.0766,  
HEX=0.0,CHQ=0.0, MULT=.T.,NPHMAX=7,NPHMSU=7 \$  
PLAT 55 55

\*\*\*\*\*

RUN ON =02-NOV-19 , STARTED AT =19:38:15  
ARRAY SPACE IN USE = 34567

zr86

SD EQUALS SF  
TOTAL NUMBER OF BOSONS = 7  
TRUNCATION AT ND = 7

MULTIPOLE EXPANTION :

EPS= 0.4777 , PAIR= 0.0000 , ELL= 0.0362  
QQ = 0.0766 , OCT = 0.0000 , HEX= 0.0000  
CHQ= 0.0000

CH1 = 0.00000 , CH2 = 0.07660 , EPSD = 0.00000 , FELL = 0.00000 , FQQ = 0.00000 , FEX = 0.00000  
RKAP3 = 0.00000 , CHO = 0.00000 , CHON= 0.00000 , CHOP= 0.00000

2+ ENERGY	3- ENERGY	I 2+ 2+ INTER.	I 2+ 3- INTER.	ONE PHONON	TWO PHONON	F3 (S+F+DF)
0.43310	0.00000	0 -0.21720	1 0.00000	0.00000	0.08564	0.00000
		2 -0.10860	2 0.00000			
		4 0.14480	3 0.00000			
			4 0.00000			
			5 0.000			

ENERGIES , L= 0+  
0.0000 1.4449 1.8222 2.5661 2.5877 2.8191 3.3803 3.6776

NO STATE WITH L= 1 AND PARITY +

ENERGIES , L= 2+  
0.8215 1.4319 2.0785 2.3453 2.5487 2.5545 2.7926 2.8004 3.1535 3.3206 3.6156 3.7207

ENERGIES , L= 3+  
2.0394 2.8049 3.0363 3.5975

ENERGIES , L= 4+  
1.6853 2.1842 2.5987 2.8021 2.8079 2.9497 3.0460 3.1811 3.4069 3.5740 3.7423 3.8690

ENERGIES , L= 5+  
2.7797 2.9831 3.2270 3.5879 3.7550

ENERGIES , L= 6+  
2.5824 2.9969 3.2003 3.3479 3.4442 3.5793 3.5793 3.8050 3.9722 4.1405

ENERGIES , L= 7+  
3.4537 3.6976 3.8327 4.0584

ENERGIES , L= 8+  
3.5399 3.7433 3.9872 3.9872 4.1223 4.3480 4.5152

ENERGIES , L= 9+  
4.3130 4.4481

ENERGIES , L=10+  
4.4311 4.6750 4.8101 5.0359

&IOFILES

OUTPUT = Zr86B.out  
PHWAVE = Zr86.WAV  
TAPE3 = ../TAPE3.CFP  
/

FBEM, run on 2/11/2019 , started at 19:38:15.309 -----

```
1 PROGRAM FBEM
  VERSION FEBRUARY 1987
  ***** INPUT CARD IMAGES *****
  Zr 86
  $INPT E2SD=0.093 , E2DD=0.01, E1QE3=0, E1DF=0. $
  SLCT 2 2+ 0+
  SLCT 2 2+ 2+
  SLCT 2 2+ 0+
  ONLY 1 1- 0+

  $ RUN THEOIBAP:FBEM
  TEST CASE
  $INPT E2SD=0.120 $
  SLCT 2 2+ 0+
  SLCT 2 2+ 2+
  !$ DEASSIGN PHWAVE
  *****
```

RUN ON =02-NOV-19 , STARTED AT =19:38:15

zr86

```
SD EQUALS SF
TOTAL NUMBER OF BOSONS = 7
  TRUNCATION AT ND = 7

MULTIPOLE EXPANTION :
EPS= 0.4777 , PAIR= 0.0000 , ELL= 0.0362
QQ = 0.0766 , OCT = 0.0000 , HEX= 0.0000
CHQ= 0.0000
```

CH1 = 0.00000 , CH2 = 0.07660 , EPSD = 0.00000 , FELL = 0.00000 , FQQ = 0.00000 , FEX = 0.00000  
RKAP3 = 0.00000 , CHO = 0.00000 , CHON= 0.00000 , CHOP= 0.00000

```
2+ ENERGY 3- ENERGY I 2+_2+ INTER. I 2+_3- INTER. ONE PHONON TWO PHONON F3 (S+F+DF)
0.43310 0.00000 0 -0.21720 1 0.00000 0.00000 0.08564 0.00000
  2 -0.10860 2 0.00000
  4 0.14480 3 0.00000
    4 0.00000
    5 0.00000
```

TRANSITION RATES

```
E2SD = 0.0930 E2DD = 0.0100 TRNSV = 1.000 M3DD = 1.0000 E4DD = 1.0000
M1 = 1.0000 M1N = 0.0000 M1ND = 0.0000 M1E2 = 0.0000 E0 = 1.0000
  E1DF = 0.0000 E1SD = 0.0000 E1DD = 0.0000 E1D4F= 0.0000 E1QE3 = 0.0000
  M2DF = 1.0000 M2SD = 0.0000 M2DD = 0.0000
E3 = 1.0000 E3DF = 1.0000 E3SD = 0.0000 E3DD = 0.0000
  M4DF = 1.0000 M4SD = 0.0000 M4DD = 0.0000
  E5DF = 1.0000 E5SD = 0.0000 E5DD = 0.0000
```

```
2+(1)=> 0+(1)BE2= 0.0301 /:/ 2+(1)=> 0+(2)BE2= 0.0140 /:/ 2+(1)=> 0+(3)BE2= 0.0000 /:/
2+(2)=> 0+(1)BE2= 0.0000 /:/ 2+(2)=> 0+(2)BE2= 0.0000 /:/ 2+(2)=> 0+(3)BE2= 0.0122 /:/
2+(3)=> 0+(1)BE2= 0.0001 /:/ 2+(3)=> 0+(2)BE2= 0.0324 /:/ 2+(3)=> 0+(3)BE2= 0.0000 /:/
2+(4)=> 0+(1)BE2= 0.0000 /:/ 2+(4)=> 0+(2)BE2= 0.0000 /:/ 2+(4)=> 0+(3)BE2= 0.0219 /:/

4+(1)=> 2+(1)BE2= 0.0506 /:/ 4+(1)=> 2+(2)BE2= 0.0000 /:/ 4+(1)=> 2+(3)BE2= 0.0194 /:/
4+(2)=> 2+(1)BE2= 0.0000 /:/ 4+(2)=> 2+(2)BE2= 0.0321 /:/ 4+(2)=> 2+(3)BE2= 0.0000 /:/
4+(3)=> 2+(1)BE2= 0.0000 /:/ 4+(3)=> 2+(2)BE2= 0.0000 /:/ 4+(3)=> 2+(3)BE2= 0.0000 /:/
4+(4)=> 2+(1)BE2= 0.0000 /:/ 4+(4)=> 2+(2)BE2= 0.0000 /:/ 4+(4)=> 2+(3)BE2= 0.0000 /:/

6+(1)=> 4+(1)BE2= 0.0612 /:/ 6+(1)=> 4+(2)BE2= 0.0000 /:/ 6+(1)=> 4+(3)BE2= 0.0004 /:/
6+(2)=> 4+(1)BE2= 0.0000 /:/ 6+(2)=> 4+(2)BE2= 0.0407 /:/ 6+(2)=> 4+(3)BE2= 0.0000 /:/
6+(3)=> 4+(1)BE2= 0.0000 /:/ 6+(3)=> 4+(2)BE2= 0.0000 /:/ 6+(3)=> 4+(3)BE2= 0.0235 /:/
6+(4)=> 4+(1)BE2= 0.0008 /:/ 6+(4)=> 4+(2)BE2= 0.0000 /:/ 6+(4)=> 4+(3)BE2= 0.0002 /:/

8+(1)=> 6+(1)BE2= 0.0597 /:/ 8+(1)=> 6+(2)BE2= 0.0000 /:/ 8+(1)=> 6+(3)BE2= 0.0004 /:/
8+(2)=> 6+(1)BE2= 0.0000 /:/ 8+(2)=> 6+(2)BE2= 0.0437 /:/ 8+(2)=> 6+(3)BE2= 0.0000 /:/
8+(3)=> 6+(1)BE2= 0.0000 /:/ 8+(3)=> 6+(2)BE2= 0.0000 /:/ 8+(3)=> 6+(3)BE2= 0.0000 /:/
8+(4)=> 6+(1)BE2= 0.0000 /:/ 8+(4)=> 6+(2)BE2= 0.0000 /:/ 8+(4)=> 6+(3)BE2= 0.0000 /:/

10+(1)=> 8+(1)BE2= 0.0575 /:/ 10+(1)=> 8+(2)BE2= 0.0000 /:/ 10+(1)=> 8+(3)BE2= 0.0000 /:/
10+(2)=> 8+(1)BE2= 0.0000 /:/ 10+(2)=> 8+(2)BE2= 0.0000 /:/ 10+(2)=> 8+(3)BE2= 0.0000 /:/
10+(3)=> 8+(1)BE2= 0.0000 /:/ 10+(3)=> 8+(2)BE2= 0.0159 /:/ 10+(3)=> 8+(3)BE2= 0.0003 /:/
10+(4)=> 8+(1)BE2= 0.0047 /:/ 10+(4)=> 8+(2)BE2= 0.0000 /:/ 10+(4)=> 8+(3)BE2= 0.0000 /:/

8+(2)=> 6+(1)BE2= 0.0000 /:/ 8+(2)=> 6+(2)BE2= 0.0437 /:/ 8+(2)=> 6+(3)BE2= 0.0000 /:/
8+(2)=> 8+(1)BE2= 0.0138 /:/ 8+(2)=> 8+(2)BE2= 0.0001 /:/ 8+(2)=> 8+(3)BE2= 0.0000 /:/

10+(2)=> 8+(1)BE2= 0.0000 /:/ 10+(2)=> 8+(2)BE2= 0.0000 /:/ 10+(2)=> 8+(3)BE2= 0.0000 /:/
```

## <sup>88</sup>Zr Çekirdeği

&IOFILES

OUTPUT = zr88E.out

PHWAVE = zr88.WAV

TAPE3 = ../TAPE3.CFP

/

PHINT, run on 2/11/2019 , started at 19:43:23.770 -----

1 PROGRAM PHINT

VERSION JANUARY 1982

\*\*\*\*\* INPUT CARD IMAGES \*\*\*\*\*

zr88

\$INPT EPS=0.5462,PAIR=-0.127,OCT=-0.01556,ELL=0.0048,QQ=0.0,

HEX=0.0,CHQ=0.0, MULT=.T.,NPHMAX=6,NPHMSU=6 \$

PLAT 55 55

\*\*\*\*\*

RUN ON =02-NOV-19 , STARTED AT =19:43:23

ARRAY SPACE IN USE = 34567

zr88

SD EQUALS SF

TOTAL NUMBER OF BOSONS = 6

TRUNCATION AT ND = 6

MULTIPOLE EXPANTION :

EPS= 0.5462 , PAIR=-0.1270 , ELL= 0.0048

QQ = 0.0000 , OCT =-0.0156 , HEX= 0.0000

CHQ= 0.0000

CH1 =-0.12700 , CH2 = 0.00000 , EPSD = 0.00000 , FELL = 0.00000 , FQQ = 0.00000 , FEX = 0.00000  
RKAP3 = 0.00000 , CHO = 0.00000 , CHON= 0.00000 , CHOP= 0.00000

2+ ENERGY	3- ENERGY	I 2+_2+ INTER.	I 2+_3- INTER.	ONE PHONON	TWO PHONON	F3 (S+F+DF)
0.45168	0.00000	0 -0.44596	1 0.00000	0.00000	0.14199	0.00000
		2 -0.13888	2 0.00000			
		4 0.00364	3 0.00000			
			4 0.00000			
			5 0.00000			

ENERGIES , L= 0+

0.0000 1.6262 2.4508 2.5611 3.7624 3.9119 4.0742

NO STATE WITH L= 1 AND PARITY +

ENERGIES , L= 2+

0.9803 1.7598 2.4874 2.6986 2.8935 3.8219 3.9059 4.0436 4.0958

ENERGIES , L= 3+

2.5730 3.8845 4.0341

ENERGIES , L= 4+

1.9023 2.6544 2.8412 3.0360 3.9644 3.9660 4.0484 4.1155 4.1861

ENERGIES , L= 5+

3.1378 4.0662 4.1502

ENERGIES , L= 6+

2.8784 3.2599 4.1883 4.1899 4.1899 4.2723 4.3395

ENERGIES , L= 7+

4.3309 4.3325

ENERGIES , L= 8+

3.5653 4.4937 4.4953 4.5777

ENERGIES , L= 9+

4.6786

ENERGIES , L=10+

4.8806 4.8822

&IOFILES

OUTPUT = Zr88B.out  
PHWAVE = Zr88.WAV  
TAPE3 = ../TAPE3.CFP

/  
FBEM, run on 2/11/2019 , started at 19:43:23.786 -----

1 PROGRAM FBEM  
VERSION FEBRUARY 1987  
\*\*\*\*\* INPUT CARD IMAGES \*\*\*\*\*

Zr 88  
\$INPT E2SD=0.0756 ,E2DD=0.01 , E1QE3=0, E1DF=0. \$  
SLCT 2 2+ 0+  
SLCT 2 2+ 2+  
SLCT 2 2+ 0+  
ONLY 1 1- 0+

\$ RUN THEOIBAP:FBEM

TEST CASE  
\$INPT E2SD=0.866 \$  
SLCT 2 2+ 2+  
SLCT 2 2+ 0+  
!\$ DEASSIGN PHWAVE

\*\*\*\*\*

RUN ON =02-NOV-19 , STARTED AT =19:43:23

zr88

SD EQUALS SF  
TOTAL NUMBER OF BOSONS = 6  
TRUNCATION AT ND = 6

MULTIPOLE EXPANTION :  
EPS = 0.5462 , PAIR=-0.1270 , ELL= 0.0048  
QQ = 0.0000 , OCT =-0.0156 , HEX= 0.0000  
CHQ= 0.0000

CH1 =-0.12700 , CH2 = 0.00000 , EPSD = 0.00000 , FELL = 0.00000 , FQQ = 0.00000 , FEX = 0.00000  
RKAP3 = 0.00000 , CHO = 0.00000 , CHON= 0.00000 , CHOP= 0.00000

2+ ENERGY 3- ENERGY I 2+\_2+ INTER. I 2+\_3- INTER. ONE PHONON TWO PHONON F3 (S+F+DF)  
0.45168 0.00000 0 -0.44596 1 0.00000 0.00000 0.14199 0.00000  
2 -0.13888 2 0.00000  
4 0.00364 3 0.00000  
4 0.00000  
5 0.00000

TRANSITION RATES

E2SD = 0.0756 E2DD = 0.0100 TRNSV = 1.000 M3DD = 1.0000 E4DD = 1.0000  
M1 = 1.0000 M1N = 0.0000 M1ND = 0.0000 M1E2 = 0.0000 E0 = 1.0000  
E1DF = 0.0000 E1SD = 0.0000 E1DD = 0.0000 E1D4F = 0.0000 E1QE3 = 0.0000  
M2DF = 1.0000 M2SD = 0.0000 M2DD = 0.0000  
E3 = 1.0000 E3DF = 1.0000 E3SD = 0.0000 E3DD = 0.0000  
M4DF = 1.0000 M4SD = 0.0000 M4DD = 0.0000  
E5DF = 1.0000 E5SD = 0.0000 E5DD = 0.0000

2+(1)=> 0+(1)BE2= 0.0147 /;/ 2+(1)=> 0+(2)BE2= 0.0072 /;/ 2+(1)=> 0+(3)BE2= 0.0000 /;/  
2+(2)=> 0+(1)BE2= 0.0000 /;/ 2+(2)=> 0+(2)BE2= 0.0000 /;/ 2+(2)=> 0+(3)BE2= 0.0044 /;/  
2+(3)=> 0+(1)BE2= 0.0001 /;/ 2+(3)=> 0+(2)BE2= 0.0100 /;/ 2+(3)=> 0+(3)BE2= 0.0000 /;/  
2+(4)=> 0+(1)BE2= 0.0000 /;/ 2+(4)=> 0+(2)BE2= 0.0000 /;/ 2+(4)=> 0+(3)BE2= 0.0042 /;/  
4+(1)=> 2+(1)BE2= 0.0229 /;/ 4+(1)=> 2+(2)BE2= 0.0000 /;/ 4+(1)=> 2+(3)BE2= 0.0075 /;/  
4+(2)=> 2+(1)BE2= 0.0000 /;/ 4+(2)=> 2+(2)BE2= 0.0115 /;/ 4+(2)=> 2+(3)BE2= 0.0000 /;/  
4+(3)=> 2+(1)BE2= 0.0006 /;/ 4+(3)=> 2+(2)BE2= 0.0000 /;/ 4+(3)=> 2+(3)BE2= 0.0303 /;/  
4+(4)=> 2+(1)BE2= 0.0000 /;/ 4+(4)=> 2+(2)BE2= 0.0000 /;/ 4+(4)=> 2+(3)BE2= 0.0000 /;/  
6+(1)=> 4+(1)BE2= 0.0220 /;/ 6+(1)=> 4+(2)BE2= 0.0000 /;/ 6+(1)=> 4+(3)BE2= 0.0211 /;/  
6+(2)=> 4+(1)BE2= 0.0000 /;/ 6+(2)=> 4+(2)BE2= 0.0183 /;/ 6+(2)=> 4+(3)BE2= 0.0000 /;/  
6+(3)=> 4+(1)BE2= 0.0000 /;/ 6+(3)=> 4+(2)BE2= 0.0000 /;/ 6+(3)=> 4+(3)BE2= 0.0000 /;/  
6+(4)=> 4+(1)BE2= 0.0000 /;/ 6+(4)=> 4+(2)BE2=\*\*\*\*\* /;/ 6+(4)=> 4+(3)BE2= 0.0000 /;/  
8+(1)=> 6+(1)BE2= 0.0268 /;/ 8+(1)=> 6+(2)BE2= 0.0000 /;/ 8+(1)=> 6+(3)BE2= 0.0000 /;/  
8+(2)=> 6+(1)BE2= 0.0000 /;/ 8+(2)=> 6+(2)BE2= 0.0039 /;/ 8+(2)=> 6+(3)BE2= 0.0000 /;/  
8+(3)=> 6+(1)BE2= 0.0000 /;/ 8+(3)=> 6+(2)BE2= 0.0000 /;/ 8+(3)=> 6+(3)BE2= 0.0195 /;/  
8+(4)=> 6+(1)BE2= 0.0022 /;/ 8+(4)=> 6+(2)BE2= 0.0000 /;/ 8+(4)=> 6+(3)BE2= 0.0004 /;/  
10+(1)=> 8+(1)BE2= 0.0052 /;/ 10+(1)=> 8+(2)BE2= 0.0000 /;/ 10+(1)=> 8+(3)BE2= 0.0002 /;/  
10+(2)=> 8+(1)BE2= 0.0000 /;/ 10+(2)=> 8+(2)BE2= 0.0277 /;/ 10+(2)=> 8+(3)BE2= 0.0000 /;/  
2+(2)=> 0+(1)BE2= 0.0000 /;/ 2+(2)=> 0+(2)BE2= 0.0000 /;/ 2+(2)=> 0+(3)BE2= 0.0044 /;/  
2+(2)=> 2+(1)BE2= 0.0229 /;/ 2+(2)=> 2+(2)BE2= 0.0000 /;/ 2+(2)=> 2+(3)BE2= 0.0075 /;/  
8+(2)=> 8+(1)BE2= 0.0012 /;/ 8+(2)=> 8+(2)BE2= 0.0001 /;/ 8+(2)=> 8+(3)BE2= 0.0118 /;/