



**T.C.
KIRIKKALE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**VEKTÖR UZAYLARININ ÖĞRETİMİNDE GÖRSELLEŞTİRME
ÖĞRETİM YAKLAŞIMINA YÖNELİK YAPILAN
ÇALIŞMALARIN ANALİZİ**

TUĞBA NUR KURTOĞLU

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ ANABİLİM DALI

YÜKSEKLİSANS TEZİ

**DANIŞMAN
Prof. Dr. Ahmet IŞIK**

KIRIKKALE - 2023



**T.C.
KIRIKKALE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**VEKTÖR UZAYLARININ ÖĞRETİMİNDE GÖRSELLEŞTİRME
ÖĞRETİM YAKLAŞIMINA YÖNELİK YAPILAN
ÇALIŞMALARIN ANALİZİ**

TUĞBA NUR KURTOĞLU

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**DANIŞMAN
Prof. Dr. Ahmet IŞIK**

KIRIKKALE – 2023

KABUL ve ONAY

Tuğba Nur KURTOĞLU tarafından hazırlanan “VEKTÖR UZAYLARININ ÖĞRETİMİNDE GÖRSELLEŞTİRME ÖĞRETİM YAKLAŞIMINA YÖNELİK YAPILAN ÇALIŞMALARIN ANALİZİ” adlı tez çalışması, aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ ile Kırıkkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Prof. Dr. Ahmet IŞIK

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.

Başkan: Prof. Dr. Ahmet IŞIK

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.

Üye: Doç. Dr. Reyhan TEKİN SİTRAVA

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.

Üye: Doç. Dr. Gürsel GÜLER

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.

Tez Savunma Tarihi: 23/02/2023

Jüri tarafından kabul edilen bu tezin Yüksek Lisans Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Prof. Dr. Recep ÇALIN

ETİK BEYANI

Kırıkkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Tuğba Nur KURTOĞLU

20 /01/2023

ÖZET

VEKTÖR UZAYLARININ ÖĞRETİMİNDE GÖRSELLEŞTİRME ÖĞRETİM YAKLAŞIMINA YÖNELİK YAPILAN ÇALIŞMALARIN ANALİZİ

Kırıkkale Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof. Dr. Ahmet IŞIK

Şubat 2023, 67 Sayfa

Üniversite düzeyinde vektör uzayları konusunun öğretiminde biçimsel yapının anlaşılması sorun teşkil eden bir konu olmuştur. Bu sorunun önüne geçebilmek adına öğretimde çeşitli yöntemler uygulanmaktadır. Vektör uzaylarının R^n üzerinde görsel ifadesi sezgisel ve geometrik düşünmeyi gerektirir. Dolayısıyla konunun öğretimi bu düşünme biçimlerini destekleyecek nitelikte gerçekleştirilmelidir. Öğretimde görselleştirme yönteminin kullanılması söz konusu düşünme biçimlerini harekete geçirecektir. Buradan hareketle yapılan çalışmada vektör uzaylarının öğretiminde görselleştirme öğretim yöntemiyle yapılan çalışmaların analizi amaçlanmıştır.

Çalışmada vektör uzaylarının; alt uzay, lineer birleşim, lineer bağımlılık/bağımsızlık, germe, taban (baz) ve boyut kavramları üzerinde durulmuştur. Literatür taraması sonucu elde edilen 18 çalışma, nitel araştırma yöntemi olan içerik analizi türlerinden meta-sentez yöntemiyle analiz edilmiştir. Çalışmalar yapı incelemesine ve tematik içerik incelemesine tabi tutulmuştur. Yapı incelemesinde çalışmaların; yayın yılları, yayın türleri, yayın dilleri, yapıldığı üniversiteler ve enstitüler, veri toplama yöntemleri, örneklemeleri, veri toplama araçları ve veri analiz yöntemleri analiz edilmiştir. Tematik içerik incelmesinde her bir çalışma için kod oluşturulmuş ve çalışmaların; araştırma desenleri, yapılmalarına ihtiyaç duyulma nedenleri, yapılma amaçları, uygulanma süreleri, odaklanılan vektör uzayı kavramları, öğretim sürecinde karşılaşılan zorluklar ve elde edilen sonuçları detaylı olarak analiz edilmiştir. Analiz sürecinde her bir inceleme alanı için oluşturulan temalar ve alt temaları içeren şablon dikkate alınmıştır. Her iki inceleme sonucunda elde edilen veriler Çizelge ve grafikler üzerinden yorumlanmıştır.

İncelenen çalışmalarda vektör uzaylarının öğretiminde görselleştirme yönteminin etkili olduğu görülmüştür. Çalışmanın son aşamasında, elde edilen bulgular değerlendirilerek konuya ilişkin yapılacak araştırmalar ve araştırmacılar için öneriler sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Lineer cebir, vektör uzayları, görselleştirme

ABSTRACT

ANALYSIS OF STUDIES ON VISUALIZATION TEACHING APPROACH IN TEACHING VECTOR SPACES

Kırıkkale University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Elementary Mathematics Teaching, Master Thesis

Supervisor: Prof. Dr. Ahmet IŞIK

February 2023, 67 Page

Understanding the formal structure has been a problematic issue in the teaching of vector spaces at university level. In order to prevent this problem, various methods are applied in teaching. The visual representation of vector spaces on R^n requires intuitive and geometric thinking. Therefore, the teaching of the subject should be carried out in a way that supports these ways of thinking. The use of visualization method in teaching will activate these thinking styles. From this point of view, it is aimed to analyze the studies carried out with the visualization teaching method in the teaching of vector spaces. In the study, vector spaces; The concepts of subspace, linear junction, linear dependence/independence, stretching, base and dimension are emphasized. 18 studies obtained as a result of the literature review were analyzed by meta-synthesis method, which is one of the content analysis types, which is a qualitative research method. Studies were subjected to structure analysis and thematic content analysis. Studies in building examination; publication years, publication types, publication languages, universities and institutes, data collection methods, samples, data collection tools and data analysis methods were analyzed. In the thematic content analysis, a code was created for each study and the studies; research designs, the reasons why they are needed to be done, the purpose of their implementation, the duration of their implementation, the focused vector space concepts, the difficulties encountered in the teaching process and the results obtained are analyzed in detail. In the analysis process, the template containing the themes and sub-themes created for each study area was taken into consideration. The data obtained as a result of both examinations were interpreted through tables and graphs.

In the studies examined, it was seen that the visualization method was effective in teaching vector spaces. At the last stage of the study, the findings obtained were evaluated and suggestions were presented for researches to be carried out on the subject and researchers.

Keywords: visualization, vector spaces, linear algebra

TEŞEKKÜR

Tez alıőmamın her aşamasında yanımda olan, bilgi ve deneyimlerin faydalandığım değerli tez danıőmanım Prof. Dr. Ahmet IŞIK'a ilgi ve desteğinden dolayı teşekkür ediyorum.

Çalıőmam boyunca gürüő paylaőımı yaptığım sevgili arkadaőım Őeyma Nur CANBOLAT'a bu süreçte yanımda olduğu için teşekkür ediyorum.

Bugünlere gelmemde en önemli paya sahip olan anneme ve babama çalıőmam sürecinde yanımda oldukları için teşekkür ediyorum. Attığım her adımda bana benden çok inandıkları için onlara minnettarım.

Tuğba Nur KURTOğLU

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iii
ABSTRACT	iv
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
KISALTMALAR DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu.....	1
1.2. Araştırmanın Önemi	4
1.3. Araştırmanın Amacı.....	5
1.4. Araştırmanın Problemi.....	6
1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları.....	6
2. KURAMSAL ÇERÇEVE	7
2.1. Matematik Öğretiminde Görselleştirme	7
2.2. Lineer Cebir	10
2.3. Vektör Uzayı Teorisi	20
3. YÖNTEM	25
3.1. Araştırma Modeli.....	25
3.1.1. Meta-sentez	25
3.1.2. Meta-sentez'in Tarihsel Gelişimi.....	27
3.2. Veri Toplama Aracı	29
3.2.1. Yapı İnceleme Formu	29
3.3. Veri Toplama Süreci.....	30
3.4. Verilerin Analizi	31
3.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği	34
4. BULGULAR	36
4.1. Çalışmaların Yapı İncelemesinden Elde Edilen Bulgular	36
4.2. Tematik İçerik İncelemesi Sonucu Elde Edilen Bulgular.....	41
4.2.1. Çalışmaların Araştırma Desenleri.....	42
4.2.2. Çalışmaların Yapılmasına İhtiyaç Duyulma Nedenleri	42

4.2.3. Çalışmaların Yapılma Amaçları	44
4.2.4. Çalışmaların Uygulanma Süreleri.....	45
4.2.5. Çalışmalarda Odaklanılan Vektör Uzayı Kavramları.....	46
4.2.6. Çalışmalarda Öğretim Sürecinde Karşılaşılan Zorluklar	47
4.2.7. Çalışmalardan Elde Edilen Sonuçlar	48
5. TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER	51
5.1. Tartışma ve Sonuç	51
5.2. Öneriler	54
KAYNAKLAR	56
EKLER.....	64
EK-1. Metasentez'e Dahil Edilen Tezler ve Makaleler.....	64
EK-2. Etik Kurul Raporu.....	66
ÖZGEÇMİŞ.....	67

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>ÇİZELGE</u>	<u>Sayfa</u>
3.1. Yapı inceleme formu	30
3.2. Tematik içerik incelemesi yapılan çalışmalar ve kodları	31
3.3. Çalışmaların tematik içerik incelemesi şablonu	32
4.1. İncelenen çalışmaların yayın yıllarına göre dağılımı	36
4.2. Çalışmaların yayınlandığı üniversitelere göre dağılımı.....	38
4.3. Çalışmaların veri toplama araçlarına göre dağılımı	40
4.4. Çalışmaların veri analiz yöntemlerine göre dağılımı	41
4.5. Çalışmaların yapılmasına ihtiyaç duyulma nedenlerine göre dağılımı	42
4.6. Çalışmaların yapılma amaçlarına göre dağılımı	44
4.8. Çalışmalarda odaklanılan vektör uzayı kavramlarına göre dağılımı	46
4.9. Çalışmaların öğretim sürecinde karşılaşılan zorluklarına göre dağılımı	47
4.10. Çalışmaların elde edilen sonuçlarına göre dağılımı	48

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>ŞEKİL</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Üç tanımlama ve düşünme modu kavramının iç içe geçmiş modeli (Donoveska – Todorova (2018) sayfa:261’den uyarlanmıştır.)	18
3.1. Noblit ve Hare’in (1988) meta-etnografi aşamaları	28
3.2. Walsh ve Downe’un meta-sentez aşamaları (Walsh ve Downe’un (2005) yaptığı çalışmadan uyarlanmıştır).....	29
3.3. Araştırmanın geçerlilik ve güvenilirliğini sağlamada dikkate alınan hususlar (Polat ve Ay’ın (2016) çalışmalarından uyarlanmıştır).	35
4.1. Çalışmaların yayın türlerine göre dağılımı.....	37
4.2. Çalışmaların yayın dillerine göre dağılımı	37
4.3. Çalışmaların enstitülerine göre dağılımı	39
4.4. Çalışmaların veri toplama yöntemlerine göre dağılımı	39
4.5. Çalışmaların örneklemelerine göre dağılımı	40
4.6. Çalışmaların araştırma desenlerine göre dağılımı	42

KISALTMALAR DİZİNİ

MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
SPSS	: Statistical Package for the Social Sciences
YÖK	: Yüksek Öğretim Kurulu
f	: Frekans
2B	: 2 boyut
3B	: 3 boyut



1. GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

İnsanların sosyal ve ekonomik alandaki ihtiyaçlarını gidermek amacıyla yaptığı basit sayma ve ölçme hesaplamalarından doğan matematik, gelişmekte olan dünya düzeniyle birlikte teknoloji ve diğer bilimler arasında bugünkü yerini almıştır (Işık, Çiltaş & Bekdemir, 2008). Matematikle birlikte, günlük yaşantımızda karşımıza çıkan problemler aklın ve bilimin ışığında diğer alanlara kıyasla daha net ve kesin çözümler bulmaktadır. İçerisinde bulunduğumuz evren muazzam bir matematik üzerine kuruludur. Evrende diğer bilimlerin tek başına açıklayamadığı çoğu sorunun belli başlı bir matematiği vardır. Dolayısıyla fizik, kimya, astronomi başta olmak üzere bütün pozitif bilimler matematikten beslenmektedir. Bu özelliği, matematiği tüm bilimlerin ortak dili yapmaktadır.

Geçmişten günümüze yaşanan gelişmelerle birlikte matematik alanında farklı ihtiyaçlar söz konusu olmuş ve bu ihtiyaçları gidermek amacıyla çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Matematiğin soyut dünyasının onun anlaşılmasını zorlaştırması, yapılan çalışmaları matematik öğretimi üzerine yoğunlaştırmıştır. Matematiğin yaşantıda karşılığını bulamayan soyut dünyası, matematiği en somut haliyle öğretme ihtiyacını doğurmuştur. Konyalıoğlu, Aksu ve Şenel (2012) matematikteki belirli kavramları somut nesne veya yarı somut çizimler ile ifade etmenin matematiğin fiziksel dünyadaki yansıması olarak görülebileceğini belirtmişlerdir.

Matematiğin soyut kavramlar üzerine kurulu kavramsal yapı ve ilişkilerini anlamlandırmak, bu kavramsal yapılar ve yapıların başka kavramlarla ilişkilerinin zihinde doğru bir şekilde organize edilmesiyle mümkündür (İlhan, 2019). Matematiksel bilgiyi organize etmek ise bilgiyi Çizelge grafik halinde sunabilme, formüle edebilme, mantıksal ve uzamsal düşünebilme yeterliliklerini gerektirir. Söz konusu yeterliliklere sahip bireyler bilgiyi kolaylıkla organize ederek tam anlamayı gerçekleştirebileceklerdir. Okullarda verilen matematik eğitiminde bu yeterliliklere sahip bireyler yetiştirmek temel hedefler arasına alınmıştır (MEB, 2018).

Geometri, sayılar teorisi, aritmetik, cebir, topoloji, analiz, istatistik ve olasılık bölümleri dahilinde matematik, farklı konuları inceleyerek kapsamlı bir çalışma alanı oluşturur. Matematiğin çalışma alanlarının önemli bir bölümünü oluşturan lineer cebir; vektörler, vektör uzayları, lineer dönüşümler, lineer denklem sistemleri ve matris konularını inceler. Analitik geometri, diferansiyel denklemler ve soyut cebirle yakından ilişkili olan lineer cebir, matematik, fizik, teknoloji ve mühendislikte önemli bir yere sahiptir. Lineer cebirin, kavramların ilişkisine dayalı kendine özgü bir yapısı olduğunu savunan Hannah, Stewart ve Thomas (2013) bu soyut ve biçimsel yapının konunun anlaşılmasını zorlaştırdığını, karşılaşılan zorluğun ise öğrencilerin eksik kavram anlayışına sahip olmalarından kaynaklandığını belirtmektedir. Bu eksik kavram anlayışı okullarda yapılan işleme dayalı öğretimden kaynaklanmaktadır. Öğretim kavram bilgisine önem verilmeden işlem odaklı gerçekleştirildiğinde, öğrencilerin zihninde matematiğin işlemden ibaret olduğu algısı uyanmaktadır. Dolayısıyla öğrenciler işleme tabi tuttuğu kavramı anlamlandırmak yerine ezberlemeyi tercih etmektedirler (Soylu & Işık, 2008). Kavramın tam olarak öğrenilmiş olması için kavram zihinde tamamen anlaşılmalı ve yorumlanmalıdır (Konyalıoğlu, 2003). Söz konusu tam anlama ancak kavramın zihindeki temsili ve matematiğin soyut doğası arasındaki ilişkinin kurulması ile sağlanabilir.

Okullardaki lineer cebir derslerinde öğrencilere konuyla ilgili teorik bilgi kazandırılmalıdır. Bununla birlikte öğrenciler teorik bilgiyi uygulayacak ve sonraki cebir konularıyla ilişkilendirebilecek düzeye getirilmelidir (Sierpinska, Nnadozie & Oktaç, 2002). Öğrenciler teorik bilgiyi zihinde yapılandırırken çeşitli yöntem ve modellerden faydalanır. Güllük' a (2008) göre kavramlar arası doğru bağlantılar kuran öğrenci bilginin resmini zihinde inşa edebilmektedir. Bu inşa söz konusu kavramları geometrik olarak ifade edebilmeyi gerektirir. Geometrik temsil kavramsal öğrenmeye fayda sağlayarak anlamlı öğrenmelerin gerçekleşmesinde etkili olacaktır (Konyalıoğlu, Konyalıoğlu & Işık, 2008).

Lineer cebirin temelini oluşturan vektörler; başlangıç noktası, yönü, büyüklüğü ve doğrultusu belli olan bir nicelik olmakla birlikte herhangi bir vektör uzayının elemanı olarak ele alınabilir. Vektörlerin toplanması veya skalerle çarpılması ile reel vektör uzayının oluşumu gösterilebilir (Kazci, 2008). Lineer bağımlılık, lineer bağımsızlık, lineer birleşim, germe, baz (taban) ve boyut vektör uzaylarının temelini oluşturan

kavramlardır. Bu kavramlar vektör uzayının temel bir parçası olup aralarında karmaşık bir ilişki oluştururlar (Dorier, 1998). Hillel (2000) vektör uzayları, alt uzaylar, baz, boyut, rank kavramlarının öğretiminde soyut dilin kullanıldığını belirtmektedir. Bu kavramların kullanılmasıyla denklem sistemlerinin çözülmesinde cebirsel dilin, vektörlerin geometrik dönüşümlerle 2 ve 3 boyutlu düzlemde gösteriminde ise geometrik dilin kullanıldığını savunur. Hillel'e (2000) göre lineer cebir öğretimi söz konusu temsil biçimleri arasında dönüşümler yaparak gerçekleştirilmelidir.

Öğrenciler lineer cebir konusuyla karşılaşmadan önce işlem ağırlıklı bir matematik deneyimi gerçekleştirir. Dolayısıyla lineer cebirin soyut ve formal doğasına yabancı kalırlar. Kavram önceki öğrenmelerle ilişkilendirilerek örnek ve uygulamalarla verilmediği zaman formal yapının anlaşılması zorlaşmaktadır (Carlson, 1993). Lineer cebir kavramlarının öğretimi yüzeysel geçilmeden zihinde güçlü bir temel oluşturarak gerçekleşmelidir (Harel, 1989a). Lineer cebirde konunun içerdiği kavramlar ve bu kavramların özelliklerinin fazla olmasının yanı sıra öğrencilerin ispat yapma ve ispatlama üzerine teorilerdeki yetersizlikleri öğrenmenin daha karmaşık hale gelmesine neden olmaktadır (Hillel, 2000).

İşleyen ve Işık (2005) alt vektör uzayın kavramsal öğretimi üzerine yaptıkları çalışmada öğrencilerin alt vektör uzayı kavramını işlemsel olarak iyi öğrendiklerini ancak kavramsal öğrenmenin sağlanamadığı için hataya düştükleri sonucuna varmışlardır. Kazıcı (2008) çalışmasında öğrencilerin vektör uzayları konusunda düştüğü hataları '*vektör uzaylarının aksiyomlarını karıştırma veya bu aksiyomları dağınık olarak kullanma, alt uzay ile üst uzayı soyut anlamda birbirinden ayıramama, alt uzay ile vektör uzayını karıştırma, skaler toplamı ile vektörler toplamını birbirine karıştırma*' olarak belirlemiştir. Konuda yaşanan zorlukların formalizmden kaynaklandığını düşünen Dorier (1998), sezgisel düşünme ve vektör uzaylarının biçimsel dili arasındaki ilişkiye vurgu yapmıştır.

Literatürden hareketle vektör uzayları konusunun öğretiminde karşılaşılabilecek bir kavram yanılgısı veya kavram kargaşasının önüne geçebilmek adına, uygun bir öğretim yaklaşımı kullanılması gerektiği düşünülmektedir. Görselleştirme öğretim yaklaşımı bu bağlamda etkili bir yöntem olarak görülmüştür. Vektör uzaylarının öğretiminde söz konusu yaklaşımın etkililiğine daha geniş çerçevede bakabilmek adına günümüze kadar yapılmış çalışmaların analizini içeren bir çalışmaya ihtiyaç

duyulmuştur. Literatürde bu konuda yapılmış bir çalışmaya rastlanılmamasından dolayı vektör uzaylarının öğretiminde görselleştirme öğretim yaklaşımına yönelik çalışmaların analizi konusunda bir araştırmanın yapılmasına karar verilmiştir.

1.2. Araştırmanın Önemi

Lineer cebir matematikte bir amaç olduğu gibi gelişim ve ilerleme yolunda birçok alanda araç olarak kullanılmaktadır. Soyut yapısı gereği inşa etmekte zorlanılan lineer cebir kavramlarının anlaşılması öncelik gerektiren bir konudur (Birinci, 2016).

Lineer cebir kavramlarının n boyutlu uzaydaki gösteriminde somut düşünmeden soyut düşünmeye geçiş sağlanmaktadır. Bu geçiş n boyutlu uzaydaki nesnelerin zihinde canlandırılmasıyla uzamsal düşünmeyi gerektirmektedir (Turğut, 2010). Olkun ve Altun (2003) çalışmalarında uzamsal düşünmenin "*Bireyin nesnelere ait görüntüler üzerinde zihinsel oynamalar yapabilme yeteneği*" olduğunu belirtmiştir. Uzamsal yeteneğin doğası görsel ifadeleri tanımayı gerektirir ve geometrik şekilleri tanımada, yorumlamada önemli bir araç olarak görülmektedir (Turgut, Günhan & Yılmaz, 2009). Lineer cebirin geometriyle olan ilişkisi düşünüldüğünde kendi içinde yarı somut yapıya sahip olduğunu belirten Kaplan, Gedik, Konyalıoğlu & Işık, 2013, yapmış oldukları çalışmada lineer cebir kavramlarının görselleştirilmesinin kavramı somutlaştırarak daha anlaşılır hale getireceğini vurgulamışlardır. Etkili öğrenmeyi sağlamak için öğretim sürecinde kavramları somut hale getirme ve görselleştirmeye dayalı öğretim yöntem ve tekniklerinin tercih edilmesi fayda sağlayacaktır (Soylu & Aydın, 2006). Lineer cebirde kavram tanımlarının kısa bir süre sonra unutulmaya başlandığını belirten Harel (2000) bu kavramları kalıcı olarak öğrenebilmenin geometrik olarak ifadeyi gerektirdiğine değinmektedir.

Öğrenciler vektör uzayı ve lineer dönüşümün aksiyomatik tanımlarıyla teorik bir yapıyı barındıran lineer cebire daha pratik bir düşünceyle yaklaşır. Söz konusu olan pratik yaklaşma, öğrencinin mevcut soru üzerinde hangi formül ya da algoritmanın uygulanmasının doğru olacağı üzerine karar verememesidir. Bu karar verememenin temelinde mevcut tanım ve teoremleri anlamlandıramamak yatar. Öğrencilerin vektör uzayını teorik olarak oluşturabilmeleri için vektör uzayı kavramlarına hakim olmaları gerekmektedir (Sierpinska, Nnadozie & Oktaç, 2002). Vektörleri ve vektörlerin farklı dönüşümlerini içeren bu kavramları zihinde anlaşılır hale getirmek geometrik

olarak yorumlamayı gerektirir. Geometri, vektör uzayları teorisinin nasıl oluştuğunu ve teorisinin kavramlarıyla ilişkisinin nasıl kurulduğunu anlamayı kolaylaştıracaktır. Öğretimde vektör uzaylarının aksiyomlarının farklı geometrik şekillerle birlikte verilmesi, öğrencilerin dikkatini çekmeyi ve öğretilen şeyi ihtiyaç olarak görmelerini sağlayabilir (Harel, 2000).

Vektör uzayları ile ilgili literatürde yer alan, konunun anlaşılmasında yaşanan güçlükler ve bu güçlüklerin giderilmesi amacıyla verilen öneriler göz önünde bulundurulduğunda, öğretimde konunun yapısına uygun bir yöntem tercih edilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır. Vektör uzayı kavramlarının geometrik bir ifadeye sahip olması ve bu geometrik ifadenin uzamsal düşünmeyi gerektirmesi nedeniyle, konunun öğretiminde görselleştirme öğretim yaklaşımının etkili olacağı düşünülmektedir.

Vektör uzayları konusunun öğretiminde görselleştirme yaklaşımına yönelik yapılan çalışmaların öğretime ışık tutacağı düşünülmektedir. Söz konusu çalışmalar kadar bunların analizini içeren çalışmalar da birden fazla çalışmanın farklı boyutlardan incelenmesi açısından faydalı olacaktır. Yapılan araştırma literatürdeki boşluğu doldurarak ilerleyen zamanlarda konuyla ilgili çalışma yürütecek araştırmacılara yönlendirici sonuçlar vermesi açısından önem taşımaktadır.

1.3. Araştırmanın Amacı

Yapılan araştırmada vektör uzaylarının öğretiminde görselleştirme öğretim yaklaşımına yönelik yapılan çalışmaların analizi amaçlanmıştır. Araştırma konusu ile ilgili çalışmaların; yapılma nedenleri, hangi amaçla yapıldıkları, kullanılan yöntem ve teknikleri, aynı amaçla yola çıkılan çalışmaların ortak bulguları ya da farklı amaçlar gözetilerek yapılan çalışmaların ortak bulguları, bu bulgular dikkate alındığında ne tür sonuçlara ulaşıldığı bağlamlarında ayrıntılı olarak incelenmesi hedeflenmiştir. Yapılan analiz araştırmasıyla birlikte vektör uzaylarının öğretiminde görselleştirme yaklaşımının hangi açılardan fayda sağladığının veya eksik kaldığının görüleceği düşünülmektedir.

1.4. Araştırmanın Problemi

Ana problemi vektör uzaylarının öğretiminde görselleştirme öğretim yaklaşımına yönelik çalışmaların analiz edilmesi olan araştırmanın alt problemleri:

Analizi yapılan çalışmaların;

- Yapıları (yayın yılları, yayın türleri, yayın dilleri, üniversiteleri, enstitüleri, örneklemleri, veri toplama araçları ve veri analiz yöntemleri) nasıl dağılım göstermektedir?
- Yapılma nedenleri ve amaçları nedir?
- Konunun öğretiminde karşılaşılan zorluklar nelerdir?
- Bulgu ve sonuçlarının benzerlikleri nelerdir?
- Bulgu ve sonuçlarının birbirinden ayrıldığı noktalar nelerdir? şeklindedir.

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

Yapılan araştırma,

- Literatür taraması ile ulaşılan 18 araştırma çalışması,
- Lisans ve lisansüstü düzeyde vektör uzayları konusu,
- Vektör uzaylarının görselleştirme ile öğretim yaklaşımı,
- 2022-2023 yılı bahar dönemine kadar yayımlanan çalışmalar ile sınırlıdır.

2. KURAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Matematik Öğretiminde Görselleştirme

Ülkemizde matematik öğretiminde görselleştirme öğretim yönteminin geçmişi 1980’li yıllara dayanmaktadır. 1980’li yıllardan günümüze matematik eğitimcileri, görselleştirme ile öğretimin pratikteki zorluğu, görselleştirme ile öğretim sürecinin okulda veya eğitim psikolojisine dayalı olarak yürütülmesi konularına teorik bir cevap arayışında olmuşlardır (Kadunz & Yerushalmy, 2015).

1980’li yılların başlarında Clements (1982) görsel imgelemeyi psikolojik açıdan incelemek amacıyla bir literatür taraması yapmıştır. Görsel imgeyi görsel veya uzamsal bilginin zihindeki betimsel şeması olarak tanımlamıştır. Bununla birlikte çalışmasında farklı görsel imgeleme formlarına rastlamıştır. Rastlanılan görsel imgeleme formları geniş bir çerçeve oluştursa da matematik eğitimcilerinin geleneksel olan imgeleme kavramlarını bırakmaları için yeterli olmadığı sonucuna varmıştır. Dönemin araştırmaları bu yönde ışık tutmakta ancak imgelemenin psikolojik boyutları belirlenmediği için anlaşılmasında güçlük yaşandığını belirtmiştir.

Duval (1999) çalışmasında öğrencilerin matematiksel temsillerin kullanımında karşılaştıkları zorlukları incelemiş ve matematiksel temsillerin doğru kullanımın önemine vurgu yapmıştır. Ayrıca öğrencilerin kavramsal anlamayı gerçekleştirebilmesi için öncelikle öğretmenlerin matematiksel temsillere hakim olmasının gerektiğini belirtmiştir.

Mancosu (2005) matematikte görselleştirme yönteminin bilgisayar bilimi, matematik eğitimi, bilişsel psikoloji ve felsefe dahil olmak üzere farklı alanlardaki gelişmelerin bir sonucu olarak ilgi odağı haline geldiğini söylemektedir. Teknolojinin kullanımının artmasıyla birlikte matematik ve geometri öğretiminde çeşitli bilgisayar yazılımlarının kullanımına daha sık rastlanmaya başlanılmıştır. Bilgisayar yazılımları matematik ve geometride görsel uzamsal yaklaşıma cazip bir olanak sunmuştur. Ayrıca bazı matematikçiler matematiği örüntü bilimi olarak görmüşler ve örüntüleri

görselleştirmede yazılımları kullanmışlardır. Bununla birlikte matematiği mantıksal kesinlik olarak gören matematikçiler için yeni bir dönem başlamış, görsel ve sezgisel yaklaşım ilgi odağı haline gelmiştir (West, 2012).

Matematikte görselleştirme, matematiksel kavramın görüntüsünü zihinde, kalem-kağıt veya teknoloji yardımıyla oluşturmak daha sonrasında oluşan görüntüleri matematiksel açıdan yorumlamaktır. Görselleştirme matematik yapmada amaç değil, matematiksel bir sorunu anlamada araç olarak kullanılmaktadır (Zimmermann ve Cunninham 1991). Arcavi (2003) görselleştirmeyi görüntüleri yaratma, yorumlama ve yansıtma sonucu elde edilen ürün aynı zamanda bu aşamaların gerçekleştirildiği bir süreç olarak tanımlamaktadır. Matematiksel kavramları, şekilleri, formülleri ve Çizelgeleri anlamlandırma, analiz etme görsel düşünmeyi gerektirir. Görsel düşünce oluşturulurken veya başkalarına iletirken ise dilsel ögeler kullanılır. Buradan hareketle görselleştirme hem görsel düşünme şekli hem de bir görsel dil olarak ifade edilebilir (Hershkowitz, 1992).

Presmeg (1986) matematik öğretmenlerinin öğretim sırasında tercih ettiği bilişsel modların, tutumların ve eylemlerinin lise son sınıf öğrencilerinin görselleştirmeyi kullanmasına etkisini incelemiştir. Yüksek düzeyde matematik başarısı sağlayan öğrencilerin matematikte görselleştirme yönteminden faydalanmadıkları ya da çok az faydalandıklarını tespit etmiştir. Öğrencilerin matematikte görselleştirmeyi tercih eder hale gelebilmesi için öğretmenlerin önceliği matematiği görselleştirmeyi öğretmek olmalıdır.

Karsai, Racz, Schwenk ve Kalus 'a (2003) göre öğrenciler minimum matematiksel çabayla maksimum fayda elde etmek ister. Matematiğin soyut kavramları öğrencilere geleneksel yöntemler ile verildiğinde tam anlama gerçekleşmediği gibi öğretim süreci de zaman alıcı olmaktadır. Karsai vd. (2003) matematik öğretiminde geleneksel yöntemler yerine bilgisayar tabanlı dersleri tercih etmişlerdir. Bilgisayar ortamında matematiksel modellemelerden faydalanılarak işlenen dersler daha akla yatkın bir öğretime olanak tanımaktadır (Karsai vd., 2003).

Şan (2012) matematik öğretiminde görselleştirmenin faydalarını, dezavantajlarını ve tarihsel zamanda nasıl değişime uğradığını farklı bakış açıları dikkate alarak ele almıştır. Çalışmada biçimselliğe önem veren yirminci yüzyılın görselleştirmeyi aldatici olarak gördüğünü ancak ilerleyen yıllarda bu görüşün aksine

görselleştirmenin, okul müfredatında olmazsa olmaz olarak görülmeye başladığına değinmiştir. Matematikte görselleştirmenin matematik kaygısını gidermekte, evrendeki matematiği görmede ve formüllere bağımlılığı azaltmada fayda sağladığını ifade eden Şan (2012), matematiksel görselleştirmenin okul hayatında ve okul dışındaki hayatta kullanılabilmesi için okulların görselleştirmeye daha fazla önem vermesi gerektiğini savunmaktadır. Bu şekilde matematik ilerleme kat edecek ve matematik eğitimcilerinin sayısı artış gösterecektir. Matematiğin icat olduğunu savunan bilim insanları görselleştirmenin matematiği belli bir yerden sonra somutlaştıramayacağını ileri sürmektedir. Bu durum matematiği günlük hayatta arayan öğrencilerin yükseköğrenim düzeyine geldiğinde sıkıntı yaşamalarına sebep olacaktır (Şan, 2012).

Turgut ve Turgut (2018) görselleştirmenin matematik başarısına etkisini incelemek amacıyla bir meta-analiz çalışması yürütmüşlerdir. Yaptıkları araştırmalar sonucunda elde ettikleri bulgulara göre görselleştirmede ağırlıklı olarak bilgisayar tabanlı tekniklerin kullanıldığı görmüşlerdir. Ancak matematik öğretiminde kullanılan bilgisayar tabanlı görselleştirme teknikleri sonucunda elde edilen başarı, diğer tekniklerin kullanımı sonucunda elde edilen başarıya göre anlamlı bir fark yaratmamaktadır. Buradan çıkarılacak sonuç matematik öğretiminde kullanılan herhangi bir görsel öğretim tekniğinin benzer başarıyı sağlayacak olmasıdır (Turgut ve Turgut, 2018).

Işık ve Konyalıoğlu (2005) görselleştirme yaklaşımının matematik eğitimi üzerinde etkilerini inceledikleri çalışmalarında, görselleştirmenin öğrencileri bilişsel ve duyuşsal alanda olumlu derecede etkilediğini görmüşlerdir. Görselleştirme öğrencilerin bilgiyi somutlaştırarak anlamlı öğrenme gerçekleştirmesini sağladığı gibi bilgileri organize etmelerinde de kolaylık sağlamaktadır. Rogness (2011) benzer şekilde matematik eğitiminde kullanılan görselleştirmenin anlamlı öğrenmede kuvvetli etkisi olduğunu savunur. Aynı zamanda görselleştirmenin öğrencilerin sınıf içinde ve dışında matematik yapmalarında da önemli payı olduğunu ifade etmektedir.

Koğ ve Başer (2011) matematikte görselleştirme yönteminin etkilerini öğrenilmiş çaresizlik ve soyut düşünme becerisi çerçevesinde ele almışlardır. 8. Sınıf öğrencileriyle deney-kontrol gruplu bir çalışma yapan Koğ ve Başer (2011), görselleştirme yaklaşımı ile gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerin matematikte

soyut düşünme becerilerini geliştirmede ve öğrenilmiş çaresizlikle baş etmelerinde olumlu payı olduğunu görmüşlerdir.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde matematiğin soyut kavramlarını anlamlandırmada, kağıda dökmede veya karşı tarafa aktarmada görselleştirmenin önemli etkisi olduğu söylenebilir. Başlangıçta anlaşılması zor olan matematiğin soyut kavramları görselleştirilerek anlaşılır hale getirilebilir ve bu sayede öğrencilerin matematiğe bakış açısı olumlu şekilde değişiklik gösterebilir. Ancak kavramları oluşturmada, yorumlama ve aktarmada işimizi kolaylaştıran görselleştirmede matematiksel kavramlar doğru ifade edilmezse amacımıza ulaşmamız zorlaşacaktır. Bundan dolayıdır ki matematik öğretiminde öğretmenler, matematiksel temsilleri etkili ve doğru kullanacak yeterlilikte olmalıdır. İncelenen çalışmalarda tespit edilen başka bir sorun ise öğrencilerin matematiği resme dökmede görsel düşünmeyi nasıl kullanacağını bilmemesi ve öğretmenlerin bu yolda doğru rehberlik edememesidir. Bu sorunun önüne geçilebilmesi için lisans öncesi ve lisans dönemlerinde okul müfredat programlarının düzenlenmesi gerektiği vurgulanmaktadır.

Teknolojinin gelişmesiyle birlikte matematik öğretimi bilgisayar ortamına taşınmaya başlamıştır. Dolayısıyla öğretimi kolaylaştırıcı dijital yazılımlar yıllar geçtikçe çeşitlilik göstermeye başlamıştır. Yapılan çalışmalardan hareketle bilgisayarın matematiğin görselleştirilmesinde vazgeçilmez bir araç olduğu günümüzde, bilgisayarın eğitimde kullanımına daha çok önem verilmesinin fayda sağlayacağı söylenebilir.

2.2. Lineer Cebir

Haddad (1999) çalışmasında lineer cebirin doğasını, öğretim şeklini ve öğrencilerin lineer cebiri nasıl öğrendiğini analiz ederek bu üç durumda karşılaşılan zorlukları tespit etmiştir. Lineer cebir dersini okul müfredatı çerçevesinde ve geometrik yaklaşımla tasarladığı öğretim olmak üzere iki farklı şekilde yürüttüğü gruplar üzerinde inceleme yapmıştır. Lineer cebir kavramlarının öğrenimi gerçekleşse bile uygulamada sıkıntılar yaşandığını gören Haddad (1999) bu sıkıntıların okul müfredatının yalnızca teorik bilgiyi vermesi, öğrencilerin kavramları birleştirme ve genelleştirme süreçlerini deneyimleyerek özümsemesine ve uygulamasına fırsat vermemesinden kaynaklandığını düşünmektedir. Kavramları özümseyemeyen

öğrencilerin lineer cebiri anlamsız sembol dizileri olarak görmeye başladığını ve öğrenmede ezber yoluna gittiklerini görmüştür. Haddad (1999) üniversite öğretiminin ilk senesinde R uzayları üzerinde pratik yapılmasını sonrasında lineer dönüşümlerin tanıtılmasını önermektedir. Ayrıca vektör uzayı ve alt uzay kavramlarının yapısal biçiminden dolayı öğretiminin sonraki senelere bırakılmasının daha doğru olacağını düşünmektedir. Cabri ile tasarlanan öğrenme ortamında vektörler ve lineer dönüşümler üzerine çalışıldığında ise cebirsel yaklaşıma göre daha iyi bir öğretim gerçekleşmediğini gören Haddad (1999) bu başarısızlığın vektör ve lineer dönüşüm kavramlarının iyi tanıtılmamasından kaynaklandığı kanısına varmıştır. Ayrıca vektörler ve lineer dönüşümlerde kavram anlayışının gerçekleşmesi için cebirsel yorumun gerekliliğine vurgu yapmış, anlamada yaşanan zorluğun kavramsal yapı üzerinde düşünülmemesinden kaynaklandığını belirtmiştir.

Harel (2000) lineer cebir öğretiminde somutluk, gereklilik ve genellenebilirlik prensiplerini temel almaktadır. Öğrencinin bilgiyi ancak bir ihtiyaç görmesi dahilinde öğrenmek istediğini ileri süren Harel (2000) bu düşüncesini gereklilik prensibine dayandırmaktadır. Gereklilik prensibine göre öğretmen, konu öğretimine başlamadan önce konunun önemi, öğrenilen bilginin ne işe yarayacağı ve günlük hayatta nasıl kullanılabileceği gibi öğrencilerin dikkatini çekecek bilgiler vererek merak duygusu oluşturur. Diğer bir ilke olan somutluk ilkesi, soyut kavramların zihinde somut bir nesneyi temsil etmesidir. Matematiksel ifade öğrencilere somut bir nesneye karşılık gelecek şekilde verildiğinde öğrenme işi kolaylaşacaktır. Harel (2000) somut nesnenin matematik uygulamalarında aynı anlama gelecek şekilde kullanılmasını ve bu kullanımının devam ettirilmesini ise genellenebilirlik ilkesiyle ilişkilendirmiştir. Somutlaştırmayı somut temsilin öğretim uygulamalarında genellenebilmesiyle mümkün olduğunu savunan Harel (2000), somutluk ve genellenebilirlik ilkelerinin birbirini gerektirdiğini ifade etmektedir.

Sierpinska (2000), lineer cebir derslerinde kullanılan düşünme biçimlerini analitik ve sentetik olmak üzere 2'ye ayırmıştır. Sierpinska'ya (2000) göre somut matematiksel nesnelerin zihinde inşa edilmesi sürecinde sentetik düşünme söz konusudur. Eğer bu nesneler zihinde tanımlardan yola çıkılarak oluşturulursa analitik düşünme gerçekleşmektedir. Yaptığı çalışmada lineer cebiri öğrencilerin üç dilde (vektörlerin ve matrislerin aritmetik dili, görsel/geometrik dil, vektör uzayları ve lineer dönüşümlerin yapısal dili) sergiledikleri akıl yürütmeleri açısından incelemiştir.

Yaptığı incelemeler sonucunda öğrencilerin bu üç dil arasında geçişler yapmakta zorlandığını tespit etmiştir. Bununla birlikte Sierpinska (2000) çalışmasında üç düşünme modundan söz etmektedir. Bu düşünme modları sentetik-geometrik, analitik-aritmetik ve analitik-yapısal düşünme şeklindedir. Sierpinska (2000), sentetik-geometrik düşünme modunda geometrik şekilleri somut temsile sahip nesnelere ele almıştır. Düzlem, çizgi veya bunların kesişme noktaları koordinatlar üzerinden gösterildiğinde sentetik-geometrik düşünme gerçekleşmektedir. Analitik-aritmetik düşünme modunda n boyutlu kümeler üzerinden yapılan hesaplamalar, analitik-yapısal modda ise matematiksel yapıyı özellikleri bağlamında ele almak söz konusudur. Ayrıca Sierpinska (2000) öğrencilerin vektör uzaylarında lineer bağımsızlığı belirlerken; vektörleri koordinat düzleminde ifade ettiklerinde sentetik geometrik düşünme modunu, matrislerin eşolun formundan faydalandıklarında analitik-aritmetik düşünme modunu, n boyutlu uzayın özelliklerinden faydalandıklarında ise analitik-yapısal modu kullandıklarını ifade etmektedir.

Sierpinka (2000) müfredat programının öğrenciye çözüm yöntemini seçme ya da ispatlar üzerine düşünme şansı vermediği gibi mevcut otoriter öğretim şeklinin öğrencilerde teorinin onların işi olmadığı izlenimini uyandırdığını ifade etmiştir. Dolayısıyla öğrenci teorik bilgiye yabancılaşmakta ve anlayış içinden çıkılmaz bir hale gelmektedir. Sierpinska'ya (2000) göre teorik bilgi gerekli olup öğrenciye direkt verilmesi durumunda yanlış kavrayışa yol açmaktadır. Özellikle vektör uzayları konusunda sadece görselleştirmeye başvurmanın da yeterli olmadığını, öğrencilerin yapısal anlayışı gerçekleştirebilmesi gerektiğini ileri sürmektedir.

Başka bir çalışmada Sierpinska, Nnadazie ve Oktaç (2002) lineer cebiri teorik düşünme açısından ele almışlardır. Teorik düşünmenin lineer cebir öğrenimi için gerekli olduğu tezinden yola çıkarak lineer cebir dersindeki başarı ile ilişkisini incelemişlerdir. Lineer cebirde başlangıç seviyesinde pratik düşünme söz konusu olurken ileri seviyede lineer cebire cevap vermeyeceğini öne sürmüşlerdir. Teorik düşünmeyi 'yansıtıcı', 'sistemik' ve analitik düşünme olarak tanımlayan Sierpinska vd. (2002), pratik düşünmenin teorik düşünmeye karşı ön koşul teşkil ettiğini ileri sürmektedir. Yaptıkları çalışmada 14 öğrenciyle görüşme yapılmış yüksek başarı gösteren 6 öğrenci için final soruları hazırlanmıştır. 6'sı matematiksel içeriğe sahip, 1'i matematiksel inancı ölçer nitelikte 7 final sorusu pratik ve teorik düşünme

açısından incelenmiştir. Görüşme sırasında aynı soruya kimi öğrencinin teorik, kiminin ise pratik düşünerek cevap aradığı fark edilmiştir. Buradan çıkardıkları sonuç lineer cebir dersinde başarı sağlamak için teorik düşünmenin şart olmadığıdır. Aynı zamanda pratik düşünmenin teorik düşünme için ön koşul olduğu dikkate alınırsa teorik düşünürün de bir uygulayıcı olması gerektiğine vurgu yapmışlardır.

Dorier (2002) çalışmasında lineer cebiri; epistemolojisi, matematik tarihinde yapılan çalışmalarla etkileşimi, öğretiminde söz konusu olan bilişsel esneklik, öğretimi için gerekli olan ve Harel'in öne sürdüğü üç temel prensip, geometri ile ilişkisi ve Rogalski'nin lineer cebir öğretim tasarımı bağlamında ele almıştır. Yaptığı çalışmada doğası gereği soyut ve derin bir bilgi olan lineer cebire geometri ile somut bir anlam yüklenebileceğini ifade etmiştir. Ayrıca Dorier (2002) konu ile ilgili literatüre baktığında yapılan çalışmaların lineer cebir öğretimi ve öğreniminde yaşanan zorluklara cevap vermediklerini görmüştür. Buradan hareketle konunun öğretiminde ve öğreniminde bir gelişme söz konusu olabilmesi için çalışmalarda tek tip iyileştirme sunulmaması gerektiğini belirtmiştir.

Oktaç (2004) uzaktan eğitim ortamında matrislerdeki özvektör ve özdeğer kavramlarının öğreniminde yaşanan zorlukları belirlemeyi amaçlamıştır. Bilişsel ve sosyal öğrenmenin birbirini etkilediğini belirten Oktaç (2004) yapılan öğretimde eş zamansızlık söz konusu olduğu için iletişim kurmakta zorlanıldığını, bu durumun yapılan öğretimin sınırlılığı olduğunu ifade etmektedir. Bununla birlikte uzaktan eğitim akıllıca yürütüldüğü takdirde öğrenci öğretmen arasında gerçek bir etkileşim kurulabilmesini mümkün görmüştür. Bilgisayar ortamında yapılan öğretim sırasında öğrencilerden matematik üzerine sorulan soruları cevaplamaları istenmiştir. Öğrenciler soruları cevaplarken alışılmışın dışında temsiller kullanılmışlar ve cevabı açıklamaları vakit aldığı için sürece uyum sağlamakta zorlanmışlardır.

Bogomolny (2006) 68 lisans öğrencisiyle yürüttüğü çalışmasında, öğrencilerin lineer cebirin; vektör, vektör uzayı, lineer bağımlılık/bağımsızlık, lineer dönüşüm ve taban kavramlarını nasıl anladıkları, bu kavramların uygulanmasında yaşadıkları zorluklar ve bu zorlukların nedenlerini araştırmıştır. Çalışmada öğrencilere verilen ödevler, ders esnasında yapılan gözlemler ve 6 öğrenciyle yapılan görüşmelerin verileri dikkate alınarak değerlendirme yapılmıştır. Elde edilen veriler öğrencilerin lineer bağımsızlık kavramının vektörler arası ilişkilendirme değil de eşolon forma dönüştürme süreci olarak algıladıklarını göstermiştir. Bununla birlikte öğrencilerin

germe kavramının geometrik temsili ile cebirsel temsili arasındaki ilişkiyi kurmakta zorlandıkları görülmüştür. Bogomolny (2006) öğrencilerin ödevlere verdikleri cevapların sahip oldukları kavram imajlarını tespit etmekte fayda sağladığını gözlemlemiş, ödevlerin konu üzerinde etkinlik yapmalarına olanak tanımakla birlikte etkili bir veri toplama aracı olduğunu belirtmiştir.

Dikovic (2007) lineer denklem sistemlerinin çözümlenmesinde determinant ve matris cebir sistemi kullanılan yazılımların fayda sağlayacağını düşünmektedir. Kullanılan yazımlar öğrencilere kavramların görsel temsillerini 2B ve 3B ortamda görme fırsatı sunmuştur. Çalışmadaki amaç, matematiksel yapıların kalem-kağıt aracılığıyla gösterilmesi mümkün olmayan yönlerinin görülmesi, ve çoklu temsiller yoluyla keşfedilmesi için teknoloji destekli bir ortam sağlamaktır. Yapılan çalışma neticesinde öğretimde bu yazılımların kullanılmasının, öğrenciye kendi bilgi seviyelerine ve öğrenme stillerine göre öğrenme olanağı tanıdığı görülmüştür. Elde edilen bulgulardan hareketle Dikovic (2007), teknolojik yazılımların öğrencilere yeni öğrendikleri bilgileri modelleyip değerlendirmede kolaylık sağlayacağını belirtmiştir. Bununla birlikte gelecekte okullardaki matematik müfredatının matematiksel yazılımları içerecek şekilde geliştirilmesini önermiştir.

Soylu ve Işık (2008) lineer cebirin, öğrenciler tarafından öğrenilmesi zor ve sıkıcı görülmesinin altında yatan nedenleri incelemişlerdir. Çalışmada Lineer Cebir II dersini alan 280 öğretmen adayı arasından, derste üç yarıyıl üst üste başarısız olan 50 öğrenci gözlemlenmiştir. Çalışmada öğrencilerin sınav sorularına verdikleri cevaplar ve yapılan görüşmeler baza alınarak veriler toplanmıştır. Gözlemlere göre öğrencilerin işlemsel bilgilere ilişkin kavram, tanım ve formülleri öğrenmede zorluk yaşamadıkları ancak bu tanım ve formülleri uygulamada zorlandıkları sonucuna varılmıştır. Soylu ve Işık (2008) öğretmenlerin lineer cebir kavramlarının öğreniminde yaşanan zorlukları önceden kestirebilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Bu zorlukları aşmak adına, öğretim esnasında kavramların somutlaştırılması yöntemine gidilebileceğini belirtmişlerdir.

Klasa (2009) lineer cebir öğretimi için hem geometrik (Maple yazılımı üzerinden) hem de cebirsel (Capri yazılımı üzerinden) bir öğretim tasarımı oluşturarak lineer dönüşüm, özvektör, özdeğer, kuadratik form, tekil değer ve konik kavramlarının öğreniminde karşılaşılan zorlukları tespit etmiştir. Öğretim tasarımı lineer cebirde görselleştirmeyi desteklediği gibi öğretmen rehberliğinde sorumluluk almalarında da

teşvik edici olmuştur. Sonuç olarak Klasa (2009) görselleştirme ve manipülasyonların, lineer cebirde anlaşılması zor görülen kavramların öğreniminde kolaylaştırıcı etki yarattığını görmüştür.

Aydın (2009a) çalışmasında lineer cebir üzerine yapılmış çalışmalar; lineer cebir tarihi, lineer cebirdeki formalizm sorunu, lineer cebirin daha iyi öğrenilmesi ve öğretilmesi için bilişsel esneklik olarak adlandırılan çalışmalar, lineer cebir-geometri ilişkisi, lineer cebir öğrenimi ve öğretiminde teknoloji kullanımı başlıkları altında analiz etmiştir. Elde ettiği verilere göre yapılan çalışmalar lineer cebirin öğrenimi ve öğretiminde yaşanan bütün zorluklara çözüm bulmadığı gibi öngörülme zorluklara yol açabileceğini ileri sürmektedir. Aydın'a (2009a) göre çalışmalar öğrenme zorluklarına, epistemolojik analizlerle ve deneysel öğretimlerle geçici çözümler getirmektedir. Kalıcı çözümler üretebilmesi için lineer cebir eğitimi konusunda araştırma çalışmalarına devam edilmesi gerektiğini belirtmiştir.

Yine Aydın (2009b) başka bir çalışmasında lineer cebir öğretimini etkileyen faktörleri; formalizm, öğrencilerin öğrenme profili, öğretim programı, lineer cebir öğretiminde teknolojinin kullanımı ve öğretim stratejileri olarak ele almıştır. Bu faktörleri incelerken; ispatlara ne kadar önem verilmesi gerektiği ne kadar soyut olması gerektiği, teknolojinin nasıl katkı sağlayabileceği, öğrencilerin lineer cebiri nasıl öğrendiği ve öğrenmelerinde hangi öğretim yönteminin daha etkili olduğu sorularına cevap aramıştır. Aydın'a (2009b) göre lineer cebir derslerine giren her öğretmen, takip edeceği bir öğretim planına sahip olan ve konuyu nasıl öğreteceğini bilen kişidir. Öğretmenler, ders esnasında öğrencilerin nasıl daha iyi öğrendiklerini tespit etmeli ve öğrenme profillerine uygun öğretim yöntemleri tercih etmelidir.

Possani, Trigueros, Preciado ve Lozano (2010), lineer cebir öğretiminde modellerin kullanımı yaklaşımı üzerine bir araştırma yapmışlardır. Modelleme ve APOS teorileri yardımıyla öğrencilerin lineer denklem sistemlerini ve bu sistemin parametrelerini kullanmaları konusunda bir analiz yaparak bu iki yaklaşımın sağladığı avantajları belirlemeyi amaçlamışlardır. Çalışmada lineer denklem sistemi kavramlarının öğretiminde söz konusu yapıları oluşturmayı ve öğrenilen kavramları yeni kavramlarla ilişkilendirmeyi sağlayacak öğretim etkinlikleri oluşturulmuştur. Yapılan çalışma sonucunda Possani vd. (2010) modelleme yaklaşımı ile oluşturulan etkinliklerin öğrencilerin kavramsal anlamayı gerçekleştirmelerinde ve gerçek hayat

problemleriyle ilgili lineer denklem sistemlerini muhakeme etmelerinde destekleyici olduğunu görmüşlerdir.

Durkaya, Şenel, Öcal, Kaplan, Aksu ve Konyalıoğlu (2011) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matrisler hakkındaki pedagojik bilgilerini çoklu temsil bileşenleri açısından incelemişlerdir. 10'u kadın 25 matematik öğretmeni adayı ile yürütülen çalışmada, öğretmen adaylarının sorulara verdikleri cevaplar ve yarı yapılandırılmış görüşmelerden toplanan veriler betimsel yöntem ile analiz edilmiştir. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının determinantın tanımını ve anlamını tam olarak ifade edemedikleri, geometrik temsiller yerine cebirsel ve sayısal temsilleri kullandıkları görülmüştür. Çalışmada dikkat çeken başka bir nokta öğrencilerin geometrik temsillerin, sadece determinantın sezgisel olarak anlaşılmasında fayda sağlayacağını düşünmeleri olmuştur. Öğrencilerin hepsinin çoklu temsillerin farkında olmadığını gözlemleyen Durkaya vd. (2011), öğrencilerin matrisler konusunda yaptıkları işlemlerin anlamlarını fark etmeleri açısından çoklu temsil bilmenin bir gereklilik olduğunu belirtmişlerdir.

Önmez (2015) öğrencilerin lineer denklem sistemlerinin R , R^2 ve R^3 uzayındaki temsillerine ait bilgi düzeylerini tespit etmek, lineer denklemlerdeki katsayı ve sabitlerin değişiminin grafik gösterimine etkilerini incelemek amacıyla nitel bir çalışma yapmıştır. Çalışmada uygulanması amacıyla açık uçlu sorulardan oluşan 4 test hazırlanmıştır. Bu testler hazırlanırken öğretmen adaylarının lineer denklemlerdeki kavram imajları çoklu temsiller bazında ele alınmıştır. Uygulanan testlerin sonuçları betimsel yöntem ile analiz edilmiştir. Elde edilen bulgulardan hareketle öğretmen adaylarının özellikle R^3 teki uzayının geometrik temsilinde zorluk yaşadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bununla birlikte öğretmen adayları lineer denklemlerdeki katsayı ve sabit değişimini grafiğe yansıtma farkındalık göstermemişlerdir.

Çevik (2015) Wolfram yazılımı üzerinden hazırladığı lineer cebir materyallerinin öğretmen adaylarının görselleştirme becerilerine etkisini ve öğrencilerin bu etkinliklere yönelik memnuniyetlerini araştırmıştır. Uygulanan materyaller vektör ve matris uygulamalarının içermektedir. 36 2. Sınıf öğrencisi ile yürütülen çalışmada veriler yarı yapılandırılmış görüşme formu üzerinden toplanmıştır. Çalışmadan elde edilen bulgular öğretmen adaylarının Wolfram üzerinden oluşturulan ders içi materyalleri faydalı bulduklarını göstermiştir. Yapılan gözlemler sonucunda

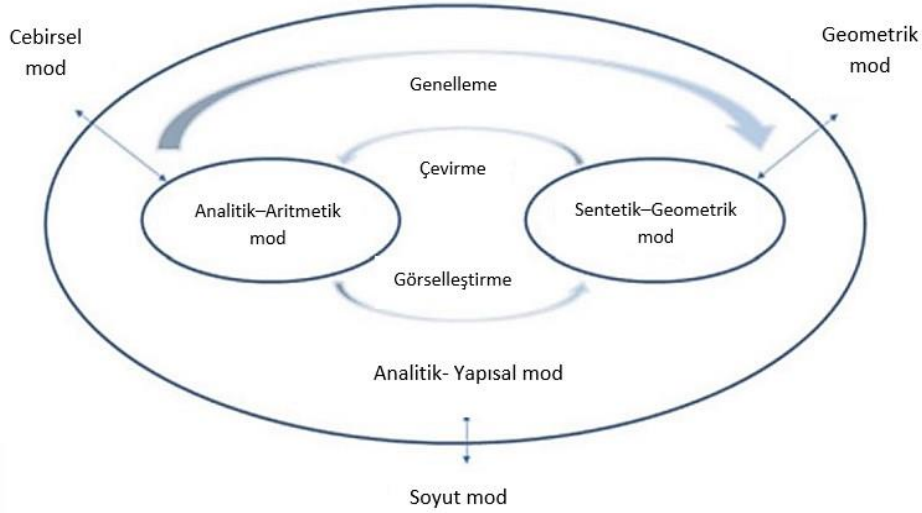
uygulanan materyallerin öğrenme ortamını olumlu etkilediği ve görselleştirmeyi kolaylaştırdığı görülmüştür.

Kaplan, Gedik, Konyalıoğlu ve Işık (2013) Türkçe'ye çevrilmiş ve Türkçe yazılmış 20 lineer cebir kitabını öğrenmeye rehber olan öğretici unsurlar açısından incelemişlerdir. Çalışmada öğretici unsurlar farklı temalara ayrılmış, bu temalar kendi içlerinde kategorize edilmiştir. Belirlenen kategoriler altında yapılan doküman incelmeleri sonucunda elde edilen veriler betimsel analize tabi tutulmuştur. Analiz sürecinde öğretici unsurlar bilişsel ve duyuşsal boyutlar açısından incelenmiştir. Yapılan değerlendirmelere göre lineer cebir kitaplarının formalizme bağlı kalarak bilgi verme amaçlı hazırlandığı, öğretici unsurları verme açısından yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Thomas ve Stewart (2011), çalışmalarında lineer cebir öğretiminde dili ve görselleştirmeyi vurgulamaktadırlar. Yaptıkları çalışmada öğrencilerin kavramsal düşünmeyi gerçekleştirmede görselleştirmeyi ve dili nasıl kullandıklarını Tall'un matematiğin üç dünyası (somut, sembolik, formal) teorisi çerçevesinde incelemişlerdir. Öğrencilere uygulanan derse yönelik tutum testi ve sınav soruları değerlendirmeye tabi tutulmuştur. Yapılan değerlendirmelere göre lineer cebir kavramlarının farklı temsilleri arasında bağlantıyı gerektiren sembolik dünya, somutlaştırmayla daha anlaşılır hale gelecektir. Thomas ve Stewart (2011), Tall'un somutlaştırılmış dünyasının, sembolik dünyanın getirdiği hesaplamaları anlamayı sağlamada fırsat sunduğunu ve dolayısıyla öğrencilere daha cazip geldiğini ifade etmişlerdir.

Donevska-Todorova (2018) çalışmasında lineer cebir öğretimi ve öğreniminde dijital kaynakların kullanılmasına ilişkin yapılan çalışmaları analiz etmiş ve dijital kaynakların öğrencilerin lineer cebirdeki yeterliliklerine etkisine odaklanmıştır. Dijital kaynaklar kullanılarak yapılan öğretim öğrencilerde çoklu temsil kullanma, görselleştirme becerisi ve kavramsal anlayışlarına olumlu katkı sağlamıştır. Bununla birlikte öğrenciler lineer cebir kavramlarını tanımlama, temsil etme ve kavramlar arasındaki geçişi sağlamada olumlu gelişme göstermişlerdir. Donevska-Todorova (2018), dijital kaynakları lineer cebirde yeterlilik alanlarını geliştirmedeki etkisine göre sınıflandırarak yaptığı analizden hareketle, lineer cebirin öğretim ortamını tasarlamak için üç düşünme ve tanımlama modu kavramlarının iç içe geçmiş

modelini oluşturmuştur. Geliştirdiği model lineer cebir kavramlarının yapısına göre kullanılan diller ve düşünme biçimleri arasındaki bağlantı geçişlerini içermektedir. Donevska- Todorova'nın (2018) önerdiği iç içe geçmiş model aşağıda verilmiştir.



Şekil 2.1. Üç tanımlama ve düşünme modu kavramının iç içe geçmiş modeli (Donoveska – Todorova (2018) sayfa:261'den uyarlanmıştır.)

Stewart ve Thomas (2019) öğrencilerin lineer cebirde ispatlamaya ilişkin bakış açılarını incelemek amacıyla 16 kişiden oluşan üniversite düzeyi birinci sınıf öğrencileriyle bir çalışma yürütmüşlerdir. Çalışmada öğrencilerin ispatla ilgili hazırlanan mülakat sorularına verdiği cevaplar, ispata karşı endişelerinin olduğunu işaret etmiştir. Öğrenciler ispatı anlamakta güçlük çekmeleri nedeniyle ezber yapmayı tercih etmektedir. Stewart ve Thomas (2019) bu soruna çözüm getirmek için öğretim görevlilerinin derslerine girdikleri öğretmen adaylarının ispat sırasında kullandıkları stratejiler üzerinde düşünceleri gerektiğini savunmaktadırlar. Ayrıca Stewart ve Thomas (2019), 2011 yılında özdeğerler ve özvektörleri somutlaştırma üzerine yaptıkları çalışmaya dikkat çekerek lineer cebiri somutlaştırmanın ispatı anlama üzerinde de etki göstereceğine vurgu yapmışlardır.

Altınbaş (2021) çalışmasında ilköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin lineer cebir dersindeki anlama boyutlarını tespit etmek için çoklu temsil tabanlı ve probleme dayalı yapılan öğretimin öğretmen adaylarının özyeterlik algısını, anlama boyutlarını, düşünme yapılarını ve performanslarını nasıl etkilediğini incelemiştir. Uygulama süreci lineer birleşim, lineer denklem sistemi, lineer

bağımlılık/bağımsızlık, taban, germe, baz ve lineer dönüşüm kavramlarıyla ilgili oluşturulan senaryolar, GeoGebra yazılımı ve çalışma yapılarından faydalanılarak yürütülmüştür. Uygulama sonucunda çoklu temsil temelli ve probleme dayalı öğretim yönteminin, formalizme dayalı geleneksel öğretim yöntemine kıyasla öğrencilerin özyeterlik algısını ve matematik başarısını geliştirmeleri açısından daha etkili olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının kavramlar arası ilişki kurmada en çok formal/işlemsel, en az ise uzaysal ilişkilendirmeden yararlandığı görülmüştür. Altınbaş (2021) öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarını ilişkilendirirken, teoreme ilişkin hata yaptıkları veya kavramlarla ilgili yanlış çıkarımda buldukları için yanılığa düştüklerini ifade etmektedir.

Lineer cebir üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde ülkemizde bu alanda faydalanabileceğimiz kaynakların azlığı dikkat çekmektedir. Öğrencilerin üniversiteye kadarki süreçte gördüğü matematikten farklı olan lineer cebir kavramları öğrencileri bir karmaşanın içine sokmaktadır. Öğrencilerin kendilerini çıkmazda hissetmemeleri adına öncelikle kavramsal yapının öğretiminde etkili yöntemler tercih edilmelidir. Yapılan çalışmalarda bu öğretimin teknoloji destekli veya görselleştirmeye dayalı gerçekleştirilmesinin fayda sağlayacağı düşünülmektedir (Haddad, 1999; Harel, 2000; Dikovic, 2007; Soylu ve Işık, 2008; Klasa, 2009; Aydın, 2009; Possani vd., 2010; Thomas&Stewart, 2011; Çevik, 2015; Donevska-Todorova, 2018). Kaplan vd. (2013) ve Sierpinska (2000) okul müfredatının ve ders kitaplarının etkili bir kavramsal öğrenme gerçekleştirme adına zenginleştirilmesi gerektiğini düşünmektedirler.

Genel olarak bakıldığında lineer cebir alanında yapılan çalışmaların lineer cebir kavramlarının formalist yapısından kaynaklanan öğretim ve öğrenim zorlukları, kavramların temsili ve temsil dilleri, lineer cebirin geometri ile ilişkisi üzerinde yoğunlaştığı görülmektedir. Yapılan çalışmalardan hareketle lineer cebirde kavramların temsillerinin farklılık göstermesinden kaynaklanan öğrenim ve öğretim zorluğunun sorun teşkil ettiği söylenebilir. Öğretimde bu temsillere ve temsiller arası geçişe ayrıca önem verilen çalışmalar görülmektedir (Sierpinska, 2000; Bogomolny, 2006; Durkaya vd., 2011; Önmez, 2015; Thomas&Stewart, 2011; Donevska-Todorova, 2018; Altınbaş, 2021).

2.3. Vektör Uzayı Teorisi

Harel (1987) çalışmasında 32 lineer cebir ders kitabını lineer cebir öğretimine yönelik yaklaşımları incelemek amacıyla içeriğin sıralanması, vektör uzayı modellerinin düzeylerinin genelliği, giriş materyalleri, düzenleme ve sembolize etme değişkenleri çerçevesinde analiz etmiştir. Analiz edilen kitapların yalnızca 2'sinin lise düzeyine uygun olduğunu geri kalanların ise üniversite düzeyinde olduğunu tespit etmiştir. Ders kitaplarının soyuttan somuta ve somuttan soyuta olacak şekilde düzenlemeler içerdiğini ifade eden Harel (1987) genellik düzeyi değişkeninin yalnızca lineer cebire özgü olduğunu, diğer değişkenlerin tek bir içeriğe yönelik olmadıklarını belirtmiştir. Bununla birlikte kavramsal yaklaşımlar açısından bakıldığında çoğu ders kitabında net ifadeler olmadığını görmüştür.

Dorier (1998) vektör uzayları teorisinde öğrencilerin zorluk yaşamasının altında yatan nedenleri araştırmış aynı zamanda formalizmin vektör uzayları öğretimine etkisini incelemek amacıyla bir öğretim yaklaşımı oluşturmuştur. Dorier (1998) öğrencilerin vektör uzayları teorisinde maruz kaldığı formalizmi, önceki bilgiyle yeni bilgiyi birleştirme ve ulaşılan sonucu genellemenin sağlandığı aksiyomatik süreç olarak tanımlamıştır. Bu karmaşık aksiyomatik süreçte öğrencilerin formalizmi kabullenerek vektör uzayları teorisinde başarı sağlamaları için sezgileri ile vektör uzaylarının biçimsel dili arasındaki ilişkiyi kurmaları gerektiğine vurgu yapmıştır.

Hillel (2000) lineer cebiri iyi anlamış olmak için cebirsel nesnelere ve bunların cebirsel alandaki yapılarını geniş bağlamda ele almak gerektiğini ileri sürmektedir. Çalışmasında vektör uzaylarının soyut dil, cebirsel dil ve geometrik dil olmak üzere üç temsil dili olduğunu ve bu dillerin kendine özgü yapıları olduğuna değinmektedir. Hillel'e (2000) göre matematiksel teorik yapıyı anlamlandırmada veya ifade etmede soyut dil kullanılmaktadır. İki ve üç boyutlu vektör uzayı ve bu uzayın kavramlarının (nokta, doğru, düzlem gibi) ifadesinde geometrik dil, R teorisinin kendine özgün dilinin ifadesinde ise cebirsel dil söz konusu olduğunu belirtmektedir.

Hristovitch (2001) çalışmasında, öğrencilerin lineer bağımsızlık kavramını anlamalarındaki bilişsel süreçleri ve bu kavramın öğreniminde yaşanan zorlukları incelemiştir. Aynı zamanda öğrencilerin sembolik temsiller üzerine akıl yürütmelerinin kavramsallaştırmayı gerçekleştirme ve problem çözme süreçlerine etkilerini araştırmıştır. 60 üniversite öğrencisi katılımıyla gerçekleştirdiği

çalışmasında gözlem notları, quiz ve mülakatlardan elde ettiği verileri analiz etmiştir. Lineer cebirde kavramsal anlamamanın işlemsel anlamadan yapısal anlamaya doğru gerçekleştiğini belirten Hristovitch (2001), öğrencilerinin çoğunun işlemsel anlamaya sahip olduğunu görmüştür. Bundan dolayı öğrencilerin yapısal anlama gerektiren durumlarda işlemden yapısal geçişte zorluk yaşadıklarını ifade etmiştir.

İşleyen ve Işık (2005) 100 kişinin katılım gösterdiği ilköğretim matematik öğretmenliği 2. Sınıf öğrencileriyle alt vektör uzaylarının kavramsal öğrenimi üzerine bir çalışma yürütmüşlerdir. Yaptıkları çalışmada önce öğrencilere alt vektör uzayları konusunda öğretim uygulamışlar sonrasında öğrencilerden alt vektör uzayının tanımını yapmalarını ve kavrama ait bir problemi çözmelerini istemişlerdir. Öğrencilerin çoğunluğu vektör uzayının tanımını yapsa da probleme çözüm getiren olmamıştır. Öğrenciler verilen problemde öğretim sürecinde çözülen problemin çözüm tekniğini uygulanmış bu da yanlış sonuca ulaşmalarına neden olmuştur. İşleyen ve Işık (2005) öğrencilerin problemde başarı gösterememelerinin nedenini kavramsal anlamayı gerçekleştirememelerine ve işlemler üzerine yoğunlaşp kavramları yok saymalarına bağlamışlar, öğrencilerin alt vektör uzayı kavramını işlemsel olarak öğrendiklerini ve özümseyemediklerini tespit etmişlerdir.

Kazıcı (2008) vektör uzayları konusundaki kavram yanlışlıklarını belirlemek amacıyla Fen-Edebiyat Matematik, Ortaöğretim Matematik, İlköğretim Matematik ve Fen Edebiyat Fizik bölümünde okuyan üniversite 2. Sınıf düzeyinde öğretmen adayları ile çalışma yürütmüştür. Çalışmada esnasında hazırlanan teşhis testi, mülakatlar ve sınıf içi gözlemler dikkate alınarak yapılan değerlendirmeler sonucunda öğretmen adaylarında fazla kavram yanlışlığı görülmüştür. Ancak bunlardan en önemlilerine; vektör uzayı ve alt uzay aksiyomları, iki vektör uzayı eşitliği, skaler toplamı ve çarpımı, lineer bağımlılık ve lineer bağımsızlık kavramlarında rastlanmıştır.

Britton ve Henderson (2009) öğrencilerin lineer cebirde karşılaştıkları kavramsal zorluklar üzerine yaptığı çalışmasında odağını vektör uzaylarında kapalılık özellikleri ve fonksiyon kavramına çevirmiştir. Çalışmadan çıkarılan sonuca göre öğrenciler vektörel işlevleri görmede problem yaşadıklarından kapalılık özelliklerini kontrol etmede zorluk yaşamaktadır. Britton ve Henderson (2009) bu zorluğun aşılmasının ispat yönteminin kullanılmasıyla mümkün olduğunu belirtmekte, ispatlar yapılırken kullanılan ortak dile ve prosedürlere vurgu yapmaktadırlar. Ayrıca toplama ve skalerle çarpma yaparken ispatlar arası benzer bağlantılar kurmanın

anlamayı daha güçlendirdiğini ifade etmişlerdir. Vektörlerin fonksiyon olarak verilmesi durumunda ise öğrencilerin fonksiyonu formülden ayırma yeteneğine sahip olmadıkları için zorluk yaşadıklarını belirtmişlerdir.

Ertekin, Solak ve Yazıcı (2010) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının lineer bağımlılık ve lineer bağımsızlık kavramlarını geometrik olarak yorumlanmalarında formalizmin etkisini incelemişlerdir. Çalışma 33'ü 1. sınıf, 111'i 2. sınıftan oluşan 144 öğretmen adayıyla yürütülmüştür. Öğretmen adaylarının, iki ve üç boyutlu uzaydaki vektörlerin lineer bağımlı/bağımsızlığını belirlemede cebirsel ve geometrik yorumlamaları başarı seviyeleriyle ilişkilerinin ve geometrik yorumlamada hangi düşünce biçimini kullandıklarının tespiti amaçlanmıştır. Yapılan ders içi uygulamalarda öğretmen adayları lineer bağımlılık ve lineer bağımsızlık kavramlarını cebirsel ve geometrik olarak yorumlamakta zorlanmışlardır. Bu iki yorumlama biçimi dikkate alındığında öğrencilerin kavramlara daha çok cebirsel yorum getirdikleri görülmüştür. Kavramların biçimsel tanımlarından geometrik bir anlam çıkarmakta zorlanan öğrenciler başka yapılardan faydalanmışlardır. Ertekin vd. (2010) lineer cebir öğretiminde lineer bağımlılık/bağımsızlığın geometrik yorumlanmasına önem verilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir.

Parker (2010) lineer cebir öğrenimi gören 7 öğrenciyle yürüttüğü çalışmasında, öğrencilerin lineer bağımsızlık ve germe kavramlarındaki dil kullanım becerileri, sezgileri ve öğrenmeleri arasındaki ilişkileri incelemiştir. Öğrenmeyi lineer bağımsızlık ve germe kavramlarını, öğrencilerin anlamalarının doğası olarak tanımlayan Parker (2010), çalışmadan elde ettiği bulgulara göre dil kullanımı, sezgileri ve anlamaları arasında bir ilişki olduğunu görmüştür. Yapılan uygulamalarda öğrencilerin kavramsal tanımları anlamalarında işlemsel anlamalarına göre daha fazla farklılık gözlemlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin kavramsal anlamalarına olan inançlarının, sezgileri ve algılarından daha zayıf olduğu görülmüştür. Çalışmanın bulgularından hareketle öğretim uygulamalarının öğrencilerin sezgilerini ve dil becerilerini güçlendirecek nitelikte olması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Parraguez ve Oktaç (2010) öğrencilerin vektör uzayı kavramını oluşturmada; Eylem(Action), Süreç (Process), Nesne (Object) ve Şema (Schema) kısaca APOS teorisinden faydalanacakları bir çalışma yürütmüşlerdir. APOS teorisini matematiksel kavramı öğrenirken oluşturdukları zihinsel yapılandırmalarla

ilgilendiğine değinen Parraguez ve Oktaç (2010) teorisinin zihinsel yapılandırma sürecinde izleyecekleri yolu belirlediğini ifade etmektedirler. Çalışmada ikili işlem süreçlerinin düzenlenmesi ve vektör uzayı kavramının diğer kavramlarla ilişkisi üzerinde durulmuştur. Yapılan değerlendirmelere göre öğrenciler vektör uzaylarının kavramsal şemasını oluştururken ön koşul yapılardan yoksun oldukları için zorlanmaktadırlar. Parraguez ve Oktaç (2010) vektör uzayı kavramının öğretiminde iki ikili işlemi birleştiren aksiyomların birbiriyle ilişkisine ayrıca önem verilmesi gerektiğine dikkat çekmişlerdir.

Wawro, sweeney ve Rabin (2011) alt uzaya dair sahip olunan kavram imgelerini ve bu imgelerin formal tanımıyla bağlantısını inceledikleri çalışmalarında öğrencilerin alt uzaya ilişkin kavram tanımlarının olması gerekenden farklılık gösterdiği tespit edilmiştir. Cebirsel bir yapıya sahip olan alt uzay kavramının öğrencilerde oluşan kavram görüntüsü geometrik nesne, cebirsel nesne ve bütünün parçası olarak tanımlanmıştır.

Birinci (2016) öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarını anlayışlarını düşünme yapıları ve uzamsal yetenekleri açısından incelemiştir. Çalışmanın içeriğini vektör uzayları, alt vektör uzayları, lineer birleşim, lineer bağımsızlık, taban (baz) ve boyut kavramları oluşturmaktadır. 2012-2013 yılında lineer cebir dersi gören 41 öğretmen adayı ile yapılan çalışmada toplanan veriler betimsel istatistik ve içerik analizi yöntemleriyle incelenmeye tabi tutulmuştur. Ek olarak öğrencilerin tanımlarda kullandıkları kelime analizinde Wordaizer yazılımından faydalanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda öğrencilerin lineer cebirde kullandıkları matematiksel imgelerin kavramlara göre farklılık gösterdiği, ortak kavramlar için kullandıkları kavram imgelerinin benzer olduğu fark edilmiştir. Öğretmen adaylarından uzamsal yetenekleri yüksek olanlar lineer birleşim ve lineer bağımsızlık kavramlarında daha iyi performans sergilemişlerdir. Buradan hareketle Birinci (2016) uzamsal yeteneğin lineer cebir konusunu anlamada etkili olduğu sonucuna varmıştır. Ayrıca çalışmada lineer cebirde kavram imgelerinin çeşitlenmesi, kavramlar arası ve üç temsil dili olan geometrik dil-cebirsel dil-soyut dil arasında güçlü bağlantılar kurulması açısından, lineer cebir müfredatının ve ders kitaplarının amaca hizmet şekilde düzenlenmesi gerektiğini ifade etmiştir. Öğretmen adaylarının öğrendiği kavramları nerede kullanacaklarını bilmediklerini fark eden Birinci (2016) lineer cebir derslerinin uygulamalı olarak yürütülmesi gerektiğini belirtmektedir.

Arslan (2021) çalışmasında öğretmen adaylarının vektör uzaylarında lineer bağımlılık, lineer bağımsızlık, baz ve boyut kavramlarını nasıl algıladıklarını incelemiştir. Bulgulardan hareketle öğretmen adaylarının lineer bağımlılık ve lineer bağımsızlık kavramlarını anladıklarını ancak bu kavramlar arasında ilişki kuramadıklarını fark etmiştir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının baz ve boyut kavramlarının neyi ifade ettiğini bilmediklerini, bu kavramları algılanmakta güçlük yaşadıklarını belirtmiştir. Adaylar lineer bağımlılık, lineer bağımsızlık, baz ve boyut kavramlarına yönelik işlemsel sorularda zorlanmamışlar ancak sıra bu kavramları tanımlamaya ve başka kavramlarla ilişkilendirmeye geldiğinde aksine bir performans sergilemişlerdir. Bir başka dikkat çeken nokta ise üç boyutlu vektör uzayını kavramsal olarak bilseler de günlük hayattaki ifadesini algılamada ve kendi cümleleriyle açıklamada güçlük yaşamaları olmuştur. Arslan (2021) tam kavram anlayışının gerçekleştirilmesinde, vektör uzaylarının yapısına uygun olarak teknoloji destekli bir eğitimin fayda sağlayacağını düşünmektedir.

Vektör uzayları üzerine yapılan çalışmalara bakıldığında vektör uzayları teorisinin anlaşılmasında zorluk yaşanıldığı görülmektedir. Özellikle lineer bağımlılık, lineer bağımsızlık ve alt uzay kavramlarında öğrenciler kavram yanılgısına düşmektedir. Konu öğretimi işlemsel ağırlıklı yapıldığı zaman, öğrenciler konu ile ilgili herhangi bir soruyla karşılaştıklarında işlemler üzerine yoğunlaşarak kavramları önemsememeye başlamaktadırlar. Vektör uzaylarında yaşanan öğrenme ve öğretim zorluklarının önüne geçmek adına kavramsal öğrenmeye önem verilmesi gerektiği söylenebilir.

Literatür incelendiğinde vektör uzayları konusunu öğrenmenin uzamsal yeteneği gerektirmesi, kavramların geometrik temsile sahip olması, vektörel işlevleri görmede problem yaşanması ve soyut kavramlarının zihinde yapılandırılmasında güçlüklerle karşılaşılması öğretimde görselleştirme yaklaşımının etkili olacağı düşüncesini uyandırmaktadır. Yapılan çalışmalardan hareketle vektör uzayları teorisinin öğretiminde görselleştirme yaklaşımından faydalanmanın somutlaştırmayı kolaylaştırarak öğretimi daha anlaşılır ve kalıcı hale getireceği sonucuna varılabilir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde, yapılan araştırmanın yürütülmesinde kullanılan araştırma modeli, araştırmanın örnekleme, veri toplama aracı, verilerin toplanma ve analiz edilme süreci, araştırmanın geçerlilik ve güvenilirliğini sağlamada dikkate alınan hususlar hakkında bilgiler yer almaktadır.

3.1. Araştırma Modeli

Yapılan araştırmada, çalışmalar vektör uzaylarının öğretimde görselleştirme ile öğretim yaklaşımına yönelik olarak analiz edilmiş olup analiz sürecinde içerik analizi türü olan meta-sentez yönteminden faydalanılmıştır.

3.1.1. Meta-sentez

Nitel araştırma yöntemlerinden meta-sentez; bir diğer adıyla tematik içerik analizi, araştırılması belirlenen konu ile ilgili yapılmış çalışmaların nitel bulgularının ilgili temalar altında eleştirel bakış açısıyla yorumlanmasıdır (Çalık & Sözbilir, 2014; Sherwood, 1997; Jensen & Allen, 1996; Thorne, Paterson, Acorn, Canam, Joachim & Jillings, 2002; Sandelowski, Docherty & Emden, 1997).

Nitel araştırmalar çalışmalardan elde edilen bulguların tema ve kavramları üzerinden analizini yapmaktadır (Dixon-Woods, Cavers, Agarwal, Annandale, Arthur, Harvey & Sutton, 2006). Meta-sentez nitel araştırma bulgularını daha genellenebilir hale getirmek ve çeşitli bağlamlarda zengin bir teori oluşturmak için geliştirilmiştir (Finfgeld-Connett, 2018). Kavramların bir çalışmadan diğerine çevrilmesini içeren bu yöntem bulguların daha fazla boyutta incelenmesine olanak tanımaktadır (Barnett-Page & Thomas, 2009). Meta-sentezin nitel bulguları; belgeler, alan notları, vaka öyküleri, gözlem notları, dramalar gibi yorumlanmış verilerden oluşmaktadır (Sandelowski & Barroso 2003). Araştırma sürecinde, veriler arası bağlantı kurularak her bir çalışmanın bulgularından daha çok yönlendirici olacak yeni ve birleştirici bir yorum üretmek amaçlanır (Sherwood, 1999). Tümevarımsal bir araştırma yöntemi

olan meta-sentezde veriler titiz bir şekilde analiz edildikten sonra sentez süreci başlatılır (Corbin & Strauss, 2008). Ancak çalışmaların kavram ve metaforlar üzerinden birbirine çevrilmesiyle yapılan sentez süreci temsil sorununu beraberinde getirmektedir. Belirlenen tema ve metaforlar, bütün çalışmaların çevrilmesi hedeflenen özelliklerini karşılayacak nitelikte olmalıdır. Sonuç olarak, yapılan çalışma incelenen birden fazla çalışmayı temsil edecektir. Araştırmacıların çalışmaları doğru yorumlamaları geçerliliği olumlu yönde etkilemektedir (Sandelowski, 2006).

Meta-analiz yöntemiyle benzerlik gösteren meta-sentez yöntemi, çalışmaların sayısal verileriyle ilgilenmez. Meta-analizde ise aynı konu üzerine yapılmış birden çok çalışmanın, nicel bulguları analiz edilerek çalışma sonuçlarının birleştirilmesi amaçlanmaktadır (Tyler & Last, 1992). Meta-analizde verilerin istatistiksel olarak birleştirilerek indirgenmesi söz konusuysen, meta-sentezde çalışma verileri yeniden yorumlanarak veriler genişletilmektedir (Sandelowski, 2003). Meta-sentez, bir diğer içerik analizi yöntemi olan betimsel içerik analizi ile kıyaslandığında ise daha az çalışmayla yürütüldüğü ve yeni bilgilere ulaşmak amacıyla çalışmaların daha derinlemesine bir incelemeye tâbi tutulduğu görülmektedir (Polat & Ay, 2016). Meta-sentez sürecinde örneklem, söz konusu yaklaşım üzerine belirlenen hipotezleri test etmeye yetecek kadar büyük ve dış geçerliliği sağlayacak kadar temsili bir sayıda tutulmalıdır (Mills, Durepos & Wiebe, 2010). Bu tür araştırmalarda önemli olan örneklem büyüklüğünden ziyade belirlenen kavram ve metaforların araştırma hipotezinin doğruluğunu açıklayacak nitelikte olmasıdır. Finfgeld (2003) meta-sentez çalışmalarında örneklem büyüklüğünün konunun genişliğiyle bağlantılı olduğunu vurgulamaktadır. Daha geniş kapsama sahip bir konuda belirlenen örneklem büyüklüğüyle dar kapsamlı bir konuda belirlenen örneklem büyüklüğü farklılık gösterebilmektedir.

Meta-sentez çalışmalarında bir diğer önemli husus; yapılan araştırmanın geçerlik ve güvenilirliğinin test edilmesidir. Sentez sürecinde çalışmalar için kullanılan birleştirici ifadeler, her çalışmaya karşılık gelecek özellikte olmalıdır. Çalışma verilerinin analiz, sentez ve değerlendirme süreçlerinde birden fazla araştırmacının yorumları alınarak ortak ifadelere yer verilmesi ve araştırma sürecinin objektif bir yaklaşımla gerçekleştirilmesi güvenilirliği olumlu anlamda etkileyecektir. Araştırmanın geçerliliğini sağlamak amacıyla araştırmanın amacı, kapsamı, verilerin toplanma ve

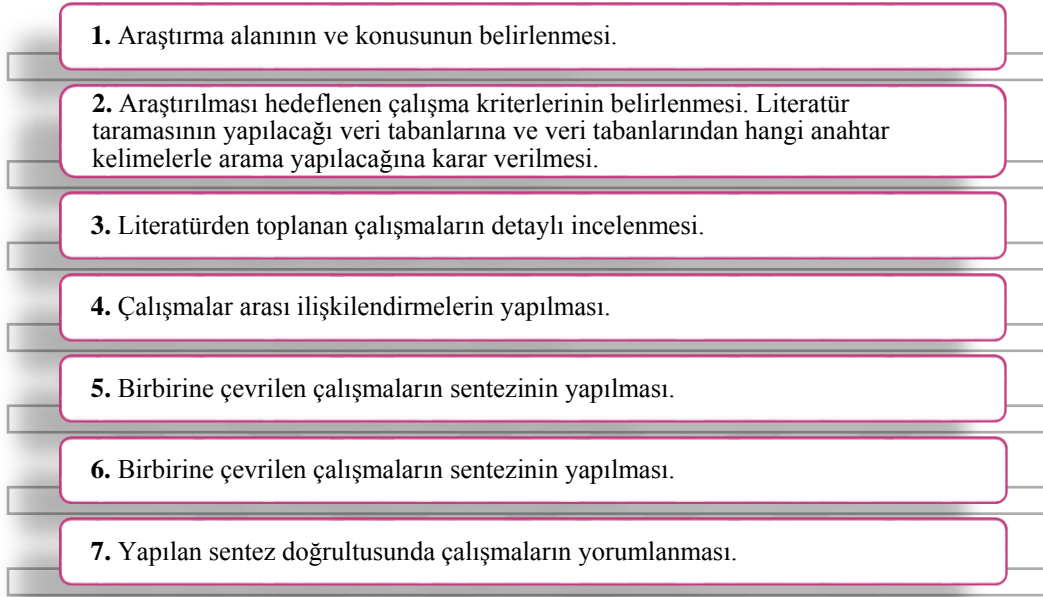
analiz süreci açık bir şekilde ifade edilmelidir. Bondas ve Hall (2007) bütün nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenilirlik çalışmalarına önem verilmesi gerektiğine, bunun en az çalışma sonucu kadar önem teşkil ettiğine vurgu yapmaktadır.

3.1.2. Meta-sentez'in Tarihsel Gelişimi

Çoğunlukla sağlık alanında yapılan araştırmalarda kullanılan meta-sentez yöntemi 'nitel bulguların sentezi' teorisiyle Glaser ve Strauss tarafından 1967'de ortaya atılmıştır. Glaser ve Strauss 1971 yılında yaptıkları çalışmayı dört nitel araştırma üzerine yürüterek araştırmaların sonuçlarını birbirleriyle ilişkilendirmiştir. Daha önce yapılan çalışmalarda rastlanılmamış olan bu yöntem, birden fazla nitel araştırmanın birlikte değerlendirildiği ilk araştırma örneği olmuştur (Zimmer, 2006).

Stern ve Harris (1985) 7 nitel çalışmayı üç farklı boyutta ilişkilendirmişler ve araştırma sonuçlarını birleştirmişlerdir. Araştırmayı yapmalarındaki amaçları çalışmaların bulgularını benzerlik ve farklılıkları açısından incelemektir. Yaptıkları analizle 'nitel meta-sentez' ifadesini ortaya atan ilk araştırmacılar olarak bilinmektedirler. Araştırma bulgularının sistematik olarak gözden geçirilmesine olanak tanıyan nitel meta-sentez, güvenilir bir yöntem olarak görülmüştür. Meta-sentezin eğitim alanında ilk kullanımı ise Noblit ve Hare'in (1988) meta-etnografi (meta-ethnography) çalışması ile gerçekleşmiştir. Meta-etnografi belirli bir konudaki nitel çalışmaların bir araya getirilerek, doğru kabul edilen varsayımların açığa çıkarılması, açıklanması ve yeniden yorumlanması olarak tanımlanmıştır (Walsh, 2005). Noblit ve Hare (1988) yaptıkları çalışmada, birden fazla nitel çalışmanın kavramlar ve metaforlar kullanılarak birbirine çevrilip yorumlanmasıyla daha geniş bir senteze ulaşmanın mümkün olduğunu göstermişlerdir. Noblit ve Hare'in (1988) meta-etnografi çalışmalarında belirlediği 7 aşama Şekil 3.1'de verilmiştir. DeWitt-Brinks ve Rhodes ise 1992 yılında yaptıkları çalışmada meta-sentezi 'niteliksel meta-analiz' olarak ele almışlardır. Niteliksel meta-analizde araştırma konusu ile ilgili nitel çalışmaların sentezinin, nitel bulguların betimleyici ifadeler ile açıklanması ile sağlanacağını savunmuşlardır. Zamanla araştırmacılar ortak noktada buluşarak nitel çalışmaların nitel bulgularının farklı kavram ve temalarla birleştirilip yeniden yorumlanması yöntemini 'meta-sentez' olarak adlandırmışlardır. Ancak o dönemlerde birden fazla nitel çalışmanın soyutlanarak temalaştırılması fikrinin nitel araştırmanın temel yönlerinin ihlal edilmesine neden olacağını düşünerek niteliksel

meta-senteze olumlu yaklaşmayan araştırmacılar da olmuştur (Jensen & Allen, 1996 & Sandelowski, 1997).

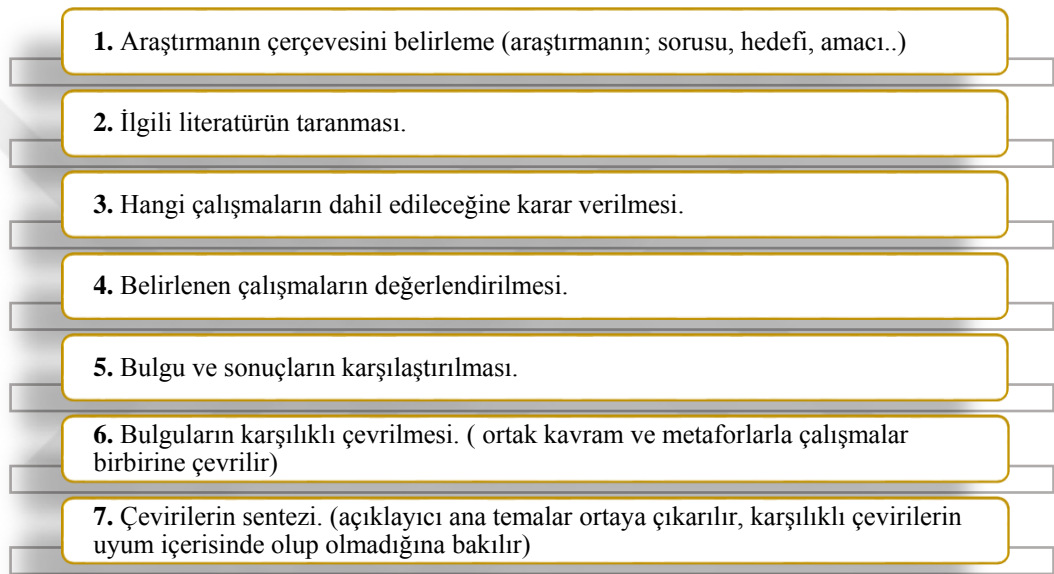


şekil 3.1. Noblit ve Hare'in (1988) meta-etnografi aşamaları

Zimmer (2006) niteliksel meta-sentezi nitel çalışmaların birbirleriyle ilişkili bulgularını araştırmada faydalı bir yöntem olarak görmüştür. Bu yöntem nitel bulgulardan daha yüksek düzeyde yorumlama ve genelleme imkanı tanınmasından dolayı kullanılabilirliği artırmaktadır (Zimmer, 2006). Benzer şekilde Barnett-Page ve Thomas (2009) kavramların bir çalışmadan diğerine çevrilmesiyle yeni yorumlamalar getirilen bu yöntemin daha kapsamlı açıklama imkanı sunduğunu ifade etmişlerdir. Araştırmacılar çoğunlukla meta-sentezin nitel araştırma bulgularını incelediğini savunsa da Bair ve Haworth (2004), Akalın ve Kılıç (2022), Aküzüm ve Özmen (2014), Koyuncu (2023), Kaya (2021), Kıncal ve Beypınar (2015), Saraçoğlu ve Aşılıoğlu (2015), Strobel ve Van Barneveld (2009) yaptıkları meta-sentez çalışmalarında hem nitel hem de nicel bulgulara yer vermişlerdir. Bu durum araştırmacıların meta-sentez çalışmalarına nicel bulguların dahil edilip edilmemesi konusunda ortak fikirde olmadıklarını göstermektedir. Ülkemizde son zamanlarda nicel çalışmalara yer verilen meta-sentez çalışmalarına daha fazla rastlanılmaya başlanmıştır.

Meta-sentez yönteminin araştırmanın konusu ile ilgili çalışmaların yeterli olup olmadığının görülmesinde, eksiklerinin ve faydalarının tespitinde, çalışmalar üzerine yapılan genel değerlendirmelerle ortak bir sonuca ulaşmada kolaylık sağladığı düşünülmektedir. Dolayısıyla meta-sentez, araştırmanın amacına hizmet etmesi açısından kullanılması uygun bir yöntem olarak görülmüştür.

Yapılan araştırmada Walsh ve Downe'un (2005) meta-sentez çalışması sürecinde belirlediği aşamalar takip edilmiştir. Walsh ve Downe (2005) meta-sentez çalışmalarının gerektirdiği süreç için belirlediği aşamalar Şekil 3.2'de verilmiştir.



Şekil 3.2. Walsh ve Downe'un meta-sentez aşamaları (Walsh ve Downe'un (2005) yaptığı çalışmadan uyarlanmıştır).

3.2. Veri Toplama Aracı

Yapılan araştırmada konu ile ilgili yapılmış çalışmalar öncelikle yapı incelemesine tabi tutulmuş sonrasında tematik içerik analizi süreci başlatılmıştır. Yapı incelemesinde kullanılmak üzere 'Yapı İnceleme Formu' oluşturulmuştur.

3.2.1. Yapı İnceleme Formu

Çalışmaların yapı incelemesinde kullanılmak üzere oluşturulan 'Yapı İnceleme Formu' Çizelge 3.1'de verilmiştir.

Çizelge 3.1. Yapı inceleme formu

Yayın Yılı:	Veri Toplama Yöntemi:
Yayın Türü:	Örneklem:
Yayın Dili	Veri Toplama Aracı:
Üniversite:	Veri Analiz Yöntemi:
Enstitü:	

3.3. Veri Toplama Süreci

Vektör uzaylarının öğretiminde görselleştirme öğretim yaklaşımına yönelik olarak incelenecek çalışmalar 2022-2023 yılı güz dönemine kadar ulusal ve uluslararası alanda veri tabanları üzerinden toplanmıştır. Verilerin toplanmasında Google Akademik arama motoru, Kırıkkale Üniversitesi online kütüphanesi, DergiPark ve YÖK Ulusal Tez Merkezi veri tabanlarından faydalanılmıştır. Literatür taraması sonucu ulaşılan 12 makale, 1 yüksek lisans tezi ve 5 doktora tezi olmak üzere 18 çalışma analize tabi tutulmuştur. Bir yüksek lisans tezine açık erişim sağlanamamasından dolayı araştırmaya dahil edilmemiştir. 1 yüksek lisans tezi ve 2 makale çalışması vektör uzaylarının görselleştirilmesi ile ilgili net bir sonuç içermediğinden araştırmaya dahil edilmemiştir. Meta-sentez çalışmalarında nitel yöntemlerle yapılmış çalışmaların incelemeye alınması gerekmektedir. Ancak araştırma konusu hakkında yönlendirici bulgu ve sonuçlar içerdiği düşünülen 6 nicel çalışma incelemeye dahil edilmiştir. Veriler toplanırken dikkate alınan dahil etme ve hariç tutma ölçütleri aşağıdaki şekildedir.

- ✓ Çalışmalar veri tabanları üzerinden görselleştirme, vektör uzayı, lineer cebir, visualization, vector spaces ve linear algebra anahtar kelimeleri dahilinde aranmıştır.
- ✓ Analizi yapılacak çalışmaların vektör uzayları konusunun görselleştirme ile öğretimini içermesine dikkat edilmiştir.
- ✓ Daha geniş çaplı olarak lineer cebir öğretiminde görselleştirme öğretim yaklaşımının kullanıldığı çalışmaların, vektör uzaylarını içeren bölümleri incelemeye alınmıştır.

- ✓ Lineer cebir ya da vektör uzayları öğretimi üzerine yapılmış uygulamalı çalışmalarda, vektör uzayı konusunun öğretiminde görselleştirme yönteminden faydalanılmışsa ilgili bölümün bulgu ve sonuçları incelemeye dahil edilmiştir.
- ✓ Eğer çalışma vektör uzaylarının öğretiminde görselleştirme yöntemi ile ilgili net bir sonuç içermiyorsa araştırmaya dahil edilmemiştir.
- ✓ Çalışmalar ulusal ve uluslararası düzeyde ele alınmıştır.
- ✓ İngilizce veya Türkçe dilinde olan çalışmalar araştırmaya dahil edilmiştir.

3.4. Verilerin Analizi

Araştırma konusuyla ilgili incelemeye alınan çalışmalar öncelikle yapı incelmeye tabi tutulmuştur. Veri analiz süreci 2022 yılı Eylül ayında başlayıp Aralık ayında tamamlanarak çalışmaların değerlendirilmesine yetecek sürece yayılmıştır. Yapı incelemesinde çalışmalar; yayın türleri, yayın yılları, yayın dilleri, yapıldıkları üniversiteler ve enstitüler, araştırma yöntemleri, çalışma grupları, veri toplama araçları ve veri analiz yöntemleri bazında değerlendirmeye alınmıştır. Toplanan veriler Çizelge ve grafikler üzerinde frekanslar dahilinde verilerek yorumlanmıştır.

Yapı incelemesi tamamlandıktan sonra tematik içerik incelemesi süreci başlatılmıştır. Tematik içerik analizi sürecinde belirlenen temalar, araştırmanın kuramsal çerçevesi baza alınarak oluşturulmuştur. Bu süreçte öncelikle çalışmaların türlerine göre kodlaması yapılmıştır.

Çizelge 3.2. Tematik içerik incelemesi yapılan çalışmalar ve kodları

Yazar	Yayın Yılı	Yayın Türü	Araştırma Deseni	Kodlar
Açıkyıldız, G.	2019	Doktora tezi	Nitel araştırma/Tasarım tabanlı desen	T1
Açıkyıldız, G. & Köza, T.	2022	Makale	Nitel araştırma/Tasarım tabanlı desen	M1
Allali, M.	2010	Makale	Nitel araştırma/Belirtilmemiş	M2
Çağlayan, G.	2015	Makale	Nitel araştırma/Durum çalışması	M3
Çağlayan, G.	2018	Makale	Nitel araştırma/Belirtilmemiş	M4
Çağlayan, G.	2019	Makale	Nitel araştırma/ Mülakat tekniği	M5

Çizelge 3.2. (Devamı) Tematik içerik incelemesi yapılan çalışmalar ve kodları

Yazar	Yayın Yılı	Yayın Türü	Araştırma Deseni	Kodlar
Dogan-Dunlap, H.	2010	Makale	Nitel araştırma/Belirtilmemiş	M6
Doğan, H.	2018	Makale	Nitel araştırma/ Mülakat tekniği	M7
Konyahoğlu, A.C.	2003	Doktora tezi	Nicel araştırma/ Deneysel desen	T3
Soylu, Y.	2005	Doktora tezi	Nicel araştırma/ Deneysel desen	T4
Stewart, S. & Thomas, M.O.J.	2007	Makale	Nitel araştırma / Durum çalışması	M12
Turğut, M.	2010	Doktora tezi	Karma yöntem/ Deneysel desen ve betimsel desen	T5
Zehir, H	2010	Doktora tezi	Nicel araştırma/Deneysel desen	T6
				18

Kodlaması yapılan çalışmalar; araştırma desenleri, yapılmalarına ihtiyaç duyulma nedenleri, yapılma amaçları, uygulanma süreleri, odaklanılan vektör uzayı kavramları, öğretim sürecinde karşılaşılan zorluklar, elde edilen sonuçları açılarından detaylı bir analize tabi tutulmuştur. Analiz sırasında her bir inceleme alanı için temalar ve alt temaları içeren bir şablon oluşturulmuştur. Oluşturulan şablon Çizelge 3.3'te verilmiştir.

Çizelge 3.3. Çalışmaların tematik içerik incelemesi şablonu

İnceleme alanları	Temalar	Alt Temalar
Çalışmaların araştırma desenleri	<i>-Tasarım tabanlı araştırma -Durum çalışması -Deneysel yöntem -Karma yöntem -Mülakat yöntemi -Belirtilmemiş</i>	
Çalışmaların yapılmasına ihtiyaç duyulma nedenleri	<i>Vektör uzaylarının soyut kavram yapısı nedeniyle karşılaşılan problem Vektör uzayı - geometri ilişkisi</i>	<i>-Kavram yanılgısı -Kavramsal bilgi eksikliği -Öğrenme güçlüğü -Öğrencilerin olumsuz tutumu -Teknolojinin geometrik görselleştirmeyi kolaylaştıracağı düşünülmesi -Geometrik temsilleri anlamakta yaşanan güçlükler -Geometrinin kavram öğretiminde alt yapı teşkil edeceğinin düşünülmesi -Cebirsel özelliklerin keşfedilmek istenmesi -Geleneksel yöntemin geometrik kavrayışı sağlamada yetersiz kalması -Görselleştirmenin uzamsal yeteneğin alt bileşeni olduğunun düşünülmesi</i>

Çizelge 3.3. (Devamı) Çalışmaların tematik içerik incelemesi şablonu

İnceleme alanları	Temalar	Alt Temalar
Çalışmaların yapıma amaçları	<i>Görselleştirme yöntemi ile öğretim</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Öğretimi geleneksel öğretim yöntemiyle karşılaştırmak -Görselleştirmenin öğrenmeye etkisini belirlemek -Öğretimin öğrenci tutumuna etkisini belirlemek -Öğretimin öğrenci başarısına etkisini belirlemek
	<i>Teknoloji destekli görselleştirme</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Teknoloji destekli görselleştirmenin uzamsal yeteneğe etkisini belirlemek -Öğrenme ortamı tasarlamak -Vektör uzayı kavramının tanımlayıcı özelliklerini keşfetmek -Öğretimi geleneksel öğretim yöntemiyle karşılaştırmak -Teknoloji destekli görselleştirmenin öğrenmeye etkisini belirlemek -Vektör uzayı-geometri ilişkisini geliştirmek -Akıl yürütme biçimlerini tespit etmek -Öğrencinin derse karşı tutumunu değiştirmek -Öğretimin öğrenci başarısına etkisini belirlemek -Dinamik görsellerin zihinsel yapı üzerine etkisini belirlemek
Çalışmaların öğretim sürecinde karşılaşılan zorluklar	<i>Öğretim sürecinde karşılaşılan zorluk</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Harf ve sembollerin kullanımı-yorumu -Vektör uzayı kavramının anlaşılması - Kavram tanımı ve kavram imajını ayırt etme -Elemanları fonksiyon olan bir vektör uzayından vektör belirleme -Vektör uzayının geometrik temsili -Lineer bağımlılık-bağımsızlığı belirleme -Formalizmin kullanımı
Çalışmalardan elde edilen sonuçlar	<i>Görselleştirme yöntemiyle öğretimde teknolojinin kullanılmadığı öğretim sonucu</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Derse karşı olumlu tutumun gelişmesi -Düşünme biçimlerinin gelişmesi -Temsil yeteneğinin gelişmesi -Kavram öğrenimine etkinin görülmemesi -Motivasyonun artması -Öğretimin geleneksel yöntemlere göre daha etkili olması -Kavram anlayışının gelişmesi
	<i>Görselleştirme yöntemiyle öğretimde teknolojinin kullanıldığı öğretim sonucu</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Öğretimin zamandan tasarruf sağlaması -Öğrencilerin formalizm zorluğundan kurtulması -Düşünme biçimlerinin gelişmesi -Sezgisel anlamının güçlenmesi -Derse karşı olumlu tutumun gelişmesi -Özyeterlik algısının gelişmesi -Motivasyonun artması -Temsil yeteneğinin gelişmesi -Kavram anlayışının gelişmesi -Kavramı görselleştirmenin kolaylaşması -Öğretimin geleneksel yöntemlere göre daha etkili olması -Kavram yanlışlarının giderilmesi -Ders başarısına olumlu etkinin görülmesi

Oluşturulan bu şablon dikkate alınarak, çalışmaların kodları ilgili oldukları alt temalar altında verilmiştir. Tematik içerik incelemesinin son aşamasında her bir inceleme alanı, ilgili tema ve alt temalara göre yerleştirilen kodların frekansları üzerinden yorumlanmıştır.

Yapı incelemesi ve tematik içerik incelemesi tamamlandıktan sonra, elde edilen bulgulardan hareketle çalışmaların benzer ve farklı yönleri tespit edilmiştir.

3.5. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Nitel araştırmaların geçerlik ve güvenirliliğini sağlamada inandırıcılık, aktarılabirlik, tutarlık ve teyit edilebilirlik ölçütlerinin sağlanmasına dikkat edilmelidir (Lincoln & Guba, 1985). Meta-sentez çalışmalarında belirtilen ölçütlere ek olarak uygunluğun sağlanması önem teşkil etmektedir. Burada söz edilen uygunluk, analizi yapılan çalışmaların verilerine uygun temalaştırma ve kategorileştirme yapılmasıdır.

Yapılan araştırmanın geçerliliği tanımlayıcı geçerlik ölçütüne dayandırılmıştır. Tanımlayıcı geçerlik, analizi amaçlanan her çalışmanın verilerinin doğru bir şekilde tanımlanmasını ve yorumlanmasını içermektedir (Sandelowski, Barroso & Voils, 2007).

Araştırmanın geçerlik ve güvenirliliğini sağlamak amacıyla; vektör uzaylarının görselleştirme öğretim yaklaşımı ile ilgili literatürün taranması sonucu ulaşılan çalışmalar, üç uzman öğretim üyesi gözetiminde kategorize edilmiş ve hangi çalışmaların analizlerinin yapılacağına karar verilmiştir. Araştırmanın verilerinin toplanması, analiz edilmesi ve değerlendirilmesi sürecinde Polat ve Ay'ın (2016) çalışmalarında geçerlik ve güvenirliliği sağlamada belirledikleri hususlar dikkate alınmıştır (Şekil 3.3.).

1. Çalışmanın amacının ve araştırma sorularının açık bir şekilde belirtilmesi.
2. Veri toplama yönteminin, dahil edilme ve hariç tutulma ölçütlerinin açık bir şekilde ifade edilmesi.
3. İlgili konuda ulaşılan çalışmaların sayısının ve bunların içinden analize dahil edilenlerin detaylı olarak açıklanması.
4. Araştırmaya dahil edilen çalışmaların metodoloji, alan, örneklem, çalışmanın gerçekleştiği coğrafya, veri toplama tekniği ve veri analiz yöntemi bilgilerinin verilmesi.
5. Verilerin yorumlanma ve ortak tema oluşturma sürecinin ayrıntılı bir şekilde açıklanması.
6. Ortak temaların belirlenmesinde birden fazla alan uzmanının görüşünün alınması ve kodlayıcılar arasındaki tutarlılığın sağlanması.
7. Sentez süreci için yeterli zamanın ayrılması ve ayrılan zamanın çalışmada belirtilmesi.
8. Araştırmanın güvenilirliğini artırmak için incelenen çalışmaların bulgularından kesitlerin sunulması.

Şekil 3.3. Araştırmanın geçerlilik ve güvenilirliğini sağlamada dikkate alınan hususlar (Polat ve Ay'ın (2016) çalışmalarından uyarlanmıştır).

4. BULGULAR

Bu bölümde, analiz edilmek üzere belirlenen çalışmaların yapı incelemelerinden ve tematik içerik incelemelerinden elde edilen bulgular yer almaktadır.

4.1. Çalışmaların Yapı İncelemesinden Elde Edilen Bulgular

Bu bölüm çalışmaların ‘Yapı İnceleme Formu’ üzerinden toplanan verilerin Çizelge ve grafikler üzerinde frekans dağılımlarını ve bu dağılımlar üzerinden yapılan yorumları içermektedir. Yapı incelemesi çalışmaların; yayın yılı, yayın dili, yayın türü, üniversite, enstitü, veri toplama yöntemi, örnekleme, veri toplama aracı ve veri analiz yöntemi başlıkları altında analizini içermektedir.

Çizelge 4.1. İncelenen çalışmaların yayın yıllarına göre dağılımı

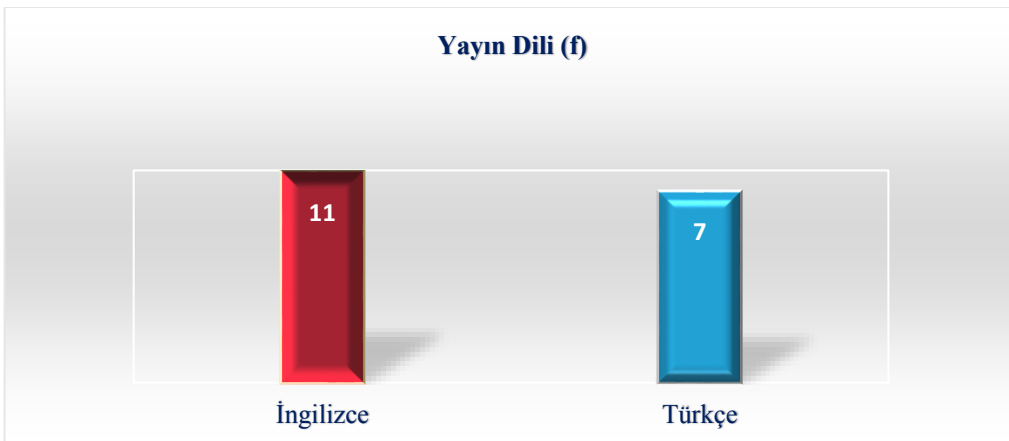
Yıl	Frekans (f)
1989	1
1991	1
2003	2
2005	1
2007	1
2009	1
2010	3
2013	1
2014	1
2015	1
2018	2
2019	2
2022	1
Toplam	18

Çizelge 4.1'e bakıldığında araştırma konusu ile ilgili yapılmış çalışmalara 2003 yılı itibariyle daha fazla rastlanılmakla birlikte son yıllarda çalışmaların sayısında artış görülmektedir. Ayrıca araştırma konusu ile ilgili en fazla çalışmanın 2010 yılında yapıldığı görülmektedir. Literatür taramasında dikkat çeken önemli hususlardan biriside matematik eğitimi ana bilim dallarında çalışan veya Üniversite dışından çalışma yürüten araştırmacıların bu yıllarda matematik eğitiminden daha fazla eğitim bilimleri içerikli çalışmalar yaptıkları görülmüştür.



Şekil 4.1. Çalışmaların yayın türlerine göre dağılımı

Şekil 4.1'e bakıldığında analizi yapılan çalışmaların çoğunlukla makale (f:12) türünde olduğu görülmektedir. Yüksek lisans ve doktora düzeyinde yapılan çalışmaların makale türüne göre daha az olduğu görülmekte olup en az çalışmanın 1 çalışmayla yüksek lisans düzeyinde yapıldığı görülmektedir.



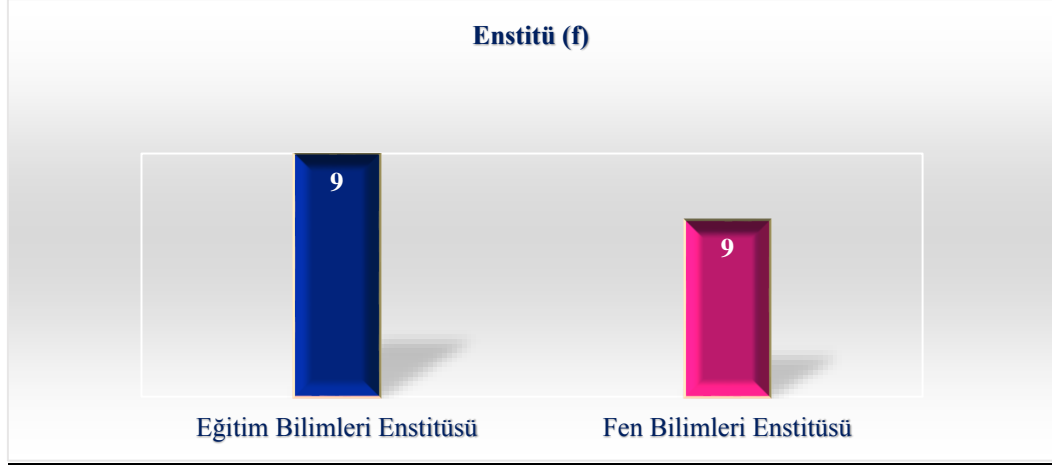
Şekil 4.2. Çalışmaların yayın dillerine göre dağılımı

Şekil 4.2'ye bakıldığında araştırma konusuyla ilgili İngilizce ve Türkçe dilinde yapılan çalışmaların sayıca birbirine yakın olmakla birlikte en fazla çalışmanın İngilizce dilinde olduğu (f:11) görülmüştür.

Çizelge 4.2. Çalışmaların yayınlandığı üniversitelere göre dağılımı

Üniversite	Frekans (f)
Ottova Üniversitesi	1
Atatürk Üniversitesi	4
Bolu İzzet Baysal Üniversitesi	1
Canterbury Üniversitesi	1
Chopman Üniversitesi	1
Dokuz Eylül Üniversitesi	1
Necmettin Erbakan Üniversitesi	1
New Jersey Şehir Üniversitesi	3
Northern Illinois Üniversitesi	1
Texas El Paso Üniversitesi	2
Trabzon Üniversitesi	1
West of Scotland Üniversitesi	1
Toplam	18

Çizelge 4.2'den hareketle araştırma konusu ile ilgili yapılmış çalışmayla en fazla Atatürk Üniversitesi'nde karşılaşılmaktadır. Atatürk Üniversitesi'ni takip eden New Jersey Şehir Üniversitesi 3 çalışmayla ikinci sıradadır. Konu ile ilgili yapılan çalışmalara genel olarak bakıldığında ülkemizde literatüre daha az katkı sağlandığı görülmektedir.



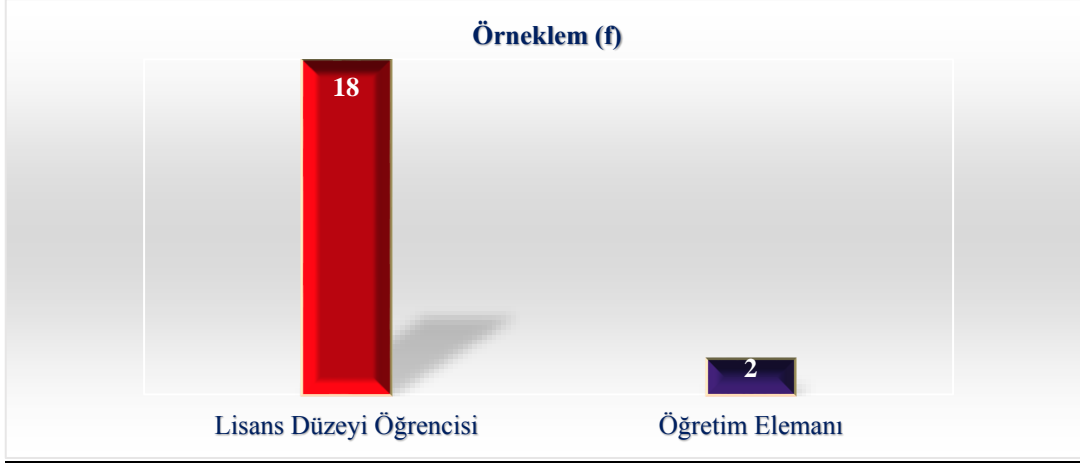
Şekil 4.3. Çalışmaların enstitülerine göre dağılımı

Şekil 4.3'e göre araştırma konusu ile ilgili yapılmış çalışmalara Eğitim Bilimleri ve Fen Bilimleri Enstitülerinde rastlanılmakla birlikte her iki enstitüde de aynı sayıda çalışmaya ulaşılmıştır.



Şekil 4.4. Çalışmaların veri toplama yöntemlerine göre dağılımı

Araştırma konusu ile ilgili yapılan çalışmalarda en fazla nitel yöntemlerle (f:10) çalışıldığı görülmektedir. 6 çalışmada ise nicel yöntemle çalışıldığı, karma yöntemin (f:2) fazla tercih edilmediği görülmektedir.



Şekil 4.5. Çalışmaların örneklemlerine göre dağılımı

Şekil 4.5'e bakıldığında ağırlıklı olarak lisans düzeyinde öğrencilerle çalışıldığı söylenebilir. Genel olarak bakıldığında öğretim elemanının, yapılan çalışmaların örneklemine fazla dahil edilmediği görülmektedir. Sadece, lisans düzeyindeki öğrencilerle yapılan 2 çalışmada öğretim elemanı örnekleme dahil edilmiştir.

Çizelge 4.3. Çalışmaların veri toplama araçlarına göre dağılımı

Veri Toplama Aracı	Frekans (f)
Ödev	4
Yazılı sınav	1
Ölçek	2
Bilgi, Başarı ve Yetenek Testi	11
Diğer (web tabanlı çalışma, etkinlik gibi)	3
Çalışma Yaprağı	4
Video Kaydı	2
Ses Kaydı	2
Form (Gözlem, mülakat, anket, görüşme gibi)	8
Toplam	37

Yapılan çalışmaların veri toplama aracı verilerine bakıldığında en fazla bilgi, başarı ve yetenek testlerinin (f:11) tercih edildiği görülmektedir. 8 çalışmada tercih edilen formlar ikinci sırada yer almaktadır. Veri toplamada kullanılan araçların sayısının

çalışma sayısından fazla çıkmasının nedeninin bazı çalışmaların birden fazla araç kullanması olduğu söylenebilir.

Çizelge 4.4. Çalışmaların veri analiz yöntemlerine göre dağılımı

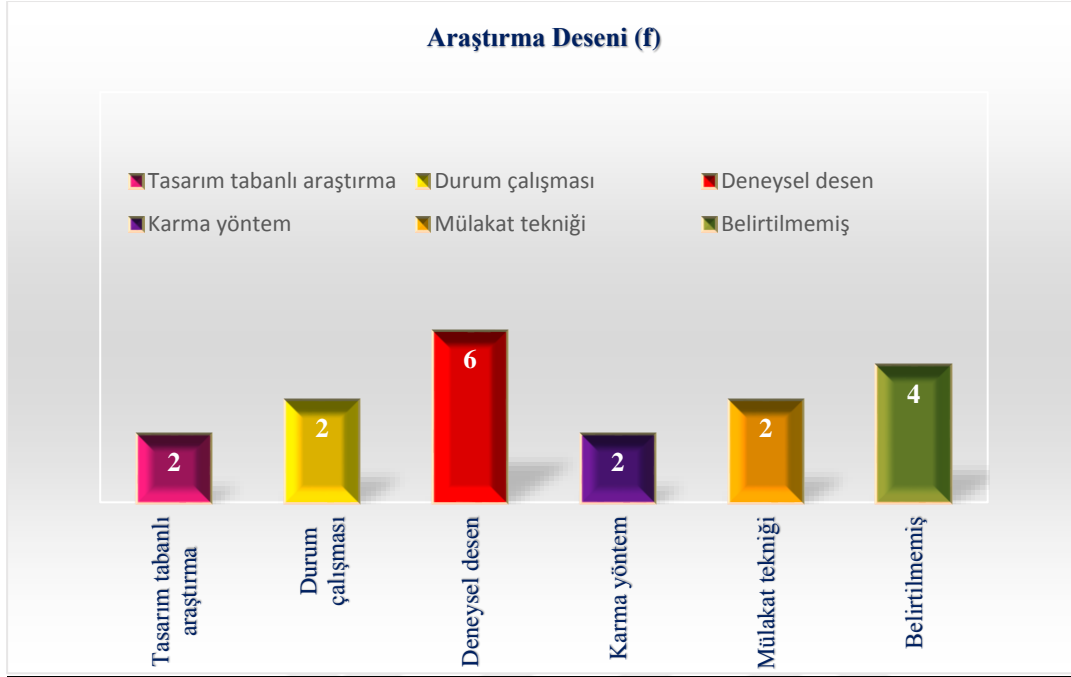
Veri Analiz Yöntemi	Frekans (f)
Betimsel Analiz	1
İçerik Analizi	3
Karşılaştırmalı Analiz	4
Belirtilmemiş	6
Rubrik	1
Mann-Witney U Testi	1
ANCOVA Testi	1
T-test	5
Kolmogrov-Smirnov Homojenlik Testi	1
Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi	1
Bağıl Değerlendirme Sistemi	1
Pearson Korelasyon Katsayısı	1
Toplam	26

Çizelge 4.4 verilerine bakıldığında daha fazla tercih edilen yöntemin nicel analiz yöntemi olan t-testi olduğu görülmektedir. Nitel analiz yöntemlerinden olan karşılaştırmalı analiz yöntemi ikinci sırada yer almaktadır. 6 çalışmada analiz yöntemiyle ilgili bilgi verilmediği görülmektedir. Veri analiz yöntemlerine genel olarak bakıldığında sayıca toplam çalışma sayısından fazla görülmesinin nedeni bazı çalışmaların birden fazla yöntem kullanmasıdır.

4.2. Tematik İçerik İncelemesi Sonucu Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde analizi yapılan çalışmalar; araştırma desenleri, yapılmasına ihtiyaç duyulma nedenleri, yapılma amaçları, odaklanılan vektör uzayı kavramları, öğretim sürecinde karşılaşılan zorluklar, uygulanma süreleri ve elde edilen sonuçlar bağlamında incelenmiştir.

4.2.1. Çalışmaların Araştırma Desenleri



Şekil 4.6. Çalışmaların araştırma desenlerine göre dağılımı

Çalışmalarda araştırma deseni olarak daha fazla nicel yöntemlerden deneysel desen (T2, T3, T4, T6, M9, M10) tercih edilmiştir. 4 çalışmada (M2, M4, M6, M11) ise araştırma deseni hakkında herhangi bir bilgi verilmemiştir. Karma yöntemle yapılan M8 kodlu çalışmada eylem araştırması ve durum çalışması birlikte kullanılırken; T5 kodlu çalışmada deneysel desen ve betimsel desen birlikte kullanılmıştır.

4.2.2. Çalışmaların Yapılmasına İhtiyaç Duyulma Nedenleri

Çizelge 4.5. Çalışmaların yapılmasına ihtiyaç duyulma nedenlerine göre dağılımı

Temalar	Alt Temalar	Kodlar	Frekanslar (f)
<i>Vektör Uzaylarının Soyut Kavram Yapısı</i>	Kavram yanlışlığı	T4	1
<i>Nedeniyle Karşılaşılan Problem</i>	Kavramsal bilgi eksikliği	M6, M8	2
	Öğrenme güçlüğü	T1, M1, M4, M12	4
	Öğrencilerin olumsuz tutumu	M2	1
			8

Çizelge 4.5. (Devamı) Çalışmaların yapılmasına ihtiyaç duyulma nedenlerine göre dağılımı

Temalar	Alt Temalar	Kodlar	Frekanslar (f)
<i>Vektör Uzayı-Geometri İlişkisi</i>	Teknolojinin geometrik görselleştirmeyi kolaylaştıracağı düşünülmesi	T1, M1, M2, M5, M11	5
	Geometrik temsilleri anlamakta yaşanan güçlükler	T1, M1, M6, M7	4
	Geometrinin kavram öğretiminde alt yapı teşkil edeceğinin düşünülmesi	M3, T3, M10	3
	Cebirsel özelliklerin keşfedilmek istenmesi	T2	1
	Geleneksel yöntemin geometrik kavrayışı sağlamada yetersiz kalması	M9, M10, M11, T4, T6	5
	Görselleştirmenin uzamsal yeteneğin alt bileşeni olduğunun düşünülmesi	T5	1
			19

Çalışmalar yapılmasına ihtiyaç duyulma nedenlerine göre 2 temada incelenmiştir. “*Vektör Uzaylarının Soyut Kavram Yapısı Nedeniyle Karşılaşılan Problemler*” teması altında kavram yanılığı (T4), kavramsal bilgi eksikliği (M6, M8), öğrenme gücü (T1, M1, M4, M12) ve öğrencinin olumsuz tutumu (M2) nedeniyle yapılmış çalışmalar için 4 alt tema oluşturulmuştur. Oluşturulan alt temalardan hareketle vektör uzayı kavramlarının soyut yapısı nedeniyle yaşanan öğrenme gücünün, yeni çalışmaların yapılmasında daha fazla yönlendirici olan bir neden olduğu söylenebilir.

“*Vektör Uzayı - Geometri İlişkisi*” teması 6 alt tema altında incelenmiş; en fazla alt tema ve frekans dağılımı (f:19) bu temada görülmüştür. Geometrinin vektör uzaylarının öğretiminde önemli bir araç olduğu söylenecek olursa; teknoloji yardımıyla görselleştirilmesinin öğretimde kolaylık sağladığı söylenebilir. Teknolojinin geometrik görselleştirmeyi kolaylaştıracağı düşünülmesi (T1, M1,

M2, M5, M11), yeni çalışmaların yapılmasında daha fazla yönlendirici bir neden olmuştur. Geometrik temsillerin anlaşılması nedeniyle yaşanan güçlükler (T1, M1, M6, M7), geleneksel yöntemin geometrik kavrayışı sağlamada yetersiz kalması (M9, M10, M11, T4, T6) ve geometrinin kavram öğretiminde alt yapı teşkil edeceğinin düşünülmesi (M3, T3, M10) ise yeni çalışmaların yapılmasına ihtiyaç oluşturan diğer önemli nedenler arasındadır. Cebirsel özelliklerin keşfedilmek istenmesi ve görselleştirmenin uzamsal yeteneğin alt bileşeni olduğunun düşünülmesi nedeniyle yapılmış birer çalışma görülmektedir.

4.2.3. Çalışmaların Yapılma Amaçları

Çizelge 4.6. Çalışmaların yapılma amaçlarına göre dağılımı

Temalar	Alt Temalar	Kodlar	Frekanslar (f)
<i>Görselleştirme Yöntemi ile Öğretim</i>	Öğretimi geleneksel öğretim yöntemiyle karşılaştırmak	T4, T6, M9, M10	4
	Görselleştirmenin öğrenmeye etkisini belirlemek	M8, T3, M10, T4, M12	5
	Öğretimin öğrenci tutumuna etkisini belirlemek	T3	1
	Öğretimin öğrenci başarısına etkisini belirlemek	T6	1
			11
<i>Teknoloji Destekli Görselleştirme</i>	Teknoloji destekli görselleştirmenin uzamsal yeteneğe etkisini belirlemek	T5	1
	Öğrenme ortamı tasarlamak	T1	1
	Vektör uzayı kavramının tanımlayıcı özelliklerini keşfetmek	M4	1
	Öğretimi geleneksel öğretim yöntemiyle karşılaştırmak	M11	1
	Teknoloji destekli görselleştirmenin öğrenmeye etkisini belirlemek	M5	1
	Vektör uzayı-geometri ilişkisini geliştirmek	M3	1
	Akıl yürütme biçimlerini tespit etmek	M6	1
	Öğrencinin derse karşı tutumunu değiştirmek	M2	1
	Öğretimin öğrenci başarısına etkisini belirlemek	T2	1
Dinamik görsellerin zihinsel yapı üzerine etkisini belirlemek	M7	1	
			10

Çalışmalar yapılma amaçlarına göre “*Görselleştirme Yöntemi ile Öğretim, Teknoloji Destekli Görselleştirme*” temaları altında incelenmiştir. Görselleştirme yöntemi ile öğretim teması altında görselleştirmenin öğrenmeye etkisini belirlemek amacıyla yapılan çalışmaların (M8, T3, M10, T4, M12) daha fazla olduğu görülmektedir. 10 alt temayla en fazla alt tema “*Teknoloji Destekli Görselleştirme*” temasında görülmektedir. Her iki tema altında çalışmaların yapılma amaçları incelendiğinde toplamda aynı sayıda çalışmaya rastlanıldığı görülmektedir.

Genel Çizelgeye bakıldığında görselleştirmenin öğrenmeye etkisini belirlemek amacıyla yapılmış çalışmaların daha fazla olduğu söylenebilir. Söz konusu amaç altında yapılmış çalışmaları 4 çalışmayla (T4, T6, M9, M10) görselleştirme yöntemiyle öğretimi geleneksel öğretim yöntemiyle karşılaştırmak amacıyla yapılmış çalışmaların takip ettiği görülmektedir.

4.2.4. Çalışmaların Uygulanma Süreleri

Çizelge 4.7. Çalışmaların uygulanma sürelerine göre dağılımı

Temalar	Alt Temalar	Kodlar	Frekanslar (f)
<i>Güz-Bahar Dönemi</i>	1 dönem	M5, M6, M7, M8, M9, M10, M11, T2, T4, T5	10
	5 hafta	T3	1
	6 hafta	T1, M1, T6	3
			14
<i>Yıl</i>	2 yıl	M3, M12	2
	3 yıl	M2	1
			3

Çalışmaların uygulanma sürelerine göre “*Güz-Bahar Dönemi ve Yıl*” temaları olmak üzere 2 tema altında incelenmiştir. En fazla alt tema “*Güz-Bahar Dönemi*” temasında oluşturulmuş olup en fazla frekans (f:14) yine bu temada sayıca fazla görülmektedir. Çizelge 4.7’den hareketle analizi yapılan çalışmaların ağırlıklı olarak bir dönem içerisinde yürütüldüğü söylenebilir. Bir çalışmada uygulama süresine ait bilgi verilmediğinden herhangi bir temaya dahil edilememiştir.

4.2.5. Çalışmalarda Odaklanılan Vektör Uzayı Kavramları

Çizelge 4.8. Çalışmalarda odaklanılan vektör uzayı kavramlarına göre dağılımı

Temalar	Alt Temalar	Kodlar	Frekanslar (f)
<i>Vektör Uzayı Kavramı</i>	Alt uzay	T1, M1, M3, M4, M5, M9, M10, T3, T4, T5	10
	Lineer birleşim	T1, M1, M6, M7, M12	5
	Lineer bağımlılık- bağımsızlık	T1, T2, T3, T5, T6, M1, M2, M6, M7, M8, M10, M12	12
	Germe	T1, T3, T5, M1, M7, M10, M11	7
	Baz (taban) ve Boyut	T1, M1, T3, M10, T5, T6, M11	7
			41

Çalışmalarda “*Odaklanılan Vektör Uzayı Kavramı*” teması altında 5 alt tema oluşturulmuştur. İncelenen çalışmalara en fazla dahil edilen vektör uzayı kavramı lineer bağımlılık-bağımsızlık (T1, T2, T3, T5, T6, M1, M2, M6, M7, M8, M10, M12) olmuştur. İkinci sırada olan alt uzay kavramı 10 çalışmada (T1, M1, M3, M4, M5, T3, M9, M10, T4, T5) ele alınan bir konu olmuştur. Vektör uzaylarının lineer cebirin temelini oluşturduğu düşünülürse lineer cebir ile ilgili yapılmış çalışmalarda vektör uzayı kavramlarından faydalandığı söylenebilir. İncelenen çalışmalarda özel olarak vektör uzayı kavramı ile ilgili bir bulgu ya da sonuç verilmişse “*Odaklanılan Vektör Uzayı Kavramları*” temasına dahil edilmiştir. Ayrıca ele alınan çalışmaların vektör uzayı kavramlarının görselleştirilmesiyle ilgili yönlendirici sonuçlar içermesine dikkat edilmiştir.

4.2.6. Çalışmalarda Öğretim Sürecinde Karşılaşılan Zorluklar

Çizelge 4.9. Çalışmaların öğretim sürecinde karşılaşılan zorluklarına göre dağılımı

Temalar	Alt Temalar	Kodlar	Frekanslar (f)
<i>Öğretim Sürecinde Karşılaşılan Zorluk</i>	Harf ve sembollerin kullanımı-yorumu	T1, M1, T6	3
	Vektör uzayı kavramının anlaşılması	T1, M1, T3, M9, M10, M11	6
	Kavram tanımı ve kavram imajını ayırt etme	M9	1
	Elemanları fonksiyon olan bir vektör uzayından vektör belirleme	T1, M1, M5	3
	Vektör uzayının geometrik temsili	M2, M4, M8, T2, T3, T4	6
	Lineer bağımlılık-bağımsızlığı belirleme	T1, M1, M2, M3, M6, M8, T2	7
	Formalizmin kullanımı	T1, M1, M7, M12, T5	5
			31

Çalışmalarda “*Öğretim Sürecinde Karşılaşılan Zorluk*” teması adı altında 7 alt tema oluşturulmuştur. Alt temalar incelendiğinde vektör uzaylarında lineer bağımlılık-bağımsızlığı belirlemede (T1, M1, M2, M3, M6, M8, T2) daha fazla çalışmada zorlukla karşılaşıldığı görülmektedir. Çizelge 4.9. verilerinden hareketle vektör uzayının geometrik temsili (M2, M4, M8, T2, T3, T4), vektör uzayı kavramının anlaşılması (T1, M1, T3, M10, M11) ve formalizmin kullanımı (T1, M1, M7, M12, T5) gibi konularda da öğretim sürecinde sıklıkla zorlukla karşılaşıldığı söylenebilir.

4.2.7. Çalışmalardan Elde Edilen Sonuçlar

Çizelge 4.10. Çalışmaların elde edilen sonuçlarına göre dağılımı

Temalar	Alt Temalar	Kodlar	Frekanslar (f)
<i>Görselleştirme Yöntemiyle Öğretimde Teknolojinin Kullanılmadığı Öğretim Sonucu</i>	Derse karşı olumlu tutumun gelişmesi	T3, M8	2
	Düşünme biçimlerinin gelişmesi	M12	1
	Temsil yeteneğinin gelişmesi	T3, M8, M12	3
	Kavram öğrenimine etkinin görülmemesi	M8	1
	Motivasyonun artması	M10	1
	Öğretimin geleneksel yöntemlere göre daha etkili olması	T3, T4, M9	3
	Kavram anlayışının gelişmesi	T3, T4, T6, M9, M10, M12	6
		17	
<i>Görselleştirme Yöntemiyle Öğretimde Teknolojinin Kullanıldığı Öğretim Sonucu</i>	Öğretimin zamandan tasarruf sağlaması	M1, M2	2
	Öğrencilerin formalizm zorluğundan kurtulması	M1	1
	Düşünme biçimlerinin gelişmesi	T1, M1, M2, M3, M6, M7	6
	Sezgisel anlamının güçlenmesi	M1, M2, T5	3
	Derse karşı olumlu tutumun gelişmesi	M1, M2	2
	Özyeterlik algısının gelişmesi	M11	1
	Motivasyonun artması	M1	1
	Temsil yeteneğinin gelişmesi	M3, M4, M5, M6, T2, M7	6
	Kavram anlayışının gelişmesi	M3, M4, M5, M6, T3, M11	6
	Kavramı görselleştirmenin kolaylaşması	T1, T2, M1, M2	4
<i>Görselleştirme Yöntemiyle Öğretimde Teknolojinin Kullanıldığı Öğretim Sonucu</i>	Öğretimin geleneksel yöntemlere göre daha etkili olması	T5, T6, M11	3
	Kavram yanlışlığının giderilmesi	T2	1
	Ders başarısına olumlu etkinin görülmesi	T1, M1, T2, T5	4
		40	

Çalışmaların vektör uzaylarının görselleştirilmesi ile ilgili sonuçları dikkate alınmış olup, sonuçlar iki tema altında incelenmiştir. “*Görselleştirme Yöntemiyle Öğretimde Teknolojinin Kullanılmadığı Öğretim Sonucu*” teması 7 alt tema altında incelenmiş ve 16 frekans sıklığı görülmüştür. İlgili alt temalar içerisinde görselleştirme yöntemi ile öğretim sonucu kavram anlayışının geliştiğinin görüldüğü çalışmaların (T3, T4, T6, M9, M10, M12) frekansı daha fazladır. 3 çalışmada görselleştirme yöntemi ile öğretimin öğrencilerin temsil yeteneğinin gelişmesinde olumlu etki yarattığı görülmüştür.

“*Görselleştirme Öğretim Yönteminde Teknolojinin Kullanıldığı Öğretim Sonucu*” temasında 13 alt temaya ve bu alt temalar altında 48 frekans sıklığına ulaşılmıştır. Çalışmalar incelendiğinde M1, M2, M3, M4, M5, M6, M7, M11, T1, T2, T5 kodlarıyla verilen 13 çalışmanın görselleştirme yöntemi ile öğretimde teknolojiden faydalandığı görülmüştür. İlgili alt temalar incelendiğinde, teknoloji destekli öğretim sonucunda öğrencilerin temsil yeteneğinin geliştiğinin görüldüğü çalışmaların (M3, M4, M5, M6, M7, T2) sayıca fazla olduğu görülmektedir. Yapılan öğretim sonucunda öğrencilerin kavram anlayışlarının geliştiğinin, düşünme biçimlerinin geliştiğinin ve kavramı görselleştirmelerinin kolaylaştığının görüldüğü 6 çalışma bulunmaktadır. 5 çalışmada ise teknoloji destekli öğretim sonucunda öğrencilerin sezgisel anlamalarının güçlendiği görülmektedir.

Teknolojiden faydalanılan çalışmalarda Geogebra (M1, M3, T1, T2), DIP (M2), MATLAB (M4, M5), Explorer etkileşimli web modülü (M6) ve Wolframalpha (T5) dinamik yazılımları kullanılmıştır. Yazılımlar incelendiğinde Geogebra'nın çalışmalarda daha fazla tercih edildiği görülmüştür.

“*Derse karşı olumlu tutumun gelişmesi, düşünme biçimlerinin gelişmesi, temsil yeteneğinin gelişmesi, motivasyonun artması, öğretimin geleneksel yöntemlere göre daha etkili olması ve kavram anlayışının gelişmesi*” alt temaları her iki tema altında incelenmiştir. Ortak alt temalara bakıldığında teknoloji destekli öğretim sonucunda öğrencilerin düşünme biçimlerinin (f:6), temsil yeteneklerinin (f:6) ve kavram anlayışlarının (f:6) gelişmesi teknolojinin kullanılmadığı çalışmalara göre daha sık rastlanılan bir sonuç olmuştur.

Çalışmalardan elde edilen sonuçlara genel olarak bakıldığında vektör uzaylarının öğretiminde teknoloji destekli görselleştirme daha fazla tercih edildiği görülmektedir.

Ayrıca görselleştirme yaklaşımıyla gerçekleştirilen öğretimlerde dinamik yazılımlardan faydalandığında öğrencilerin daha fazla alanda olumlu anlamda etkilendiği görülmüştür.



5. TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu bölümde, yapılan araştırmanın elde edilen bulgularından hareketle ulaşılan sonuçlar verilmiş; öğretimde bazı düzenlemeler yapılması adına araştırmacılara ve alan yazına öneriler sunulmuştur.

5.1. Tartışma ve Sonuç

Araştırmada vektör uzaylarının öğretiminde görselleştirme öğretim yöntemine yönelik 18 çalışmanın yapı incelemesi ve tematik içerik incelemesi yapılmıştır. İncelemeler sonucunda gerek ülkemizde gerekse başka ülkelerde araştırma konusuna yönelik çalışmaların azlığı dikkat çeken bir nokta olmuştur. Çalışmalar uluslararası alanda düşünüldüğünde ülkemizde konu ile ilgili daha az çalışma yapıldığı söylenebilir. Ancak bu durum uluslararası alanda yapılan çalışmaların yeterli olduğu anlamına gelmemektedir. Vektör uzayları soyut kavram yapısı nedeniyle öğretiminde ve öğreniminde zorluk yaşanan bir konudur. Konunun anlaşılması için kavram öğretimi etkili ve öğrencilerin zihinlerinde karışıklığa neden olmadan yapılmalıdır. Aksi takdirde öğrenciler ders başarısına karşı umutsuzluğa kapılmaktadırlar. Geometriyle bağlantısı olan vektör uzayları konusunun öğretimde görselleştirme yönteminin etkin bir rolü vardır. Kavram öğretilirken geometrik temsilleriyle desteklendiğinde daha etkili bir öğrenme gerçekleşmektedir.

İncelenen bazı çalışmalarda araştırma desenlerinin belirtilmediği görülmektedir (M2, M4, M6, M11). Yapılan çalışmalarda güvenilirliğin sağlanması açısından araştırma yönteminin açıkça ifade edilmesi gerekmektedir (Başkale, 2016). Nitel çalışmalarda veri toplamada çoğunlukla formlardan (görüşme formu, gözlem formu, mülakat formu gibi) faydalanılmıştır. Nicel çalışmalarda ise bilgi, başarı ve yetenek testleri daha çok tercih edilen veri toplama aracıdır. Çalışmaların çoğunluğunda birden fazla veri toplama aracından faydalandığı görülmüştür. Çalışmada birden fazla veri toplama aracı kullanmanın ve bunlardan hareketle ortak bir sonuca ulaşmanın güvenilirliği artıracığı düşünülmektedir.

Araştırmaya daha çok nitel yöntemlerle yapılan çalışmalar dahil edilmiştir (T1, M1, M2, M3, M4, M5, M6, M7, M11 ve M12). Nitel araştırma yöntemlerinin ortak noktası, öğretimin etkililiğini belirlemek amacıyla öğrencilerin süreç hakkındaki görüşlerinin alınmasında görüşme formlarının kullanılması olmuştur. Nicel araştırma yöntemlerinden olan deneysel desen kullanılan çalışmalarda ise yapılan öğretimin etkililiğine ön test ve son testlerden elde edilen veriler yorumlanarak karar verilmiştir. İçerik analizi yöntemi kullanılan çalışmaların (T1, M1, M5) ortak noktası veri toplama sürecinde faydalanılan görüşme formları üzerinden elde edilen verilerin incelenmesidir. Karşılaştırmalı analiz yöntemi kullanılan 3 çalışmada (M3, M5, M7) öğretim sürecinde yapılan görüşmelerin analizi, 1 çalışmada ise (M6) öğretim sürecinde verilen ödevlerin analizi yapılmıştır.

Dikkat çeken başka bir bulgu ise vektör uzaylarının görselleştirme yöntemi ile öğretimine yönelik çalışmaların örnekleme öğretim elemanlarının dahil edilmemesi olmuştur. Oysaki öğretim elemanı, konunun öğretiminde öğrenciye rehber olacak, uygulanan öğretim yönteminin hangi açıdan fayda sağladığını ya da eksik kaldığını gözlemleyecek kişidir.

İncelenen çalışmalar daha çok vektör uzaylarının geometriyle ilişkisinden hareket edilerek, teknolojinin konunun görselleştirilmesinde kolaylık sağlayacağı (T1, M1, M2, M5, M11) ve geleneksel öğretim yöntemlerinin geometrik kavrayışı sağlamada yetersiz kaldığı düşüncesiyle (M9, M10, M11, T4, T6) yürütülmüştür. Teknolojinin görselleştirmeyi kolaylaştıracağı düşüncesiyle yürütülen T1, T2, M1 ve M2 kodlu çalışmalarda kavramın görselleştirmenin kolaylaştığı net olarak belirtilmiştir. Geleneksel yöntemlerin geometrik kavrayışı sağlamada yetersiz kalması nedeniyle yürütülen T4, T6, M9, M11 kodlu çalışmalarda öğretimin geleneksel yöntemlere göre daha etkili olduğunun; M9, M10, T4, T6 kodlu çalışmalarda ise kavram anlayışının geliştiğinin net olarak ifade edildiği görülmüştür. Teknoloji destekli görselleştirme ile gerçekleştirilen öğrenme süreci hakkında hiçbir çalışmada olumsuz bir etkiye rastlanılmamıştır. Aksine teknolojinin kullanılmadığı görselleştirme ile öğretim yapılan çalışmalarla kıyaslandığında, çeşitli yönlerden öğrenci başarısını olumlu yönde etkilemiştir.

Teknolojinin kullanılmadığı çalışmalarda görselleştirmenin öğrenmeye etkisini belirlemek amacıyla yürütülen çalışmalar (M8, T3, M10, T4, M12) diğer amaçlarla yürütülen çalışmalardan sayıca fazladır. Bu çalışmalardan elde edilen sonuçlara

bakıldığında T3, M10, T4 ve M12 kodlu çalışmalarda öğretimin öğrencilerin kavram anlayışlarının gelişmesine olumlu katkı sağladığı görülmüştür. M8 kodlu çalışmada ise uygulanan yöntemin kavram öğretimine etki etmediği görülmüştür. Bu çalışmada yapılan öğretim sonrasında öğrencilerin lineer cebir kavramlarını somutlaştırarak açıklayabildiği görülse de lineer bağımsızlığı belirlemede hala sorun yaşadıkları dikkat çekmiştir. Çalışmadan elde edilen bu sonucun diğer çalışmaların sonuçlarıyla karşılaştırılması söylenebilir. T3, M8 ve M12 kodlu çalışmalarda öğrencilerin temsil yeterliliğinin geliştiği sonucuna ulaşılmıştır. Genel anlamda konunun öğretiminde görselleştirme yönteminin kullanılmasının öğrenmeyi olumlu anlamda etkilediği söylenebilir. Ancak konu öğretiminin dinamik ortamda gerçekleştirildiği çalışmalar; temsil yeterliliğinin gelişmesi, sezgisel anlamının güçlenmesi ve düşünme biçimlerinin gelişmesiyle uzamsal boyutlarda daha etkili olmuştur.

Yapılan çalışmalarda vektör uzaylarının öğretiminde en fazla karşılaşılan zorluklar; lineer bağımsızlığı belirleme (f:7), vektör uzayının geometrik temsili (f:6), vektör uzayı kavramının anlaşılması (f:6) ve formalizmin kullanımı (f:5) olarak belirtilmiştir. Konunun öğretiminde karşılaşılan diğer zorluklar ise harf ve sembollerin kullanılması/yorumlanması (f:3) ve elemanları fonksiyon olan bir vektör uzayından vektör belirlemek (f:3) olmuştur. Yaşanan tüm bu zorlukların temelinde vektör uzaylarının formalist ve soyut yapısının anlaşılmasında yatmaktadır. Dorier (1998) ve Britton ve Henderson vektör uzayları konusunda başarı sağlanması için söz konusu formalist yapının anlaşılması gerektiğine vurgu yapmışlardır. Hristovitch (2001), İşleyen ve Işık (2005), Kazcı (2008), Parraguez ve Oktaç (2010) ve Arslan (2021) öğrencilerin vektör uzayları konusunda başarısızlık yaşamalarının nedenini kavramsal anlamının gerçekleştirilememesi olarak görmüşlerdir. Yapılan analizlerin söz konusu çalışmaların sonuçlarıyla örtüştüğü görülmektedir. Zihinde daha net bir kavram oluşumu sağlamak adına öğretimde görsel temsillerin kullanımı önem arz etmektedir. Meta-sentez sürecinde incelenen çalışmalar bu görüşü destekler nitelikte olup, yapılan öğretimlerin söz konusu zorlukların giderilmesinde etkili olduğu görülmüştür.

T3, T4, T5, T6 ve M11 kodlu çalışmalar da gerek teknoloji destekli görselleştirme ortamında öğretim gerçekleştirilmiş (T5, T6 ve M11), gerekse görselleştirme ortamında teknolojiye yer verilmemiştir (T3, T4). Ancak her iki durumda da görselleştirme yöntemiyle öğretimin geleneksel yöntemlere göre daha etkili olduğu

sonucuna ulaşılmıştır. Yapılan çalışmalarda konunun ğretiminde tercih edilen geleneksel yöntemlerin tek düze bir anlatım içermesi nedeniyle, vektör uzaylarının soyut yapısını açıklamakta ve olası kavram kargaşalarının önüne geçmekte yetersiz kaldığı görülmüştür. Konunun ğretimi uzamsal yeteneği gerektirmektedir, geleneksel ğretim yöntemleri öğrencilerin uzamsal düşünmesinde etkili bir yöntem olarak görülmemektedir.

Analizi yapılan 4 çalışmada (T1, M1, M6 ve M7) ğretim sürecinde ödevlerden faydalanılmasının öğrencilerin sürece daha fazla dahil olmalarında ve konuyu tekrar edip iselleştirmelerinde etkili olduğu görülmüştür.

5.2. neriler

- Alan yazına katkı sağlaması açısından vektör uzaylarının görselleştirme yöntemiyle ğretimi üzerine daha fazla çalışmanın yürütülmesi önerilmektedir.
- İleri zamanlarda vektör uzayları konusuyla ilgili çalışma yürütecek araştırmacılara, konunun ğretiminde ğretim elemanı etkeninin ve öğretimle ilgili düşüncelerinin öneminin farkında olarak çalışmalarını yönlendirmeleri ve çalışmalarında ğretim elemanlarına daha fazla yer vermeleri önerilmektedir.
- Vektör uzaylarının ğretiminde görselleştirme yönteminin etkililiğine daha geniş bağlamda bakabilmek adına, yapılan çalışmaların veri toplama süreçlerinde verilerin hem nitel hem de nicel boyutları gözlenebilir. Dolayısıyla vektör uzaylarının ğretimi üzerine yapılan çalışmalarda karma yöntemler daha fazla tercih edilebilir.
- Vektör uzayları konusunun öğretimde dinamik yazılımlardan faydalanmak; vektör uzayının üç boyutlu ortamda gösterilmesiyle ve oluşturulan koordinatlar değiştirilerek görüntüdeki değişimlerin incelenmesiyle kavramsal yapının daha iyi anlaşılmasına imkan tanımaktadır. Ayrıca dinamik yazılımlar üzerinde görüntü oluşturmak daha az zaman alıcı olacaktır. Bu sayede öğrencilerin öğrenme sürecinde motivasyon kaybına uğramalarının önüne geçilmiş olacaktır. Etkili ve akılda kalıcı bir ğretim sağlanması adına öğretimde dinamik yazılımlara daha fazla yer verilmesi önerilmektedir.
- Araştırmada analizi yapılan çalışmalar incelenerek vektör uzaylarının ğretiminde karşılaşılan zorluklar tespit edilmiştir. İleri zamanlarda vektör uzaylarının ğretimi üzerine çalışma yürütecek araştırmacıların konu ile ilgili

karşılaşılan zorlukların giderilmesinde görselleştirme yönteminin etkisini dikkate almaları önerilmektedir. Ayrıca öğretim elemanlarının vektör uzaylarının öğretiminde, öğrencilerin zorlukla karşılaştıkları konuların üzerinde durmaları ve bu zorlukları aşmak amacıyla uygun öğretim teknikleri kullanmaları önerilmektedir.

- Vektör uzayları gibi soyut bir konunun öğretiminde görselleştirmenin yeri aşikardır. Ancak öğretim sürecinde görselleştirme yöntemiyle birlikte farklı öğretim yöntemlerine de yer verilerek anlatım desteklenebilir.
- Dersin işleniş sürecinde öğretimi zenginleştirmek ve öğrenciyi süreçte daha aktif kılmak adına çeşitli öğretim materyallerinden (çalışma kağıtları, dijital ortamda hazırlanmış ders materyalleri, somut nesnelere, dinamik yazılımlar gibi) birlikte faydalanılması da öğrenmeyi destekleyici rol oynayacaktır.
- Vektör uzayları konusunun öğretiminde, öğrencilerin yeni öğrendikleri bilgileri içselleştirip daha kalıcı hale getirmeleri, örneklere bireysel çözüm üretebilmeleri açısından ödevlendirme yapılması önerilmektedir.

KAYNAKLAR

Akalın, S. & Kılıç, A. (2022). Türkiyede Ders İmecesini Modeli Kullanılarak Yapılan Lisansüstü Tezler Üzerine Bir Meta Sentez Çalışması. *Fırat Üniversitesi, Sosyal Bilimler Dergisi*, 32(3), s.1013-1025. Doi: 10.18069/firatsbed.1060134.

Aküzüm, C. & Özmen, F. (2014). Eğitim Denetmenlerinin Mesleki Gelişim, Tükenmişlik ve İş Doyumuna İlişkin Bir Meta-Sentez Çalışması. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 13 (49), s.31-54. Doi: 10.17755/esosder.88173

Altınbaş, Ayyıldız, A. (2021). Lineer Cebir Dersinde Çoklu Temsil Temelli ve Probleme Dayalı Öğretimin Öğretmen Adaylarının Düşünme Yapılarına, Anlama Boyutlarına, Akademik Başarılarına ve Özyeterlik Algularına Etkisi (Yayınlanmamış Doktora Tezi). *Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya*.

Arcavi, A. (2003). The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. *Education Studies in Mathematics*, 52(3), p.215-241. Doi:10.1023/A:1024312321077

Arslan, K. (2021). İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı Öğrencilerinin, Vektör Uzaylarında Lineer Bağımlılık-Lineer Bağımsızlık ve Baz-Boyut Kavramlarını Algılama Becerilerinin Araştırılması (Yüksek Lisans Tezi). *Kırıkkale Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kırıkkale*.

Aydın, S. (2009a). Lineer Cebir Eğitimi Üzerine. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(1), s.93-105.

Aydın, S. (2009b). The factors effecting linear algebra. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 1, p.1549–1553. Doi:10.1016/j.sbspro.2009.01.272

Bair, C. R., Grant Haworth, J., & Sandfort, M. (2004). Doctoral student learning and development: A shared responsibility. *Journal of Student Affairs Research and Practice*, 41(4), p.1277-1295. Doi: 10.12691/education-3-10-19

Barnett-Page, E., & Thomas, J. (2009). Methods for the synthesis of qualitative research: a critical review. *BMC medical research methodology*, 9(1), p.1-11. Doi: 10.1186/1471-2288-9-59.

Başkale, H. (2016). Nitel Araştırmalarda Geçerlik, Güvenirlik ve Örneklem Büyüklüğünün Belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi*, 9(1), s.23-28.

Birinci, D. K. (2016). Matematik Öğretmen Adaylarının Lineer Cebir Kavramlarını Anlayışlarının Düşünme Yapıları ve Uzamsal Yetenekleri Bağlamında İncelenmesi

(Yayınlanmamış doktora tezi). *Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.*

Bogomolny, M. (2006). The Role of Example-Generation Tasks in Students' Understanding of Linear Algebra (Unpublished Doctoral Dissertation). *Simon Fraser University, Canada.*

Bondas, T. & Hall, E. O. (2007). Challenges in Approaching Metasynthesis Research. *Qualitative health research, 17(1), 113-121.* Doi:10.1177/1049732306295879

Britton, S. & Henderson, J. (2009). Linear algebra revisited: An attempt to understand students' conceptual difficulties. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 40(7), p.963-974.*

Carlson, D. (1993). Teaching Linear Algebra: Must the Fog Always Roll in. *The College Mathematics Journal, 24(1), p.29-40.*

Clements, K. (1982). Visual Imagery and School Mathematics. *For the Learning of Mathematics, 2(3), s.33-39.*

Corbin, J., & Strauss, A. (2008). Basics of Qualitative Research: Techniques and Procedures for Developing Grounded Theory. Thousand Oaks, CA: Sage. Doi:10.1177/1094428108324514

Çağlayan, G. (2018) Visualizing the inner product space $\mathbb{R}^{m \times n}$ in a MATLAB-assisted linear algebra classroom, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 49:4, p.616-628.*

Çalık, M., & Sözbilir, M. (2014). İçerik Analizinin Parametreleri. *Eğitim ve Bilim Dergisi, 39(174).* Doi:10.15390/EB.2014.3412

Çevik, G. (2015). Lineer Cebir Uygulamalarının Bilgisayar Destekli Görselleştirilmesinin, Öğretmen Adaylarının Farkındalıklarına, Görselleştirmelerine Etkisi ve Memnuniyeti. Yüksek Lisans Tezi, *Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.*

Dewitt-Brinks, D., & Rhodes, S. C. (1992). Listening Instruction: A Qualitative Meta-Analysis of Twenty-Four Selected Studies.

Dikovic (2007). Interactive Learning and Teaching of Linear Algebra by Webtechnologies: Some Examples. *The Teaching of Mathematics, 10, p.109-116.*

Dixon-Woods, M., Shaw, R.L., Agarwal, S. & Smith, J.A. (2004b) *Dixon-Woods, M., Shaw, R.L., Agarwal, S. & Smith, J.A. (2004b) The Problem of Appraising Qualitative Research, Quality and Safety in Health Care, 13(3), 223-225.* Doi: 10.1136/qhc.13.3.223

Donevska-Todorova, A. (2018). Fostering Students' Competencies in Linear Algebra with Digital Resources. In S. Stewart, C. Andrews-Larson, A. Berman & M. Zandieh (Ed.) *Challenges and Strategies in Teaching Linear Algebra (p.261-276).* Hamburg: Springer International Publishing.

- Dorier, J.L. (1998). The Role of Formalizm in the Teaching of the Theory of Vektor Spaces. *Linear Algebra and its Applications* (275), p.141-160. Doi:10.1016/S0024-3795(97)10061-1
- Dorier, J. L. (2002). Teaching linear algebra at university. *Proceedings of ICM*, 3, p.875-884.
- Durkaya, M., Şenel, E.Ö., Öcal, M.F., Kaplan, A., Aksu, Z. & Konyalıoğlu, A.C. (2011). Pre-service Mathematics Teachers' Multiple Representation Competencies About Determinant Concept. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 15, p.2554-2558.
- Duval, R. (1999). Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic Issues for Learning. *Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Cu-ernavaca, Morelos, Mexico.*
- Ertekin, E., Solak, S.,&Yazıcı, E. (2010). The Effects of Formalism on Teacher Trainees' Algebraic and Geometric İnterpretation of the Notions ff Linear Dependency/İndependency. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(8), 1015–1035.
- Finfgeld D.L. (2003). Metasynthesis: The State of the Art So Far. *Qual Health Research*,13(7):893-904. Doi: 10.1177/1049732303253462. PMID: 14502956.
- Finfgeld-Connett, D. (2018). *A Guide to Qualitative Meta-synthesis*. Routledge. Doi:10.4324/9781351212793
- Glaser B. & Strauss A. (1971) *Status Passage*. Aldine, Chicago, IL. Hammersley M. (1990) *Reading Ethnographic Research: A Critical Guide*. Longman, New York.
- Gülkılık, H., Uğurlu, H.H. (2008). Öğretmen Adaylarının Bazı Geometrik Kavramlarla İlgili Sahip Oldukları Kavram İmajlarının ve İmaj Gelişiminin İncelenmesi Üzerine Fenomenografik Bir Çalışma. *Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, Ankara.
- Haddad, M. (1999). *Difficulties in the Teaching of Linear Algebra- A Personal Experience (Doctoral Dissertation)*. Unpublished Master Dissertation, Concordia University, Montreal, Quebec, Canada.
- Harel, G. (1987). Variations in linear algebra content presentations. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), p.29-32.
- Harel, G., (1989a). Learning and Teaching Linear Algebra: Difficulties and an Alternative Approach to Visualizing Concepts and Processes, *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(2), p.139-148.
- Harel, G. (2000). Principles of learning and teaching of linear algebra: Old and new observations. In J. L. Dorier (Ed.), *On the teaching of linear algebra* (p. 177-189). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Hershkowitz, R., Markovits, Z. & Wheatley, G.H. (1992). Research into Practice: Conquer Mathematics Concepts by Developing Visual Thinking. *The Arithmetic Teacher*, 39(9), p.38-41.

Hillel, J. (2000). Modes of Description and the Problem of Representation in Linear Algebra. In J. L. Dorier (Ed.), *On the Teaching of Linear Algebra* (pp.191-207). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. Doi:10.1007/0-306-47224-4_7

Hristovitch, S.P. (2001). Students' conception of introductory linear algebra notions: The role of metaphors, analogies and symbolization (Unpublished doctoral dissertation). Purdie University, USA.

Işık A. & Konyalıoğlu, A.C. (2005). Matematik Eğitimde Görselleştirme Yaklaşımı. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi*, 11, s.462-471.

Işık, A., Çiltaş, A. & Bekdemir, M. (2008). Matematik Eğitiminin Gerekliliği ve Önemi. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, s.174-184.

İlhan, A. & Aslaner, R. (2020). Matematik Öğretmen Adaylarının Görsel Matematik Okuryazarlık Algılarının Bazı Değişkenlere Göre İncelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33(1), s.229-260. Doi:10.19171/uefad.589686

İşleyen, T. & Işık, A. (2005). Alt Vektör Uzaylarının Kavramsal Öğrenilmesi Üzerine. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11, s.492-501.

Jensen, L. A., & Allen, M. N. (1996). Meta-synthesis of Qualitative Findings. *Qualitative Health Research*, 4(6), p.553-560. Doi:10.1177/104973239600600407

Kadunz, G. & Yerushalmy, M. (2015). Visualization in the Teaching and Learning of Mathematics. In S. J. Cho (Ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*, p.463-467. Doi:10.1007/978-3-319-12688-3_41

Kaplan, T., Gedik, S.D., Konyalıoğlu, A. C. Ve Işık, A. (2013). Lineer Cebir Ders Kitaplarının Öğretici Unsurlar Açısından İncelenmesi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(2), s.376 – 394.

Karsai, J., Racz, E.V., Schwenk, A. & Kalus, N. (2003). Visualization and art in the mathematics classroom. *The International Journal on Mathematics Education*, 35(1), s.24-29.

Kaya, E. (2021). Türkiye’de Matematik Eğitiminde Problem Kurma Üzerine Gerçekleştirilmiş Lisansüstü Çalışmaların Analizi: Bir Meta-Sentez Çalışması (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). *Giresun Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü*, Giresun.

Kazıcı, Y. & Aydın, S. (2008). Fen ve Matematik Öğretmen Adaylarının Vektör Uzayları Teorisinde Kavram Yanılgılarının Tespit Edilmesi. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü*, Van.

Kıncal, R. ve Beypınar, D. (2015). “Ders Araştırması”na sahip olmanın Matematik Öğretmenlerinin Mesleki Gelişimlerine ve Öğrenme Sürecinin Geliştikleri Etkisi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1 (33), s.186-210.

Klasa, J. (2009). A few pedagogical designs in linear algebra with Cabri and Maple. *Linear Algebra and its Applications*, 432, 2100–2111. Doi: 10.1016/j.laa.2009.08.039

Koğ, O. & Başer, N. (2011). Görselleştirme Yaklaşımının Matematikte Öğrenilmiş Çaresizliğe ve Soyut Düşünmeye Etkisi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1(3), s.89-108.

Konyalıoğlu, A.C., Konyalıoğlu, S. & Işık, A. (2008). Effectiveness of Visualization Approach on Student’s Conceptual Learning. *Journal of Qafqaz University*, 24, s.245-249.

Konyalıoğlu, A.C., Aksu Z. & Şenel E.Ö. (2012). The Preference of Visualization in Teaching an Learnin Absolute Value. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 43(5), s.613-626.

Koyuncu, M. K. (2023). Türkiye’de Matematik Felsefesi Alanında Yapılan Çalışmaların İncelenmesi: Bir Meta-Sentez Çalışması. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 57(57), 1-26. Doi:10.15285/maruaebd.xxx

Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Publication Inc, London-New Delhi.

MEB, (2018). Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı, MEB Yayıncılık, Ankara.

Mancosu, P. (2005). Visualization, Explanation and Reasoning Styles in Mathematics. *Canadian Journal of Science Mathematics and Technology Education Science & Technology Education*, (2), p.201-205. Doi:10.1080/14926150609556696

Mills, A. J., Durepos, G. & Wiebe, E. (2010). *Encyclopedia of Case Study Research* (vol. 2) (Thousand Oaks, CA, Sage).

Oktaç, A. (2004). Students Discussions on a Linear Algebra Problem in a Distance-Education Course. *Linear Algebra and its Applications*, 379(1). s.439-455. Doi:10.1016/j.laa.2003.08.021

Olkun, S. ve Altun, A. (2003). İlköğretim Öğrencilerinin Bilgisayar Deneyimleri ile Uzamsal Düşünme ve Geometri Başarıları Arasındaki ilişki. *TOJET*, 2 (4) Article 13.

Önmez, T. (2015). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Lineer Denklemleri Anlamaları Üzerine Nitel Bir Çalışma (Yayınlanmış Doktora Tezi). *Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, Konya.

Parker, C. F. (2010). How İntuition and Language Use Relate to Students’ Understanding ff Span and Linear İndependence in an Elementary Linear Algebra Class (Unpublished Doctoral Dissertation). *University of Northern Colorado*, USA.

- Parraguez, M., & Oktaç, A. (2010). Construction of the Vector Space Concept from the Viewpoint of APOS Theory. *Linear Algebra and its Applications*, 432(8), p.2112-2124. Doi:10.1016/j.laa.2009.06.034
- Presmeg, N.C. (1986). Visualisation and Mathematical Giftedness. *Educational Studies in Mathematics*, 17(3), p.297-311.
- Polat, S., & Osman, A. Y. (2016). Meta-sentez: Kavramsal bir çözümlenme. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 4(2), s.52-64. Doi: 10.14689/issn.2148-2624.14c2s3m.
- Possani, E., Trigueros, M., Preciado, J.G. & Lozano, M.D. (2010). Use of Models in the Teaching of Linear Algebra. *Linear Algebra and its Applications*. 432(8), p.2125-2140. Doi: 10.17522/balikesirnef.1020526
- Rogness, J. (2011). Mathematical Visualization. *Journal of Mathematics Education at Teacher Collage*, 2, p.1-7. Doi:10.7916/jmetc.v2i2.716
- Sandelowski, M., Docherty, S., & Emden, C. (1997). *Qualitative metasynthesis: Issues and techniques*. *Research in Nursing & Health*, 20, 365–371. Doi: 10.1002/(sici)1098-240x(199708)20:4<365::aid-nur9>3.0.co;2-e
- Sandelowski M. & Barroso J. (2003) *Classifying the findings in qualitative studies*. *Qualitative Health Research* 13, p.905–923. Doi: 10.1177/1049732303253488
- Sandelowski, M., & Baroso, J. (2006). *Handbook for Synthesizing Qualitative Research*. About the Authors. Doi:10.1016/j.outlook.2005.05.004
- Sandelowski, M., Barroso, J., & Voils, C. I. (2007). Using qualitative metasummary to synthesize qualitative and quantitative descriptive findings. *Research in nursing & health*, 30(1), p.99-111.doi: 10.1002/nur.20176.
- Saraçoğlu, M. & Aşlıoğlu, B. (2022). Türkiye’de Geometrik Düşünme Üzerine Yapılan Araştırmalara İlişkin Bir Meta-Sentez. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 21 (81), s.91-116. Doi: 10.17755/esosder.982081
- Sherwood, G. D. (1997). Meta-synthesis of Qualitative Analyses of Caring: Defining a Therapeutic Model of Nursing. *Advanced Practice Nursing Quarterly*, 3, p.32-42.
- Sherwood, G. (1999). Meta-synthesis: Merging Qualitative Studies to Develop Nursing Knowledge. *International Journal for Human Caring*, 3, p37. Doi: 10.20467/1091-5710.3.1.37
- Sierpinska, A. (2000). On some Aspects of Students Thinking in Linear Algebra. In J.L. Dorier (Ed.), *On Teaching of Linear Algebra*, p.209-246. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Sierpinska, A., Nnadozie, A. & Oktaç, A. (2002). A Study of Relationships Between Theoretical Thinking and High Achievement in Linear Algebra. Concordia University: Manuscript.

Soylu, Y. & Aydın, S. (2006). Matematik Derslerinde Kavramsal ve İşlemsel Öğrenmenin Dengelenmesinin Önemi Üzerine Bir Çalışma. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8 (2), s.83-95.

Soylu, Y. & Işık, A. (2008). Teaching Linear Algebra: Conceptual and Procedural Learning in Linear Transformation. *Educational Research Journal*, 23(2), p.203-226.

Stewart, S. & Thomas, M.O.J. (2019). Student perspectives on proof in linear algebra. *ZDM*, 51(7), p.1069-1082.

Strobel, J., & van Barneveld, A. (2009). When is PBL More Effective? A Meta-synthesis of Meta-analyses Comparing PBL to Conventional Classrooms. *Interdisciplinary Journal of Problem-Based Learning*, 3(1) p.44-58. Doi: 10.7771/1541-5015.1046

Şan, İ. (2012). Matematik Öğretiminde Görselleştirme. *Journal of Qafqaz University*, (34), s.109-123.

Thomas, M. O., & Stewart, S. (2011). Eigenvalues and eigenvectors: Embodied, symbolic and formal thinking. *Mathematics Education Research Journal*, 23(3), p.275-296. Doi: 10.1007/s13394-011-0016-1

Thorne, S., Paterson, B., Acorn, S., Canam, C., Joachim, G., & Jillings, C. (2002). Chronic Illness Experience: Insights From a Metastudy. *Qualitative Health Research*, 12, p.437-452. Doi: 10.1177/104973202129120007

Turğut, M., Günhan, B. & Yılmaz, S. (2009). Uzamsal Yetenek Hakkında Bir Bilgi Seviyesi İncelmesi. *e-Journal of New World Sciences Academy Education Sciences*, 4(2), s.317-326.

Turğut, M. (2010). Teknoloji Destekli Lineer Cebir Öğretiminin İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Uzamsal Yeteneklerine Etkisi. Doktora Tezi, *Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, İzmir.

Turğut, İ.G. & Turğut, S. (2018). The Effects of Visualization on Mathematics Achievement in Reference to Thesis Studies Conducted in Turkey: A Meta-Analysis. *Universal Journal of Educational Research*, 6(5), p.1094-1106. Doi: 10.13189/ujer.2018.060531

Tyler C.W., Last J.M. (1992). *Epidemiology. Maxcy-Rosenau-Last Public Health and Preventivemedicine* (13th ed., p. 11-39). Norwalk, CT: Appleton & Lange.

Walsh, D., & Downe, S. (2005). Meta-synthesis method for qualitative research: a literature review. *Journal of advanced nursing*, 50(2), p.204-211. Doi: 10.1111/j.1365-2648.2005.03380.x.

Wawro, M., Sweeney, G.F. and Rabin, J. M. (2011). Subspace in Linear Algebra: Investigating Students' Concept Images and Interactions with the Formal Definition. *Educational Studies in Mathematics*, 78(1), p.1–19. Doi: 10.1007/s10649-011-9307-4

West, B.J. (2012). Fractal Physiology and Chaos in Medicine. *Studies of Nonlinear Phenomena in Life Science*, Vol. 16, Army Research Office, USA. Doi:10.1007/978-1-4614-4998-0_11

Zimmennann, W. & Cunningham, S., 1991. Editor's Introduction: What is Mathematical Visualization? In W.Zimmennann and S.Cunningham (Eds.), *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*, 1-8, Mathematical Association of America, Washington OC., America.

Zimmer, L. (2006). Qualitative Meta-Synthesis: a Question of Dialoguing with Texts. *Journal of Advanced Nursing*, 53(3), 311–318. Doi: 10.1111/j.1365-2648.2006.03721.x



EKLER

EK-1. Metasentez'e Dahil Edilen Tezler ve Makaleler

Araştırmaya dahil edilen tez çalışmaları "T" harfi ile, makale çalışmaları "M" harfi ile belirtilmiştir.

Kodlar	Çalışmalar
T1	Açıkyıldız, G. (2019). <i>Vektör Uzaylarının Öğretimine Yönelik Öğrenme Ortamının Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi</i> . Doktora Tezi, Trabzon Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Trabzon.
M1	Açıkyıldız, G. & Kösa, T. (2022). Vektör Uzaylarının Öğretimi İçin Tasarlanan Öğrenme Ortamına İlişkin Görüşlerin İncelenmesi. <i>Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi</i> , 22 (3), s.957-983.
M2	Allali, M. (2010) Linear Algebra and Image Processing, <i>International Journal of Mathematical Education in Science and Technology</i> , 41:6, p.725-741
M3	Çağlayan, G. (2015). Making Sense of Eigenvalue–Eigenvector Relationships: Math Majors' Linear Algebra – <i>Geometry Connections In a Dynamic Environment. The Journal of Mathematical Behavior</i> , 40, p.131-153.
M4	Çağlayan, G. (2018) Visualizing the Linear Product Space $\mathbb{R}^{m \times n}$ in a MATLAB-Assisted Linear Algebra Classroom, <i>International Journal of Mathematical Education in Science and Technology</i> , 49:4, p.616-628.
M5	Çağlayan, G. (2019). Is It A Subspace or Not? Making Sense of Subspaces of Vector Spaces In a Technology-Assisted Learning Environment. <i>ZDM Mathematics Education</i> 51, p.1215–1237
M6	Dogan-Dunlap, H. (2010). Linear Algebra Students' Modes of Reasoning: Geometric Representations. <i>Linear Algebra and Its Applications</i> , 432, 2141-2159.
M7	Doğan, H. (2018). Differing Instructional Modalities and Cognitive Structures: Linear Algebra. <i>Linear Algebra and its Applications</i> , 542, p.464-483.
M8	Hannah, J., Stewart, S. & Thomas, M. (2013). Emphasizing Language and Visualization In Teaching Linear Algebra. <i>International Journal of Mathematical Education Science and Technology</i> , 44 (4), p.475-489.
M9	Harel, G. (1989b). Applying the Principle of Multiple Embodiments in Teaching Linear Algebra: Aspect of Familiarity and Mode of Representation, <i>Schools Science and Mathematics</i> , 89 (1), p.40-57.
T2	Kan, O. (2014). <i>Geogebra Destekli Öğretimin Lineer Cebir Dersine Ait Bazı Konularda Akademik Başarı Üzerine Etkisi</i> . Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
T3	Konyalioğlu, A.C. (2003). Üniversite Düzeyindeki Vektör Uzayları Konusundaki Kavramların Anlaşılmasında Görselleştirme Yaklaşımının Etkinliğinin İncelenmesi, Doktora Tezi (Yayınlanmamış), Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
M10	Konyalioğlu, A. C., İpek, A. S., ve Işık, A., 2003. On the Teaching Linear Algebra at the University Level: The Role Of Visualization In The Teaching Vector Spaces. <i>Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series</i> , 7(1), p.59-67.
M11	Pitcher, N. (1991). Visualization in Linear Algebra. <i>International Journal of Mathematical Education in Science and Technology</i> , 22(3), p. 387-394.

Kodlar	Çalışmalar
T4	Soylu, Y. (2005). Lineer Dönüşümler ve Lineer Dönüşümlerle İlgili Kavramların Öğretilmesinde Geometri ile Somutlaştırma Yönteminin Etkinliği. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
M12	Stewart, S. & Thomas, M.O.J. (2007). Embodied, Symbolic and Formal Thinking in Linear Algebra. <i>International Journal of Mathematical Education in Science and Technology</i> , 38(7), p.927-937.
T5	Turğut, M. (2010). <i>Teknoloji Destekli Lineer Cebir Öğretiminin İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Uzamsal Yeteneklerine Etkisi</i> . Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
T6	Zehir, H. (2010). Çalışma Yaprakları ile Lineer Dönüşümler ve Lineer Dönüşümlere Karşılık Gelen Matrislerin Öğretimi. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
18	



EK-2. Etik Kurul Raporu

Evrak Tarih ve Sayısı: 21.03.2023 - 158713

T.C.
KIRIKKALE ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ARAŞTIRMALARI
ETİK KURULU TOPLANTISI

KARAR TARİHİ : 20/02/2023
OTURUM NO : 02
TOPLANTI SAATI : 12.30

Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırmaları Etik Kurulu, Kurul Başkanı Prof. Dr. Şahin AHMETOĞLU başkanlığında gündemdeki maddeleri görüşmek üzere toplanarak aşağıdaki kararları almıştır.

- GÜNDEM** 28-Ankara Üniversitesi Eğitim Fakültesi Öğretim Üyelerinden Prof. Dr. Ahmet IŞIK'ın danışmanı olduğu Tuğba Nur KURTOĞLU tarafından yürütülen "Vektör Uzaylarının Öğretiminde Görselleştirme Öğretim Yaklaşımına Yönelik Yapılan Çalışmaların Analizi" konulu proje başvurusunun görüşülmesi,
- KARAR** 28- Ankara Üniversitesi Eğitim Fakültesi Öğretim Üyelerinden Prof. Dr. Ahmet IŞIK'ın danışmanı olduğu Tuğba Nur KURTOĞLU tarafından yürütülen "Vektör Uzaylarının Öğretiminde Görselleştirme Öğretim Yaklaşımına Yönelik Yapılan Çalışmaların Analizi" konulu proje incelenmiş olup, Kırıkkale Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırmaları Etik Kurulu Yönergesinde belirtilmiş olan Etik İlkelerine uygun olduğuna karar verildi.

BAŞKAN

Prof. Dr. Şahin AHMETOĞLU

ÜYE Prof. Dr. Mehmet DİKKAYA	ÜYE Prof. Dr. Oğuz ÖCAL	ÜYE Prof. Dr. Sevgi YURTÖNCEL
ÜYE Prof. Dr. İbrahim MAZMAN	ÜYE Prof. Dr. Oktay AKBAŞ	ÜYE Doç. Dr. Kamil ŞAHİN
ÜYE Prof. Dr. Emre AKSOY	ÜYE Dr. Öğr. Üyesi Fatma HIZIR ASRAV	

Bu belge, güvenli elektronik İmza ile imzalanmıştır.
Evrak sorgulaması <http://dogrulama.kku.edu.tr/envision.sorgula/belgedogrulama.aspx?eD=BSE576JNB&eS=158713> adresinden yapılabilir.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı

Doğum Tarihi

Yabancı Dil

Eğitim Durumu

Lisans

Yüksek Lisans

Çalıştığı Kurumlar

Yayımları

Araştırma Alanları