

ZAMANA BAĞLI DOĞAL ISI TAŞINIMININ DİKEY PLAKADA SAYISAL ANALİZİ

İbrahim UZUN, Nur TERLEMEZOĞLU, Battal DOĞAN

Kırıkkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 71450-Kırıkkale

Geliş Tarihi : 19.11.2003

ÖZET

Sabit duvar sıcaklığı sınır şartı altında dikey bir plakada zamana bağlı doğal ısı taşınımı problemi sayısal olarak incelenmiştir. Çalışmada Bousinesq varsayımı ile elde edilen laminar sınır tabaka denklemlerinin çözümü yapılmıştır. Hesaplamalarda Gr ve Re sayısı değişken olarak alınmıştır. Çözülecek denklemlerin sonlu fark ve sonlu eleman karşılıkları yazılarak geliştirilen programlar kullanılarak çözüm düzlemindeki hız, sıcaklık ve basınç dağılımları elde edilmiştir. Elde edilen sayısal sonuçlar grafik ve tablolarla verilmiştir. Benzerlik ve integral çözümleriyle ne denli uyduğu karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Anahtar Kelimeler : Doğal taşınım, Dikey plaka, Isı taşınımı

NUMERICAL ANALYSIS OF NATURAL UNSTEADY CONVECTION HEAT TRANSFER FROM VERTICAL PLATE

ABSTRACT

For boundary conditions of constant wall temperature, unsteady natural heat transfer at vertical plate have been investigated as numerically. In this study, laminar boundary layer equations have been solved based on Bousinesq assumption. In the computations, Gr and Re numbers have been taken as variables. By using some programs developed for finite difference and finite element codes for the related equations, the velocity and temperature distributions have been obtained. The obtained numerical results were shown with graphics and tables. Results were compared with similarity and integral methods.

Key Words : Free convection, Vertical plate, Heat convection

1. GİRİŞ

Çoğu sanayi tesisinde cihazların ürettikleri ısının atılması önemli bir problem teşkil etmektedir. Bu durumda elemanların üzerinden ısının atılması mümkünse doğal taşınım ile değilse zorlanmış taşınım ile atılmaya çalışılmaktadır. Isı üreten cihazların ayrıca bir enerji harcamadan soğutulmaları veya çok küçük olmaları çoğu zaman doğal taşınım ile soğutulmalarını zorunlu kılmaktadır. Yarı sonsuz bir plaka üzerinde sürekli akış olduğu düşünülerek momentum, enerji ve

süreklilik denklemleri sınır tabaka denklemleri şeklinde basitleştirilerek ele alınmıştır. Isı transfer karakteristikleri üzerindeki etkisini açıkça görebilmek için düşük Rayleigh (Ra) sayılarında inceleme yapılmıştır.

Literatürde benzer çalışmalar yeterince yapılmış olup sayısal ve analitik çalışmaların beraber incelendiği araştırmalar çok değildir. Satio ve Yamasaki (2000) bir tarafı sıcak ve diğer tarafı soğuk sonlu uzunluktaki bir dikey plakada, doğal taşınım problemini Grashof sayısının 0.1 ile 1.0×10^5 aralığında alarak farklı yüzey sıcaklıkları için

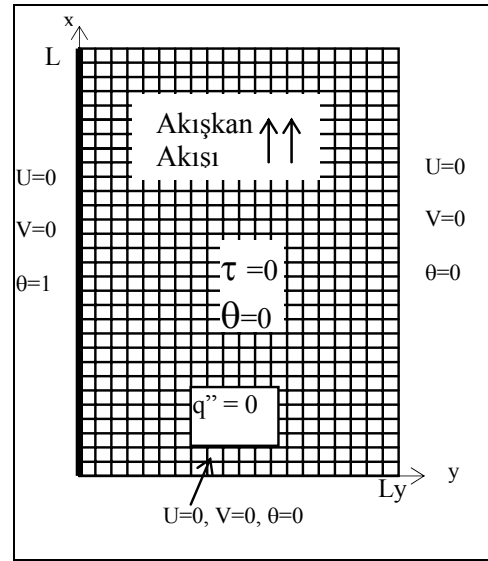
hesaplamıştır. Sayısal çözümleme yapıp belirli Gr sayısı aralığında çözümler elde edilmiştir. Analitik sonuçlarla karşılaştırma yapılmamıştır. Li et al., (2001) yüzey sıcaklığının dalgalanmalı bir değişim gösterdiği durumu iteratif bir sayısal çözüm yöntemi ile Grashof sayısının 0 - 625 aralığında incelemiştir. Bir diğer çalışmada Frederick (1997) üç boyutlu bir kübik prizma yüzeyinde soğuk ve sıcak yüzeylerin aktif olduğu durumu Grashof sayılarının geniş bir aralığında ele alınmıştır ve böylece literatüre doğal taşınım probleminin üç boyutlu çözümünü kazandırmıştır. Yang and Zhu, (2003) eğik paralel duvarlı kanalda alt duvarın ısıtılması durumundaki doğal taşınım problemini PnIII yöntemi kullanarak sayısal olarak çözmüştür. Çözümde Pr sayısını 5 civarında alarak akışkanın su olduğunu varsaymış, Ra sayısını da $1 \times 10^3 - 2.5 \times 10^3$ arasında değiştirerek farklı grid sayılarında Nu sayısının değişimlerini incelemiştir. PnIII çözümünü eğik bir levha için başarıyla uygulamıştır. Manz (2003) bina yüzlerindeki doğal taşınım problemini Ra sayılarını 1000 - 1.0E06 aralığında alarak Nu sayısı ile Ra sayısı arasındaki ilişkiyi sayısal olarak incelemiştir. Böylece $Nu = f(Ra, A)$ olduğunu ispatlamıştır. Abu-Nada et al., (2003) ısıtılmış yatay silindir üzerindeki doğal taşınım problemini momentum ve enerji denklemlerinin tam şeklini dikkate alarak sonlu fark tekniği kullanarak çözmüş, çözümü dönüştürülmüş bir çözüm düzleminde gerçekleştirmiştir. Hesaplamalarda Ra sayısını 1×10^3 ile 1×10^5 arasında alarak Nu sayısının değişimlerini incelemiştir. Doğal taşınım probleminde silindirik koordinatlarda çözüm yapılmış ve sonuçlar elde edilmiştir. Ece ve Büyük (2002) dikey plakadaki doğal ve zorlanmış taşınım problemini ise power-law akışkanı için benzerlik yaklaşımı kullanarak incelemiştir. Analitik olarak farklı bir akışkan türünde çözümleme yapmıştır.

Bu çalışmada zamana bağlı dikey plakada doğal taşınım problemi için sayısal sonuçlarla analitik sonuçların karşılaştırmalı bir uygulaması yapılmıştır. Sayısal yöntemlerden sonlu fark çözümlerinin sabit ızgara aralığında ve farklı düğüm sayılarında analitik sonuçlara ne derece yaklaştığı gösterilmiştir. Çalışma özellikle Ra sayısının büyük bir aralığında yapılarak, akışkan türünden bağımsız hale getirilmiş ve elde edilen değerlerle literatürdeki sonuçlara genişlik kazandırılmaya çalışılmıştır.

2. PROBLEMİN TANIMI VE TEMEL DENKLEMLER

Dikey doğrultuda yeterince uzun ve bu doğrultunun normali yönünde ise sınır tabakanın dışında olacak şekilde bir uzunluk düşünülerek Şekil 1'de

gösterilen sayısal model incelenmiştir. Dikey doğrultudaki duvar sıcaklığının T_w sıcaklığında sabit tutulduğu durum için çözümler yapılmıştır. Çözüm düzleminin tabanından ısı geçişi olmadığı diğer çevre sıcaklıklarının T_∞ sıcaklığına eşit olduğu düşünülmüştür. Akışkanın başlangıçta durgun olduğu ve bütün çözüm düzlemindeki düğümlerin aynı sıcaklıkta ve hızda olduğu başlangıç şartı olarak verilmiştir. Akışkanın sıkıştırılmaz, sınır tabaka eşitlikleri ise Boussinesq varsayımı altında elde edilen basitleştirilmiş sınır tabaka denklemleri ele alınarak çözüm yapılmıştır.



Şekil 1. İncelenen sistemin şematik gösterimi

Çözümü yapılacak olan momentum, enerji ve süreklilik denklemlerin boyutlu şekli aşağıdaki eşitlikler (1-3)'de verilmiştir.

Momentum eşitliği :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

Enerji eşitliği :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2)$$

Süreklilik eşitliği :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

Yukarıdaki (1-3) eşitlikleri ($X = x/L$), ($Y = y/L$), [$\theta = (T - T_\infty)/(T_w - T_\infty)$], ($\tau = \alpha \cdot t/L^2$), ($U = u/u_0$) ve ($V = v/u_0$) boyutsuz tanımlamaları kullanılarak

şağıdaki (4-6) eşitlikleri şeklinde boyutsuz hale getirilmiştir.

$$U_{\tau} \frac{1}{Re.Pr} + U.U_X + V.U_Y = \theta \frac{Gr}{Re^2} + U_{YY} \frac{1}{Re} \quad (4)$$

$$\theta_{\tau} \frac{1}{Re.Pr} + U.\theta_X + V.\theta_Y = \theta_{YY} \frac{1}{Re.Pr} \quad (5)$$

$$U_X + V_Y = 0 \quad (6)$$

Burada, boyutsuz olarak (X) ve (Y) koordinatları, (θ) sıcaklığı, (τ) zamanı, (U) ve (V) ise sırasıyla (x) ve (y) doğrultularındaki hızları göstermektedir. Re ve Gr_L sayıları ise dikey doğrultudaki maksimum uzunluk olarak tanımlanan L karakteristik uzunluğunda tanımlanmış sırasıyla Reynolds ve Grashof sayılarını, Pr ise akışkanın Prandtl sayısını göstermektedir. Yukarıdaki eşitlikler (4-6)'nın sayısal çözümü için aşağıdaki eşitlikler (7a-7d) ile verilen başlangıç ve sınır şartları kullanılmıştır.

Sınır şartları :

$$X = 0 \quad \text{için} \quad U = 0, V = 0, \quad \theta = 0 \quad (7.a)$$

$$Y = 0 \quad \text{için} \quad U = 0, V = 0, \quad \theta = 1 \quad (7.b)$$

$$Y = \infty \quad \text{için} \quad U = 0, V = 0, \quad \theta = 0 \quad (7.c)$$

Başlangıç şartları :

$$\tau = 0 \quad \text{için} \quad U = 0, \quad V = 0, \quad \theta = 0 \quad (7.d)$$

Kısmi türevli doğrusal olmayan diferansiyel eşitlikler (4), (5) ve (6) kullanılarak (U), (V) ve (θ) büyüklükleri (X), (Y) ve (τ)'nun fonksiyonları olarak elde edilebileceği bilinmektedir. Problemde, çözüm düzlemine dik doğrultuda bir değişiklik varsayılıyorsa üç boyutlu olarak düşünülebilir. Ancak bu doğrultunun yeterince uzun ve zamana bağlı bir değişikliğin olmadığı düşünülerek problem iki boyutlu olarak ele alınmıştır. Temel eşitliklerde akışkan özelliklerinin sabit olduğu varsayılmış ancak yoğunluğun Boussinesq varsayımı altında sıcaklıkla değiştiği ve akışkanın hareketinin yoğunluk farkından dolayı gerçekleştiği varsayılmıştır.

3. SAYISAL ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Kararlı durumdaki çözümü elde etmek için zamana bağlı çözümlerin kararlı duruma ulaşınca kadar götürülmesi gerekmektedir. Zaten kullanılan kısmi türevli eşitlikler de zamana bağlı terimleri içermektedir. Eşitliklerden de görüleceği gibi $\partial U/\partial \tau$

ve $\partial \theta/\partial \tau$ değerlerinin istenilen yaklaşım hatasının altına inmesi durumundaki çözümler kararlı durumdaki değerler olarak alınabileceği bilinmektedir. Kararlı durumdaki sıcaklık ve hız dağılımlarını zamana bağlı adımları çözmeden elde etmek için sıfırdan farklı bir hız ve sıcaklık dağılımı varsayarak iterasyona başlanmalıdır. Sayısal çözüm için çözüm düzleminin boyutsuz büyüklükleri sonlu uzunlukta seçilmiş olup $y = \infty$ sınır şartını sağlamak için $Y = y/L_y$, dikey plakanın yeterince uzun olmasını sağlamak için ise $X = x/L = 1$ olarak alınmıştır. Kısmi türevli eşitliklerin sonlu fark karşılıkları aşağıdaki şekilde yazılmışlardır.

$$\frac{U_{m,n}^{t+1} - U_{m,n}^t}{\Delta \tau . Re . Pr} + U_{m,n} \frac{U_{m,n} - U_{m-1,n}}{\Delta X} + V_{m,n} \frac{U_{m,n+1} - U_{m,n}}{\Delta Y} = \theta_{m,n}^{t+1} \frac{Gr_L}{Re^2} + \frac{U_{m,n+1} - U_{m,n} + U_{m,n-1}}{(\Delta Y)^2 . Re} \quad (8)$$

$$\frac{\theta_{m,n}^{t+1} - \theta_{m,n}^t}{\Delta \tau . Re . Pr} + U_{m,n} \frac{\theta_{m,n} - \theta_{m-1,n}}{\Delta X} + V_{m,n} \frac{\theta_{m,n+1} - \theta_{m,n}}{\Delta Y} = \frac{\theta_{m,n+1} - \theta_{m,n} + \theta_{m,n-1}}{(\Delta Y)^2 . Pr} \quad (9)$$

$$\frac{U_{m,n}^{t+1} - U_{m-1,n}^t}{\Delta X} + \frac{V_{m,n}^{t+1} - V_{m,n-1}^t}{\Delta Y} = 0 \quad (10)$$

Burada, $(U_{m,n}^{t+1})$, $(V_{m,n}^{t+1})$ ve $(\theta_{m,n}^{t+1})$ iterasyon esnasında bir sonraki zaman adımındaki veya diğer bir deyişle her iterasyon sonunda elde edilen yeni değerlerdir. Bir iterasyon boyunca (U), (V) ve (θ) değerleri sabittir. Eşitlikler (8), (9) ve (10) her bir yeni boyutsuz zaman adımı ($\Delta \tau$) için hesaplanırlar. Bütün düğümler için $\partial U/\partial \tau \leq \varepsilon$ ve $\partial \theta/\partial \tau \leq \varepsilon$ olduğunda kararlı durumdaki sonuçlara ulaşılmış varsayılır. Burada bütün değişkenlerin yaklaşım hatası için $\varepsilon = 1 \times 10^{-7}$ değeri esas alınmıştır. Kararlı durumdaki değerlere ulaşıncaya kadar iterasyonlara devam edilmiştir. Kısmi türevli eşitlikler açık yöntemle ifade edildiğinden, bütün zamana bağlı çözümlerde olduğu gibi zaman artırımının sisteme kararsızlık getirip getirmediği bilinmemelidir. Eşitlikler (8), (9) ve (10) için bütün boyutsuz zaman artırımlarıyla kararlı durum değerlerine ulaşamaz. Bunun için uygun ($\Delta \tau$) değerinin belirlenmesi gerekmektedir. Heliüm bu konudaki kararlı çözüm için aşağıdaki (11) numaralı eşitliğin sağlanması gerektiğini belirtmiştir (Heliüm and Churchill, 1962). Burada U ve V değerleri çözüm düzlemindeki en büyük değerli hız bileşenleri göstermekte olup, problemin zamana bağlı olmasından U ve V değerleri bilinmemektedir. Ancak $\Delta \tau$ değerlerinin çok küçük alınması veya çözüm düzleminde daha fazla düğüm oluşturulması ile çözülmüştür. Bu durum iterasyon sayısının veya çözülecek eşitlik sayısının artması anlamına gelmektedir.

$$\frac{U \Delta \tau}{\Delta X} + \frac{|V| \Delta \tau}{\Delta Y} + \frac{2 \Delta \tau}{(\Delta X)^2} \leq 1. \quad (11)$$

Ancak, momentum, süreklilik ve enerji eşitlikleri Re, Gr ve Pr sayılarına bağlı olarak bulunduğu ve bu boyutsuz sayılardan Ra sayısı değiştirilerek sonuçlar alındığından U değerleri her bir Ra sayısı için farklı bulunmaktadır. Bu durumda da her bir Ra sayısı için kararlı çözüm verecek zaman artırımına bakılmalı ya da bütün çözümler çok küçük zaman artımı ile çözülmelidir.

Çözümler Re sayısının farklı değerlerinde ve Ra sayısının 1×10^0 ile 1×10^8 aralığında değiştiği durumlar için elde edildi. Ancak karşılaştırma amaçlı Pr sayısının küçük değerlerinde ($Pr \cong 1$), Gr sayısının küçük ve Re sayısının büyük olduğu durumda Gr/Re^2 ifadesinden bilineceği üzere doğal taşınım etkisi azaldığından sonuçların çok anlamlı olmayacağı söylenebilir. Çözümlerde $\Delta Y = 0.025$ ve $\Delta X = 0.0125$ olarak alınmıştır. Daha küçük ve büyük ΔX ve ΔY aralıkları için de çözümler bulunmuş, sonuçların birbirlerine ne denli yakın çıktığı sonuçlar bölümündeki Tablo 1'de gösterilmiştir. Ancak aralıkların çok küçültülmesinde kararlılık ve yakınsama problemleriyle karşılaşılacağı unutulmamalıdır. Kararlı rejimdeki sonuçlara erişilip erişilmediği bütün düğüm noktalarının bir önceki iterasyondaki değerlerle arasındaki farkın ε değerinden küçük olması bir başka ifade ile aşağıdaki eşitlik (12) ile gösterilen şartı sağlayıp sağlanmadığına bakılmıştır. Burada (m) ve (n) sırasıyla (x) ve (y) yönündeki düğüm sayılarını göstermektedir.

$$\left(\left(\left| U_{i,j}^{t+1} - U_{i,j}^t \right|, \left| V_{i,j}^{t+1} - V_{i,j}^t \right|, \left| \theta_{i,j}^{t+1} - \theta_{i,j}^t \right| \right)_{i=1,m} \right)_{j=1,n} < \varepsilon \quad (12)$$

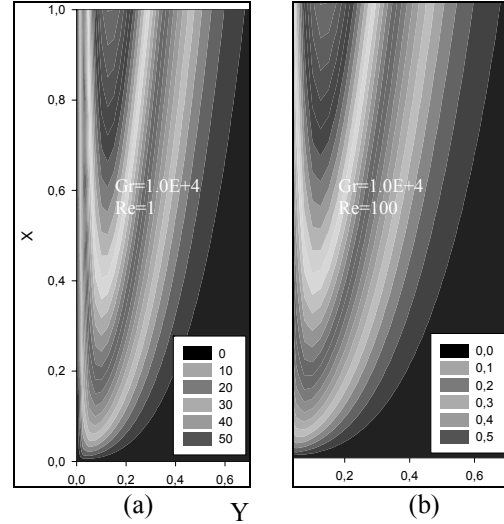
Tablo 1. Grid sayısına bağlı olarak Ortalama Nusselt Sayısının Değişimi

Grid	Nu _L	Nu _m	Grid	Nu _L	Nu _m
10x10	5.832	6.961	80x40	6.480	9.045
20x20	6.508	8.881	100x40	6.468	8.951
30x20	6.468	8.652	100x80	6.456	9.425
40x40	6.512	9.506	200x120	6.420	9.214
60x40	6.488	9.205	400x120	6.420	8.903

4. SONUÇLAR

Sabit duvar sıcaklığı sınır şartı altında Ra sayısının sabit ve 1×10^4 alındığı çözümde Re sayısının küçük $Re = 1$ ve büyük $Re = 100$ olduğu iki durum için U hızının dağılımı sırasıyla Şekil 2a ve 2b'de gösterilmiştir. Re sayısının artmasıyla hız dağılımının değişmediği ancak değer olarak Re sayısının çarpımı şeklinde büyüdüğü görülmektedir. Bu durum zaten momentum eşitliği olan eşitlik (1)'den de görülmektedir. Dikey doğrultudaki hız

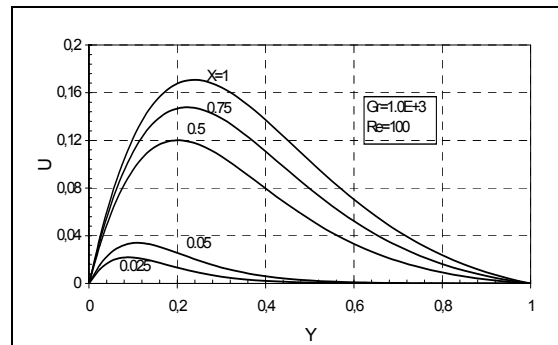
bileşeninin plaka boyunca değişimi ve plaka bitiminde aldığı profil Şekil 3'de görülmektedir. Ra sayısının artmasıyla duvara yakın bölgede hız değerlerinin arttığı Ra sayısının azalmasıyla ise azaldığı Şekil 4'de açıkça görülmektedir. Ra sayısının küçük değerlerinde hız sınır tabakanın yatay doğrultuda daha etkin olduğu ve vektörel büyüklüklerinin küçüldüğü şekillerin karşılaştırılmasından görülmektedir. Ancak, Ra sayısının küçük olduğu durumda doğal taşınımın etkin olmadığı bu şekillerden anlaşılmaktadır.



Şekil 2. Plaka yönündeki hız bileşeni (U) eş eğrileri

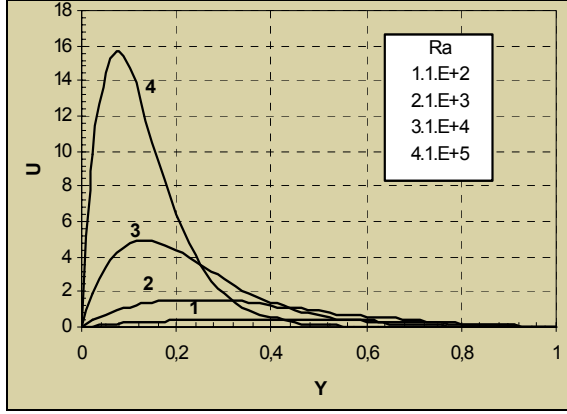
Çözüm düzleminde sıcaklık dağılımı Ra sayısının iki farklı durumu için Şekil 5a ve 5b'de gösterilmiştir. Beklenildiği gibi Ra sayısının artmasıyla sınıra yakın düğümlerdeki sıcaklık değerlerinin arttığı diğer durumda ise azaldığı görülmektedir. Şekil 6'da ise sıcaklık profilinin plaka boyunca nasıl değiştiği verilmiştir.

Dikey plakada ısı taşınım katsayısının dolayısıyla Nusselt sayısının plaka boyunca değişimi boyutsuz sıcaklık gradyanı olarak hesaplandığı bilinmektedir.

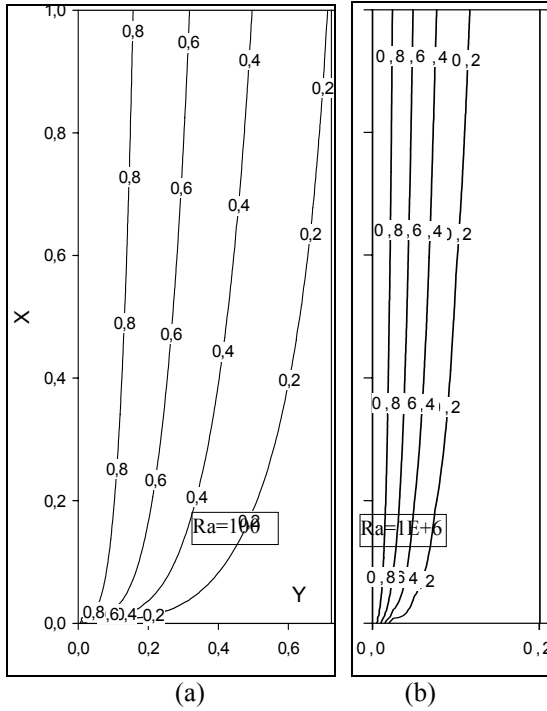


Şekil 3. Dikey plakanın değişik noktalarında yatay yönde hız değişimleri.

Dikey plakada sabit duvar sıcaklığı sınır şartı altında ısı taşınım katsayısı (h) aşağıdaki eşitlik (12) olarak yazılabilir. Bu eşitlikten hareketle boyutsuz tanımlamalar ve karakteristik uzunluk olarak alınan plaka boyu (L) kullanılarak Nu_L sayısı eşitlik (13) şeklinde bulunmuştur.



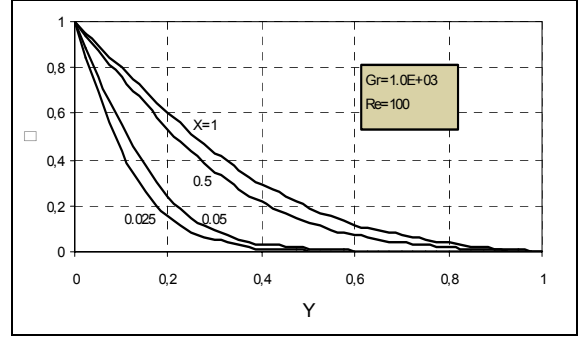
Şekil 4. Dikey Plakada farklı Ra sayılarında $X = L$ için yatay yönde hız değişimleri.



Şekil 5. $Re = 10$ için Ra sayısının farklı değerlerinde sıcaklık dağılımı eş eğrileri

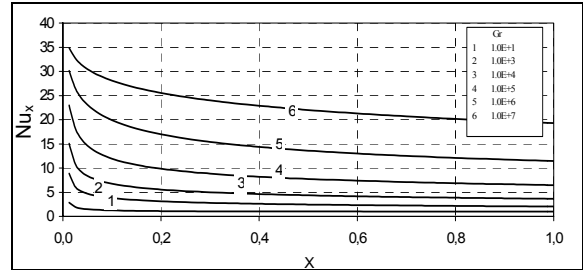
$$h = \frac{-k(\partial T / \partial y)_{y=0}}{(T_w - T_\infty)} \quad (12)$$

$$Nu_L = \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} \left(\frac{X}{L} \right)_{x=L} \quad (13)$$



Şekil 6. Dikey plakanın değişik noktalarında yatay yönde sıcaklık değişimleri.

Gr sayısının küçük değerlerinde sıcaklık gradyanının çok küçük olduğu ve değişimlerin plakaya yakın noktalarda gözlemlenebileceği söylenebilir. Ancak Gr sayısının büyük olduğu durumlarda sıcaklık gradyanının büyüdüğü ve sıcaklık değişiminin plaka tam boyuna ulaşmadan durgun bölgeye nüfuz ettiği görülmektedir. Böylece Gr sayısının artmasıyla çıkıştaki (Nu_L) Nusselt sayısının arttığı Şekil 7'de gösterilmiştir. Nusselt sayısının benzerlik ve integral çözümleriyle karşılaştırılabilmesi için tanımlamaların aynı büyüklüklerle gösterilmesi gerekmektedir. Bu şekilde tanımlanan yerel Nusselt sayısı (Nu_x) aşağıdaki eşitlik (14) şeklinde elde edilmiştir. Benzerlik ve integral çözümlerinden elde edilen Nu_x ifadeleri ise eşitlik (15) ve eşitlik (16)'de verilmiştir (Doğan, 2002).



Şekil 7. Farklı Gr sayılarında Nusselt (Nu_x) sayısının plaka boyunca değişimi.

$$Nu_x = \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} \cdot X \quad (14)$$

$$Nu_x = \left(\frac{Gr_x}{4} \right)^{1/4} \frac{0.75Pr^{1/2}}{(0.609 + 1.221Pr^{1/2} + 1.238Pr)^{1/4}} \quad (15)$$

$$Nu_x = 0,508 \frac{(Gr_x)^{1/4} (Pr)^{1/2}}{(0,952 + Pr)^{1/4}} \quad (16)$$

Nusselt sayısının plaka giriş bölgesinde beklenildiği gibi değişiminin büyük ve doğrusal olmadığı ancak

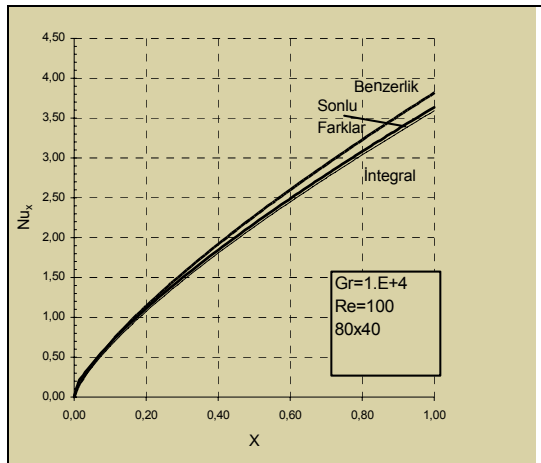
plaka boyunca ilerledikçe sıcaklık gradyanının düştüğü ve dolayısıyla Nusselt sayısının da düşerek doğrusal bir değişim gösterdiği görülmektedir. Ra sayısının 1×10^5 olduğu durumda, Nu_L sayısının değişimi, $X = 0.2$ de 0.16 iken $X = 0.9$ 'daki 0.04 civarındadır. Plakanın son noktası olan $X = 1$ 'deki Nu_L ve Nu_m değerleri Gr sayısına bağlı olarak Tablo 2'de verilmiştir. $X = 0.4$ değerinden sonra değişimin doğrusala yakın olduğu söylenebilir.

Tablo 2. Gr Sayısına Bağlı Olarak $X = L$ 'deki Nu_L ve Nu_m Değerleri

Gr	Nu_L	Nu_m	Gr	Nu_L	Nu_m
1×10^0	1.000	1.493	1×10^4	3.636	5.347
1×10^1	1.000	1.568	1×10^5	6.480	9.045
1×10^2	1.192	2.047	1×10^6	11.452	15.117
1×10^3	2.040	3.224	1×10^7	19.300	23.197

Nusselt sayısının plaka boyunca değişimi, bu çalışmada elde edilen Sonlu fark çözümleri ile benzerlik ve integral çözümlerinin karşılaştırmalı grafiği Şekil 8'de verilmiştir. Bu grafikten, sayısal çözümle diğer iki analitik çözümün ne kadar örtüştüğü görülmektedir.

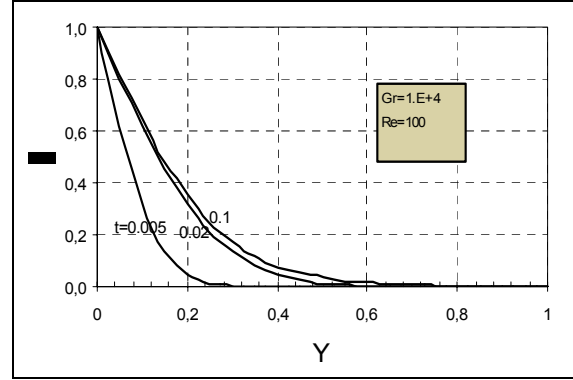
Nu_x ve Nu_m değerlerinin düğüm sayılarına göre nasıl bir değişim gösterdiği ise Tablo 1'de gösterilmiştir. Bu Tablodan doğal olarak düğüm sayıları arttıkça sonuçların daha hassas olacağı görülebilir. Ancak düğüm sayılarının çok artırılmasının sonuca etkisi fazla olmamaktadır. Düğüm sayıları 60x40 dan sonraki değerler neredeyse aynı olmaktadır. Bu Tablodaki değerler $X = L$ 'de, $Gr=1 \times 10^5$ için ve $\Delta\tau=1 \times 10^{-4}$ için elde edilen değerlerdir. Ancak 100x40 ve 100x80 düğüm sayıları için zaman artımı yakınsama için $\Delta\tau = 1 \times 10^{-5}$ alınmıştır.



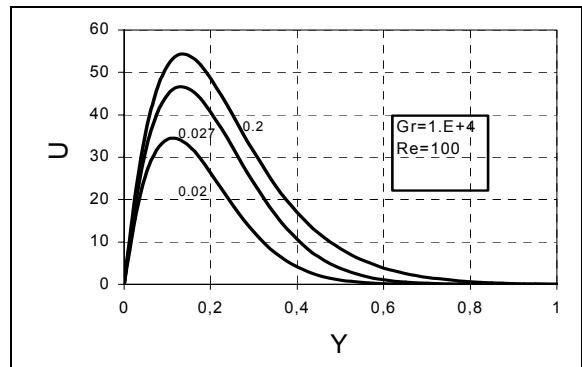
Şekil 8. Yerel Nu_x sayısının plaka boyunca değişiminin karşılaştırılması.

Dikey doğrultudaki hız bileşeni (U) ve sıcaklık dağılımının zamana bağlı olarak değişimleri sırasıyla Şekil 9 ve Şekil 10'da verilmiştir. Gr sayısının 1×10^4

olduğu durumda kararlı duruma $\tau = 0.1$ civarında ulaşıldığı görülmektedir. Bu çalışmada kullanılmamasına rağmen Δy değerlerinin değişken alınması bir başka deyişle plakaya yakın düğümlerde küçük ve plakadan uzaklaştıkça artan şekilde alınması daha iyi sonuçlar vereceği söylenebilir. Bu şekilde sınır tabaka içerisindeki değişimler daha iyi görülebilirdi.



Şekil 9. Farklı zaman değerlerinde $X = L$ için θ boyutsuz sıcaklıklarının plaka boyunca değişimi



Şekil 10. Farklı zaman değerlerinde $X = L$ için U hızının plaka boyunca değişimi

5. KISALTMALAR

- c_p : Özgül ısı (J/kgK)
- Gr_x : Grashof Sayısı ($=g\beta(T_w - T_\infty)x^3/\nu^2$)
- Gr_L : Çıkıştaki Grashof sayısı
[$=g\beta(T_w - T_\infty)L^3/\nu^2$]
- h : Isı taşınım katsayısı (W/m²K)
- k : Isı iletim katsayısı (W/mK)
- L : Plakanın dikey uzunluğu (m)
- L_y : Plakanın yatay uzunluğu (m)
- Nu_L : Çıkıştaki Nusselt sayısı ($=h.L/k$)
- Nu_m : Ortalama Nusselt sayısı
- Nu_x : Yerel Nusselt sayısı ($=hx/k$)
- Pr : Prandtl sayısı ($=\mu C_p/k$)
- Ra : Rayleigh sayısı ($=Gr_L \times Pr$)

Re : Reynolds sayısı ($= uL/\nu$)
t : Zaman (s)
 T_∞ : Akışkan sıcaklığı (K)
 T_w : Duvar sıcaklığı (K)
u,v : (x) ve (y) yönündeki hız bileşenleri (m/s)
 u_0 : (x) yönündeki referans hızı (m/s)
U,V : (x) ve (y) yönündeki boyutsuz hız bileşenleri sırasıyla [$=u/u_0$], [$=v/u_0$])
 α : Isı yayılım katsayısı (m^2/s)
 τ : Boyutsuz zaman ($=\alpha.t/L^2$)
 θ : Boyutsuz sıcaklık [$= (T - T_\infty) / (T_w - T_\infty)$]

6. KAYNAKLAR

- Abu-Nada, E., Al-Sarkhi, A., Ashhab, M. and Akash, B. 2003. "The Effect Of Suction Boundary Condition On The Local And Average Nusselt Numbers For A Free Convection Flow Regime", Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 30., No. 3, pp. 423-433.
- Aktas, M. K. and Farouk, B. 2003 "Numerical Simulation Of Developing Natural Convection In An Enclosure Due To Rapid Heating", Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 46, pp. 2253-2261.
- Al-Sarkhi, A., Abu-Nada, E., Akash, B. A. and Jaber, J. O. 2003. "Numerical Investigation Of Shrouded Fin Array Under Combined Free And Forced Convection", Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 30., No. 3, pp. 435-444.
- Doğan, B. 2002. "Dikey Bir Levhada Laminer Akış Şartlarında Doğal Isı Taşımının İncelenmesi", Yüksek Lisans Tezi
- Ece, M. C. and Büyük, E. 2002 "Similarity Solutions For Free Convection To Power-Law Fluids From A Heated Vertical Plate", Applied Mathematics Letters, 15, pp. 1-5.
- Frederick, R. L. 1997 "Natural Convection Heat Transfer In A Cubical Enclosure With Two Active Sectors On One Vertical Wall", Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 24, No. 4, pp 507-520.
- Hellium, J. D. and Churchill, S. W. 1962 "Transient And Steady State Free And Natural Convection, Numerical Solutions", Part 1, A.I. Ch.E. Journal, 8, pp. 690-692.
- Horvat, A. and Catton, I. 2003 "Numerical Technique For Modeling Conjugate Heat Transfer In A Electronic Device Heat Sink", Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 46, pp. 2155-2168.
- Li, J., Ingham, D.B. and Pop, I. 2001. "Natural Convection From A Vertical Flat Plate With A Surface Temperature Oscilation", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 44, Issue 12, p. 2311-2322.
- Manz, H. 2003. "Numerical Simulation of Heat Transfer By Natural Convection In Cavities Of Facade Elements", Energy and Buildings, Vol. 35, Issue 3, p. 305-311.
- Ostrach, S. 1953. "An Analysis Of Laminar Free Convection Flow and Heat Transfer About A Flat Plate Parallel To Direction Of The Generating Body Force", National Advisory Committee for Aeronautics, Report 1111.
- Saito, A. and Yamasaki, K. 2000. "Natural Convection Heat Transfer From A Vertical Thick Plate At Low Grashof Numbers", Heat Transfer – Asian Research, 29 (8), p. 609-622.
- Yang, H. X. and Zhu, Z. J. 2003 "Numerical Study On Transient Laminar Natural Convection In Inclined Parallel-Walled Channel", Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 30, No. 3, pp. 359-367.