



**T.C.
KIRIKKALE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLER ENSTİTÜSÜ**

**YÜRÜME DESTEĞİ İÇİN YÜRÜTEÇ-DIŞ İSKELET MEKANİZMASI
TASARIMI VE DENETİMİ**

FATİH CELLEK
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

DANIŞMAN
Doç. Dr. Barış KALAYCIOĞLU

KIRIKKALE-2022

FATİH CELLEK tarafından hazırlanan “YÜRÜME DESTEĞİ İÇİN YÜRÜTEÇ-
DİŞ İSKELET MEKANİZMASI TASARIMI VE DENETİMİ” adlı tez çalışması
aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ / OY ÇOKLUĞU ile Kırıkkale Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalında DOKTORA TEZİ
olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Doç. Dr. Barış KALAYCIOĞLU

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı,
Kırıkkale Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum

Başkan: Prof. Dr. Ali ERİŞEN

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı,
Ostim Teknik Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum

Üye: Prof. Dr. Osman BİCAN

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı,
Kırıkkale Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum

Üye: Doç. Dr. Ali Emre TURGUT

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı,
Orta Doğu Teknik Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum

Üye: Doç. Dr. Tuncay KARAÇAY

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı,
Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum

Tez Savunma Tarihi:/...../.....

Jüri tarafından kabul edilen bu tezin Doktora Tezi olması için gerekli şartları yerine
getirdiğini onaylıyorum.

.....

Prof. Dr. Recep ÇALIN

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYANI

Kırıkkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

FATİH CELLEK

ÖZET

YÜRÜME DESTEĞİ İÇİN YÜRÜTEÇ- DIŞ İSKELET MEKANİZMASI TASARIMI VE DENETİMİ

Kırıkkale Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Doktora

Danışman: Doç. Dr. Barış KALAYCIOĞLU

Eylül 2022, 179 sayfa

Bazı tıbbi sebepler ve yaşlılığa bağlı olarak, vücudun sağ ve sol yarısındaki kaslarda, kısmi veya tam güç kaybı oluşabilmektedir. Bu da normal yürüme aktivitesine engel olmaktadır. Bu tez çalışmasında, bu tip sebeplerle yürüme kısıtlılığı olan bireylerin rehabilitasyonlarını sağlayacak ve aynı zamanda temel ihtiyaçlarını karşılayabilecek düzeyde yürümelerine olanak tanıyacak, yürüteç-dış iskelet mekanizmasının kavramsal tasarımı yapılmıştır.

Çalışma kapsamında ilk olarak, normal insan yürüyüşü analiz edilmiştir. Winter'ın normal yürüyüş deneylerinden elde ettiği veriler kullanılarak, alt ekstremitelerin hareket analizleri yapılmıştır.

Daha sonra, 5 adet uzuvdan oluşan dış iskelet, insan antropometrisine uygun olarak tasarlanmıştır. Dış iskelet giydirilmiş insan yürüyüşünün dinamik analizinde kullanılabilecek, 2 boyutlu alternatif bir dinamik model önerilmiştir. 7 uzuvlu model, iki adet üst bacak (uyluk), iki adet alt bacak (baldır), iki adet ayak ve gövde uzuvlarından oluşmaktadır. Uzuvlar birbirlerine sürtünmesiz döner mafsallarla bağlanmıştır. Yürüyüşün, sagittal düzlemdeki ve tek ayak destek fazındaki kısmı incelenmiştir. Destek fazında yer alan ayağın, ayak basınç merkezi (COP) etrafında dairesel hareket yaptığı kabul edilmiştir. Bu noktanın yürüyüş çevrimi boyunca değişen konumu, analitik olarak belirlenmiştir. Basınç merkezi (COP) ile ayak

başparmağı ucu arasındaki kısım ise yatay olarak yerde hareketsiz bulunan, pasif bir uzuv gibi değerlendirilmiştir. Bu kısmın dinamik analize etkisi ihmal edilmiştir.

Ortaya konan modelin, Lagrange denklemleri ile hareket denklemleri elde edilmiştir. Referans kalça ve referans diz eklemlerinin hareket denklemlerine göre transfer fonksiyonları belirlenmiş, kontrol sistemleri tasarlanmış ve test edilmiştir. Yürüteç-dış iskelet mekanizmasında mafsalları açılarının kontrolü, PID kontrolör kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Kontrol sisteminin giriş verisi referans mafsalları açısı, çıkışı ise takipçi mafsalları açısıdır. Böylece, referans kalça ve diz eklemlerinin hareketlerinin, takipçi eklemlerce taklit ettirilmesi amaçlanmıştır. Tasarlanan kontrol sistemleri, Matlab/Simmechanics'te oluşturulan dinamik model içerisinde uygulanmış ve test edilmiştir. Takipçi mafsallara ait açı değerleri, referans mafsalların açı değerleri ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalar neticesinde, elde edilen eğrilerin büyük oranda örtüştüğü görülmüştür. Kalça mafsalları arasındaki maksimum farkın yaklaşık 2 derece, diz mafsalları arasındaki maksimum farkın ise yaklaşık 3 derece civarında olduğu tespit edilmiştir. Önerilen dinamik modelin ve tasarlanan kontrol sisteminin başarısı/ uygunluğu değerlendirilmiştir.

Anahtar kelimeler: İnsan yürüyüşü, alt ekstremité dış iskelet, yürüteç, dinamik modelleme, mafsalları açı kontrolü, PID kontrol

ABSTRACT

DESIGN AND CONTROL OF WALKER-EXOSKELETON MECHANISM FOR GAIT ASSISTANCE

Kırıkkale University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Mechanical Engineering, PhD

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Barış KALAYCIOĞLU

September 2022, 179 pages

Due to some medical reasons and old age, partial or complete loss of strength may occur in the muscles of the right and left sides of the body. This interferes with normal walking activity. In this thesis, the conceptual design of the walker-exoskeleton mechanism, which will enable individuals with walking limitations for such reasons, to walk enough to both provide their rehabilitation and meet their basic needs, is made.

Within the scope of the study, firstly, normal human gait is analyzed. Movement analyzes of the lower extremities are performed using the data obtained from Winter's normal gait experiments.

Then, the exoskeleton consisting of 5 links is designed in accordance with human anthropometry. An alternative 2D model is proposed that can be used in the dynamic analysis of human gait dressed an exoskeleton. The 7-link model consists of two upper legs (thigh), two lower legs (shank), two feet and trunk. The links are connected to each other by friction-free revolute joints. The part of the gait in the sagittal plane and during the single support phase is examined. It is assumed that the foot in the support phase rotates about the center of pressure (COP) of the foot. The varying position of this point during the gait cycle is determined analytically. The part between the center of pressure (COP) and the tip of the toe is evaluated as a passive limb horizontally on the ground. The effect of this part on dynamic analysis is neglected.

The equations of motion of the presented model are obtained by Lagrange equations. The transfer functions are determined with respect to the equations of motions of reference hip and knee joints, the control systems are designed and tested. The control of the joint angles is performed using PID controllers. The input data of the control systems are the reference joint angles and the outputs are the follower joint angles. Thus, it is aimed to imitate the movements of the reference hip and knee joints by the follower joints. The designed control systems are implemented and tested within the dynamic model created in Matlab/Simmechanics. The angle values of the follower joints are compared with the angles of the reference joints. As a result of the comparisons, it is seen that the obtained curves are significantly overlapped. It is obtained that the maximum difference between the hip joints is about 2 degrees, and the maximum difference between the knee joints is about 3 degrees. The success/feasibility of the proposed dynamic model and the designed control system is evaluated.

Keywords: Human gait, lower extremity exoskeleton, walker, dynamical modelling, joint angle control, PID control

TEŞEKKÜR

Doktora tez çalışmalarım esnasında yardımlarını esirgemeyen, bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım, danışman hocam Doç. Dr. Barış Kalaycıoğlu'na sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Tezin yürütülmesi esnasında vermiş oldukları desteklerinden dolayı, Prof. Dr. Ali ERİŞEN ve Doç. Dr. Ali Emre Turgut hocalarıma teşekkürü bir borç bilirim.



İÇİNDEKİLER DİZİNİ

Sayfa

ÖZET	iii
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR.....	vii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xi
ŞEKİLLER DİZİNİ	xii
SİMGELER DİZİNİ	xvi
KISALTMALAR DİZİNİ.....	xviii
1. GİRİŞ	1
1.1.Literatür Araştırması.....	4
1.2. Amaç ve Kapsam.....	10
2. NORMAL İNSAN YÜRÜYÜŞÜNÜN ANALİZİ.....	12
2.1.İnsan Yürüyüşü.....	12
2.2.Normal Yürüyüş Deneyleri ve İnsan Uzunlarının Hareket Analizi	13
2.2.1.Uzunların Kinematik Verilerinin Bir Yürüyüş Çevrimi Süresince Değişimi.....	16
2.2.2.Yer Tepki Kuvvetlerinin ve Eklem Torklarının Bir Yürüyüş Çevrimi Süresince Değişimi	19
3. YÜRÜTEÇ-DIŞ İSKELET MEKANİZMASI.....	22
3.1.Çalışma Kapsamında Tasarlanan Yürüteç-Dış İskelet Mekanizması.....	23
3.2.Dış İskelet Uzunlarının Ölçülendirilmesi	26
3.2.1.Uzun Uzunluklarının, Ağırlıklarının ve Ağırlık Merkezlerinin Belirlenmesi.....	26
3.2.1.1. 3 ve 5 Numaralı Uzunların Ağırlık Merkezleri.....	29
3.2.1.2. 2 ve 6 Numaralı Uzunların Ağırlık Merkezleri.....	31

3.2.1.3. 4 Numaralı Uzun Ağırlık Merkezi	33
3.3. Uzunların Atalet Momentlerinin Belirlenmesi	35
3.3.1. 2 ve 6 No'lu Uzunların z Eksenine göre Atalet Momentleri	36
3.3.2. 3 ve 5 No'lu Uzunların z Eksenine göre Atalet Momentleri	38
3.3.3. 4 No'lu Uzun z Eksenine göre Atalet Momenti	41
4. DİNAMİK MODELLEME	43
4.1. Kinematik Analiz	47
4.1.1. Ağırlık Merkezlerinin Konumları	48
4.1.2. Ağırlık Merkezlerinin Hızları	50
4.1.3. Ağırlık Merkezlerinin İvmeleri	51
4.2. Hareket Denklemlerinin Belirlenmesi	54
4.3. Mafsal Torkları	80
4.4. Ayağın Kinetik Analizi ve Basınç Merkezinin (COP) Konumunun İncelenmesi	81
4.5. Matlab/Simulink/Simmechanics ile Yürüyüşün Dinamik Modellenmesi	86
4.6. Mafsal Torklarının Belirlenmesi ve Karşılaştırmalı Sonuçlar	89
5. KONTROL SİSTEMİ TASARIMI	93
5.1. Nonlinear Sistemlerin Lineerleştirilmesi	98
5.1.1. Deviasyon (Sapma) Denkleminin Belirlenmesi	98
5.1.2. Türevlerin Deviasyonu ile Deviasyonların Türevi Arasındaki İlişki	100
5.2. Referans Kalça Mafsalı Hareket Denkleminin Belirlenmesi	102
5.2.1. Hareket Denkleminin Lineerleştirilmesi	102
5.2.2. Çalışma Noktası Seçimi ve Lineerleştirilmiş Denklem	106
5.2.2.1. Çalışma Noktasının 7. Nokta Olduğu Durum	107
5.2.2.2. Çalışma Noktasının 11. Nokta Olduğu Durum	110
5.2.2.3. Çalışma Noktasının 12. Nokta Olduğu Durum	111
5.2.2.4. Çalışma Noktasının 13. Nokta Olduğu Durum	113
5.2.2.5. Çalışma Noktasının 14. Nokta Olduğu Durum	114
5.2.2.6. Çalışma Noktasının 21. Nokta Olduğu Durum	116
5.2.3. Farklı Çalışma Noktalarında Elde Edilen Sonuçların Karşılaştırılması ..	117
5.3. Referans Diz Mafsalı Hareket Denkleminin Belirlenmesi	119
5.3.1. Hareket Denkleminin Lineerleştirilmesi	119
5.3.2. Çalışma Noktası Seçimi ve Lineerleştirilmiş Denklemi	127
5.3.2.1. Çalışma Noktasının 7. Nokta Olduğu Durum	127
5.3.2.2. Çalışma Noktasının 14. Nokta Olduğu Durum	129
5.3.2.3. Çalışma Noktasının 15. Nokta Olduğu Durum	131

5.3.2.4.Çalışma Noktasının 16.Nokta Olduğu Durum	132
5.3.2.5.Çalışma Noktasının 17.Nokta Olduğu	133
5.3.2.6.Çalışma Noktasının 21.Nokta Olduğu Durum	135
5.3.3.Farklı Çalışma Noktalarında Elde Edilen Sonuçların Karşılaştırılması ..	136
5.4.Yürüteç–Dış İskelet Mekanizmasında Kullanılacak Aktüatörlerin Seçimi....	139
5.4.1.Aktüatör Seçim Kriterlerinin Belirlenmesi	139
5.4.2.Dc Servo Motorun ve Redüktörün Belirlenmesi	142
5.5.DC Servo Motor–Redüktör–Dış İskelet Üçlüsünün (Elektromekanik Sistemin) Matematiksel Modellenmesi.....	148
5.5.1.Takipçi Kalça Mafsalı İçin Kontrol Sistemi Tasarımı	150
5.5.1.1.Kontrolör Parametrelerinin Ayarlanması	154
5.5.2.Takipçi Diz Mafsalı İçin Kontrol Sistemi Tasarımı	158
5.5.2.1.Kontrolör Parametrelerin Ayarlanması	161
5.6.Tasarlanan Kontrol Sisteminin Matlab/Simulink/Simmechanics Programında Test Edilmesi	163
6. SONUÇ VE DEĞERLENDİRME	168
KAYNAKLAR.....	174
ÖZGEÇMİŞ	179

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>ÇİZELGE</u>	<u>Sayfa</u>
3.1. Alt ekstremite antropometrik veriler[37]	27
5.1. Çalışma noktasında belirlenen değerler	108
5.2. Maxon EC 60 flat dc servo motora ait teknik bilgiler.....	146
5.3. Maxon GP 52 C redüktöre ait teknik bilgiler.....	146

ŞEKİLLER DİZİNİ

ŞEKİL

Sayfa

1.1. Alt ekstremite dış iskeletin genel yapısı [8]	2
2.1. Normal bir yürüyüş çevriminin fazları [35]	13
2.2. Çalışmada kullanılan yürüyüş çevrimi	16
2.3. Uzunların yatay eksenle yaptıkları açıların ölçümü	17
2.4. Uzunların yatay eksene göre açıları	18
2.5. Uzunların açısal hızları	18
2.6. Uzunların açısal ivmeleri	19
2.7 Yer tepki kuvvetleri	20
2.8. Eklem torkları	20
3.1. Dış iskeletler: a) Lokomat [39] b) ReWalk [40] c) Hal-5 [41]	23
3.2. Yürüteç - dış iskelet mekanizması	24
3.3. Dış iskeleti oluşturan elemanlar	25
3.4. Yürüteç	26
3.5. İnsan boyuna oranla uzun uzunlukları [37]	27
3.6. 3 No'lu uzunun ağırlık merkezi	29
3.7. 2 No'lu uzunun ağırlık merkezi	31
3.8. 4 No'lu uzunun ağırlık merkezi	33
3.9. 4 No'lu dış iskelet uzununun boyutları	34
3.10. Sagital düzlemde 2 numaralı uzun	36
3.11. Sagital düzlemde 3 numaralı uzun	39
3.12. Sagital düzlemde 4 numaralı uzun	41

4.1. Sagital düzlemde iki ayaklı yürüme modelleri [16]	44
4.2. Koronal düzlemde iki ayaklı yürüme modelleri [16]	45
4.3. Alt ekstremiteler için kinematik model [45]	45
4.4. Tek ayak destek fazında yürüme modeli	47
4.5. Ayak modeli ve serbest cisim diyagramı	82
4.6. Tek ayak destek fazında basınç merkezinin yatay ekseninde konumu	84
4.7. Basınç merkezinin ayak tabanında ilerleyişi	85
4.8. Tek ayak destek fazında destek ayağın COP etrafında dönmesi	86
4.9. Yürüyüşe ait simmechanics modeli	88
4.10. Yürüyüşe ait simülasyon ekranı	89
4.11. Tek ayak destek fazında oluşan mafsalsal torkları	90
5.1. İnsan uzuvları açı kontrolü blok diyagramı	93
5.2. Dış iskelet giydirilmiş insan yürüyüşü için blok diyagram [6]	94
5.3. Çalışma noktası seçimi	107
5.4. T_{h7} için uydurulmuş eğri	109
5.5. Kalça mafsalsal açıların karşılaştırılması	110
5.6. Kalça mafsalsal açıların karşılaştırılması	111
5.7. Kalça mafsalsal açıların karşılaştırılması	113
5.8. Kalça mafsalsal açıların karşılaştırılması	114
5.9. Kalça mafsalsal açıların karşılaştırılması	115
5.10. Kalça mafsalsal açıların karşılaştırılması	117
5.11. Tüm çalışma noktalarında elde edilen lineerleştirilmiş diferansiyel denklemlerin çözümlerinin karşılaştırılması	117
5.12. 11,12,13 ve 14. çalışma noktalarında elde edilen lineerleştirilmiş diferansiyel denklemlerin çözümlerinin karşılaştırılması	118
5.13. Çalışma noktası seçimi	128
5.14. T_{k7} için uydurulmuş eğri	128

5.15. Diz mafsalsal açıların karşılaştırılması.....	129
5.16. Diz mafsalsal açıların karşılaştırılması.....	131
5.17. Diz mafsalsal açıların karşılaştırılması.....	132
5.18. Diz mafsalsal açıların karşılaştırılması.....	133
5.19. Diz mafsalsal açıların karşılaştırılması.....	135
5.20. Diz mafsalsal açıların karşılaştırılması.....	136
5.21. Tüm çalışma noktalarında elde edilen lineerleştirilmiş diferansiyel denklemlerin çözümlerinin karşılaştırılması.....	137
5.22. 15,16 ve 17.çalışma noktalarında elde edilen lineerleştirilmiş diferansiyel denklemlerin çözümlerinin karşılaştırılması.....	138
5.23. Salınım fazındaki kalça ve diz mafsalları için tork-zaman grafiği.....	140
5.24. Salınım fazındaki kalça ve diz mafsalları için açısal hız-zaman grafiği	141
5.25. Salınım fazındaki kalça ve diz mafsalları için güç-zaman grafiği	141
5.26. Maxon EC 60 flat dc servo motor	145
5.27. Maxon GP 52 C redüktör	146
5.28. Gereken motor torku-hız eğrisi ile limit çizgilerinin karşılaştırılması.....	147
5.29. Gereken motor tork-hız eğrilerinin, Maxon EC-i 52 motor kataloğunda yer alan limitler ile karşılaştırılması	147
5.30. Elektromekanik sistemin şematik gösterimi	148
5.31. Kalça mafsalsal kontrol sistemi blok diyagramı.....	152
5.32. Matlab programına ait akış diyagramı	155
5.33. Matlab Ekran Çıktısı	156
5.34. Referans ve Bozucu Girişlere Sistemin Cevapları	157
5.35. Diz mafsalsal kontrol sistemi blok diyagramı	159
5.36. Matlab Ekran Çıktısı	161
5.37. Referans ve Bozucu Girişlere Sistemin Cevapları	162

5.38. Yürüteç-dış iskelet mekanizması simmechanics modeli.....	164
5.39. Referans ve takipçi kalça mafsalsal açıların karşılaştırılması	165
5.40. Referans ve takipçi diz mafsalsal açıların karşılaştırılması.....	165
5.41. Kalça mafsalsal için açı hatası.....	166
5.42. Diz mafsalsal için açı hatası	167



SİMGELER DİZİNİ

A	Atalet matrisi
C	Coriolis/Merkezcil vektörü
d	Uzuv ağırlık merkezinin konumu
E	Dönüşüm matrisi
g	Yer çekimi ivmesi
G	Yer çekimi vektörü
H	Boy
H_n	Kalça mafsallı lineer diferansiyel denklem çözümü
I	Atalet momenti
i	Redüktör çevrim oranı
i	Uzuv numarası
j	Mafsal numarası
k	Jirasyon yarıçapı
K	Kinetik enerji
k_b	Zıt elektromotor kuvvet sabiti
K_n	Diz mafsallı lineer diferansiyel denklem çözümü
k_t	Tork sabiti
L	Endüvi indüktansı
L	Lagrange fonksiyoneli
L_i	Uzuv Boyu
m	Kütle
M	Toplam vücut kütlesi
M_p	Maksimum aşma

μ	Redüktör verimi
n	Görüntü karesi numarası
P	Güç
ϕ	Diz mafsalı hareket denklemi
φ	Kalça mafsalı hareket denklemi
q_i	Mafsal açısı
$\dot{q}_i$	Mafsal açısal hızı
$\ddot{q}_i$	Mafsal açısal ivmesi
q_{j0}	Çalışma noktasındaki açı değeri
R	Motor Rezistansı
R_x	Yer tepki kuvveti x bileşeni
R_y	Yer tepki kuvveti y bileşeni
ρ	Yoğunluk
t	Zaman
t_s	yerleşme zamanı
T_i	Genelleştirilmiş torklar
θ_i	Genelleştirilmiş koordinatlar
$\dot{\theta}_i$	Genelleştirilmiş hızlar
$\ddot{\theta}_i$	Genelleştirilmiş ivmeler
τ_j	Mafsal torku
τ_{j0}	Çalışma noktasındaki tork değeri
U	Potansiyel enerji
V	Motora uygulanan gerilim
V_b	Zıt elektromotor kuvvet
W	Toplam vücut ağırlığı

KISALTMALAR DİZİNİ

b	Baldır
COM	Center of mass (kütle merkezi)
COP	Center of pressure (basınç merkezi)
ÇDF	Çift ayak destek fazı
d	DeneySEL
di	Dış iskelet
f	Ayak
g	Gövde
m	Motor
R	Redüktör
RG	Redüktör giriş mili
RMS	Root mean square (karelerin ortalamasının karekökü)
s	Sensör
TDF	Tek ayak destek fazı
u	Uyluk

1. GİRİŞ

Yürüyüş; sinir ve iskelet-kas sistemlerinin koordinasyonu ile yapılan, günlük hayatın en temel ve en önemli aktivitelerinden biridir. Yürüme kabiliyeti kısmen veya tamamen kaybedildiğinde, insan hayatı ciddi şekilde zorlaşmaktadır. Yaşlılığa bağlı sebepler, felç, omurilik yaralanmaları, ortopedik yaralanmalar vs. bu durumun önde gelen nedenlerinden bazılarıdır.

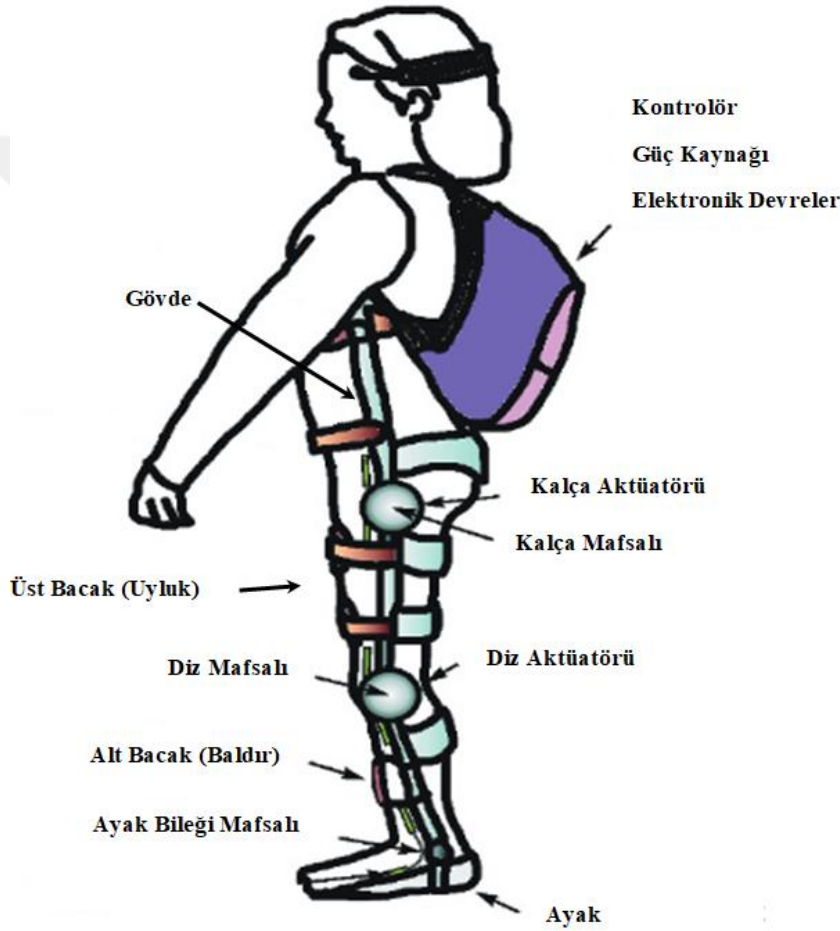
Alt ekstremitelerinde fonksiyon kaybı veya bozukluğu olan bireylerde, işlevlerin tekrar sağlıklı hale getirilmesi ve yaşam kalitesinin artırılması amacıyla fizik tedavi ve rehabilitasyon uygulamaları yapılmaktadır. Geleneksel yürüyüş rehabilitasyonları, emek yoğun uygulamalardır. Genellikle birden fazla terapist eşliğinde, hastanın bacakları ve gövdesine bazı hareketlerin tekrarlı yaptırılması ile gerçekleştirilir. Uygulanan tedavi, hastanın ihtiyacına göre aylar ve hatta yıllar sürebilmektedir. Harcanan zamanın yanı sıra bu yoğun uğraşlar, sağlık sistemine çok ciddi bir ekonomik yük getirmektedir. Mevcut durumda sağlık sisteminde yetişmiş insan kaynağının sınırlı sayıda olması ve harcanan zaman göz önüne alındığında, bu hizmetlerden yararlanabilecek hasta sayısının da sınırlı kalması kaçınılmaz olmaktadır. Tüm bu faktörler, bu alanda yeni yaklaşımlar ve yöntemleri zorunlu hale getirmiştir.[1]

İlk denemeleri 60'lı yıllara dayanan rehabilitasyon robotları, 80'li yıllardan günümüze fizik tedavi ve rehabilitasyon uygulamalarında yer almaktadırlar. İnsan faktörünün daha az olması, verimliliği ve ekonomik yönden sağladığı avantajlar nedeniyle, geleneksel yöntemler yerine tercih edilmektedirler.[2] Lokomat [3], bu amaçla en yaygın olarak kullanılan rehabilitasyon robotudur. Bunun yanında, ALEX[4] ve LOPES[5] gibi sistemler de, bu amaçla üretilen ve üzerinde çalışmaların devam ettiği cihazlardan bazılarıdır.

Alt ekstremitelerin rehabilitasyonu için, robotik sistemlerle ilgili birçok çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalara konu olan robotik sistemlerin temel bileşeni, dış iskelet sistemleridir.

Dış iskeletler; insan zekası ve robot gücünün entegre edilmesi ile üretilen, aktüatörler ile desteklenmiş giyilebilir biyonomik cihazlardır. İnsanın antropomorfik yapısına uygun olarak tasarlandıklarından, insan uzuvları ile uyum içerisinde çalışırlar. Dış iskelet sistemleri; tüm vücut, alt ekstremité, üst ekstremité ve mafsalları destekleyici dış iskeletler olmak üzere sınıflandırılabilir. [6,7]

Alt ekstremité dış iskeletler genel olarak; dış iskelet uzuvları, mafsallar, aktüatörler, sensörler, kontrolör, güç kaynağı ve elektronik devre elemanlarından oluşmaktadırlar. Alt ekstremité dış iskeletlerin genel yapısı şekil 1.1’de verilmiştir.



Şekil 1.1 Bir alt ekstremité dış iskeletin genel yapısı [8]

Kullanım amaçları doğrultusunda farklı tasarımlara sahip olan dış iskelet uzuvlarının imalatında; hafif, yürüyüş esnasında oluşacak tüm yüklere karşı mukavim ve kullanıcıya rahatsızlık vermeyecek malzemeler kullanılır. Metal malzemelerden genelde alüminyum alaşımları kullanılmakla beraber, kompozit ve polimerik malzemeler de tercih edilmektedir.

Alt ekstremite dış iskeletlerin uzuvlarına ait hareket sınırları, insan uzuvlarının gerçekleştirebildiği hareket aralıklarına göre belirlenmek zorundadır. Aksi halde sakatlanmalara sebebiyet verebilir. Hareket sınırlarına ve tasarım esnasında belirlenen hareket serbestliğine göre, mafsalları seçimleri gerçekleştirilir.

Dış iskelet sistemlerini oluşturan en önemli elemanlardan biri de aktüatörlerdir. Aktüatörler ürettikleri tork yardımıyla dış iskelet uzuvlarının ve dış iskelet uzuvlarına bağlı olan insan uzuvlarının hareket etmesini sağlar. Aktüatör seçimi, sağlıklı bir bireyin normal yürüyüş deneylerinden elde edilen tork ve güç değerlerine göre yapılır. Bununla birlikte hastanın kas-iskelet sisteminin bu değerleri hangi oranda sağladığı da göz önünde bulundurulmalıdır. Çoğunlukla elektrik motorları tercih edilse de hidrolik, pnömatik ve hibrit aktüatörler de dış iskelet sistemlerinde kullanılmaktadır. Belirlenen kontrol mimarisine uygun olarak açı, açısal hız, tork veya kuvvet sensörleri de dış iskelet sistemlerinde yer alır. Dış iskelet sistemlerinde tüm sistem bileşenlerinin ihtiyaç duyduğu enerji gereksinimi güç kaynağı tarafından karşılanır.

Alt ekstremite dış iskeletler, fizik tedavi ve rehabilitasyon hizmetlerinin yanında, yürüme yetisini tamamen kaybetmiş felçli hastaların ve yürümekte zorlanan yaşlıların yürümelerine imkan sağlayan, yardımcı ekipman olarak da kullanılmaktadır. Üzerlerinde yer alan aktüatörler sayesinde mafsallara uygulanan dış torklar, günlük hayatın devamı için gerekli yürüme, oturma ve kalkma hareketlerinin yapılabilmesine olanak sağlar.[9,10] ReWalk[11], REX[12] ve Ekso[13] bu amaçla kullanılan dış iskeletlerden bazılarıdır.

Alt ekstremite dış iskelet sistemleri, insan gücünün üzerinde güç gerektiren durumlarda da kullanılmaktadır. Bu amaçla tasarlanan dış iskeletler askerler, ağır sanayi işçileri, arama kurtarma görevlileri, itfaiye erleri vs. gibi personellerin, kapasitelerinin üzerinde ağır yük taşıyabilmelerine olanak sağlarlar. BLEEX[14], HAL[15] ve HEXAR[16] bu sınıfta değerlendirilen dış iskeletlerden birkaçıdır.

Dış iskelet teknolojisinin temelinde, insan yürüyüşünden ve antropometrisinden esinlenilmiştir. Her ne kadar insan vücudunun karmaşık kas ve iskelet sistemi tam olarak taklit edilemese de, bazı kabuller ve idealleştirmeler ile benzetim yapılabilmektedir. [17,18] Daha az serbestlik dereceli mafsallar ve daha basit

geometrilili uzuvlar ile oluşturulan alt ekstremite dış iskeletler sayesinde, sağlıklı insan yürüyüşünün benzeri yürüme gerçekleştirilebilmektedir.

1.1 Literatür Araştırması

Literatürde, dış iskeletler ve iki ayaklı yürüyen robotlar için birçok çalışma mevcuttur. Tez kapsamına uygun olarak, alt ekstremite dış iskeletler, normal yürüyüş analizi, yörünge analizi, yürüyüşün dinamik modellenmesi, kontrol sistemi tasarımı ile ilgili kaynak araştırması yapılmıştır.

Önen [19], ortopedik veya nörolojik rahatsızlıklar nedeniyle yürüyemeyen veya yürüme zorluğu çeken insanların yürüyüşünü desteklemek amacıyla bir dış iskeletin tasarımını, prototip üretimini ve performans testlerini gerçekleştirmiştir. Hong Kong Polytechnic Üniversitesi'nin normal yürüyüş veri tabanından alınan klinik yürüyüş analizi (CGA) verileri kullanılarak, normal insan yürüyüşünün kinematik analizi yapılmış, dış iskelete ait serbestlik dereceleri ve hareket aralıkları belirlenmiştir. YÜDİS adı verilen dış iskeletin mekanik tasarımı gerçekleştirilmiş, maksimum yüklemeye maruz kaldığı kritik konumlara ait gerilme analizleri ANSYS programı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Solidworks ortamında oluşturulan katı model, MATLAB Simulink/Simmechanics ortamına aktararak yürüyüş benzetimleri gerçekleştirilmiştir. Prototip üretimi yapılan dış iskeletin kontrolü için “Önceden Programlanmış Hareket Kontrolü” mimarisi seçilmiştir. PD ve aralık tip-2 bulanık mantık olmak üzere iki farklı kontrolör kullanılarak tasarım doğrulama testleri yapılmıştır. Oluşan mafsalları ile klinik yürüyüş analizinden elde edilmiş sonuçlarla karşılaştırılarak, kontrolcülerin ve tasarlanan dış iskeletin performansı değerlendirilmiştir.

Şahin [20], yük taşıyan insan yürüyüşünü destekleyici bir alt ekstremite dış iskelet geliştirmiştir. Çalışma, dış iskeletin tasarım, imalat ve kontrolünü kapsamaktadır. Öncelikle sistemin insan anatomisiyle uyumlu kinematik modeli oluşturulmuştur. Dış iskelet sisteminin üç boyutlu katı modeli CAD programlarıyla oluşturulmuştur. Sistemin dinamik analizi, kontrol sistemi tasarımı ve benzetimini yapmak amacıyla model, Matlab/Simmechanics ortamına taşınmıştır. Simmechanics ortamında dış iskelette kullanılacak kontrolörler tasarlanmıştır. Farklı yükler ve giriş fonksiyonları altında, kontrolörlerin performansları incelenmiştir. Sistemin simüle edilmesiyle,

kullanılacak sensör tipleri ve sayıları ile aktüatör tipleri ve özellikleri belirlenmiştir. Sistemde servo valf ile kontrol edilen iki adet hidrolik silindir yer almaktadır. Taşınan yükün kullanıcıya aktarılan kısmı, ayağının altında bulunan kuvvet sensörleri ile algılanmaktadır. Çalışma kapsamında, dış iskeletin prototipi üretilmiştir. Dış iskeletin kontrolünde, PI kontrolcü içeren iki aşamalı bir kontrol mimarisi ve ağ tabanlı bulanık önerme sistemi (ANFLC) kullanılan ikinci bir kontrol mimarisi kullanılmıştır. Yapılan yürüyüş deneyleri ile sistemin performansı değerlendirilmiştir. ANFLC kontrol yöntemi gerçekleştirilen deneylerin, klinik yürüyüş analizi verileri ile daha yakın sonuçlar verdiği görülmüştür.

Ferratti vd.[21], felçli veya yürüme, ayakta durma zorlukları çeken bireylere yardımcı olarak tasarladıkları bir alt ekstremité dış iskelet sisteminin, çalışma davranışlarını detaylı incelemek, kinematik tasarımında ve aktüatörlerin kontrolünde iyileştirmeler yapmak için sanal bir model oluşturmuşlardır. OpenSim simülasyon programı ile sanal bir kas-iskelet sistemine, dış iskelet modeli giydirilmiş ve gerçek yürüme şartları taklit edilmiştir. Bir yürüyüş analizi veri seti kullanılarak, eklem açılarının istenen aralıkta olmasını sağlayacak ve bunun için gerekli aktüatör kuvvetlerini tespit edecek bir simülasyon gerçekleştirilmiştir. Simülasyon sonuçlarına göre, sistemde bazı kinematik modifikasyonlar gerektiği tespit edilmiştir. Sisteme ayak bileği eklemi eklenmiş ve yeni bir sanal prototip oluşturulmuştur. Modifiye edilmiş model aynı yaklaşım ile simüle edilmiş ve kuvvet değerleri bir önceki ile karşılaştırılmıştır.

Chen vd.[22] felçli hastaların oturma, kalkma ve yürüme yeteneklerini yeniden kazanmalarına yardımcı olmak amacıyla giyilebilir bir dış iskelet tasarlamışlardır. CUHK-EXO adı verilen dış iskelet, ergonomi, kullanıcı dostu ara yüz, güvenlik ve konfor göz önünde bulundurularak geliştirilmiştir. CUHK-EXO'nun kalça ve diz eklemlerinin referans yörüngeleri belirlenmiştir. Mekanik yapısı, insan-makine ara yüzü ve kontrol mimarisi tasarlanmıştır. Tüm sistem tasarımının etkinliğini doğrulamak için felçli bir hastayla klinik deneyler yapılmıştır. Deneyler sonunda, CUHK-EXO'nun sağladığı yardımla felçli hastanın; oturup kalkabildiği ve yürüyebildiği görülmüştür. Deneyler esnasında oluşan dış iskelet eklem açılarının, belirlenen referans yörüngeleri oldukça iyi bir şekilde takip ettiği görülmüştür. Aktüatörlerin dış iskelete sağladığı mafsallık torklarının, oturma kalkma ve yürüme

hareketlerini yeterince desteklediği tespit edilmiştir. Sonuç olarak, CUHK-EXO'nun tüm sistem tasarımının başarılı olduğu ve klinik uygulamalarda etkin olabileceği gösterilmiştir.

Gui vd.[23] insanın ağır yük taşımaya ve çeşitli arazilerde yürütmesine yardımcı olabilecek bir dış iskeletin (NAEIES) tasarımını yapmışlardır. İnsan yürüyüşü esnasında ön kolun, diz eklemi ile benzer bir hareket yörüngesi oluşmaktadır. Buna göre çalışmada, ön kol yörüngesi potansiyometre ile belirlenmiş ve diz eklemine kontrol sinyali olarak gönderilmiştir. Kalça eklemine hareketi gazlı amortisör ile sağlanmıştır. Dış iskeletin bir ve iki serbestlik dereceli bacak modellerine göre, açısal ivme kontrolü önerilmiştir.

He ve Kiguchi [24] , fiziksel olarak zayıf kişilerin alt ekstremitelerine yardımcı olmak amacıyla tasarlanmış bir dış iskelet için, elektromiyogram (EMG) tabanlı bir kontrol (yani, kullanıcının cilt yüzeyi EMG sinyallerine dayalı kontrol) önermişlerdir. EMG sinyalleri kontrolör için referans giriş verisi olarak kullanmıştır. Kullanıcının fiziksel ve psikolojik koşullarına göre değişen EMG sinyal seviyelerini dikkate almak, esnek ve düzgün hareketler oluşturmak amacıyla kontrolör için, bulanık-nöro kontrol yöntemi uygulanmıştır. Sağlıklı bir denek ile yapılan deneylerde, güç desteği için tasarlanan EMG tabanlı kontrolörün etkinliğini gösterilmiş ve hareketler dış iskelet robotu tarafından desteklendiğinde kasların aktivite düzeylerinin azaldığı tespit edilmiştir.

Mankala vd.[25] omurilik yaralanmalı hastaların bacaklarına, salınım esnasında yardımcı olacak, pasif bir dış iskelet tasarlamışlardır. Bu cihaz ile koşu bandı egzersizleri sırasında, terapistlere duyulan ihtiyacın azaltılması hedeflenmiştir. İnsan uyluk ve baldırları rijit çubuklar olarak, ayak ise noktasal kütle olarak modellenmiştir. Diz ve kalça mafsallarında, koşu bandı tarafından şarj edilen yaylar kullanılmıştır. Sistem dinamikleri kullanılarak, uygun bir salınım hareketi elde etmek için tasarım parametrelerini optimize edilmiştir. Bu tasarım parametrelerine göre bir dış iskelet oluşturulmuş ve sağlıklı bir denek üzerinde farklı koşu bandı hızlarında testler gerçekleştirilmiştir. 4 mph koşu bandı hızında, diz ve kalça mafsal torklarının önemli oranda azaldığı görülmüştür.

Cheng vd.[26], alt ekstremiteler için bir robotik ayna terapi sistemi ve bu sisteme göre iki egzersiz kontrolörü tasarlamıştır. Referans alt ekstremitenin

hareket yörüngesi, hareket verisi toplama sistemi tarafından elde edilmiş ve kontrolörler için hedef yörünge olarak kullanılmıştır. Sistemde yer alan manyetoreolojik (MR) aktüatörler, giriş akımını ayarlayarak robotik eklemler için anlık tork üretmek amacıyla tasarlanmışlardır. Pasif egzersiz için PI kontrolör belirlenmiştir. Aktif egzersiz modunda, önce etkilenen uzvun motor kabiliyeti değerlendirilmiştir. Farklı motor yeteneklerine uyum sağlamak ve empedans parametrelerini düzenlemek için bulanık bir model oluşturulmuştur. Pasif ve aktif egzersiz performanslarını test etmek için deneyler yapılmıştır. Deney sonuçlarına göre, pasif egzersiz ile elde edilen yörüngelerin hedef yörüngelerle büyük oranda örtüştüğü görülmüştür. Ayrıca aktif egzersiz kontrolörünün, yardım torkunu etkilenen uzvun motor yeteneğine göre ayarlayabildiği ve böylece hastanın aktif katılımını sağladığı gösterilmiştir.

Mu ve Wu [27], düz bir zeminde gerçekleşen, iki ayaklı bir yürümenin dinamik modelini oluşturmuştur. Tek ayak destek fazı, çift ayak destek fazı ve çift darbe modele dahil edilmiştir. Tek ayak destek ve çift ayak destek fazları için hareket denklemleri Lagrange formülasyonu ile elde edilmiştir. Çift darbe anı için hareket denklemleri, hem Newton yöntemi hem de integrasyon yöntemi kullanılarak belirlenmiştir. Model bilgisayar simülasyonları ile test edilmiş ve etkinliği gösterilmiştir. Çalışma iki ayaklı yürümenin hareket planlaması ve kontrolü için temel oluşturmaktadır.

Shao vd. [28], geleneksel yürüme rehabilitasyon sistemlerinin dezavantajlarını azaltacak ve daha etkin rehabilitasyon sağlayacak robotik sistemler geliştirmişlerdir. Çalışmada yürüme rehabilitasyonunda kullanılacak kam mekanizmalarının kavramsal tasarımı ve boyutlandırması yapılmıştır. Öncelikle Stephenson-III 6-çubuk mekanizmasına piston eklenmiş ve yeni, 2 serbestlik dereceli bir mekanizma oluşturulmuştur. Yörüngenin tespiti için ters kinematik analiz ile piston konumu, krank açısına bağlı olarak belirlenmiştir. Daha sonra mekanizmada pistonun hareket aralığını daraltmak için kam tasarımı yapılmış, sisteme eklenmiş ve yeni 1 serbestlik dereceli mekanizma oluşturulmuştur. İstenen yürüyüş yörüngesinin elde edilmesi için, kalça ekleminin düşey ekseninde sabit ve hareketli olmasına göre alt uzuvların basit bir kinematik modeli çıkarılmıştır. İki adet hedef yörünge belirlenmiştir. Boyutsal sentez için, kinematik performans kriterleri ve kısıtlamalarına dayalı olarak

bir hedef fonksiyonu önerilmiştir. Genetik algoritma ile optimum boyutlar belirlenmiştir. Önerilen mekanizmalar ile ayak bileği yörüngeleri belirlenmiştir. Sonuçlar, üretilen yörüngelerin arzulanan yörüngelerle iyi eşleştiğini göstermiş ve kullanılan metodolojinin uygun olduğu görülmüştür.

Ji ve Manna[29], bir rehabilitasyon sistemi tasarımının ilk aşaması olarak, sagittal düzlemde yürüyüş yörüngesi tespit eden bir mekanizma üzerinde çalışmışlardır. Bu amaçla, öncelikle ayak bileği ekleminin ideal yörüngesi, gerçek yürüyüş verilerine göre belirlenmiştir. Bu yörüngeyi elde edebilmek amacıyla, bir crank-rocker mekanizması tasarlanmış ve biyel uzvu üzerindeki bir noktanın hareket esnasında çizdiği eğri, hareket yörüngesi olarak kabul edilmiştir. Elde edilen yörünge, hedef yörüngeyle çok iyi örtüştüğü görülmüştür. Bu mekanizma, yürüyüş rehabilitasyon sistemi içerisinde kullanıldığında ayak bileği ekleminin, kalça ve diz eklemleriyle koordineli olarak çalışacağı sonucuna varılmıştır.

Kaptı[30], pasif protezlerin eksikliklerini gidermek amacıyla aktif bir diz üstü protezin tasarımını ve üretimini gerçekleştirmiştir. Bu protez ile, diz ekleminin temel fleksiyon ve ekstansiyon hareketleri, doğru akım motoruyla tahrik edilen bir bilyeli vida mekanizmasıyla gerçekleştirilir. Bunun için öncelikle, normal insan yürüyüşünün analizi yapılmıştır. Hazırlanan bir eklem-uzuv modeli üzerinde alt ekstremitelerin dinamik analizi gerçekleştirilmiştir. Literatürden alınan veriler giriş verileri olarak kullanılmak üzere bir bilgisayar programı yazılmış ve program sayesinde protez tasarımına esas teşkil edecek eklem açıları, açısal hızları, açısal ivmeleri, momentler, reaksiyon kuvvetleri ve güç değerleri belirlenmiştir. Tasarımı yapılan diz üstü protezin, normal insan yürüyüşünü taklit edebilecek şekilde kontrolü için kural tabanlı kontrol yaklaşımı seçilmiştir. Yapılan deneyler neticesinde, normal insan diz ekleminin düz bir zeminde oluşturduğu yürüme yörüngesinin, protez diz eklemi tarafından neredeyse sağlandığı görülmüştür.

Banala vd.[31], yerçekimi etkilerini azaltarak veya ortadan kaldırarak hemiparezisi olan kişilerin yürümesine yardımcı olacak bir ortez tasarlamışlardır. Cihaz herhangi bir aktüatör içermez, sadece rijit çubuklar ve yaylardan oluşmaktadır. Burada, bir insan bacağının hareket aralığı boyunca yerçekimi dengelemesini sağlamak için hibrit bir yöntem kullanılmıştır. Hibrit yöntemde, önce insan uzvunun ve ortezin kütle merkezini bulmak için bir mekanizma kullanılmıştır. Daha sonra kütle

merkezine yaylar eklenmiş, böylece sistemin her bir konfigürasyonunda yerçekimi dengelenmiş olmaktadır. Cihazın performansının nicel bir değerlendirmesi için, bacağın hareketinde yer alan önemli kasların elektromiyografik (EMG) verileri toplanmış ve analiz edilmiştir. Eklem torklarını hesaplamak için enkoderlerden ve kuvvet-tork sensörlerinden alınan verilerin kullanıldığı, bacak kaldırma ve yürüme görevlerini içeren başka deneyler yapılmıştır. Bu deneyler, beş sağlıklı denek ve bir felçli hasta üzerinde yapılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre, statik kalça ve diz fleksiyonu sırasında rektus femoris ve hamstring kaslarından gelen EMG aktivitesinin %75 oranında azaldığı görülmüştür. Bacak kaldırma deneyi sırasında, statik durumda ortalama tork değerlerinin kalça ekleminde %66,8 ve diz ekleminde %47,3 oranında azaldığı görülmüştür. Yürüme deneyinde, özellikle felçli hasta için kalça ve diz eklemlerindeki hareket açıklığı üzerinde olumlu sonuçlar alınmıştır. Hareket açıklığı kalça ekleminde %45 ve diz ekleminde %85 artmıştır.

Aliman vd.[32], bir alt ekstremité dış iskeletin dinamik performans analizini incelemek için ortak simülasyon kullanma metodolojisi kullanmışlardır. Çalışma kapsamında, dinamik modelleme için sanal bir tasarım ve PID kontrolör kullanarak dış iskeletin simülasyonu yapılmıştır. Eklemler üzerinde yer alacak aktüatörler, Matlab yazılımında modellenmiştir. Dış iskelet insan modeliyle birleştirilmiş ve dinamiği analiz edilmiştir. Üç boyutlu modeller CATIA programında oluşturulmuş ve simülasyon aşaması ADAMS programında gerçekleştirilmiştir. ADAMS programında oluşturulan modelin doğrulaması için model, Matlab –Simulink ortamına aktarılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre, uygun bir aktüatör belirlemenin mümkün olacağı görülmüştür. Kontrol sistemi oluşturulmadan sadece ADAMS-Matlab/Simulink ortak simülasyonu ile, kontrol sistemi tasarımının doğru şekilde yapılabileceği gösterilmiştir.

Amiri vd.[33], dört serbestlik dereceli bir alt ekstremité dış iskeletin PID kontrolcü parametrelerini ayarlamak amacıyla, genetik algoritma ve parçacık sürü optimizasyonu metotlarından oluşan hibrit metot önermişlerdir. Dış iskeletin matematiksel modeli, bir sarkaç modelinden elde edilmiştir. Kontrol sisteminde, hatayı en aza indirecek kontrolör parametrelerini elde etmek için hibrit algoritma uygulanmıştır. Hibrit algoritma, genetik algoritma ile başlamış ve parçacık sürü optimizasyonu ile devam etmiştir. Bu metotla, kontrolör parametreleri belirlenmiştir.

Ayrıca, belirlenen kontrolörü doğrulamak amacıyla alt ekstremite dış iskeletinin 3 boyutlu bir modeli simüle edilmiştir. Hibrit metotla belirlenmiş optimum PID parametrelerine sahip kontrol sisteminden elde edilen yörüngelerin, hedeflenen yörüneyi hassas bir şekilde takip ettiği görülmüştür. Hibrit yöntemle elde edilen sonuçlar, genetik algoritma ve parçacık sürü optimizasyonu ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Hibrit yöntem ile elde edilen ortalama hata değerinin en küçük olduğu görülmüştür.

1.2 Amaç ve Kapsam

Bu çalışmada, vücudunun tek tarafındaki kaslarda, güç azalması veya tam güç kaybına bağlı olarak yürüme kısıtı olan insanların, rehabilitasyonlarını sağlayacak ve günlük ihtiyaçlarını karşılayacak seviyede yürümelerine olanak sağlayacak yürüteç-dış iskelet mekanizmasının, kavramsal tasarımının yapılması amaçlanmıştır.

Hedeflenen mekanizma, alt ekstremiteler için bir dış iskelet ve dış iskeletin üzerinde öteleme yapabileceği bir yürüteçten oluşmaktadır. Bu sayede hem dış iskeletin sağladığı yürüme desteğinden faydalanılması hem de yürütecin hastaya tanıdığı el desteği imkanı ve güven hissinden yararlanılması amaçlanmıştır.

Dış iskelet 2 adet alt bacak, 2 adet üst bacak ve bir adet bel uzvu olmak üzere toplam 5 uzuvdan oluşmaktadır. Hareketin sadece sagittal düzlemde gerçekleşen kısmına odaklanıldığı için diz ve kalça mafsalları, sagittal düzlemde dönme serbestliği olan döner mafsallar olarak belirlenmiştir. Dış iskelet ile yürüteç arasındaki bağlantı kiriş uzvu ile sağlanmıştır. Bu uzuv sayesinde, dış iskeletin ve dolayısıyla da bu dış iskeleti giyen bireyin, yürüteç üzerinde kalması ve sagittal düzlemde öteleme yapabilmesi hedeflenmiştir.

Vücudun sağlıklı olan tarafındaki dış iskelet uzuvlarının kalça ve diz eklemleri üzerine, açı sensörleri yerleştirilecektir. Bu sensörler sayesinde sagittal düzlemde, salınım fazındaki hareketin profili belirlenecektir. Hareketi kısıtlı olan tarafta yer alan mafsallar ise, dış iskelet üzerinde yer alacak servomotorlar marifetiyle, bu profili taklit edeceklerdir. Bu yöntemle hastanın, hem problemlili olan alt uzuvlarının rehabilitasyonun yapılabilmesi hem de mekanizmanın desteği haricinde herhangi bir yardım almadan, kendi başına bir mesafe katedebileceği öngörülmüştür.

Yukarıda bahsedilen amaçlar doğrultusunda öncelikle, iki ayaklı yürüme için iki boyutlu alternatif bir dinamik model ortaya konmuştur. 7 uzuvlu modelin hareket denklemleri Lagrange denklemleri ile elde edilmiştir. Winter' ın gerçek yürüyüş deneylerinden elde etmiş olduğu kinematik veriler kullanılarak, hareketlerin oluşması için gereken eklem torkları belirlenmiştir. Kinematik değerler ve tork değerlerine göre motor ve redüktör seçimi yapılmıştır. Transfer fonksiyonları belirlenmiş ve kontrol sistemi tasarımı yapılmıştır. Matlab/Simmechanics ortamında, sistemin dinamik modeli oluşturulmuştur. Tasarlanan kontrol sistemi, dinamik modele eklenmiş ve yürüteç-dış iskelet mekanizması giymiş insan yürüyüşünün benzetimi yapılmıştır. PID kontrolcü kullanılarak oluşturulan sistemin giriş verisi, açılı sensörlerinden alınan referans hareket profilidir. Kontrol sisteminin çıkış verileri ise, vücudun problemli olan tarafında yer alan dış iskelet mafsallarına, yaptırılması hedeflenen açılı değerleridir. Bu sayede referans eklemlerin hareketlerinin, takipçi eklemlere taklit ettirilmesi hedeflenmiştir.

2. NORMAL İNSAN YÜRÜYÜŞÜNÜN ANALİZİ

2.1. İnsan Yürüyüşü

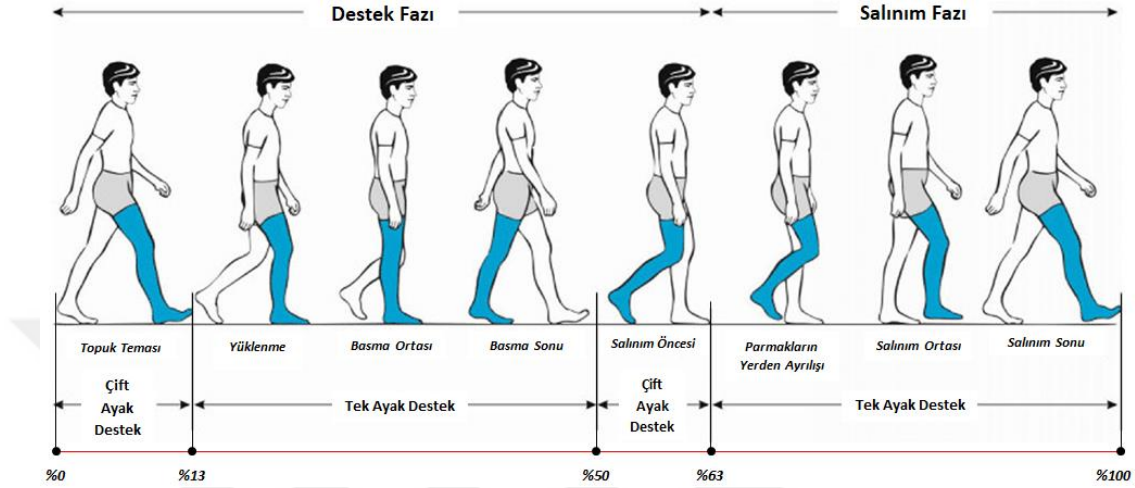
İnsan yürüyüşü veya iki ayaklı yürüme, alt ekstremitelerin ritmik bazı hareketlerine bağlı olarak, tüm vücudun dengeli bir şekilde öteleme hareketi yapması olarak açıklanabilir.

Sağlıklı bir insanın yürüyüşü için beyin, omurilik, periferik sinirler, kaslar ve kemikler birbirleriyle uyumlu çalışmalı, kas kasılmalarının zamanlamasının iyi ve kas güçlerinin yeterli seviyede olması gerekir. Motor becerilerin yanında vücut uzuvlarının kinematik verilerinin, sağlıklı ve zamanında sinirsel geri bildirimi de normal yürüyüş için ihtiyaç duyulan etkenlerdendir. Normal yürüyüşte segmentlerin hareketleri ve kas kasılmaları, yürüme için gereken metabolik enerji seviyesini minimum düzeyde tutar. Bu dengeyi bozabilecek her türlü yapı ve fonksiyon bozuklukları, yürüme verimini düşürür. [35]

İnsan yürüyüşü sagittal, koronal ve transverse düzlemler olmak üzere üç düzlemde ve sinir sistemiyle kas-iskelet sisteminin uyumlu bir şekilde çalışmasıyla gerçekleşmektedir. Sagittal düzlem, vücuda yandan bakıldığında görülen, vücudu önden arkaya doğru kesen düzlemdir. Koronal düzlem, vücuda sağdan sola kesen, sagittal ve transverse düzlemlere dik olan düzlemdir. Transverse ise, üstten bakıldığında vücudu enine kesen ve yerel paralel olan düzlemdir. Koronal ve transverse düzlemlerde yapılan açı değişimleri, sagittal düzlemdeki değişimlere kıyasla çok küçük olduğundan, hareketin çok büyük ve en önemli kısmı sagittal düzlemde gerçekleştirilmektedir.

Yürüme süresince iki ayaktan biri, kesinlikle yer ile temas halindedir. Yerde olan ayağın hareketi incelendiğinde, ayak topuğunun yere teması ile başlayıp ayak başparmaklarının yer ile teması kesme anı arasında geçen süredeki kısım, destek fazı

olarak adlandırılır. Parmakların yerden ayrılıp, topuk ile yer arası tekrar temasın başlamasına kadar ki kısım ise yürüyüşün salınım fazını oluşturmaktadır. Destek ve salınım fazlarının toplamı süresi boyunca yapılan tüm hareketler ise, bir yürüyüş çevrimini oluşturur. Normal bir yürüyüşe ait fazlar, ayakların durumu ve çevrim içindeki oranları şekil 2.1’de verilmiştir.



Şekil 2.1 Normal bir yürüyüş çevriminin fazları [36]

Destek fazı, bir periyotluk yürüyüş çevriminin yaklaşık % 63'lük kısmını oluşturmaktadır. Kalan %37'si ise salınım fazındadır. Vücudun tek ayak üzerinde olduğu durum tek ayak destek fazı (TDF) iken, çift ayağın yer ile temasta olduğu durumlar çift ayak destek fazı (ÇDF) olarak adlandırılır. Bir ayağın tek ayak destek fazında bulunduğu durum, çevrimin yaklaşık %37 'sini oluşturur. Bu esnada diğer ayak ise salınım fazındadır. Bir periyotluk yürüyüşün %26'lık kısmını ise çift ayak destek fazı oluşturur.

2.2 Normal Yürüyüş Deneyleri ve İnsan Uzunlarının Hareket Analizi

Alt ekstremitelerin hareketleri incelenirken, uzuvların yatay eksenle yaptıkları açıları, açısal hız ve ivme değerlerinin tespit edilmesi gerekmektedir. Ayrıca, uzuvların hareketi için gereken eklemler ve yer tepki kuvvetlerinin de bilinmesi gerekir. Bu da sağlıklı bir insan yürüyüşünün deneysel olarak incelenmesi ile mümkün olacaktır. Literatürde yer alan çalışmaların önemli bir kısmında kinematik veriler, mafsalları ölçen yüksek hareket yakalama hassasiyetine sahip

kameralarla yapılmaktadır. Kameralardan elde edilen görüntülerin analiz edilmesi neticesinde de uzuvların açısal ve doğrusal kinematik değişkenlerinin tespiti mümkün olmaktadır.[37]

İnsan yürüyüşünün daha iyi anlaşılabilmesi ve kinematik verilerin elde edilebilmesi için D.Winter [38] tarafından yapılan normal yürüyüş deneyleri ve deneyden elde edilen sonuçlar irdelenmiştir. Çalışmada, kütlesi 56,7 kg ve 1.65 m boyundaki sağlıklı bir deneğin, kuvvet plakalarının yer aldığı düz bir zemin üzerinde yürüyüş analizi yapılmıştır. Deneylerde yürüyüşün sagittal düzlemdeki kısmı incelenmiş, diğer düzlemlerdeki hareketler ihmal edilmiştir.

Bir yürüyüş çevrimi 1 saniye sürede gerçekleştirilmiş ve bir tam çevrim boyunca 70 adet görüntü karesi alınmıştır. Deneğin vücudu üzerine; göğüs kafesinin sağ alt kısmı, sağ kalça eklemi, sağ diz eklemi, sağ ayak bileği eklemi, topuk, sağ 5.metatarsal eklemi ve sağ ayak başparmağı ucu üzerine markırlar yerleştirilmiştir. Yürüyüş süresince, bu noktalar hassas kameralar tarafında görüntülenmiş ve noktaların koordinatları kayıt altına alınmıştır. Elde edilen bu veriler, bilgisayar ortamında işlenerek tüm kinematik verilerin tespiti sağlanmıştır.

Ölçümler sadece sağ uzuvlar üzerinden alınmıştır. Sol uzuvlar için ayrıca bir ölçüm yapılmamıştır. Sağ uzuvlar için elde edilen değerlerin, yarım yürüyüş periyoduna karşılık gelen süre kadar (0,5 saniye) gecikmeli olarak, sol tarafta da gerçekleşeceği varsayılmıştır.

Deneyler sonunda işaretlenen eklemlerin ve uzuvların; doğrusal ve açısal kinematik değerleri, ayağa gelen yer tepki kuvvetleri, eklemlerde oluşan kuvvetler ve eklem tork değerleri belirlenmiş ve tablolarla detaylı olarak verilmiştir. Tespit edilen bu değerler, normal yürüyüş deneylerinde yer alan deneğin boyu, kütlesi ve deneyin yapıldığı şartlar ile ilişkili olduğu için, sadece bu denek için geçerlidir. Bu sebeple de, bu tez çalışmasında yapılan tüm hesaplamalar ve tasarımlar, Winter 'ın deneylerinde yer alan deneğe göre yapılmıştır.

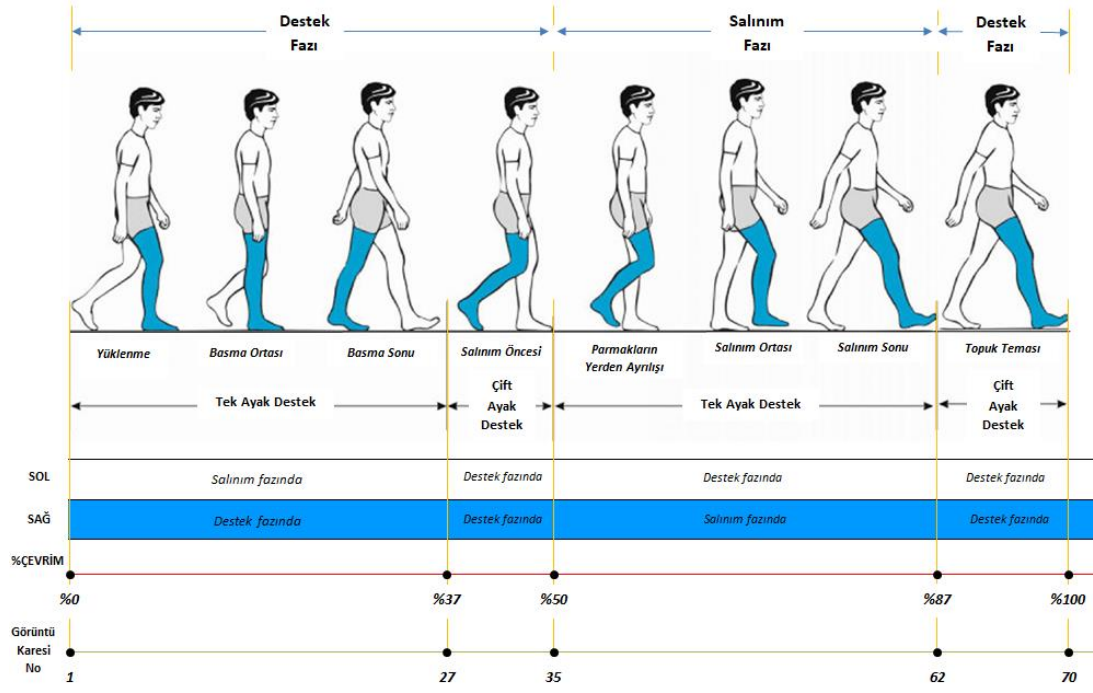
Bu tez çalışmasında giriş verileri olarak, uzuvların yatay eksen ile yaptıkları açılar, açısal hızlar ve açısal ivmeler kullanılmıştır. Bu veriler sayesinde, dinamik modelin analitik çözümü, modelin Simmechanics ortamında benzetimi ve kontrol sistemi

tasarımı gerçekleştirilmiştir. Böylelikle, elde edilen sonuçların deneylerde tespit edilen sonuçlar ile karşılaştırılması sağlanmıştır.

Bölüm 4'te belirlenmiş olan ve çalışmanın temelini teşkil eden dinamik model, sağ ayağın tek ayak destek fazındaki durumu için oluşturulmuştur. Bu durumda, sol ekstremitelerin salınım periyodundaki hareket profillerinin, yarım periyot gecikme ile sağ ekstremitelere taklit ettirilmesi amaçlanmıştır. Sol uzuvların salınım periyodunu tamamlamalarının ardından, çift ayak destek fazı başlamış ve ardından da sağ uzuvlar için salınım başlamıştır. Sağ uzuvlar salınım fazında iken, kontrol sisteminin aktardığı sol uzuvların hareket profillerini taklit etmektedir. Ardından tekrar çift ayak destek fazı başlamıştır. Çift ayak destek fazındaki hareketlere, kontrol sisteminin herhangi bir müdahalesi olmamış ve birey serbest olarak yere basmıştır.

Yukarıdaki açıklama, şekil 4.4'teki görsele uygun olarak yapılmıştır. Bu çalışmada uygulanan yöntemin aynısı, sol uzuvların sağ uzuvları taklit ettirilmesi amacıyla da kullanılabilir. Bu sebeple çalışmanın ilerleyen kısımlarında, hareket profili taklit edilen uzuvlardan (veya mafsallardan) referans, taklit eden uzuvlardan (veya mafsallardan) ise takipçi olarak bahsedilecektir.

Buna göre, çalışmanın hedeflerine uygun olarak oluşturulan yürüyüş çevrimi aşağıda şekil 2.2'de verilmiştir.

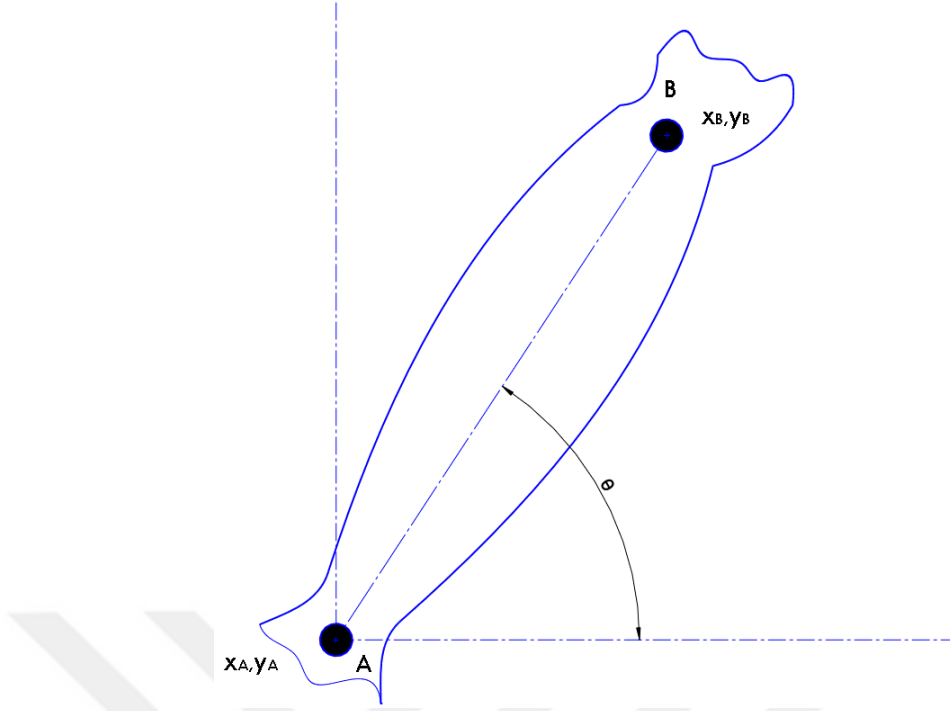


Şekil 2.2 Çalışmada kullanılan yürüyüş çevrimi

Yürüme hareketi, 1.görüntü karesi ile ve sol ayak salınım fazına başladığı anda başlamıştır. 28. Kareye kadar salınım devam etmiş ve 28.karede sol ayak topuğu yer ile temasa geçmiştir. 28 ile 69.kareler arası sol ayak basma fazındadır. 70.karede 1 saniyelik yürüyüş çevrimi tamamlanmış ve yeni çevrim için sol ayak tekrar salınıma başlamıştır. Uzuvlara ait açısal kinematik veriler, yer tepki kuvvetleri ve eklem momentleri aşağıdaki grafiklerde verilmiştir. Grafikler, bu yürüyüş çevrimine uygun olarak oluşturulmuştur.

2.2.1 Uzuvarların Kinematik Verilerinin Bir Yürüyüş Çevrimi Süresince Değişimi

Uzuvarların yatay eksenle yaptıkları açı değerlerinin tespiti, uzuvarlar üzerinde yer alan markırların konumlarından faydalanılarak yapılmıştır. Gövde, sağ uyluk, sağ baldır ve sağ ayak uzuvarlarının her biri üzerine, ikişer adet markır yerleştirilmiştir. Herhangi bir uzuvar üzerine yerleştirilmiş markırlar ve bu markırların pozisyonlarına göre uzuvar açılarının belirlenmesi temsili olarak, şekil 2.3'te gösterilmiştir.

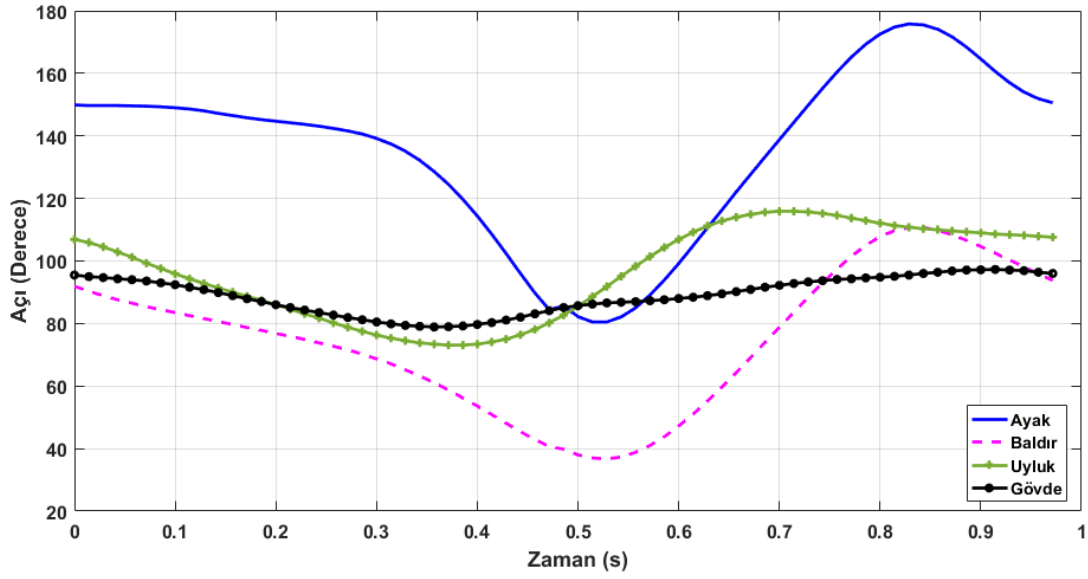


Şekil 2.3 Uzuvarların yatay eksenle yaptıkları açılarının ölçümü

Öncelikle, bu markırların konumlarının x ve y koordinatları belirlenmiştir. Bu noktaların koordinatlarından faydalanılarak, her bir görüntü karesi için ya da ölçümün yapıldığı her bir an için, uzvun yatay eksenle yaptığı açı denklem 2.1 yardımıyla tespit edilmiştir;

$$\theta = \arctan\left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right) \quad 2.1$$

Buna göre deneyler esnasında ölçülen, uzuvların yatay eksenle yaptıkları açılar şekil 2.4'te verilmiştir.

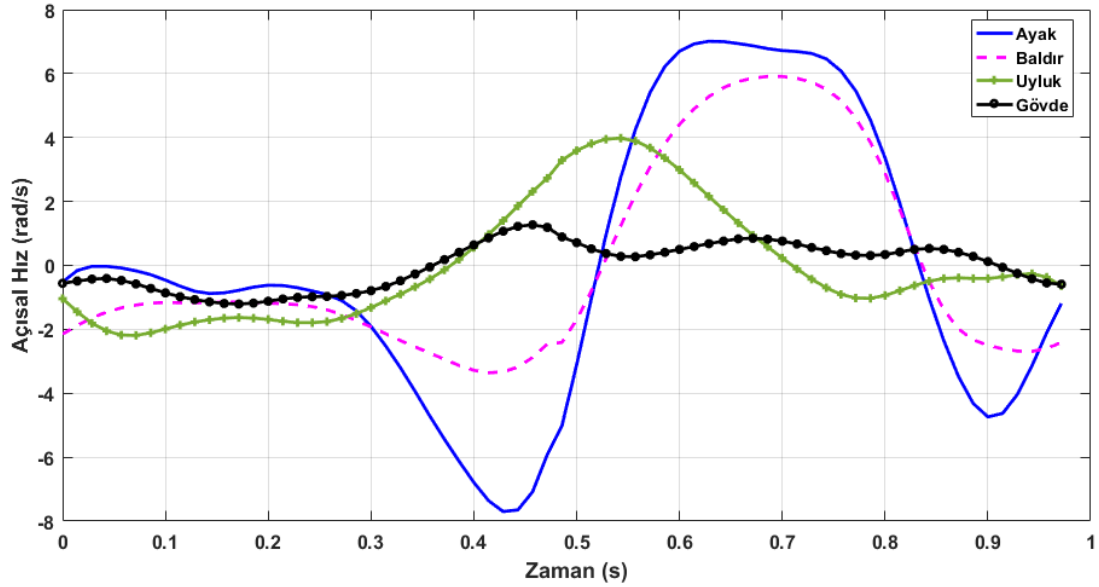


Şekil 2.4 Uzunların yatay eksene göre açıları

Uzunların yürüyüş çevrimi esnasında sahip oldukları açısal hız değerleri, açı değerlerinin sonlu farklar yöntemiyle (merkezi farklar) birinci türevlerinin alınmasıyla elde edilen denklem 2.2 yardımıyla tespit edilmiştir.

$$\dot{\theta}_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2 \cdot \Delta t} \quad 2.2$$

Buna göre, uzunların yürüyüş çevrimi sırasındaki açısal hız değişimleri şekil 2.5'te verilmiştir.

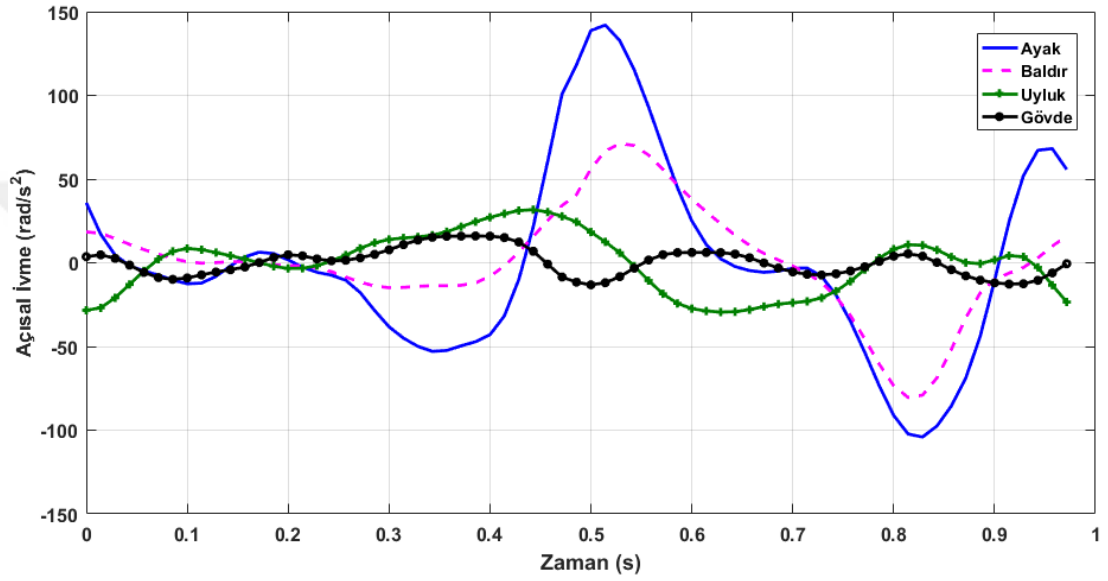


Şekil 2.5 Uzunların açısal hızları

Uzuvların sahip oldukları açısal ivme değerleri de, yine merkezi farklar yöntemi kullanılarak elde edilen denklem 2.3 yardımıyla tespit edilmiştir.

$$\ddot{\theta}_i = \frac{\dot{\theta}_{i+1} - \dot{\theta}_{i-1}}{2 \cdot \Delta t} \quad 2.3$$

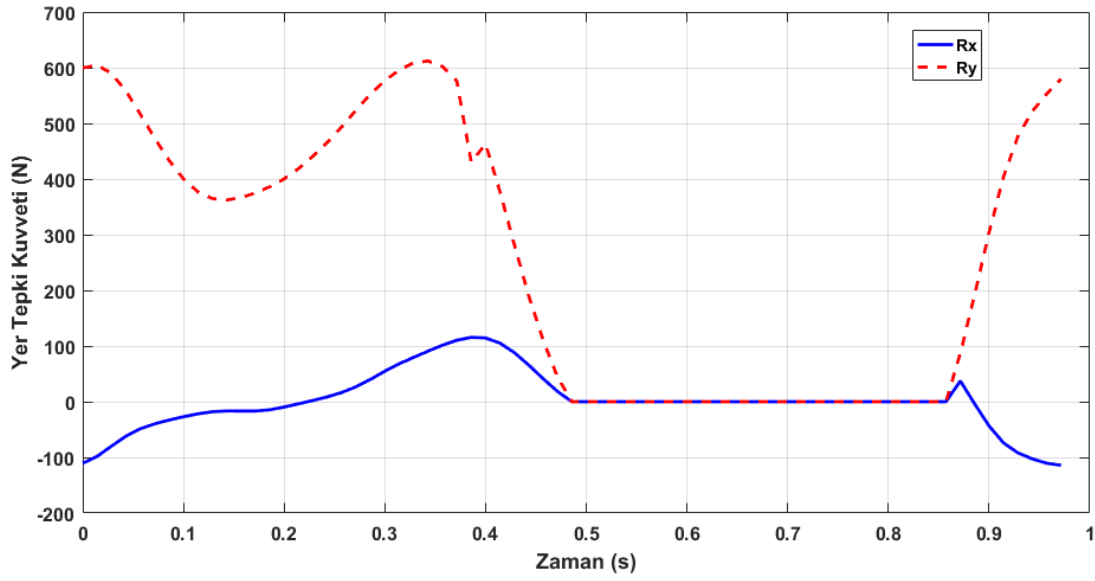
Buna göre, ayak, baldır, uyluk ve gövdenin açısal ivme değişimleri şekil 2.6'da gösterilmiştir.



Şekil 2.6 Uzuvların açısal ivmeleri

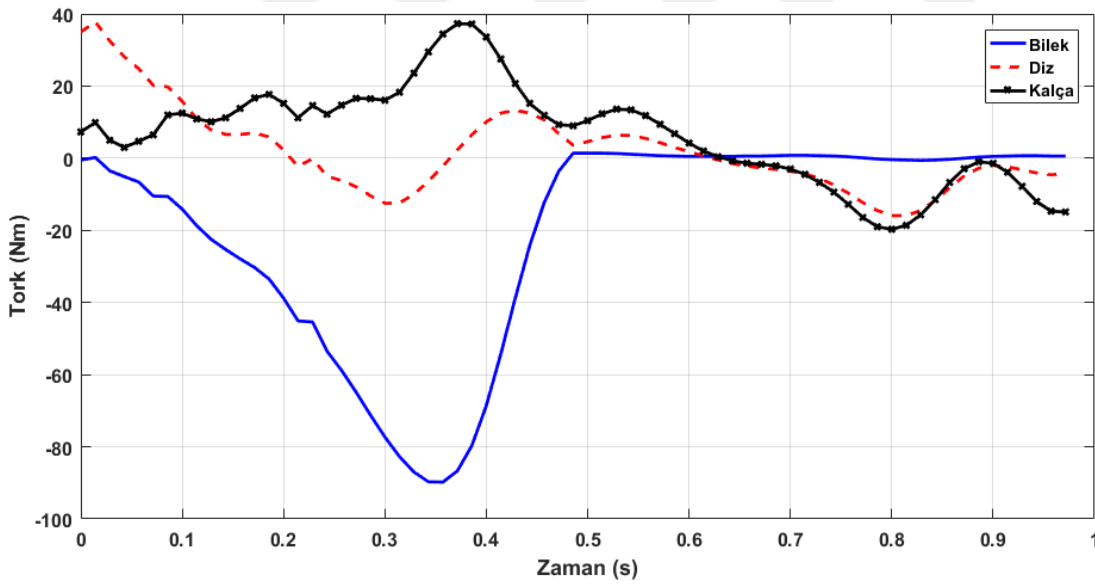
2.2.2 Yer Tepki Kuvvetlerinin ve Eklem Torklarının Bir Yürüyüş Çevrimi Süresince Değişimi

Yürüyüş esnasında vücuda etki eden kuvvetler, uzuv ağırlıkları ve yer reaksiyon kuvvetleridir. Yapılan deneylerde kuvvet plakaları kullanılarak, ayak tabanında oluşan yer reaksiyon kuvvetleri de belirlenmiştir. Destek ayak, yer ile temas süresince yayılı yer tepki kuvvetlerine maruz kalmakta ve bu kuvvetler neticesinde ayak bileği torku meydana gelmektedir. Bu kuvvetlerin bileşkesi ise, ayak basınç merkezinde (COP-center of pressure) oluşmaktadır. Ayak salınım fazında iken, yer ile temas olmadığı için reaksiyon kuvvetleri sıfırdır. Kuvvet plakaları ile tespit edilmiş, ayağa etki eden R_x ve R_y tepki kuvvetlerinin, bir çevrim boyunca değişimini gösteren grafik şekil 2.7'de verilmiştir.



Şekil 2.7 Yer tepki kuvvetleri

Tam yürüyüş çevrimi süresince, her bir ekleme ait tork değerleri şekil 2.8’de verilmiştir. Bu torkların kaynakları; uzuv ağırlıkları, yer tepki kuvvetleri, kas kuvvetleri ve eklemlerde oluşan uzuvlar arası tepki kuvvetleridir.



Şekil 2.8 Eklem torkları

Sagital düzlemde eklem torklarının ölçülmesi, hareketi sağlayan kas yapısının ve kontraksiyonlarının karmaşıklığı nedeniyle oldukça güçtür. Bu nedenle eklem torkları, kinetik analizler neticesinde belirlenmiştir. Yürüme esnasında ölçülebilen kuvvet verileri, sadece yer tepki kuvvetleridir. Uzuv ağırlıkları ise literatürde yer

alan, her bir uzvu ağırlığının tüm vücut ağırlığına oranını gösteren tabloya göre, yaklaşık olarak belirlenmiştir. Buna göre, destek ayağın serbest cisim diyagramı ve denge denklemleri yardımıyla, bilekte oluşan reaksiyon kuvvetleri ve reaksiyon tork değerleri bulunmuştur. Bu şekilde açık zincir modeli ile kinetik analizlere devam edilerek, diz ve kalça eklemlerinde oluşan reaksiyon kuvvetleri ve reaksiyon torkları belirlenmiştir.



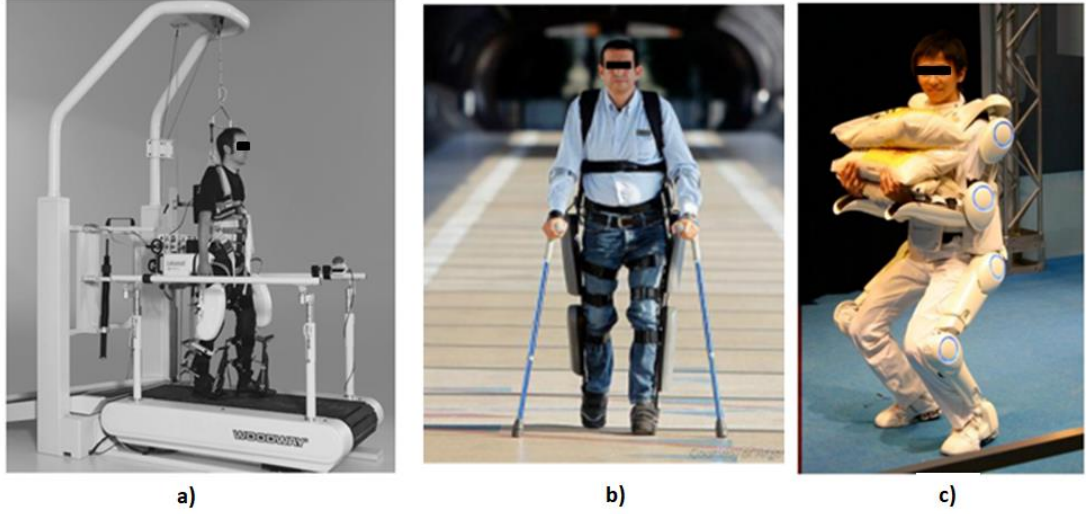
3. YÜRÜTEÇ–DIŞ İSKELET MEKANİZMASI

Günümüzde yürümeye yönelik rahatsızlıkları olan hastaların rehabilitasyonları ve taşınmaları için iki tip yardımcı sistemden faydalanılmaktadır. Bunlardan bir tanesi basit sistemler diğeri ise robotik sistemlerdir.

Basit sistemler; yürüme problemi olan bireylerin yürüme esnasında desteklenmesi, yürüme stabilitesinin artırılması, dengenin sağlanması ve kendi kendine yürüme egzersizlerine yardımcı olmak amacıyla kullanılırlar. Harici olarak kullanılan bu cihazlardan bir tanesi medikal yürüteçlerdir. Alt ekstremitelerde veya tüm vücutta; güçsüzlük ya da koordinasyon eksikliği olan hastalarda kullanılırlar. Bir alt uzva binen yükün kısmen azaltılması ve yürüme endişesi olan hastalara güven hissi vermesi sağladığı avantajlardan bazılarıdır. Basit sistemler içerisinde en temel yardımcı elemanlardan biri de, yürüme egzersizleri için kullanılan paralel barlardır. Hastaların tekrar normal yürüme yeteneklerini kazanabilmeleri için, bazı eklem ve kas hareketlerini tekrarlı olarak yapmaları için kullanılırlar. Hastaların güçlerini, dengelerini, sağlıklı yürüyüşleri için gereken eklem hareketlerini ve bağımsız yürümelerini sağlayabilmek amacıyla kullanılırlar. Bu yöntemle rehabilitasyonda büyük başarılar alınsa da, hastanın istenen hareketlerini yapmasına yardımcı olmak için, terapist veya terapistlere ihtiyaç vardır. [39]

Robotik sistemler ise temel mekanizmanın giyilebilir dış iskelet olduğu cihazlardır. Dış iskeletler; hareket kabiliyeti azalmış veya tamamen kaybolmuş kişilerin, günlük hayatta ihtiyaç duydukları temel hareketleri yapmalarına yardımcı olan ve rehabilitasyonlarında kullanılan mekatronik sistemlerdir. Bunun yanı sıra sağlıklı bireyler için, insan gücünün üzerinde güç gerektiren işlerde de faydalanılmaktadır. İnsanın kinematik yapısına uygun olması sebebiyle, diğer yardımcı sistemlerin birçoğuna göre öne çıkmaktadır. Üzerinde yapılan çalışmalar devam etmekle birlikte,

günümüzde Lokomat, Alex, Ekso, ReWalk, Bleex, Hal-5 vd. gibi dış iskelet sistemleri, çeşitli amaçlarla aktif olarak kullanılmaktadırlar.



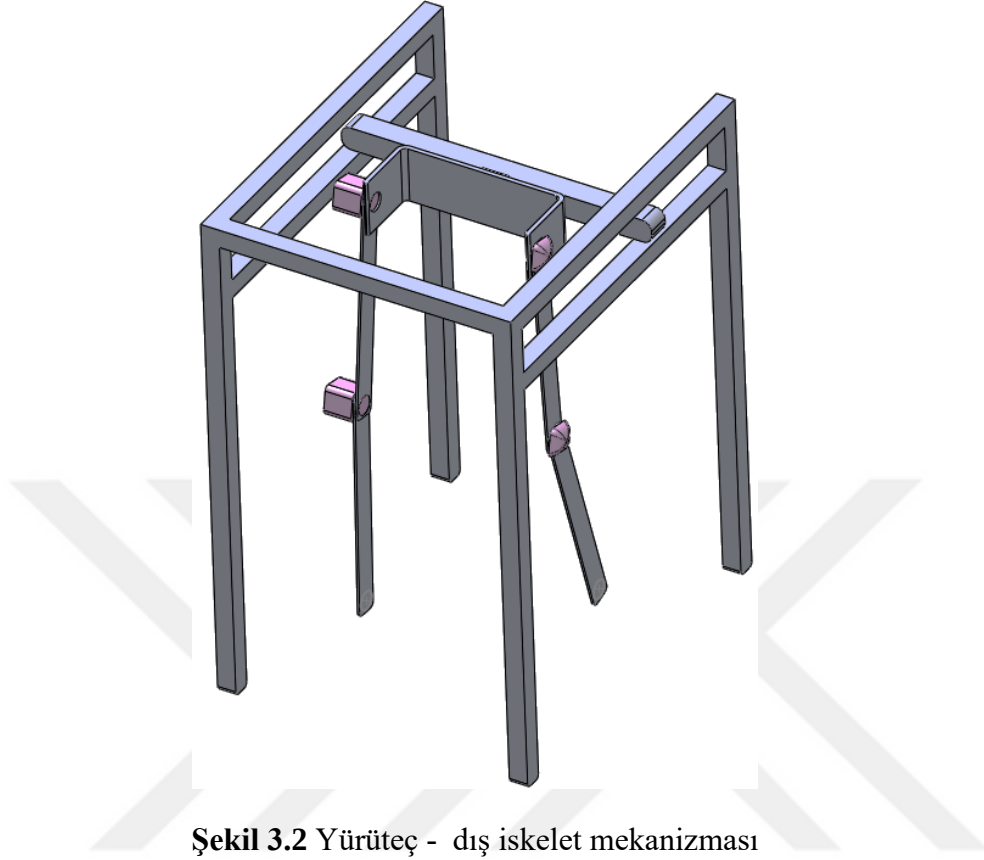
Şekil 3.1 Dış iskeletler: a) Lokomat[40] b) ReWalk[41] c) Hal-5[42]

3.1. Çalışma Kapsamında Tasarlanan Yürüteç-Dış İskelet Mekanizması

Bu çalışmada; çeşitli sebeplerle yürüme kısıtlılığı olan, hemiparezi veya hemipleji görülen hastaların rehabilitasyonlarını ve temel ihtiyaçlarını karşılayacak düzeyde yürümelerine olanak sağlayacak, günümüzde kullanılan sistemlerden farklı, basit ve robotik sistemlerin bir arada kullanıldığı hibrit bir sistem üzerinde çalışılmıştır.

Öngörülen hibrit sistem temel olarak; alt ekstremiteler için bir dış iskelet ve bu iskeletin üzerinde öteleme yapabileceği bir yürüteçten oluşmaktadır. Sağlam olan veya kısmen daha sağlıklı olan uzuvların kalça ve diz eklemleri üzerine yerleştirilecek açı sensörleri, sagittal düzlemde yürüme hareketinin profilini belirleyecektir. Hareketi kısıtlı olan bacak ise bu profili taklit edecektir. Bu şekilde hastanın, hem hareket kısıtlı olan alt uzuvlarının rehabilitasyonu yapılabilecek, hem de kendi başına bir mesafe katedebilmesine olanak sağlanacaktır. Bir yürüyüş çevrimini, yürütecin izin verdiği hareket aralığı içerisinde yapabilecektir. Hareket aralığı tamamlandığında ise hasta, yürütecin öteleme hareketi yapmasını kendisi sağlayacak ve bu şekilde ikinci çevrime başlayabilecektir. Bu uygulamalar art arda

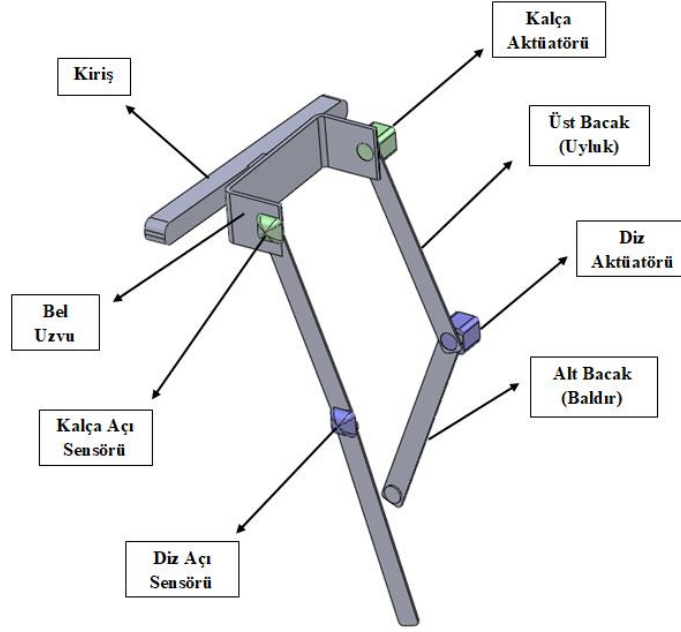
yapılarak, hasta tek başına (mekanizmanın desteği hariç herhangi bir yardım almadan) bir yerden başka bir yere ulaşabilecektir.



Şekil 3.2 Yürüteç - dış iskelet mekanizması

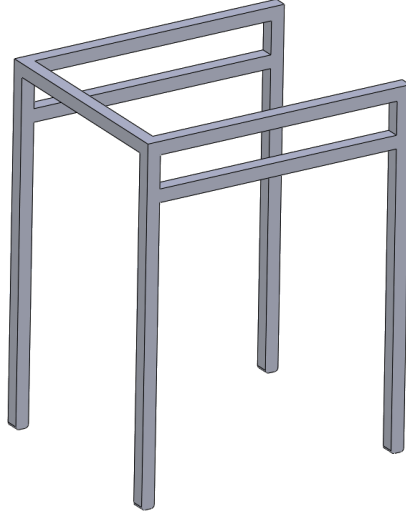
Şekil 3.2’de de görüleceği üzere dış iskelet, 2 adet alt bacak (baldır), 2 adet üst bacak (uyluk) ve bel uzvundan oluşmaktadır. Mekanizmada ayak uzuvları yoktur. Mekanizmayı kullanacak olan bireyler, kendi ayakları ile yere temas edeceklerdir. Hareketin sadece sagittal düzlemde olduğu göz önüne alınarak, dış iskeletin diz ve kalça eklemleri döner mafsallar olarak belirlenmiştir. Yürüme esnasında vücudun ağırlık merkezinin yükselip alçalması gerekeceğinden, bel uzvu ile kiriş arasında koronal düzlemde hareket serbestliği vermek için, bir döner mafsal kullanılmıştır. Bunun yanında kiriş, yürüteç üzerinde sagittal düzlemde öteleme yapabilmektedir. Yürüteç-dış iskelet mekanizması, toplamda 6 serbestlik derecesine sahip bir mekanizmadır.

Dış iskelet ile ilgili yapılan tasarımlarda malzeme olarak, ticari ismi duralümin olan 2024 alüminyum alaşımı yaygın olarak kullanılmaktadır.[43] Gerekli mukavemeti ve hafifliği sağlayacağı düşünüldüğünden bu çalışmada da, hem dış iskelet hem de yürüteç malzemesi olarak 2024 alüminyum alaşımı seçilmiştir.



Şekil 3.3 Dış iskeleti oluşturan elemanlar

Önerilen sistemde yürütecin de bulunması sebebiyle, hasta herhangi bir kişinin veya dayanağın (terapist, baston vs.) yardımına ihtiyaç duymayacak, tamamen kendi başına yürüme hareketini yapabilecektir. Ayrıca, hastayı mekanizma üzerinde sabit ve dik tutacak ve bel bölgesinde koronel düzlemde hareket serbestliği sağlayacak bel uzvu da dış iskelete eklenecektir. Bel uzvu ile yürüteç arasındaki bağlantı ise kiriş ile sağlanmıştır. Kirişin iki ucu yürüteç üzerindeki kanallarda bulunmaktadır. Dış iskeletin, hem yürüteç üzerinde dik durmasına hem de sagittal düzlemde ilerlemesine olanak sağlamaktadır. Vücut ağırlığının taşınmasını ve yürütece aktarılmasını da sağlamaktadır.

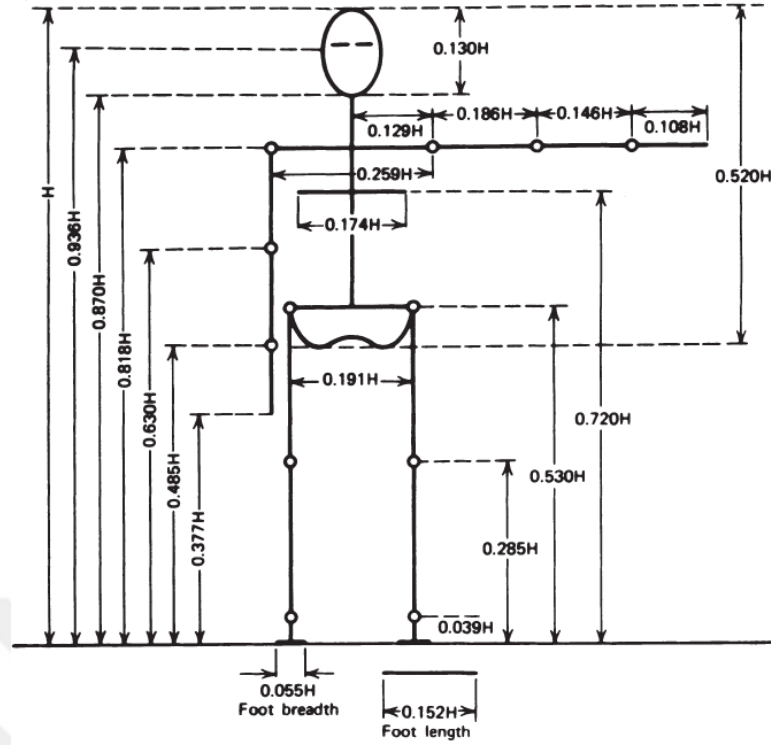


Şekil 3.4 Yürüteç

3.2. Dış İskelet Uzuvarlarının Ölçölendirilmesi

3.2.1. Uzuvar Uzunluklarının, Ağırlıklarının ve Ağırlık Merkezlerinin Belirlenmesi

İnsan vücudundaki tüm uzuvarların boylarının insan boyuyla orantılı olduğu, ilk olarak Drillis ve Continin yaptıkları çalışma [44] neticesinde ortaya konulmuştur. Vücut yapısı, cinsiyet, ırk vs. gibi birçok etkene bağılı olmasına rağmen, insan vücut uzuvarlarının eklemler arası mesafesi, yaklaşık olarak insan boyuna oranlanarak tespit edilebilmektedir. Şekil 3.5’te, tüm uzuvarların uzunlukları görölmektedir. Gerçek uzuvarlara ait bu veriler, dış iskelet uzuvarlarının boyutlandırılmasında da kullanılmıştır.



Şekil 3.5 İnsan boyuna oranla uzuv uzunlukları [37]

Sağlıklı bir insanın, alt ekstremitelerinin ağırlıkları, ağırlık merkezlerinin konumları ve jirasyon çapı kadavralar üzerinde yapılan bazı deneysel çalışmalar neticesinde elde edilmiş ve çizelge 3.1’de verilmiştir.

Çizelge 3.1 Alt ekstremita antropometrik veriler[38]

Uzuv	Ağırlık (W)	Ağırlık Merkezi/ Uzuv Uzunluğu		Jirasyon yarıçapı / Uzun Boyu		
		Proksimal	Distal	Kütle merkezine göre	Proksimal uca göre	Distal uca göre
Ayak (Lateral malleolus /head metatarsal II)	0,0145xW	0,5	0,5	0,475	0,69	0,69
Alt Bacak (Baldır) (Femoral condyles / medial malleolus)	0,0465xW	0,433	0,567	0,302	0,528	0,643
Üst Bacak (Uyluk) (Greater trochanter / femoral condyles)	0,1xW	0,433	0,567	0,323	0,54	0,653
Baş, Kollar, Gövde (Greater trochanter/ glenohumeral joint)	0,678xW	0,626	0,374	0,496	0,798	0,621

Uzuv ağırlıkları, toplam vücut ağırlığının veya kütesinin oranı şeklinde ifade edilmiştir. Ağırlık merkezlerinin konumları, distal ve proksimal uçlara göre ayrı ayrı ve uzuvların uzunluğuna oranı olarak verilmiştir. Jirasyon yarıçapı ise ilgili uzvun boyuna oranı olarak kütle merkezine, proksimal uca ve distal uca olmak üzere 3 ayrı veri olarak tabloda gösterilmiştir.

Dış iskelet giydirilmiş insan yürüyüşünün hareket denklemlerinin elde edilmesi, mafsal torklarının belirlenmesi, aktüatör seçimi ve kontrol sisteminin tasarlanması amacıyla, dinamik analiz gerçekleştirilmiştir. Bahsi geçen dinamik analiz, insan vücudunun alt uzuvları ile bu uzuvlara giydirilmiş dış iskelet uzuvlarının oluşturduğu ve bir sonraki bölümde ortaya konan iki boyutlu bir model yardımıyla gerçekleştirilmiştir. 7 uzumlu bu modelde yer alan her bir uzuv, dış iskelete ait metal uzuv ile idealleştirilmiş insan uzvunun oluşturduğu, bileşik uzuv olarak gösterilmiştir. Yani, dinamik modelin her bir uzvu, bileşik bir uzvu temsil etmektedir.

Bundan dolayı yürüyüşün dinamik analizinden önce, bileşik uzuvların ağırlık merkezlerinin konumlarının belirlenmesi ve distal ve proksimal uçlara göre olan mesafelerinin tayin edilmesi gerekmektedir. Bu bilgiler hem kinematik analiz hem de kinetik analizlerde kullanılacağı gibi, mekanizmanın tasarımında da önemli rol oynamaktadır.

Buna göre, modeli oluşturan uzuvların ağırlık merkezleri aşağıda belirlenmiştir. Bu aşamada, 2 ile 6 ve 3 ile 5 uzuvları eş uzuvlar oldukları için hesaplamalar tek uzuv üzerinde yapılmıştır. 3 ve 5 numaralı uzuvlarla ilgili hesaplamalarda, üzerlerinde taşıdıkları ekstra yükün motor veya sensör olmasına göre bir farklılık oluşacaktır. 4 no'lu uzuv ise ayrı değerlendirilmiştir.

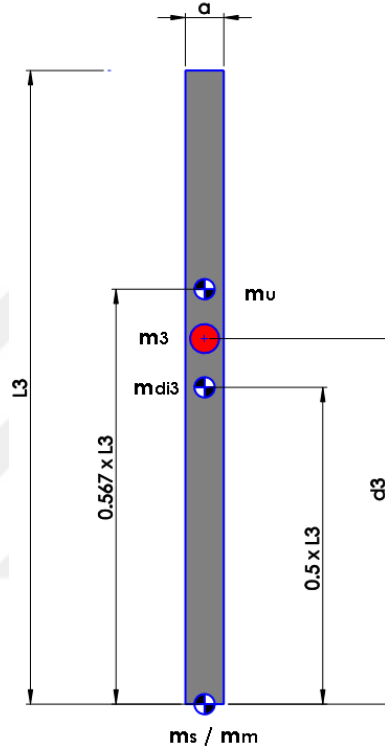
Uzuvların kütleleri noktasal kütleler olarak değerlendirildiği için, kuvvet analizinde uzuvların ivmeleri bu noktalarda oluşacaktır. Kinematik analizde de benzer şekilde, uzuvların konum, hız ve ivmeleri bu noktaların konum, hız ve ivmeleri olarak hesaplamalarda kullanılacaktır.

Hesaplamalarda tüm dış iskelet uzuvlarının malzeme kalınlıkları, $b=3$ mm olarak belirlenmiştir. Baldır (2 ve 6 numaralı uzuvlar) ve uyluk (3 ve 5 numaralı) uzuvları üzerinde yer alacak dış iskelet uzuvları, genişlikleri $a=32$ mm olacak şekilde

boyutlandırılmıştır. Gövde üzerinde yer alacak dış iskelet uzvunun (4 numaralı uzuv) genişliği $L_{4y}=0,14 \cdot H$ olarak kabul edilmiştir.

3.2.1.1. 3 ve 5 Numaralı Uzuvarın Ağırlık Merkezleri

Şekil 3.6’da, dış iskelet uzvu (3 veya 5 numaralı dış iskelet uzvu) ile insan uyluk uzvunun oluşturduğu bileşik uzvun, ağırlık veya kütle merkezlerinin yeri temsili olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.6 3 No’lu uzvun ağırlık merkezi

3 no’lu uzuv üzerinde bir sensör olduğu düşünülürse uzvun toplam kütlesi; uyluk, dış iskelet uzvu ve sensör kütesinden oluşacaktır.

$$m_3 = m_u + m_{di3} + m_s \quad 3.1$$

5 no’lu uzvun toplam kütlesi ise uyluk, dış iskelet uzvu ve motor kütleleri toplamına eşittir.

$$m_5 = m_u + m_{di5} + m_m \quad 3.2$$

Uyluğun kütlesi, çizelge 3.1'deki antropometrik verilerden tüm vücut kütlesine oranla belirlenir.

$$m_u = 0,1.M \quad 3.3$$

3 veya 5 no'lu dış iskelet uzuvlarının kütleleri; kenar uzunlukları a, b, L₃ olan homojen bir dikdörtgenler prizmasının kütlesi olarak belirlenebilir. Dış iskelet uzvunun kütlesi, dikdörtgenler prizmasının hacminin, malzeme yoğunluğu ile çarpımı neticesinde bulunur.

$$m_{di3} = m_{di5} = \rho \cdot a \cdot b \cdot L_3 \quad 3.4$$

Detaylı olarak ifade edilirse 3 ve 5 numaralı uzuvların toplam kütleleri;

$$m_3 = 0,1.M + \rho \cdot a \cdot b \cdot L_3 + m_s \quad 3.5$$

$$m_5 = 0,1.M + \rho \cdot a \cdot b \cdot L_5 + m_m \quad 3.6$$

Vücut uzvu, dış iskelet uzvu ve motor / sensör ağırlık merkezlerinin konumları belirlenmiş ve şekilde gösterilmiştir. Toplam kütle veya ağırlık merkezlerinin yeri, yani m₃ ve m₅ noktasal kütlelerinin y eksenine göre konumları aşağıdaki formüllerle elde edilir.

$$y_3 = \frac{m_{di3} \cdot y_{di3} + m_u \cdot y_u}{m_{di3} + m_u + m_s} \quad 3.7$$

Denklemden yer alan kütle ve uzunluk değerleri detaylı yazıldığında, 3 numaralı uzvun ağırlık merkezinin konumu;

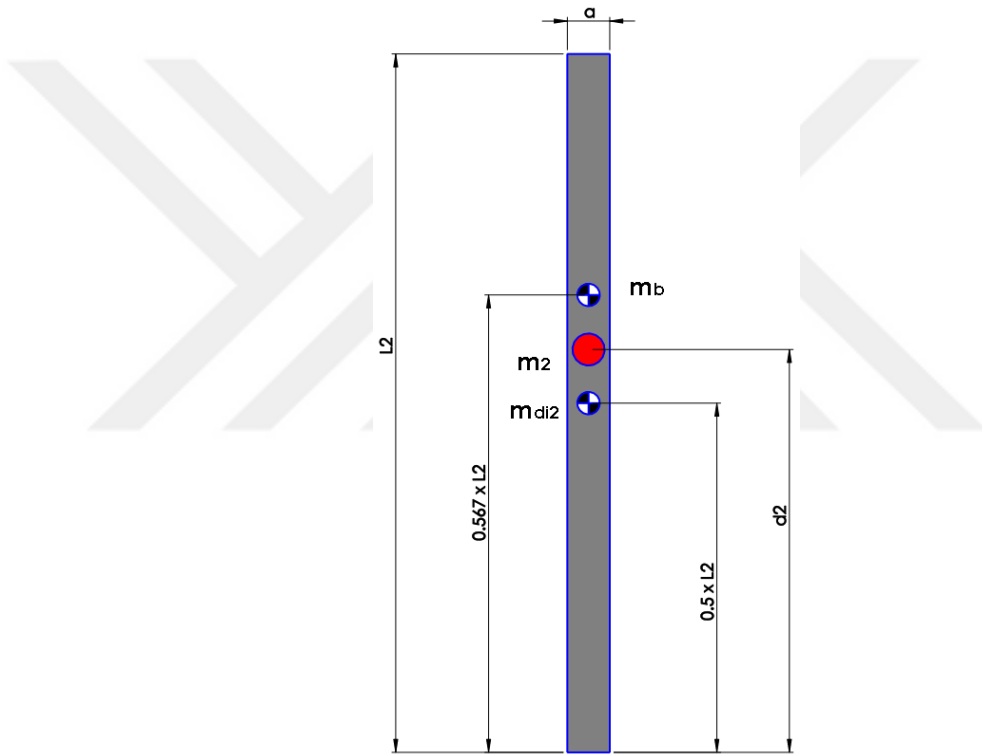
$$\begin{aligned} d_3 &= \frac{\rho \cdot a \cdot b \cdot L_3 \cdot 0,5 \cdot (0,245 \cdot H) + (0,1.M) \cdot 0,567 \cdot (0,245 \cdot H)}{\rho \cdot a \cdot b \cdot L_3 + 0,1.M + m_s} \\ &= \frac{0,1225 \cdot \rho \cdot a \cdot b \cdot L_3 \cdot H + 13,9 \cdot 10^{-3} \cdot M \cdot H}{\rho \cdot a \cdot b \cdot L_3 + 0,1.M + m_s} \end{aligned} \quad 3.8$$

3 numaralı uzva benzer olarak da, 5 numaralı uzvun ağırlık merkezinin konumu şu şekilde belirlenir;

$$d_5 = \frac{0,1225 \cdot \rho \cdot a \cdot b \cdot L_5 \cdot H + 13,9 \cdot 10^{-3} \cdot M \cdot H}{\rho \cdot a \cdot b \cdot L_5 + 0,1 \cdot M + m_m} \quad 3.9$$

3.2.1.2. 2 ve 6 Numaralı Uzuvların Ağırlık Merkezleri

Şekil 3.7’de, dış iskelet uzvu (2 veya 6 numaralı dış iskelet uzvu) ile insan baldır uzvunun oluşturduğu bileşik uzvun, ağırlık veya kütle merkezlerinin yeri temsili olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.7 2 No’lu uzvun ağırlık merkezi

2 veya 6 no’lu uzvun toplam kütlesi, alt bacak (baldır) ve dış iskelet uzvunun kütleleri toplamına eşittir.

$$m_2 = m_b + m_{di2} \quad 3.10$$

Baldır kütlesi, çizelge 3.1’deki antropometrik verilerden tüm vücut kütlesine oranla belirlenir.

$$m_b=0,0465.M \quad 3.11$$

2 veya 6 no'lu dış iskelet uzuvlarının kütleleri; kenar uzunlukları a, b, L₂ olan homojen bir dikdörtgenler prizmasının kütlesi olarak belirlenebilir. Dış iskelet uzvunun kütlesi, dikdörtgenler prizmasının hacminin, malzeme yoğunluğu ile çarpımı neticesinde bulunur.

$$m_{di2}=m_{di6}=\rho.a.b.L_6 \quad 3.12$$

2 veya 6 numaralı uzuvların toplam kütleleri;

$$m_2=m_6=m_b+m_{di2} \quad 3.13$$

$$m_2=m_6=0,0465.M+\rho.a.b.L_2 \quad 3.14$$

Vücut uzvu ve dış iskelet uzvunun ağırlık merkezlerinin konumları belirlenmiş ve şekilde gösterilmiştir. Toplam kütle / ağırlık merkezinin yeri, yani m₂ noktasal kütlesinin y eksenine göre konumu aşağıdaki formülle elde edilir.

$$y_2 = \frac{m_b \cdot y_b + m_{di2} \cdot y_{di2}}{m_b + m_{di2}} \quad 3.15$$

Denklemden yer alan kütle ve uzunluk değerleri detaylı yazıldığında, 2 ve 6 numaralı uzuvların ağırlık merkezinin konumu;

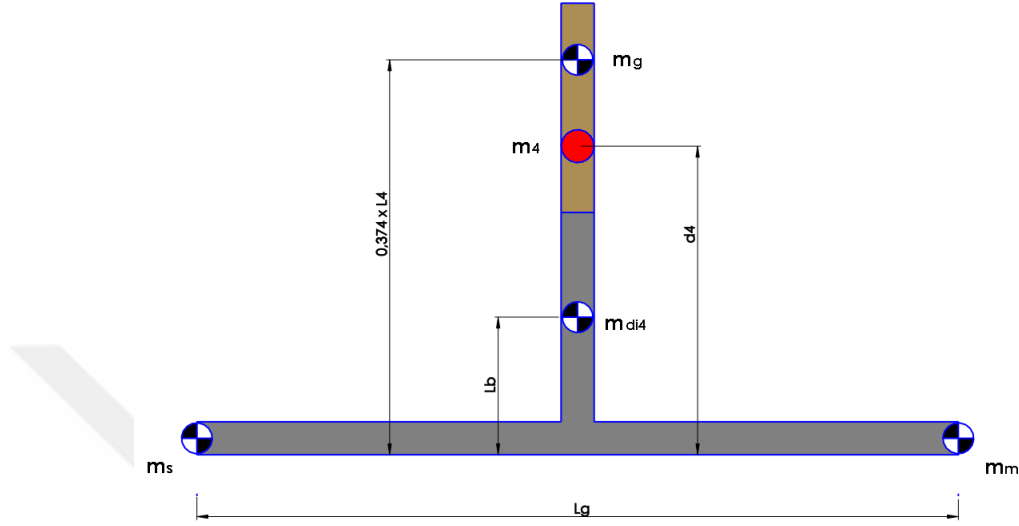
$$d_2=d_6 = \frac{(0,0465.M).0,567.(0,246.H)+\rho.a.b.L_6.(0,123.H)}{0,0465.M+\rho.a.b.L_6} \quad 3.16$$

İşlemler düzenlenirse,

$$d_2=d_6 = \frac{6,49.10^{-3}.M.H+0,123.\rho.a.b.L_2.H}{0,0465.M+\rho.a.b.L_2} \quad 3.17$$

3.2.1.3. 4 Numaralı Uzun Ağırlık Merkezi

Şekil 3.8’de, dış iskelet uzvu (4 numaralı dış iskelet uzvu) ile insan gövdesinin (baş, kollar ve gövde dahil) oluşturduğu bileşik uzvun, ağırlık veya kütle merkezlerinin yeri temsili olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.8 4 No’lu uzvun ağırlık merkezi

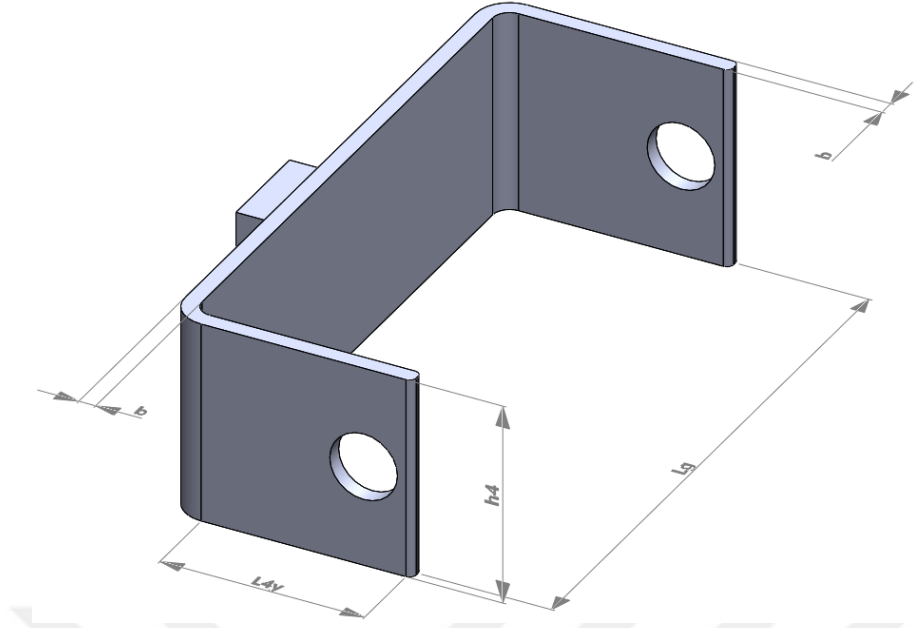
4 no’lu uzvun toplam kütlesi; gövde (baş ve kollar dâhil), dış iskelet uzvu, motor ve sensör kütlelerinin toplamına eşittir.

$$m_4 = m_g + m_{di4} + m_m + m_s \quad 3.18$$

İnsan gövdesinin kütlesi, çizelge 3.1’deki antropometrik verilerden tüm vücut kütlesine oranla belirlenir.

$$m_g = 0,678.M \quad 3.19$$

4 no’lu dış iskelet uzvunun boyutları şekil 3.9’da verilmiştir. Bu uzvun kütlesi; kenar uzunlukları h_4 , b , $(L_g + 2.L_{4y})$ olan homojen bir dikdörtgenler prizmasının kütlesi olarak belirlenebilir. Burada L_{4y} , 4 no’lu dış iskelet uzvunun genişliği, h_4 ise yüksekliğidir.



Şekil 3.9 4 No'lu dış iskelet uzvunun boyutları

Dış iskelet uzvunun kütlesi, dikdörtgenler prizmasının hacminin, malzeme yoğunluğu ile çarpımı neticesinde bulunur.

$$m_{di4} = \rho \cdot h_4 \cdot b \cdot (L_g + 2 \cdot L_{4y}) \quad 3.20$$

Dinamik modelde yer alan 4 numaralı uzvun toplam kütlesi;

$$m_4 = 0,678 \cdot M + \rho \cdot h_4 \cdot b \cdot (L_g + 2 \cdot L_{4y}) + m_m + m_s \quad 3.21$$

Vücut uzvu, dış iskelet uzvu, motor ve sensörün ağırlık merkezlerinin konumları belirlenmiş ve şekilde gösterilmiştir. Toplam kütle / ağırlık merkezinin yeri, yani m_4 noktasal kütesinin y eksenine göre konumu aşağıdaki formülle elde edilir.

$$d_4 = \frac{m_{di4} \cdot y_{di4} + m_g \cdot y_g}{m_{di4} + m_g + m_m + m_s} \quad 3.22$$

L_b yüksekliği, bel dış iskelet uzvunun ağırlık merkezinin konumunu göstermektedir. Bu uzunluk; kalça eklemi ile leğen kemiğinin alt ucu arasındaki mesafeye eşit olacak şekilde belirlenmiştir. Buna göre, şekil 3.5'e göre, $L_b = 0,05 \cdot H$ olarak belirlenir. Uzuv homojen olduğundan, 4 numaralı dış iskelet uzvunun yüksekliği,

$$h_4=2. L_b =0,1.H \quad 3.23$$

Şekil 3.5 ve çizelge 3.1 ‘de tanımlanan gövde uzunluğuna göre; baş, kollar ve gövdeden oluşan üst uzuvların boyu, $L_4 =0,288.H$ ölçülmektedir. Üst uzuvların ağırlık merkezinin konumu, çizelge 3.1 göz önüne alındığında;

$$y_g=(0,374) . 0,288.H=0,108.H \quad 3.24$$

Bu verilere göre 4 no’lu uzvun ağırlık merkezinin yeri;

$$d_4 = \frac{\rho.h_4.b.(L_g+2.L_{4y}).L_b+0,678.M.(0,108.H)}{\rho.h_4.b.(L_g+2.L_{4y})+0,678.M+m_m+m_s}$$

$$= \frac{\rho.h_4.b.(L_g+2.L_{4y}).L_b+73,03.10^{-3}.M.H}{\rho.h_4.b.(L_g+2.L_{4y})+0,678.M+m_m+m_s} \quad 3.25$$

3.3. Uzuvların Atalet Momentlerinin Belirlenmesi

Uzuvların hareketi için ihtiyaç duyulan kuvvet ve moment değerlerinin tespit edilebilmesi için, atalet momenti değerlerinin bilinmesi gerekmektedir. Yürüme esnasında, uzuvlar sagital düzlemde hareket etmektedirler ve mafsallar, z-ekseni etrafında dönmektedirler. Bu nedenle, hareketin kinematik ve kinetik analizleri için; bileşke uzuvların ağırlık merkezlerinden geçen ve hareket düzlemine dik olan eksene (z-eksenine) göre atalet momentleri I_z ‘ler belirlenmelidir.

Dinamik modelde yer alan uzuvların atalet momentleri; insan vücut uzuvlarının atalet momentleri, dış iskelet uzuvlarının atalet momentleri ve uzuv üzerinde bulunan sensör veya motorun kütesinden kaynaklı atalet momentlerinin cebirsel toplamı olarak bulunacaktır. Vücut uzuvlarının atalet momentleri, çizelge 3.1’de verilen jirasyon yarıçapı değerlerinin hesaplanması ve temel formülde kullanılmasıyla belirlenir. Dış iskelet uzuvlarının atalet momentleri ise, homojen dikdörtgenler prizmasının kütle atalet momenti olarak analitik olarak hesaplanacaktır.

Hesaplamalarda; $L_2=L_6$ ve $L_3=L_5$ eşitlikleri olduğu ve sağ ve sol uzuvların özdeş oldukları göz önünde bulundurularak, gerekli bazı işlemler uzuvlardan bir tanesi için

yapılmış, diğeri için de aynısı geçerli olacağından tekrar edilmemiştir. 3 ve 5 uzuvlarının ağırlık merkezlerinin konumları, 3 no'lu uzuv üzerinde sensör bulunmasından ve 5 no'lu uzuv üzerinde motor yer almasından dolayı farklılık göstermektedir. ($d_3 \neq d_5$) Bu sebeple, 3 ve 5 numaralı uzuvların atalet momentleri ayrı ayrı hesaplanmıştır.

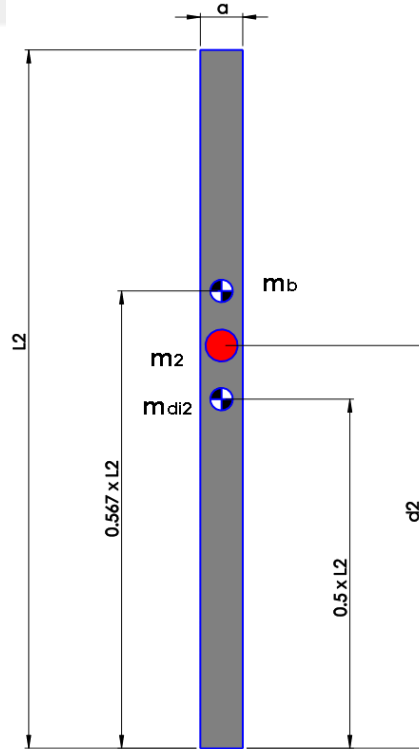
3.3.1. 2 ve 6 No'lu Uzuvların z Eksenine göre Atalet Momentleri

2 ve 6 numaralı uzuvların ağırlık merkezlerinden geçen ve z eksenine göre atalet momentleri, alt bacak (baldır) uzvunun atalet momenti ile dış iskelet uzvunun atalet momentlerinin toplamı olarak hesaplanabilir.

$$I_{2z} = I_{b,z} + I_{di2,z} \quad 3.26$$

İnsan baldır uzvunun atalet momenti, uzvun kütlesi ile jirasyon yarıçapının karesinin çarpımı ve paralel eksenler teoreminin uygulanmasıyla tespit edilir.

$$I_{b,z} = m_b \cdot k^2 + m_b \cdot r_b^2 \quad 3.27$$



Şekil 3.10 Sagital düzlemde 2 numaralı uzuv

İnsan uzuvlarının kütle değerleri ve jirasyon yarıçapları çizelge 3.1’de verilmiştir. Bu tabloda insan alt bacak (baldır) uzvunun, kütle merkezine göre, jirasyon yarıçapı;

$$k=0,302.L_2 \quad 3.28$$

Uzvuun kütlesi çizelge 3.1’e göre;

$$m_b=0,0465.M \quad 3.29$$

Alt bacak uzvunun ağırlık merkezinden geçen eksen ile 2 no’lu uzvu (ya da 6 no’lu) ağırlık merkezinden geçen eksenler arası mesafe;

$$r_b=0,567.L_2-d_2 \quad 3.30$$

Buna göre baldır uzvunun ağırlık merkezine göre atalet momenti;

$$I_{b,z}=(0,0465.M). (0,302.L_2)^2+(0,0465.M).(0,567.L_2-d_2)^2 \quad 3.31$$

2 veya 6 no’lu dış iskelet uzuvlarının atalet momentleri; kenar uzunlukları a, b, L_2 olan homojen bir dikdörtgenler prizmasının atalet momenti olarak belirlenebilir.

2 no’lu dış iskelet uzvunun, bileşke uzvu ağırlık merkezinden geçen ve hareket düzlemine dik z eksenine göre atalet momenti;

$$I_{di2,z}=I_{di2,z}^G+m_{di2}.r_{di2}^2 \quad 3.32$$

Burada r_{di2} dış iskelet uzvu ile bileşke uzvu ağırlık merkezleri arasındaki mesafedir.

$$r_{di2}=\frac{L_2}{2}-d_2 \quad 3.33$$

Dış iskelet uzvunun atalet momenti;

$$I_{di6,z}=\frac{m_{di2}}{12}.(a^2+L_2^2)+m_{di2}.(\frac{L_2}{2}-d_2)^2 \quad 3.34$$

İfade düzenlendiğinde,

$$I_{di2,z} = \rho \cdot a \cdot b \cdot L_2 \cdot \left(\frac{a^2 + L_2^2}{12} + \left(\frac{L_2}{2} - d_2 \right)^2 \right) \quad 3.35$$

$I_{b,z}$ ve $I_{di2,z}$ belirlendiğinde, 2 ve 6 numaralı uzuvların z-eksenine göre toplam atalet momentleri;

$$I_{2z} = I_{6z} = (0,0465 \cdot M) \cdot ((0,302 \cdot L_2)^2 + (d_2 - 0,567 \cdot L_2)^2) + \rho \cdot a \cdot b \cdot L_2 \cdot \left(\frac{a^2 + L_2^2}{12} + \left(\frac{L_2}{2} - d_2 \right)^2 \right) \quad 3.36$$

3.3.2. 3 ve 5 No'lu Uzuvların z Eksenine göre Atalet Momentleri

3 ve 5 numaralı uzuvların ağırlık merkezlerinden geçen, z eksenine göre atalet momentleri; uyluk atalet moment, dış iskelet uzvunun atalet moment ve üzerinde taşıdığı diğer elemanın (sensör veya motor) ağırlık merkezine göre atalet momentlerinin toplamı olarak belirlenebilir.

$$I_{3,z} = I_{u,z} + I_{di3,z} + I_{s,z} \quad 3.37$$

$$I_{5,z} = I_{u,z} + I_{di5,z} + I_{m,z} \quad 3.38$$

İnsan uyluğunun atalet moment, uzuv kütlesi ile jirasyon yarıçapının karesinin çarpımı ve paralel eksenler teoreminin uygulanmasıyla hesaplanır

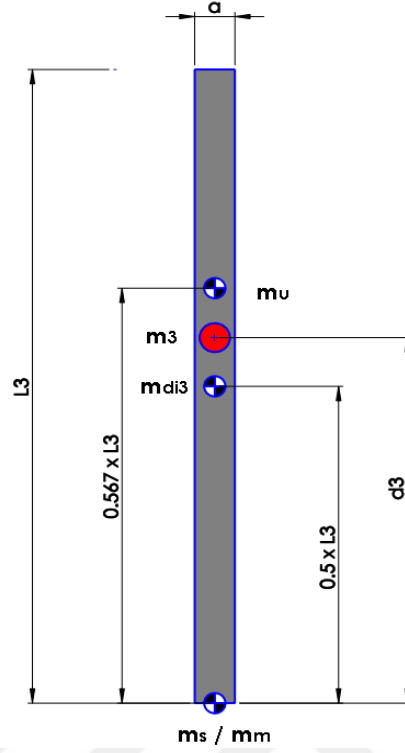
$$I_{u3,z} = I_{u5,z} = m_u \cdot k^2 + m_u \cdot r_{u3}^2 \quad 3.39$$

Çizelge 3.1'e göre, uyluğun kütle merkezine göre jirasyon yarıçapı;

$$k = 0,323 \cdot L_3 \quad 3.40$$

Uzvu kütlesi;

$$m_u=0,1.M \quad 3.41$$



Şekil 3.11 Sagital düzlemde 3 numaralı uzuv

Uyluğun ağırlık merkezi ile 3 no'lu bileşke uzvun ağırlık merkezinden geçen eksenler arasındaki mesafe;

$$r_{u3}=0,567.L_3-d_3 \quad 3.42$$

Buna göre insan uyluk uzvunun, bileşke uzuv ağırlık merkezine göre atalet momenti;

$$I_{u3,z}=I_{u5,z}=(0,1.M). (0,323.L_3)^2+(0,1.M).(0,567.L_3-d_3)^2 \quad 3.43$$

Dış iskelet uzvunun atalet momenti; kenar uzunlukları a, b, L₃ olan homojen bir dikdörtgenler prizmasının atalet momenti olarak belirlenir. Bileşke uzvun ağırlık merkezinden geçen z eksenine göre atalet momenti;

$$I_{di3,z}=I_{di5,z}=I_{di3,z}^G+m_{di3}.r_{di3}^2 \quad 3.44$$

Burada r_{di3} , dış iskelet uzvu ile ağırlık merkezi arası mesafedir.

$$r_{di3}=d_3-0,5.L_3 \quad 3.45$$

3 veya 5 no'lu dış iskelet uzuvlarının atalet momentleri;

$$I_{di3,z}=I_{di5,z}=\rho.a.b.L_3.\left(\frac{a^2+L_3^2}{12}+(d_3-0,5.L_3)^2\right) \quad 3.46$$

3 no'lu uzuvda bulunan sensörün, ağırlık merkezine göre atalet momenti;

$$I_{s,z}=m_s.d_3^2 \quad 3.47$$

5 no'lu uzuvda bulunan motorun, ağırlık merkezine göre atalet momenti;

$$I_{m,z}=m_m.d_5^2 \quad 3.48$$

Uyluğun, dış iskeletin, sensör ve motorun atalet momentlerinin elde edilmesiyle, 3 numaralı uzvun z-eksenine göre toplam atalet momenti;

$$\begin{aligned} I_{3z} &= (0,1.M).((0,323.L_3)^2+(0,567.L_3-d_3)^2) \\ &+ \rho.a.b.L_3.\left(\frac{a^2+L_3^2}{12}+(d_3-0,5.L_3)^2\right)+m_s.d_3^2 \end{aligned} \quad 3.49$$

5 numaralı uzvun z-eksenine göre toplam atalet momenti;

$$\begin{aligned} I_{5z} &= (0,1.M).((0,323.L_5)^2+(0,567.L_5-d_5)^2) \\ &+ \rho.a.b.L_5.\left(\frac{a^2+L_5^2}{12}+(d_5-0,5.L_5)^2\right)+m_m.d_5^2 \end{aligned} \quad 3.50$$

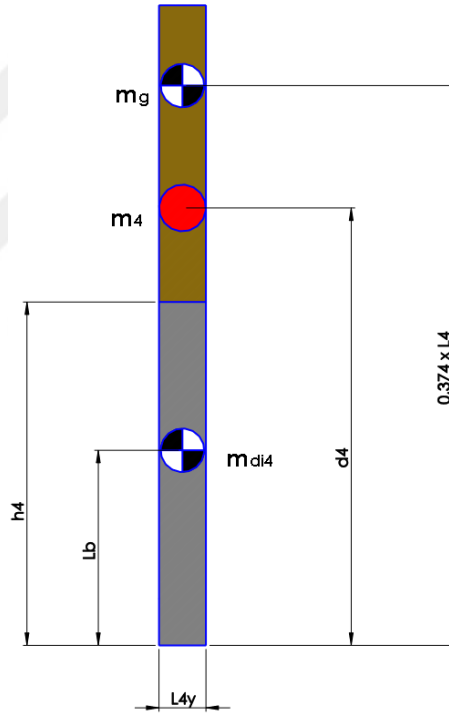
3.3.3. 4 No'lu Uzun z Eksenine göre Atalet Momenti

4 numaralı uzvun ağırlık merkezinden geçen ve z eksenine göre atalet momenti, gövde uzvunun atalet momenti ile dış iskelet uzvunun atalet momentlerinin toplamı olarak hesaplanabilir.

$$I_{4z}=I_{g,z}+I_{di4,z} \quad 3.51$$

İnsan gövde uzvunun atalet momenti, uzvun kütlesi ile jirasyon yarıçapının karesinin çarpımı ve paralel eksenler teoreminin uygulanmasıyla tespit edilir.

$$I_{g,z}=m_g.k^2+m_g.r_g^2 \quad 3.52$$



Şekil 3.12 Sagital düzlemde 4 numaralı uzuv

İnsan uzuvlarının kütle değerleri ve jirasyon yarıçapları çizelge 3.1’de verilmiştir. Bu tabloda gövde uzvunun, kütle merkezine göre, jirasyon yarıçapı;

$$k=0,496.L_4 \quad 3.53$$

Uzvun kütlesi tabloya göre;

$$m_g=0,678.M \quad 3.54$$

Gövde uzvunun ağırlık merkezinden geçen eksen ile 4 no'lu uzvun ağırlık merkezinden geçen eksenler arası mesafe;

$$r_g=0,374.L_4-d_4 \quad 3.55$$

Buna göre gövde uzvunun ağırlık merkezine göre atalet momenti;

$$I_{g,z}=(0,678.M). (0,496.L_4)^2+(0,678.M).(0,374.L_4-d_4)^2 \quad 3.56$$

4 no'lu dış iskelet uzvunun, bileşke cismin ağırlık merkezinden geçen ve hareket düzlemine dik z eksenine göre atalet momenti;

$$I_{di4,z}=I_{di4,z}^G+m_{di4}.r_{di4}^2 \quad 3.57$$

Burada r_{di4} , dış iskelet uzvu ile bileşke cisim ağırlık merkezleri arasındaki mesafedir.

$$r_{di4}=d_4-L_b \quad 3.58$$

Daha önce $L_b=0,05.H$ olarak belirlenmişti. Dış iskelet uzvunun atalet momenti;

$$I_{di4,z}=\frac{m_{di4}}{12}.(h_4^2+L_{4y}^2)+m_{di4}.(d_4-L_b)^2 \quad 3.59$$

$I_{g,z}$ ve $I_{di4,z}$ belirlendikten ve işlemler düzenlendikten sonra, 4 numaralı uzvun z-eksenine göre toplam atalet momenti;

$$I_{4z}=(0,678.M).((0,496.L_4)^2+(0,374.L_4-d_4)^2) \\ +p.h_4.b.(L_g+2.L_{4y}).\left(\frac{h_4^2+L_{4y}^2}{12}+(d_4-L_b)^2\right) \quad 3.60$$

4. DİNAMİK MODELLEME

Dış iskeletler, iki ayaklı robotlar ve insansı robotlar; temel olarak insan vücudundan esinlenilerek tasarlanmaktadır. Ancak insan iskelet sisteminin karmaşık yapısı ve hareket esnasında kasların da etkili olması yüzde yüz benzetimi imkansız hale getirmektedir. Gerçek insan yürüyüşüne göre, hareketler daha sınırlı olacağından, tasarlanacak sistemlerde bazı basitleştirmelerin ve kabullerin yapılması kaçınılmaz olmaktadır. Bahsedilen sebeplerden dolayı dış iskelet sistemlerinin ve insan benzeri robotların toplam serbestlik dereceleri, gerçek insan vücudunun serbestlik derecesine göre daha azdır. Dolayısıyla, her bir mafsalin serbestlik derecesinin belirlenmesi önemli hale gelmektedir. [17]

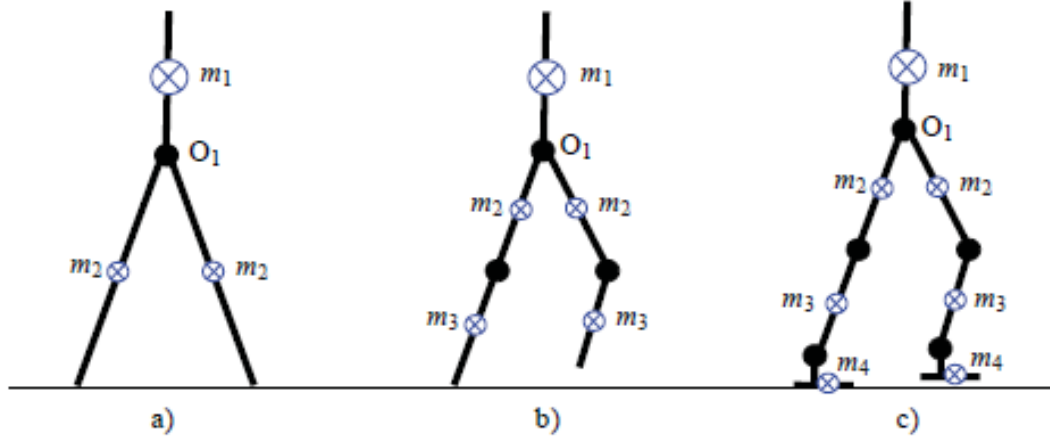
İnsan yürüyüşü; sagittal, koronal ve transverse düzlemler olmak üzere üç eksenle yapılan hareketlerin bütünüdür. Yürümenin büyük ve en önemli kısmı sagittal düzlemde gerçekleşmektedir. Tüm dış iskelet sistemlerinde bulunan eklemlerin çoğunluğu ve en önemlileri, bu düzlemdeki hareketleri gerçekleştirmek için tasarlanırlar. Çünkü yürümedeki esas amaç, insanın sagittal düzlemde ilerlemesini sağlamaktır.

Yapılan bir çalışmada [17], iki ayaklı robotlar için sagittal, koronal ve transverse düzlemlerde modeller derlenmiştir. Bu tez çalışmasında üzerinde durulan düzlemler, yani sagittal ve koronal düzlemlerdeki modeller aşağıda verilmiştir.

Şekil 4.1' de sagittal düzlemde bazı iki ayaklı yürüme modelleri görülmektedir. Uzunlar, rijit çubuklar olarak modellenmiştir. Uzunlar ın kütleleri noktasal kütle olarak ve ağırlık merkezlerinde gösterilmiştir. Eklemler de noktasal olarak belirtilmiştir.

Şekil 4.1-a'daki yapı en basit robot modelidir. Sadece kalçada 2 adet mafsala sahiptir. Toplamda 3 uzunludan oluşmaktadır. Şekil 4.1-b' deki modelde dizlerde fazladan 2 adet mafsal bulunmaktadır. Model baldırlar, uyluklar ve gövde olmak

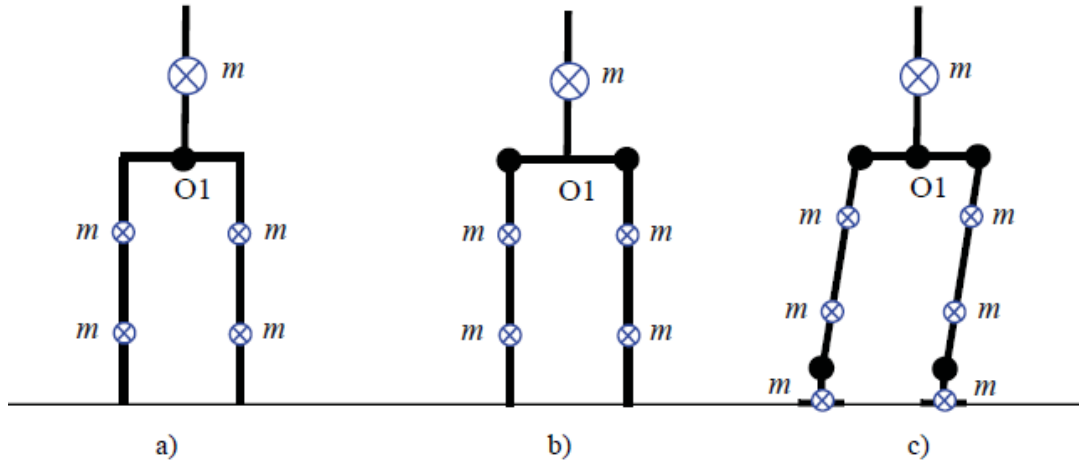
üzere toplam 5 uzva sahiptir. Şekil 4.1-c' deki model ise en kompleks modeldir. Kalça ve diz eklemlerinin yanı sıra ayak bileği eklemine de sahiptir. 7 uzuvlu bu model, iki ayaklı robot prototiplerinde en çok kullanılan ve gerçeğe en yakın modeldir.



Şekil 4.1 Sagital düzlemde iki ayaklı yürüme modelleri [17]

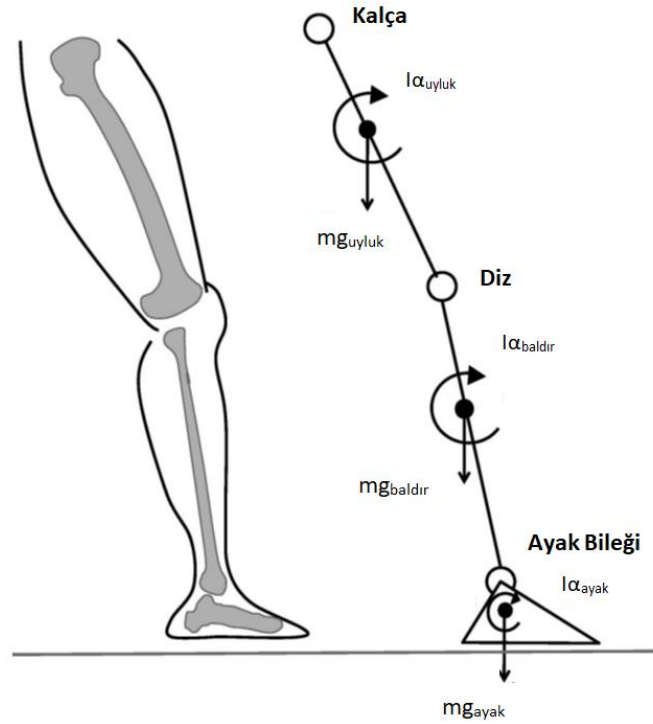
Hareketin gerçekleştiği diğer düzlem olan koronal düzlemdeki hareket ise, insan vücudunun yürüme esnasındaki dengesi için önem arz etmektedir. Koronal düzlemdeki stabilite, destek ayağın zemine temas noktası ile bağlantılı olarak, ağırlık merkezinin konumuna bağlıdır.

Şekil 4.2' de koronal düzlemde iki ayaklı duruş modelleri görülmektedir. Şekil 4.2-a'da gövdenin sabit iki ayak üzerinde yer değiştirmesi, pelvis-gövde eklemine lateral fleksiyonu ile sağlanmaktadır. Şekil 4.2-b'deki model kalça eklemleri sayesinde, gövdenin yanal hareketine olanak tanımaktadır. Şekil 4.2-c'deki daha gelişmiş bir modeldir. Kalçalardaki ve ayak bileklerindeki eklemler bacakların, abduksiyon ve adduksiyon hareketlerine imkan tanır. Bu sayede gövdenin lateral yer değiştirmesi sağlanır. Ayrıca, ayakların yere teması sebebiyle bilek eklemi düz ve sabittir.



Şekil 4.2 Koronal düzlemde iki ayaklı yürüme modelleri [17]

İki ayaklı robotlara benzer olarak, insan alt ekstremité uzuvlarını rijit çubuklar olarak ve mafsalları da noktasal olarak modellemek mümkündür [28,29,38,45]. Literatürde yer alan çalışmalardan birinde [46], insan alt ekstremitelerinin anatomik yapısından esinlenilerek oluşturulan ve sagittal düzlemde yer alan kinematik model şekil 4.3'te gösterilmiştir. Modelde ayak bileği, diz ve kalça eklemleri bir serbestlik dereceli döner mafsallar olarak noktalarla ve baldır ve uyluk uzuvları ise, kütlesi ve atalet momenti ağırlık merkezi üzerinde yer alan çubuklar ile temsil edilmektedir.

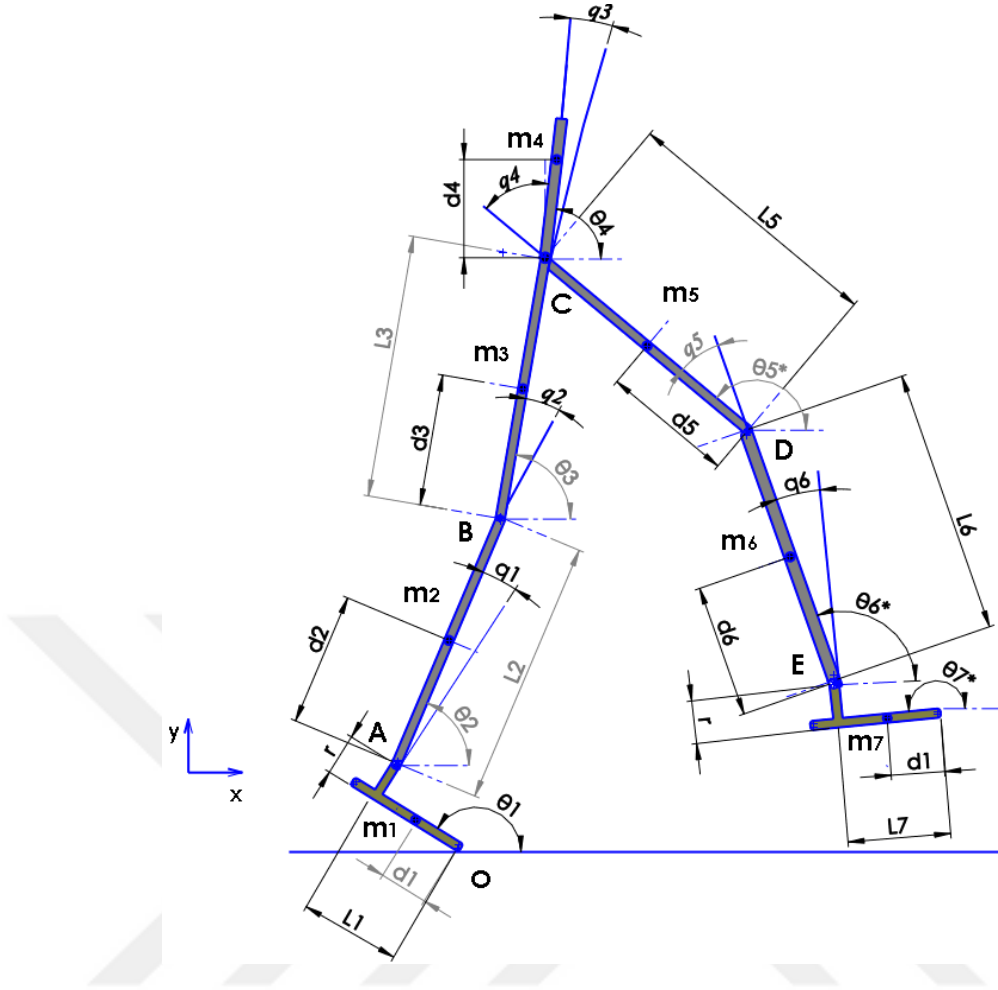


Şekil 4.3 Alt ekstremiteler için kinematik model [45]

İnsan benzeri yürüyüş için yapılan çalışmalarda, 5 uzuvlu [38,47] ve 7 uzuvlu modeller mevcuttur. 7 uzuvlu modeller içerisinde ise, 7 serbestlik dereceli[48,49] ve 9 serbestlik dereceli [50,51] modeller, çalışmaların hedeflerine uygun olarak belirlenmişlerdir. Bu modellerde ve antropometrik verilerin belirlendiği çalışmalarda aşağıdaki kabuller yapılmıştır;

1. Her uzvun kütlesi nokta küttedir.
2. Nokta kütleler, her uzvun ağırlık merkezinde bulunmaktadır.
3. Ağırlık merkezlerinin yeri hareket esnasında sabittir.
4. Tüm eklemler döner mafsalsal olarak kabul edilmiştir.
5. Hareket esnasında; kütle merkezlerine, proksimal uçlara ve distal uçlara göre uzuvların atalet momentleri sabittir
6. Hareket sırasında, eklemler arası mesafenin değişmediği ve uzuv boylarının sabit kaldığı kabulleri yapılmıştır.

Yukarıda bahsedilen çalışmalar ve yapılan kabuller esas alınarak, gerçek insan yürüyüşünün sagittal düzlemde ve tek ayak destek fazındaki modeli belirlenmiş ve şekil 4.4'te verilmiştir.



Şekil 4.4 Tek ayak destek fazında yürüme modeli

Modelde 1 numaralı uzuv yani destek ayak, sağ ayağı temsil etmektedir. Salınım yapan ayak ise sol ayaktır. Bu modelde üst ekstremiteler ayrı ayrı gösterilmemiştir. 4 numaralı gövde uzvu; baş, kollar ve gövde uzuvlarının eşdeğeri olan tek bir uzuv olarak incelenmiştir. Bununla birlikte model; 2 adet uyluk, 2 adet baldır ve 2 adet ayak uzvu olmak üzere toplam 7 uzuvdan oluşmaktadır. Her bir uzuv, rijit çubuklar olarak modellenmiştir. Uzuvlar arası bağlantı, sagittal düzlemde dönme serbestliği olan sürtünmesiz 6 adet döner mafsallarla sağlanmıştır. Yer ve destek ayak arasındaki sürtünmenin, kayma olmayacak kadar büyük olduğu kabul edilmiştir.

4.1. Kinematik Analiz

Dinamik analizin ilk adımı olarak, belirlenen fiziksel modelde yer alan her bir uzvun konum, hız ve ivme değerlerinin belirlenmesi gereklidir. Kinematik değerlerin elde

edilmesinin ardından her bir uzvun sahip olduğu enerji değerleri tespit edilecek ve Lagrange denklemleri ile hareket denklemleri çıkarılacaktır.

Modelde yer alan parametreler şu şekilde ifade edilmiştir;

θ_i : i uzvunun yatay eksenle yaptığı açı

q_i : i+1 uzvu ile i uzvu arasındaki bağıl açı (mafsal açıları)

m_i : i uzvunun kütlesi

L_i : i uzvunun boyu

d_i : i uzvunun distal ucuyla kütle merkezi arası mesafe

I_i : i uzvunun kütle merkezine göre atalet momenti

4.1.1 Ağırlık Merkezlerinin Konumları

Koordinat sisteminin orijini O noktası olarak, yani sağ ayağın yere göre ani dönme merkezi, seçilerek konum eşitlikleri yazılmıştır. Salınım fazında bulunan uzuvların yatay eksenle yaptıkları açılar; θ_5^* , θ_6^* ve θ_7^* olarak gösterilmişlerdir. Bu uzuvların konum denklemleri belirlenirken, konum vektörlerinin yatay eksenle yaptıkları θ_5 , θ_6 ve θ_7 açıları kullanılmıştır. Uzuvların yataya göre açıları ile konum vektörlerinin yatay eksene göre açıları arasındaki ilişki;

$$\theta_5 = \theta_5^* + \pi \quad 4.1$$

$$\theta_6 = \theta_6^* + \pi \quad 4.2$$

$$\theta_7 = \theta_7^* + \pi \quad 4.3$$

Modelde yer alan uzuvların ağırlık merkezlerinin O noktasına göre konum ifadeleri, uzuvların açılarına bağlı olarak x_m ve y_m ile gösterilmiştir.

$$x_{m1} = d_1 \cdot \cos \theta_1 \quad 4.4$$

$$y_{m1} = d_1 \cdot \sin \theta_1 \quad 4.5$$

$$x_{m2}=L_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + d_2 \cdot \cos \theta_2 \quad 4.6$$

$$y_{m2}=L_1 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + d_2 \cdot \sin \theta_2 \quad 4.7$$

$$x_{m3}=L_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \cos \theta_2 + d_3 \cdot \cos \theta_3 \quad 4.8$$

$$y_{m3}=L_1 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \sin \theta_2 + d_3 \cdot \sin \theta_3 \quad 4.9$$

$$x_{m4}=L_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \cos \theta_2 + L_3 \cdot \cos \theta_3 + d_4 \cdot \cos \theta_4 \quad 4.10$$

$$y_{m4}=L_1 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \sin \theta_2 + L_3 \cdot \sin \theta_3 + d_4 \cdot \sin \theta_4 \quad 4.11$$

$$x_{m5}=L_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \cos \theta_2 + L_3 \cdot \cos \theta_3 + (L_5 - d_5) \cdot \cos (\theta_5) \quad 4.12$$

$$y_{m5}=L_1 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \sin \theta_2 + L_3 \cdot \sin \theta_3 + (L_5 - d_5) \cdot \sin (\theta_5) \quad 4.13$$

$$\begin{aligned} x_{m6}=L_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \cos \theta_2 + L_3 \cdot \cos \theta_3 + L_5 \cdot \cos (\theta_5) \\ + (L_6 - d_6) \cdot \cos (\theta_6) \end{aligned} \quad 4.14$$

$$y_{m6}=L_1 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \sin \theta_2 + L_3 \cdot \sin \theta_3 + L_5 \cdot \sin (\theta_5) \quad 4.15$$

$$+(L_6-d_6) \cdot \sin(\theta_6)$$

$$\begin{aligned} x_{m7} = & L_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \cos \theta_2 + L_3 \cdot \cos \theta_3 + L_5 \cdot \cos(\theta_5) \\ & + L_6 \cdot \cos(\theta_6) + r \cdot \cos \left(\theta_7 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + (L_7-d_7) \cdot \cos(\theta_7) \end{aligned} \quad 4.16$$

$$\begin{aligned} y_{m7} = & L_1 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \sin \theta_2 + L_3 \cdot \sin \theta_3 + L_5 \cdot \sin(\theta_5) \\ & + L_6 \cdot \sin(\theta_6) + r \cdot \sin \left(\theta_7 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + (L_7-d_7) \cdot \sin(\theta_7) \end{aligned} \quad 4.17$$

4.1.2. Ağırlık Merkezlerinin Hızları

Modelde yer alan uzuvların ağırlık merkezlerinin hızları, uzuvların yataya göre açılarına bağlı olarak $\dot{x}_m$ ve $\dot{y}_m$ ile gösterilmiştir.

$$\dot{x}_{m1} = -d_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 \quad 4.18$$

$$\dot{y}_{m1} = d_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 \quad 4.19$$

$$\dot{x}_{m2} = -L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - d_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 \quad 4.20$$

$$\dot{y}_{m2} = L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + d_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 \quad 4.21$$

$$\dot{x}_{m3} = -L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 - d_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 \quad 4.22$$

$$\dot{y}_{m3} = L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 + d_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3 \quad 4.23$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_{m4} = & -L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 - L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 \\ & - d_4 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \sin \theta_4\end{aligned}\quad 4.24$$

$$\begin{aligned}\dot{y}_{m4} = & L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 + L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3 \\ & + d_4 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \cos \theta_4\end{aligned}\quad 4.25$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_{m5} = & -L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 - L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 \\ & - (L_5 - d_5) \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \sin (\theta_5)\end{aligned}\quad 4.26$$

$$\begin{aligned}\dot{y}_{m5} = & L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 + L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3 \\ & + (L_5 - d_5) \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \cos (\theta_5)\end{aligned}\quad 4.27$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_{m6} = & -L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 - L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 \\ & - L_5 \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \sin (\theta_5) - (L_6 - d_6) \cdot \dot{\theta}_6 \cdot \sin (\theta_6)\end{aligned}\quad 4.28$$

$$\begin{aligned}\dot{y}_{m6} = & L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 + L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3 \\ & + L_5 \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \cos (\theta_5) + (L_6 - d_6) \cdot \dot{\theta}_6 \cdot \cos (\theta_6)\end{aligned}\quad 4.29$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_{m7} = & -L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 - L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 \\ & - L_5 \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \sin (\theta_5) - L_6 \cdot \dot{\theta}_6 \cdot \sin (\theta_6) - r \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \sin \left(\theta_7 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - (L_7 - d_7) \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \sin (\theta_7)\end{aligned}\quad 4.30$$

$$\begin{aligned}\dot{y}_{m7} = & L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 + L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3 \\ & + L_5 \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \cos (\theta_5) + L_6 \cdot \dot{\theta}_6 \cdot \cos (\theta_6) + r \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \cos \left(\theta_7 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + (L_7 - d_7) \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \cos (\theta_7)\end{aligned}\quad 4.31$$

4.1.3. Ağırlık Merkezlerinin İvmeleri

Modelde yer alan uzuvların ağırlık merkezlerinin ivmeleri, uzuvların yatay göre açılarına bağlı olarak $\ddot{x}_m$ ve $\ddot{y}_m$ ile gösterilmiştir.

$$\ddot{x}_{m1} = -d_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - d_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \cos \theta_1 \quad 4.32$$

$$\ddot{y}_{m1} = d_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 - d_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 \quad 4.33$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{m2} = & -L_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - L_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \cos \theta_1 - r \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - r \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \\ & - d_2 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 - d_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \cos \theta_2 \end{aligned} \quad 4.34$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_{m2} = & L_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 - L_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - r \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \\ & + d_2 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 - d_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \sin \theta_2 \end{aligned} \quad 4.35$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{m3} = & -L_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - L_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \cos \theta_1 - r \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - r \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \\ & - L_2 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 - L_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \cos \theta_2 - d_3 \cdot \ddot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 - d_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot \cos \theta_3 \end{aligned} \quad 4.36$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_{m3} = & L_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 - L_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - r \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \\ & + L_2 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 - L_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \sin \theta_2 + d_3 \cdot \ddot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3 - d_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot \sin \theta_3 \end{aligned} \quad 4.37$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{m4} = & -L_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - L_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \cos \theta_1 - r \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - r \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \\ & - L_2 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 - L_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \cos \theta_2 - L_3 \cdot \ddot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 - L_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot \cos \theta_3 - d_4 \cdot \ddot{\theta}_4 \cdot \sin \theta_4 \\ & - d_4 \cdot \dot{\theta}_4^2 \cdot \cos \theta_4 \end{aligned} \quad 4.38$$

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_{m4} = & L_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 - L_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - r \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \\
& + L_2 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 - L_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \sin \theta_2 + d_3 \cdot \ddot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3 - d_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot \sin \theta_3 + d_4 \cdot \ddot{\theta}_4 \cdot \cos \theta_4 \\
& - d_4 \cdot \dot{\theta}_4^2 \cdot \sin \theta_4
\end{aligned} \tag{4.39}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_{m5} = & -L_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - L_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \cos \theta_1 - r \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - r \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \\
& - L_2 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 - L_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \cos \theta_2 - L_3 \cdot \ddot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 - L_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot \cos \theta_3 - (L_5 - d_5) \cdot \ddot{\theta}_5 \cdot \sin (\theta_5) \\
& - (L_5 - d_5) \cdot \dot{\theta}_5^2 \cdot \cos (\theta_5)
\end{aligned} \tag{4.40}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_{m5} = & L_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 - L_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - r \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \\
& + L_2 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 - L_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \sin \theta_2 + d_3 \cdot \ddot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3 - d_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot \sin \theta_3 + (L_5 - d_5) \cdot \ddot{\theta}_5 \cdot \cos (\theta_5) \\
& - (L_5 - d_5) \cdot \dot{\theta}_5^2 \cdot \sin (\theta_5)
\end{aligned} \tag{4.41}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_{m6} = & -L_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - L_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \cos \theta_1 - r \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - r \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \\
& - L_2 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 - L_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \cos \theta_2 - L_3 \cdot \ddot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 - L_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot \cos \theta_3 - L_5 \cdot \ddot{\theta}_5 \cdot \sin (\theta_5) \\
& - L_5 \cdot \dot{\theta}_5^2 \cdot \cos (\theta_5) - (L_6 - d_6) \cdot \ddot{\theta}_6 \cdot \sin (\theta_6) - (L_6 - d_6) \cdot \dot{\theta}_6^2 \cdot \cos (\theta_6)
\end{aligned} \tag{4.42}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_{m6} = & L_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 - L_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - r \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \\
& + L_2 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 - L_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \sin \theta_2 + d_3 \cdot \ddot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3 - d_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot \sin \theta_3 + L_5 \cdot \ddot{\theta}_5 \cdot \cos (\theta_5) \\
& - L_5 \cdot \dot{\theta}_5^2 \cdot \sin (\theta_5) + (L_6 - d_6) \cdot \ddot{\theta}_6 \cdot \cos (\theta_6) - (L_6 - d_6) \cdot \dot{\theta}_6^2 \cdot \sin (\theta_6)
\end{aligned} \tag{4.43}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_{m7} = & -L_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - L_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \cos \theta_1 - r \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - r \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \\
& - L_2 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 - L_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \cos \theta_2 - L_3 \cdot \ddot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 - L_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot \cos \theta_3 - L_5 \cdot \ddot{\theta}_5 \cdot \sin (\theta_5) \\
& - L_5 \cdot \dot{\theta}_5^2 \cdot \cos (\theta_5) - L_6 \cdot \ddot{\theta}_6 \cdot \sin (\theta_6) - L_6 \cdot \dot{\theta}_6^2 \cdot \cos (\theta_6) - r \cdot \ddot{\theta}_7 \cdot \sin \left(\theta_7 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \\
& - r \cdot \dot{\theta}_7^2 \cdot \cos \left(\theta_7 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - (L_7 - d_7) \cdot \ddot{\theta}_7 \cdot \sin (\theta_7) - (L_7 - d_7) \cdot \dot{\theta}_7^2 \cdot \cos (\theta_7)
\end{aligned} \tag{4.44}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_{m7} = & L_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 - L_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - r \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \\
& + L_2 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 - L_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \sin \theta_2 + d_3 \cdot \ddot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3 - d_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot \sin \theta_3 + L_5 \cdot \ddot{\theta}_5 \cdot \cos (\theta_5) \\
& - L_5 \cdot \dot{\theta}_5^2 \cdot \sin (\theta_5) + L_6 \cdot \ddot{\theta}_6 \cdot \cos (\theta_6) - L_6 \cdot \dot{\theta}_6^2 \cdot \sin (\theta_6) + r \cdot \ddot{\theta}_7 \cdot \cos \left(\theta_7 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \\
& - r \cdot \dot{\theta}_7^2 \cdot \sin \left(\theta_7 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + (L_7 - d_7) \cdot \ddot{\theta}_7 \cdot \cos (\theta_7) - (L_7 - d_7) \cdot \dot{\theta}_7^2 \cdot \sin (\theta_7)
\end{aligned} \tag{4.45}$$

4.2. Hareket Denklemlerinin Belirlenmesi

Yürümenin matematiksel modellenmesi ile ilgili literatürde yer alan bazı çalışmalarda [34,47–49,52,53], Lagrange denklemleri kullanılmış ve önemli sonuçlar elde edilmiştir. Bu çalışmada da sistemin hareket denklemleri, genelleştirilmiş koordinatlar uzayında Lagrange denklemi kullanılarak belirlenmiştir.

Bunun için öncelikle, genelleştirilmiş koordinatların ortaya konması gerekir. 7 serbestlik dereceli, holonomik modele ait uzuvların her biri, yatay eksene göre dairesel hareket yapmaktadırlar. Bu sistem için tam ve bağımsız genelleştirilmiş koordinat takımı;

$$\theta=(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7) \quad 4.46$$

Seçilen genelleştirilmiş koordinatlara bağlı olarak genelleştirilmiş torklar aşağıdaki gibidir;

$$T=(T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7) \quad 4.47$$

Sistem içinde yer alan uzuvlar gravitasyonel potansiyel enerjiye sahiptirler. Genelleştirilmiş koordinatlar cinsinden sistemin potansiyel enerjisi;

$$U=U(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7) \quad 4.48$$

Uzuvların kinetik enerjileri, hem genelleştirilmiş koordinatlar hem de genelleştirilmiş hızlara bağlı olduğundan sistemin sahip olduğu kinetik enerji;

$$K=K(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4, \dot{\theta}_5, \dot{\theta}_6, \dot{\theta}_7) \quad 4.49$$

Belirlenen kinetik ve potansiyel enerji ifadelerine göre, Lagrange fonksiyoneli veya Lagrangian;

$$L=K-U \quad 4.50$$

Buna göre, sistemin hareket denklemlerini veren Lagrange denklemi şu şekilde elde edilir;

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = T_i \quad (i=1, \dots, 7) \quad 4.51$$

Lagrange hareket denklemlerinin belirlenmesi için, sistemin toplam potansiyel ve kinetik enerji denklemlerinin elde edilmesi gerekir. Sonrasında ise, genelleştirilmiş koordinatlara ve genelleştirilmiş hızlara göre türevlerine ihtiyaç vardır.

Modelde yer alan uzuvların sahip oldukları potansiyel enerjileri;

$$U_i = m_i \cdot g \cdot y_{mi} \quad 4.52$$

Denklem 4.52'ye göre her bir uzvun potansiyel enerjisi;

$$U_1 = m_1 \cdot g \cdot (d_1 \cdot \sin \theta_1) \quad 4.53$$

$$U_2 = m_2 \cdot g \cdot \left(L_1 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + d_2 \cdot \sin \theta_2 \right) \quad 4.54$$

$$U_3 = m_3 \cdot g \cdot \left(L_1 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \sin \theta_2 + d_3 \cdot \sin \theta_3 \right) \quad 4.55$$

$$U_4 = m_4 \cdot g \cdot \left(L_1 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \sin \theta_2 + L_3 \cdot \sin \theta_3 + d_4 \cdot \sin \theta_4 \right) \quad 4.56$$

$$U_5 = m_5 \cdot g \cdot \left(L_1 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \sin \theta_2 + L_3 \cdot \sin \theta_3 + (L_5 - d_5) \cdot \sin (\theta_5) \right) \quad 4.57$$

$$U_6 = m_6 \cdot g \cdot \left(L_1 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \sin \theta_2 + L_3 \cdot \sin \theta_3 + L_5 \cdot \sin (\theta_5) + (L_6 - d_6) \cdot \sin (\theta_6) \right) \quad 4.58$$

$$U_7 = m_7 \cdot g \cdot \left(L_1 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \sin \theta_2 + L_3 \cdot \sin \theta_3 + L_5 \cdot \sin (\theta_5) + L_6 \cdot \sin (\theta_6) + r \cdot \sin \left(\theta_7 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + (L_7 - d_7) \cdot \sin (\theta_7) \right) \quad 4.59$$

Sistemin sahip olduğu toplam potansiyel enerji U;

$$U=U_1+U_2+U_3+U_4+U_5+U_6+U_7$$

4.60

Burada yer alan tüm denklemler detaylı yazıldığında, sistemin toplam potansiyel enerjisi

$$\begin{aligned}
 U = & m_1 \cdot g \cdot (d_1 \cdot \sin \theta_1) + m_2 \cdot g \cdot \left(L_1 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + d_2 \cdot \sin \theta_2 \right) \\
 & + m_3 \cdot g \cdot \left(L_1 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \sin \theta_2 + d_3 \cdot \sin \theta_3 \right) \\
 & + m_4 \cdot g \cdot \left(L_1 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \sin \theta_2 + L_3 \cdot \sin \theta_3 \right. \\
 & \quad \left. + d_4 \cdot \sin \theta_4 \right) \\
 & + m_5 \cdot g \cdot \left(L_1 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \sin \theta_2 + L_3 \cdot \sin \theta_3 \right. \\
 & \quad \left. + (L_5 - d_5) \cdot \sin (\theta_5) \right) \\
 & + m_6 \cdot g \cdot \left(L_1 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \sin \theta_2 + L_3 \cdot \sin \theta_3 \right. \\
 & \quad \left. + L_5 \cdot \sin (\theta_5) + (L_6 - d_6) \cdot \sin (\theta_6) \right) \\
 & + m_7 \cdot g \cdot \left(L_1 \cdot \sin \theta_1 + r \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \sin \theta_2 + L_3 \cdot \sin \theta_3 \right. \\
 & \quad \left. + L_5 \cdot \sin (\theta_5) + L_6 \cdot \sin (\theta_6) + r \cdot \sin \left(\theta_7 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + (L_7 - d_7) \cdot \sin (\theta_7) \right)
 \end{aligned}$$

4.61

Toplam potansiyel enerjinin genelleştirilmiş koordinatlara göre türevleri;

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial U}{\partial \theta_1} = & (m_1 \cdot d_1 + m_2 \cdot L_1 + m_3 \cdot L_1 + m_4 \cdot L_1 + m_5 \cdot L_1 + m_6 \cdot L_1 + m_7 \cdot L_1) \cdot g \cdot \cos \theta_1 \\
 & + (m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7) \cdot g \cdot r \cdot \sin \theta_1
 \end{aligned}$$

4.62

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_2} = (m_2 \cdot d_2 + m_3 \cdot L_2 + m_4 \cdot L_2 + m_5 \cdot L_2 + m_6 \cdot L_2 + m_7 \cdot L_2) \cdot g \cdot \cos \theta_2 \quad 4.63$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_3} = (m_3 \cdot d_3 + m_4 \cdot L_3 + m_5 \cdot L_3 + m_6 \cdot L_3 + m_7 \cdot L_3) \cdot g \cdot \cos \theta_3 \quad 4.64$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_4} = m_4 \cdot g \cdot d_4 \cdot \cos \theta_4 \quad 4.65$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_5} = (m_5 \cdot (L_5 - d_5) + m_6 \cdot L_5 + m_7 \cdot L_5) \cdot g \cdot \cos (\theta_5) \quad 4.66$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_6} = (m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot g \cdot \cos (\theta_6) \quad 4.67$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_7} = m_7 \cdot g \cdot ((L_7 - d_7) \cdot \cos (\theta_7) + r \cdot \sin (\theta_7)) \quad 4.68$$

Modelde yer alan uzuvların sahip oldukları kinetik enerjileri;

$$K_i = \frac{1}{2} m_i \cdot \dot{x}_{mi}^2 + \frac{1}{2} m_i \cdot \dot{y}_{mi}^2 + \frac{1}{2} I_i \cdot \dot{\theta}_i^2 \quad 4.69$$

Denklem 4.69'a göre her bir uzvun kinetik enerjisi;

$$K_1 = \frac{1}{2} \cdot (I_1 + m_1 \cdot d_1^2) \cdot \dot{\theta}_1^2 \quad 4.70$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 \cdot (-L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - d_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2)^2 \\ + \frac{1}{2} m_2 \cdot (L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + d_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2)^2 + \frac{1}{2} I_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \quad 4.71$$

$$\begin{aligned}
K_3 = & \frac{1}{2} m_3 \cdot (-L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 - d_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3)^2 \\
& + \frac{1}{2} m_3 \cdot (L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 + d_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3)^2 \\
& + \frac{1}{2} I_3 \cdot \dot{\theta}_3^2
\end{aligned} \tag{4.72}$$

$$\begin{aligned}
K_4 = & \frac{1}{2} m_4 \cdot \left(\begin{array}{l} -L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \\ -L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 - L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 - d_4 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \sin \theta_4 \end{array} \right)^2 \\
& + \frac{1}{2} m_4 \cdot \left(\begin{array}{l} L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \\ +L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 + L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3 + d_4 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \cos \theta_4 \end{array} \right)^2 \\
& + \frac{1}{2} I_4 \cdot \dot{\theta}_4^2
\end{aligned} \tag{4.73}$$

$$\begin{aligned}
K_5 = & \frac{1}{2} m_5 \cdot \left(\begin{array}{l} -L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 - L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 \\ -(L_5 - d_5) \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \sin (\theta_5) \end{array} \right)^2 \\
& + \frac{1}{2} m_5 \cdot \left(\begin{array}{l} L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 + L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3 \\ +(L_5 - d_5) \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \cos (\theta_5) \end{array} \right)^2 \\
& + \frac{1}{2} I_5 \cdot \dot{\theta}_5^2
\end{aligned} \tag{4.74}$$

$$\begin{aligned}
K_6 = & \frac{1}{2} m_6 \cdot \left(\begin{array}{l} -L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 - L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 \\ -L_5 \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \sin (\theta_5) - (L_6 - d_6) \cdot \dot{\theta}_6 \cdot \sin (\theta_6) \end{array} \right)^2
\end{aligned} \tag{4.75}$$

$$\begin{aligned}
& +\frac{1}{2}m_6.\left(L_1.\dot{\theta}_1.\cos\theta_1+r.\dot{\theta}_1.\cos\left(\theta_1-\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)+L_2.\dot{\theta}_2.\cos\theta_2+L_3.\dot{\theta}_3.\cos\theta_3\right. \\
& \quad \left.+L_5.\dot{\theta}_5.\cos(\theta_5)+(L_6-d_6).\dot{\theta}_6.\cos(\theta_6)\right)^2 \\
& \quad +\frac{1}{2}I_6.\dot{\theta}_6^2 \\
K_7=& \frac{1}{2}m_7.\left(-L_1.\dot{\theta}_1.\sin\theta_1-r.\dot{\theta}_1.\sin\left(\theta_1-\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)-L_2.\dot{\theta}_2.\sin\theta_2-L_3.\dot{\theta}_3.\sin\theta_3\right. \\
& \quad -L_5.\dot{\theta}_5.\sin(\theta_5)-L_6.\dot{\theta}_6.\sin(\theta_6)-r.\dot{\theta}_7.\sin\left(\theta_7-\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) \\
& \quad \left.-(L_7-d_7).\dot{\theta}_7.\sin(\theta_7)\right)^2 \\
& +\frac{1}{2}m_7.\left(L_1.\dot{\theta}_1.\cos\theta_1+r.\dot{\theta}_1.\cos\left(\theta_1-\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)+L_2.\dot{\theta}_2.\cos\theta_2+L_3.\dot{\theta}_3.\cos\theta_3\right. \\
& \quad +L_5.\dot{\theta}_5.\cos(\theta_5)+L_6.\dot{\theta}_6.\cos(\theta_6)+r.\dot{\theta}_7.\cos\left(\theta_7-\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) \\
& \quad \left.+(L_7-d_7).\dot{\theta}_7.\cos(\theta_7)\right)^2 \\
& \quad +\frac{1}{2}I_7.\dot{\theta}_7^2
\end{aligned} \tag{4.76}$$

Sistemin sahip olduğu toplam kinetik enerji K;

$$K=K_1+K_2+K_3+K_4+K_5+K_6+K_7 \tag{4.77}$$

Burada yer alan tüm denklemler detaylı yazıldığında, sistemin toplam kinetik enerjisi;

$$\begin{aligned}
K=& \frac{1}{2}.\left(I_1+m_1.d_1^2\right).\dot{\theta}_1^2+\frac{1}{2}m_2.\left(-L_1.\dot{\theta}_1.\sin\theta_1-r.\dot{\theta}_1.\sin\left(\theta_1-\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)\right. \\
& \quad \left.-d_2.\dot{\theta}_2.\sin\theta_2\right)^2 \\
& +\frac{1}{2}m_2.\left(L_1.\dot{\theta}_1.\cos\theta_1+r.\dot{\theta}_1.\cos\left(\theta_1-\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)+d_2.\dot{\theta}_2.\cos\theta_2\right)^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2}m_3 \cdot \left(-L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 - d_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 \right)^2 \\
& + \frac{1}{2}m_3 \cdot \left(L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 + d_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3 \right)^2 \\
& + \frac{1}{2}m_4 \cdot \left(-L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 - L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 \right. \\
& \quad \left. - d_4 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \sin \theta_4 \right)^2 \\
& + \frac{1}{2}m_4 \cdot \left(L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 \right. \\
& \quad \left. + L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3 + d_4 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \cos \theta_4 \right)^2 \\
& + \frac{1}{2}m_5 \cdot \left(-L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 \right. \\
& \quad \left. - L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 - (L_5 - d_5) \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \sin (\theta_5) \right)^2 \\
& + \frac{1}{2}m_5 \cdot \left(L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 \right. \\
& \quad \left. + L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3 + (L_5 - d_5) \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \cos (\theta_5) \right)^2 \\
& + \frac{1}{2}m_6 \cdot \left(-L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 \right. \\
& \quad \left. - L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 - L_5 \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \sin (\theta_5) - (L_6 - d_6) \cdot \dot{\theta}_6 \cdot \sin (\theta_6) \right)^2 \\
& + \frac{1}{2}m_6 \cdot \left(L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 \right. \\
& \quad \left. + L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3 + L_5 \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \cos (\theta_5) + (L_6 - d_6) \cdot \dot{\theta}_6 \cdot \cos (\theta_6) \right)^2 \\
& + \frac{1}{2}m_7 \cdot \left(-L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) - L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 - L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 \right. \\
& \quad - L_5 \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \sin (\theta_5) - L_6 \cdot \dot{\theta}_6 \cdot \sin (\theta_6) - r \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \sin \left(\theta_7 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \\
& \quad \left. - (L_7 - d_7) \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \sin (\theta_7) \right)^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} m_7 \cdot \left(L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \left(\theta_1 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2 + L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3 \right. \\
& \quad + L_5 \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \cos (\theta_5) + L_6 \cdot \dot{\theta}_6 \cdot \cos (\theta_6) + r \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \cos \left(\theta_7 - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) \\
& \quad \left. + (L_7 - d_7) \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \cos (\theta_7) \right)^2 \\
& + \frac{1}{2} \cdot (I_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 + I_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 + I_4 \cdot \dot{\theta}_4^2 + I_5 \cdot \dot{\theta}_5^2 + I_6 \cdot \dot{\theta}_6^2 + I_7 \cdot \dot{\theta}_7^2)
\end{aligned} \tag{4.78}$$

Toplam kinetik enerjinin genelleştirilmiş koordinatlara göre türevleri;

$$\begin{aligned}
\frac{\partial K}{\partial \theta_1} = -\dot{\theta}_1 \cdot \left(\begin{aligned}
& (m_2 \cdot d_2 + m_3 \cdot L_2 + m_4 \cdot L_2 + m_5 \cdot L_2 + m_6 \cdot L_2 + m_7 \cdot L_2) \cdot L_1 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin (\theta_1 - \theta_2) \\
& + (m_3 \cdot d_3 + m_4 \cdot L_3 + m_5 \cdot L_3 + m_6 \cdot L_3 + m_7 \cdot L_3) \cdot L_1 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin (\theta_1 - \theta_3) \\
& + m_4 \cdot d_4 \cdot L_1 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \sin (\theta_1 - \theta_4) \\
& + (m_5 \cdot (L_5 - d_5) + m_6 \cdot L_5 + m_7 \cdot L_5) \cdot L_1 \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \sin (\theta_1 - \theta_5) \\
& + (m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_1 \cdot \dot{\theta}_6 \cdot \sin (\theta_1 - \theta_6) \\
& + m_7 \cdot ((L_7 - d_7) \cdot L_1 + r^2) \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \sin (\theta_1 - \theta_7) + m_7 \cdot L_1 \cdot r \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \cos (\theta_1 - \theta_7) \\
& - (m_2 \cdot d_2 + m_3 \cdot L_2 + m_4 \cdot L_2 + m_5 \cdot L_2 + m_6 \cdot L_2 + m_7 \cdot L_2) \cdot r \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos (\theta_1 - \theta_2) \\
& - (m_3 \cdot d_3 + m_4 \cdot L_3 + m_5 \cdot L_3 + m_6 \cdot L_3 + m_7 \cdot L_3) \cdot r \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos (\theta_1 - \theta_3) \\
& - m_4 \cdot r \cdot d_4 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \cos (\theta_1 - \theta_4) - \\
& (m_5 \cdot (L_5 - d_5) + m_6 \cdot L_5 + m_7 \cdot L_5) \cdot r \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \cos (\theta_1 - \theta_5) \\
& - (m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot r \cdot \dot{\theta}_6 \cdot \cos (\theta_1 - \theta_6) \\
& - m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot r \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \cos (\theta_1 - \theta_7)
\end{aligned} \right)
\end{aligned} \tag{4.79}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial K}{\partial \theta_2} = \dot{\theta}_2 \cdot \left(\begin{aligned}
& (m_2 \cdot d_2 + m_3 \cdot L_2 + m_4 \cdot L_2 + m_5 \cdot L_2 + m_6 \cdot L_2 + m_7 \cdot L_2) \cdot L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin (\theta_1 - \theta_2) \\
& - (m_3 \cdot d_3 + m_4 \cdot L_3 + m_5 \cdot L_3 + m_6 \cdot L_3 + m_7 \cdot L_3) \cdot L_2 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin (\theta_2 - \theta_3) \\
& - m_4 \cdot d_4 \cdot L_2 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \sin (\theta_2 - \theta_4) \\
& - (m_5 \cdot (L_5 - d_5) + m_6 \cdot L_5 + m_7 \cdot L_5) \cdot L_2 \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \sin (\theta_2 - \theta_5) \\
& - (m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_2 \cdot \dot{\theta}_6 \cdot \sin (\theta_2 - \theta_6) \\
& - m_7 \cdot ((L_7 - d_7) \cdot L_2) \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \sin (\theta_2 - \theta_7) - m_7 \cdot L_2 \cdot r \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \cos (\theta_2 - \theta_7) \\
& - (m_2 \cdot d_2 + m_3 \cdot L_2 + m_4 \cdot L_2 + m_5 \cdot L_2 + m_6 \cdot L_2 + m_7 \cdot L_2) \cdot r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos (\theta_1 - \theta_2)
\end{aligned} \right)
\end{aligned} \tag{4.80}$$

$$\frac{\partial K}{\partial \theta_3} = \dot{\theta}_3 \cdot \begin{pmatrix} (m_3.d_3+m_4.L_3+m_5.L_3+m_6.L_3+m_7.L_3).L_1.\dot{\theta}_1.\sin(\theta_1-\theta_3) \\ +(m_3.d_3+m_4.L_3+m_5.L_3+m_6.L_3+m_7.L_3).L_2.\dot{\theta}_2.\sin(\theta_2-\theta_3) \\ -m_4.d_4.L_3.\dot{\theta}_4.\sin(\theta_3-\theta_4) \\ -(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_3.\dot{\theta}_5.\sin(\theta_3-\theta_5) \\ -(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_3.\dot{\theta}_6.\sin(\theta_3-\theta_6) \\ -m_7.((L_7-d_7).L_3).\dot{\theta}_7.\sin(\theta_3-\theta_7)-m_7.L_3.r.\dot{\theta}_7.\cos(\theta_3-\theta_7) \\ -(m_3.d_3+m_4.L_3+m_5.L_3+m_6.L_3+m_7.L_3).r.\dot{\theta}_1.\cos(\theta_1-\theta_3) \end{pmatrix} \quad 4.81$$

$$\frac{\partial K}{\partial \theta_4} = \dot{\theta}_4.m_4.d_4 \cdot \begin{pmatrix} L_1.\dot{\theta}_1.\sin(\theta_1-\theta_4)+L_2.\dot{\theta}_2.\sin(\theta_2-\theta_4) \\ +L_3.\dot{\theta}_3.\sin(\theta_3-\theta_4)-r.\dot{\theta}_1.\cos(\theta_1-\theta_4) \end{pmatrix} \quad 4.82$$

$$\frac{\partial K}{\partial \theta_5} = \dot{\theta}_5 \cdot \begin{pmatrix} (m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_1.\dot{\theta}_1.\sin(\theta_1-\theta_5) \\ +(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_2.\dot{\theta}_2.\sin(\theta_2-\theta_5) \\ -m_4.d_4.L_2.\dot{\theta}_4.\sin(\theta_2-\theta_4) \\ +(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_3.\dot{\theta}_3.\sin(\theta_3-\theta_5) \\ -(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_5.\dot{\theta}_6.\sin(\theta_5-\theta_6) \\ -m_7.((L_7-d_7).L_5).\dot{\theta}_7.\sin(\theta_5-\theta_7)-m_7.L_5.r.\dot{\theta}_7.\cos(\theta_5-\theta_7) \\ -(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).r.\dot{\theta}_1.\cos(\theta_1-\theta_5) \end{pmatrix} \quad 4.83$$

$$\frac{\partial K}{\partial \theta_6} = \dot{\theta}_6 \cdot \begin{pmatrix} (m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_1.\dot{\theta}_1.\sin(\theta_1-\theta_6) \\ +(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_2.\dot{\theta}_2.\sin(\theta_2-\theta_6) \\ +(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_3.\dot{\theta}_3.\sin(\theta_3-\theta_6) \\ +(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_5.\dot{\theta}_5.\sin(\theta_5-\theta_6) \\ -m_7.((L_7-d_7).L_6).\dot{\theta}_7.\sin(\theta_6-\theta_7)-m_7.L_6.r.\dot{\theta}_7.\cos(\theta_6-\theta_7) \\ -(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).r.\dot{\theta}_1.\cos(\theta_1-\theta_6) \end{pmatrix} \quad 4.84$$

$$\frac{\partial K}{\partial \theta_7} = -\dot{\theta}_7 \cdot m_7 \cdot \left(\begin{aligned} &(L_1 \cdot d_7 - L_1 \cdot L_7 + k \cdot r) \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_7) \\ &+ L_2 \cdot (d_7 - L_7) \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin(\theta_2 - \theta_7 - \pi) \\ &+ L_3 \cdot (d_7 - L_7) \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin(\theta_3 - \theta_7) \\ &+ L_5 \cdot (d_7 - L_7) \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \sin(\theta_5 - \theta_7) \\ &+ L_6 \cdot (d_7 - L_7) \cdot \dot{\theta}_6 \cdot \sin(\theta_6 - \theta_7) \\ &+ (L_7 \cdot r - L_1 \cdot r - d_7 \cdot r) \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_7) \\ &- (L_2 \cdot r) \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_7) \\ &- (L_3 \cdot r) \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos(\theta_3 - \theta_7) \\ &- (L_5 \cdot r) \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \cos(\theta_5 - \theta_7) \\ &- (L_6 \cdot r) \cdot \dot{\theta}_6 \cdot \cos(\theta_6 - \theta_7) \end{aligned} \right) \quad 4.85$$

Toplam kinetik enerjinin genelleştirilmiş hızlara göre türevlerinin, zamana göre türevleri;

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = & \left[I_1 + m_1 \cdot d_1^2 + (m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7) \cdot L_1^2 \right. \\
& \left. + (m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7) \cdot r^2 \right] \cdot \ddot{\theta}_1 \\
& + \left[(m_2 \cdot d_2 + (m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7) \cdot L_2) \cdot (L_1 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2)) \right. \\
& \left. + r \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2) \right] \cdot \ddot{\theta}_2 \\
& + \left[(m_3 \cdot d_3 + m_4 \cdot L_3 + m_5 \cdot L_3 + m_6 \cdot L_3 + m_7 \cdot L_3) \cdot (L_1 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_3)) \right. \\
& \left. + r \cdot \sin(\theta_1 - \theta_3) \right] \cdot \ddot{\theta}_3 \\
& + [(m_4 \cdot d_4) \cdot (L_1 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_4)) + r \cdot \sin(\theta_1 - \theta_4)] \cdot \ddot{\theta}_4 \\
& + \left[(m_5 \cdot (L_5 - d_5) + m_6 \cdot L_5 + m_7 \cdot L_5) \cdot (L_1 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_5)) \right. \\
& \left. + r \cdot \sin(\theta_1 - \theta_5) \right] \cdot \ddot{\theta}_5 \\
& + [(m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot (L_1 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_6)) + r \cdot \sin(\theta_1 - \theta_6)] \cdot \ddot{\theta}_6 \\
& + \left[(m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_1 + m_7 \cdot r^2) \cdot \cos(\theta_1 - \theta_7) \right. \\
& \left. + (m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot r - m_7 \cdot r \cdot L_1) \cdot \sin(\theta_1 - \theta_7) \right] \cdot \ddot{\theta}_7 \\
& + (m_2 \cdot d_2 + m_3 \cdot L_2 + m_4 \cdot L_2 + m_5 \cdot L_2 + m_6 \cdot L_2 + m_7 \cdot L_2) \cdot L_1 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2) \\
& + (m_3 \cdot d_3 + m_4 \cdot L_3 + m_5 \cdot L_3 + m_6 \cdot L_3 + m_7 \cdot L_3) \cdot L_1 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot (\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_1) \cdot \sin(\theta_1 - \theta_3) \\
& + m_4 \cdot d_4 \cdot L_1 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot (\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_1) \cdot \sin(\theta_1 - \theta_4) \\
& + (m_5 \cdot (L_5 - d_5) + m_6 \cdot L_5 + m_7 \cdot L_5) \cdot L_1 \cdot \dot{\theta}_5 \cdot (\dot{\theta}_5 - \dot{\theta}_1) \cdot \sin(\theta_1 - \theta_5) \\
& + (m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_1 \cdot \dot{\theta}_6 \cdot (\dot{\theta}_6 - \dot{\theta}_1) \cdot \sin(\theta_1 - \theta_6) \\
& + (m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_1 + m_7 \cdot r^2) \cdot \dot{\theta}_7 \cdot (\dot{\theta}_7 - \dot{\theta}_1) \cdot \sin(\theta_1 - \theta_7) \\
& + (m_2 \cdot d_2 + m_3 \cdot L_2 + m_4 \cdot L_2 + m_5 \cdot L_2 + m_6 \cdot L_2 + m_7 \cdot L_2) \cdot r \cdot \dot{\theta}_2 \cdot (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2) \\
& + (m_3 \cdot d_3 + m_4 \cdot L_3 + m_5 \cdot L_3 + m_6 \cdot L_3 + m_7 \cdot L_3) \cdot r \cdot \dot{\theta}_3 \cdot (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_3) \cdot \cos(\theta_1 - \theta_3) \\
& + m_4 \cdot d_4 \cdot r \cdot \dot{\theta}_4 \cdot (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_4) \cdot \cos(\theta_1 - \theta_4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (m_5 \cdot (L_5 - d_5) + m_6 \cdot L_5 + m_7 \cdot L_5) \cdot r \cdot \dot{\theta}_5 \cdot (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_5) \cdot \cos(\theta_1 - \theta_5) \\
& + (m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot r \cdot \dot{\theta}_6 \cdot (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_6) \cdot \cos(\theta_1 - \theta_6) \\
& + (m_7 \cdot (L_7 - d_7) + m_7 \cdot r \cdot L_1) \cdot \dot{\theta}_7 \cdot (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_7) \cdot \cos(\theta_1 - \theta_7)
\end{aligned}$$

4.86

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_2} \right) = \left[(m_2 \cdot d_2 + (m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7) \cdot L_2) \cdot \begin{pmatrix} L_1 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ -r \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2) \end{pmatrix} \right] \cdot \ddot{\theta}_1$$

$$+ [I_2 + m_2 \cdot d_2^2 + (m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7) \cdot L_2^2] \cdot \ddot{\theta}_2$$

$$+ [(m_3 \cdot d_3 + m_4 \cdot L_3 + m_5 \cdot L_3 + m_6 \cdot L_3 + m_7 \cdot L_3) \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_3)] \cdot \ddot{\theta}_3$$

$$+ [m_4 \cdot d_4 \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_4)] \cdot \ddot{\theta}_4$$

$$+ [(m_5 \cdot (L_5 - d_5) + m_6 \cdot L_5 + m_7 \cdot L_5) \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_5)] \cdot \ddot{\theta}_5$$

$$+ [(m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_6)] \cdot \ddot{\theta}_6$$

$$+ [m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_7) - m_7 \cdot r \cdot L_2 \cdot \sin(\theta_2 - \theta_7)] \cdot \ddot{\theta}_7$$

$$+ (m_2 \cdot d_2 + m_3 \cdot L_2 + m_4 \cdot L_2 + m_5 \cdot L_2 + m_6 \cdot L_2 + m_7 \cdot L_2) \cdot L_1 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

$$+ (m_3 \cdot d_3 + m_4 \cdot L_3 + m_5 \cdot L_3 + m_6 \cdot L_3 + m_7 \cdot L_3) \cdot L_2 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot (\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2) \cdot \sin(\theta_2 - \theta_3)$$

$$+ m_4 \cdot d_4 \cdot L_2 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot (\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_2) \cdot \sin(\theta_2 - \theta_4)$$

$$+ (m_5 \cdot (L_5 - d_5) + m_6 \cdot L_5 + m_7 \cdot L_5) \cdot L_2 \cdot \dot{\theta}_5 \cdot (\dot{\theta}_5 - \dot{\theta}_2) \cdot \sin(\theta_2 - \theta_5)$$

$$+ (m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_2 \cdot \dot{\theta}_6 \cdot (\dot{\theta}_6 - \dot{\theta}_2) \cdot \sin(\theta_2 - \theta_6)$$

$$+ m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_2 \cdot \dot{\theta}_7 \cdot (\dot{\theta}_7 - \dot{\theta}_2) \cdot \sin(\theta_2 - \theta_7)$$

$$+ (m_2 \cdot d_2 + m_3 \cdot L_2 + m_4 \cdot L_2 + m_5 \cdot L_2 + m_6 \cdot L_2 + m_7 \cdot L_2) \cdot r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2)$$

$$+ m_7 \cdot r \cdot L_2 \cdot \dot{\theta}_7 \cdot (\dot{\theta}_7 - \dot{\theta}_2) \cdot \cos(\theta_2 - \theta_7)$$

4.87

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_3} \right) = & \left[(m_3 \cdot d_3 + m_4 \cdot L_3 + m_5 \cdot L_3 + m_6 \cdot L_3 + m_7 \cdot L_3) \cdot \begin{pmatrix} L_1 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_3) \\ -r \cdot \sin(\theta_1 - \theta_3) \end{pmatrix} \right] \cdot \ddot{\theta}_1 \\
& + [(m_3 \cdot d_3 + m_4 \cdot L_3 + m_5 \cdot L_3 + m_6 \cdot L_3 + m_7 \cdot L_3) \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_3)] \cdot \ddot{\theta}_2 \\
& + [I_3 + m_3 \cdot d_3^2 + (m_4 + m_5 + m_6 + m_7) \cdot L_3^2] \cdot \ddot{\theta}_3 \\
& + [m_4 \cdot d_4 \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_3 - \theta_4)] \cdot \ddot{\theta}_4 \\
& + [(m_5 \cdot (L_5 - d_5) + m_6 \cdot L_5 + m_7 \cdot L_5) \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_3 - \theta_5)] \cdot \ddot{\theta}_5 \\
& + [(m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_3 - \theta_6)] \cdot \ddot{\theta}_6 \\
& + [m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_3 - \theta_7) - m_7 \cdot r \cdot L_3 \cdot \sin(\theta_3 - \theta_7)] \cdot \ddot{\theta}_7 \\
& + (m_3 \cdot d_3 + m_4 \cdot L_3 + m_5 \cdot L_3 + m_6 \cdot L_3 + m_7 \cdot L_3) \cdot L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot (\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_1) \cdot \sin(\theta_1 - \theta_3) \\
& + (m_3 \cdot d_3 + m_4 \cdot L_3 + m_5 \cdot L_3 + m_6 \cdot L_3 + m_7 \cdot L_3) \cdot L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot (\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2) \cdot \sin(\theta_2 - \theta_3) \\
& + m_4 \cdot d_4 \cdot L_3 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot (\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3) \cdot \sin(\theta_3 - \theta_4) \\
& + (m_5 \cdot (L_5 - d_5) + m_6 \cdot L_5 + m_7 \cdot L_5) \cdot L_3 \cdot \dot{\theta}_5 \cdot (\dot{\theta}_5 - \dot{\theta}_3) \cdot \sin(\theta_3 - \theta_5) \\
& + (m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_3 \cdot \dot{\theta}_6 \cdot (\dot{\theta}_6 - \dot{\theta}_3) \cdot \sin(\theta_3 - \theta_6) \\
& + m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_3 \cdot \dot{\theta}_7 \cdot (\dot{\theta}_7 - \dot{\theta}_3) \cdot \sin(\theta_3 - \theta_7) \\
& + (m_3 \cdot d_3 + m_4 \cdot L_3 + m_5 \cdot L_3 + m_6 \cdot L_3 + m_7 \cdot L_3) \cdot r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_3) \cdot \cos(\theta_1 - \theta_3) \\
& + m_7 \cdot r \cdot L_3 \cdot \dot{\theta}_7 \cdot (\dot{\theta}_7 - \dot{\theta}_3) \cdot \cos(\theta_3 - \theta_7)
\end{aligned} \tag{4.88}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_4} \right) = & [m_4 \cdot d_4 \cdot (L_1 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_4) + r \cdot \sin(\theta_1 - \theta_4))] \cdot \ddot{\theta}_1 \\
& + [m_4 \cdot d_4 \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_4)] \cdot \ddot{\theta}_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +[m_4.d_4.L_3.\cos(\theta_3-\theta_4)].\ddot{\theta}_3+[I_4+m_4.d_4^2].\ddot{\theta}_4 \\
& +m_4.d_4.L_1.\dot{\theta}_1.(\dot{\theta}_4-\dot{\theta}_1).\sin(\theta_1-\theta_4)+m_4.d_4.L_2.\dot{\theta}_2.(\dot{\theta}_4-\dot{\theta}_2).\sin(\theta_2-\theta_4) \\
& +m_4.d_4.L_3.\dot{\theta}_3.(\dot{\theta}_4-\dot{\theta}_3).\sin(\theta_3-\theta_4)+m_4.d_4.r.\dot{\theta}_1.(\dot{\theta}_1-\dot{\theta}_4).\cos(\theta_1-\theta_4)
\end{aligned}$$

4.89

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_5}\right) &= \left[(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5). \begin{pmatrix} L_1.\cos(\theta_1-\theta_5) \\ +r.\sin(\theta_1-\theta_5) \end{pmatrix} \right].\ddot{\theta}_1 \\
& +[(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_2.\cos(\theta_2-\theta_5)].\ddot{\theta}_2 \\
& +[(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_3.\cos(\theta_3-\theta_5)].\ddot{\theta}_3 \\
& +[I_5+m_5.(L_5-d_5)^2+(m_6+m_7).L_5^2].\ddot{\theta}_5 \\
& +[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_5.\cos(\theta_5-\theta_6)].\ddot{\theta}_6 \\
& +[m_7.(L_7-d_7).L_5.\cos(\theta_5-\theta_7)-m_7.r.L_5.\sin(\theta_5-\theta_7)].\ddot{\theta}_7 \\
& +(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_1.\dot{\theta}_1.(\dot{\theta}_5-\dot{\theta}_1).\sin(\theta_1-\theta_5) \\
& +(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_2.\dot{\theta}_2.(\dot{\theta}_5-\dot{\theta}_2).\sin(\theta_2-\theta_5) \\
& +(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_3.\dot{\theta}_3.(\dot{\theta}_5-\dot{\theta}_3).\sin(\theta_3-\theta_5) \\
& +(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_5.\dot{\theta}_6.(\dot{\theta}_5-\dot{\theta}_6).\sin(\theta_5-\theta_6) \\
& +m_7.(L_7-d_7).L_5.\dot{\theta}_7.(\dot{\theta}_5-\dot{\theta}_7).\sin(\theta_5-\theta_7) \\
& +(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).r.\dot{\theta}_1.(\dot{\theta}_1-\dot{\theta}_5).\cos(\theta_1-\theta_5) \\
& +m_7.r.L_5.\dot{\theta}_7.(\dot{\theta}_7-\dot{\theta}_5).\cos(\theta_5-\theta_7)
\end{aligned}$$

4.90

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_6} \right) = & \left[(m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot \begin{pmatrix} L_1 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_6) \\ + r \cdot \sin(\theta_1 - \theta_6) \end{pmatrix} \right] \cdot \ddot{\theta}_1 \\
& + [(m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_6)] \cdot \ddot{\theta}_2 \\
& + [(m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_3 - \theta_6)] \cdot \ddot{\theta}_3 \\
& + [(m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_5 \cdot \cos(\theta_5 - \theta_6)] \cdot \ddot{\theta}_5 \\
& + [I_6 + m_6 \cdot (L_6 - d_6)^2 + m_7 \cdot L_6^2] \cdot \ddot{\theta}_6 \\
& + [m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_6 \cdot \cos(\theta_6 - \theta_7) - m_7 \cdot r \cdot L_6 \cdot \sin(\theta_6 - \theta_7)] \cdot \ddot{\theta}_7 \\
& + (m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot (\dot{\theta}_6 - \dot{\theta}_1) \sin(\theta_1 - \theta_6) \\
& + (m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot (\dot{\theta}_6 - \dot{\theta}_2) \sin(\theta_2 - \theta_6) \\
& + (m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot (\dot{\theta}_6 - \dot{\theta}_3) \sin(\theta_3 - \theta_6) \\
& + (m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_5 \cdot \dot{\theta}_5 \cdot (\dot{\theta}_6 - \dot{\theta}_5) \sin(\theta_5 - \theta_6) \\
& + m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_6 \cdot \dot{\theta}_7 \cdot (\dot{\theta}_7 - \dot{\theta}_6) \cdot \sin(\theta_6 - \theta_7) \\
& + (m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_6) \cos(\theta_1 - \theta_6) \\
& + m_7 \cdot r \cdot L_6 \cdot \dot{\theta}_7 \cdot (\dot{\theta}_7 - \dot{\theta}_6) \cos(\theta_6 - \theta_7)
\end{aligned} \tag{4.91}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_7} \right) = & \left[(m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_1 + m_7 \cdot r^2) \cdot \cos(\theta_1 - \theta_7) \right] \cdot \ddot{\theta}_1 \\
& + [m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_7) - m_7 \cdot r \cdot L_2 \cdot \sin(\theta_2 - \theta_7)] \cdot \ddot{\theta}_2 \\
& + [m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_3 - \theta_7) - m_7 \cdot r \cdot L_3 \cdot \sin(\theta_3 - \theta_7)] \cdot \ddot{\theta}_3 \\
& + [m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_5 \cdot \cos(\theta_5 - \theta_7) - m_7 \cdot r \cdot L_5 \cdot \sin(\theta_5 - \theta_7)] \cdot \ddot{\theta}_5
\end{aligned}$$

$$+[m_7.(L_7-d_7).L_6.\cos(\theta_6-\theta_7)-m_7.r.L_6.\sin(\theta_6-\theta_7)].\ddot{\theta}_6$$

$$+[I_7+m_7.(L_7-d_7)^2].\ddot{\theta}_7$$

$$+(m_7.(L_7-d_7).L_1+m_7.r^2).\dot{\theta}_1.(\dot{\theta}_7-\dot{\theta}_1)\sin(\theta_1-\theta_7)$$

$$+m_7.(L_7-d_7).L_2.\dot{\theta}_2.(\dot{\theta}_7-\dot{\theta}_2)\sin(\theta_2-\theta_7)$$

$$+m_7.(L_7-d_7).L_5.\dot{\theta}_5.(\dot{\theta}_7-\dot{\theta}_5)\sin(\theta_5-\theta_7)$$

$$+m_7.(L_7-d_7).L_6.\dot{\theta}_6.(\dot{\theta}_7-\dot{\theta}_6).\sin(\theta_6-\theta_7)$$

$$+(m_7.(L_7-d_7).r.\dot{\theta}_1.(\dot{\theta}_1-\dot{\theta}_7)\cos(\theta_1-\theta_7)$$

$$+m_7.r.L_1.\dot{\theta}_1.(\dot{\theta}_7-\dot{\theta}_1))\cos(\theta_1-\theta_7)$$

$$+m_7.r.L_2.\dot{\theta}_2.(\dot{\theta}_7-\dot{\theta}_2)\cos(\theta_2-\theta_7)$$

$$+m_7.r.L_3.\dot{\theta}_3.(\dot{\theta}_7-\dot{\theta}_3)\cos(\theta_3-\theta_7)$$

$$+m_7.r.L_5.\dot{\theta}_5.(\dot{\theta}_7-\dot{\theta}_5)\cos(\theta_5-\theta_7)$$

$$+m_7.r.L_6.\dot{\theta}_6.(\dot{\theta}_7-\dot{\theta}_6)\cos(\theta_6-\theta_7)$$

4.92

Yukarıda yapılan ara işlemler neticesinde elde edilen denklemlerden sonra, modelin hareket denklemleri Lagrange denklemi ile belirlenecektir. Denklem 4.51’de yer alan Lagrange fonksiyoneli düzenlendiğinde Lagrange denklemi,

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_i}\right)-\frac{\partial K}{\partial \theta_i}+\frac{\partial U}{\partial \theta_i}=T_i \quad 4.93$$

Yukarıda elde edilen ifadeler denklem 4.93’te yazıldığında, 7 adet hareket denklem elde edilir. Belirlenen tüm denklemler, matris-vektör formunda şu şekilde gösterilir;

$$A(\theta).\ddot{\theta}+C(\theta,\dot{\theta})+G(\theta)=T_i \quad 4.94$$

Bu denklemde yer alan;

- $A(\theta) \in R^{7 \times 7}$, Atalet matrisi
- $\ddot{\theta} \in R^7$, Açısal ivme vektörü
- $C(\theta, \dot{\theta}) \in R^7$, Coriolis/Merkezcil vektörü
- $G(\theta) \in R^7$, Yerçekimi vektörü
- T_i , Genelleştirilmiş tork vektörü

Denklem 4.94'te yer alan matris ve vektörler detaylı gösterildiğinde, iki ayaklı yürüme modelinin hareket denklemleri şu şekilde belirlenir;

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} & A_{17} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & A_{26} & A_{27} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} & A_{37} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & A_{45} & A_{46} & A_{47} \\ A_{51} & A_{52} & A_{53} & A_{54} & A_{55} & A_{56} & A_{57} \\ A_{61} & A_{62} & A_{63} & A_{64} & A_{65} & A_{66} & A_{67} \\ A_{71} & A_{72} & A_{73} & A_{74} & A_{75} & A_{76} & A_{77} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_4 \\ \ddot{\theta}_5 \\ \ddot{\theta}_6 \\ \ddot{\theta}_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{21} \\ C_{31} \\ C_{41} \\ C_{51} \\ C_{61} \\ C_{71} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{11} \\ G_{21} \\ G_{31} \\ G_{41} \\ G_{51} \\ G_{61} \\ G_{71} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ T_7 \end{bmatrix} \quad 4.95$$

Bu denklemde yer alan, $A(\theta)$ atalet matrisinin elemanları aşağıda verilmiştir. Matrisin ilk satırının elemanları;

$$A_{11} = \begin{bmatrix} I_1 + m_1 \cdot d_1^2 + (m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7) \cdot L_1^2 \\ + (m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7) \cdot r^2 \end{bmatrix} \quad 4.96$$

$$A_{12} = [(m_2 \cdot d_2 + (m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7) \cdot L_2) \cdot (L_1 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2) + r \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2))] \quad 4.97$$

$$A_{13} = [(m_3 \cdot d_3 + (m_4 + m_5 + m_6 + m_7) \cdot L_3) \cdot (L_1 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_3) + r \cdot \sin(\theta_1 - \theta_3))] \quad 4.98$$

$$A_{14} = [(m_4 \cdot d_4) \cdot (L_1 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_4) + r \cdot \sin(\theta_1 - \theta_4))] \quad 4.99$$

$$A_{15} = [(m_5 \cdot (L_5 - d_5) + (m_6 + m_7) \cdot L_5) \cdot (L_1 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_5) + r \cdot \sin(\theta_1 - \theta_5))] \quad 4.100$$

$$A_{16}=[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).(L_1.\cos(\theta_1-\theta_6)+r.\sin(\theta_1-\theta_6))] \quad 4.101$$

$$A_{17}=\begin{bmatrix} (m_7.(L_7-d_7).L_1+m_7.r^2).\cos(\theta_1-\theta_7) \\ + (m_7.(L_7-d_7).r-m_7.r.L_1).\sin(\theta_1-\theta_7) \end{bmatrix} \quad 4.102$$

Atalet matrisinin ikinci satırının elemanları;

$$A_{21}=[(m_2.d_2+(m_3+m_4+m_5+m_6+m_7).L_2).(L_1.\cos(\theta_1-\theta_2)+r.\sin(\theta_1-\theta_2))] \quad 4.103$$

$$A_{22}=[I_2+m_2.d_2^2+(m_3+m_4+m_5+m_6+m_7).L_2^2] \quad 4.104$$

$$A_{23}=[(m_3.d_3+(m_4+m_5+m_6+m_7).L_3).L_2.\cos(\theta_2-\theta_3)] \quad 4.105$$

$$A_{24}=[m_4.d_4.L_2.\cos(\theta_2-\theta_4)] \quad 4.106$$

$$A_{25}=[(m_5.(L_5-d_5)+(m_6+m_7).L_5).L_2.\cos(\theta_2-\theta_5)] \quad 4.107$$

$$A_{26}=[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_2.\cos(\theta_2-\theta_6)] \quad 4.108$$

$$A_{27}=[m_7.(L_7-d_7).L_2.\cos(\theta_2-\theta_7)-m_7.r.L_2.\sin(\theta_2-\theta_7)] \quad 4.109$$

Atalet matrisinin üçüncü satırının elemanları;

$$A_{31}=[(m_3.d_3+(m_4+m_5+m_6+m_7).L_3).(L_1.\cos(\theta_1-\theta_3)+r.\sin(\theta_1-\theta_3))] \quad 4.110$$

$$A_{32}=[(m_3.d_3+(m_4+m_5+m_6+m_7).L_3).L_2.\cos(\theta_2-\theta_3)] \quad 4.111$$

$$A_{33}=[I_3+m_3.d_3^2+(m_4+m_5+m_6+m_7).L_3^2] \quad 4.112$$

$$A_{34}=[m_4.d_4.L_3.\cos(\theta_3-\theta_4)] \quad 4.113$$

$$A_{35}=[(m_5.(L_5-d_5)+(m_6+m_7).L_5).L_3.\cos(\theta_3-\theta_5)] \quad 4.114$$

$$A_{36}=[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_3.\cos(\theta_3-\theta_6)] \quad 4.115$$

$$A_{37}=[m_7.(L_7-d_7).L_3.\cos(\theta_3-\theta_7)-m_7.r.L_3.\sin(\theta_3-\theta_7)] \quad 4.116$$

Atalet matrisinin dördüncü satırının elemanları;

$$A_{41}=[m_4.d_4.(L_1.\cos(\theta_1-\theta_4)+r.\sin(\theta_1-\theta_4))] \quad 4.117$$

$$A_{42}=[m_4.d_4.L_2.\cos(\theta_2-\theta_4)] \quad 4.118$$

$$A_{43}=[m_4.d_4.L_3.\cos(\theta_3-\theta_4)] \quad 4.119$$

$$A_{44}=[I_4+m_4.d_4^2] \quad 4.120$$

$$A_{45}=0 \quad 4.121$$

$$A_{46}=0 \quad 4.122$$

$$A_{47}=0 \quad 4.123$$

Atalet matrisinin beşinci satırının elemanları;

$$A_{51}=[(m_5.(L_5-d_5)+(m_6+m_7).L_5).(L_1.\cos(\theta_1-\theta_5)+r.\sin(\theta_1-\theta_5))] \quad 4.124$$

$$A_{52}=[(m_5.(L_5-d_5)+(m_6+m_7).L_5).L_2.\cos(\theta_2-\theta_5)] \quad 4.125$$

$$A_{53}=[(m_5.(L_5-d_5)+(m_6+m_7).L_5).L_3. \cos (\theta_3 -\theta_5)] \quad 4.126$$

$$A_{54}=0 \quad 4.127$$

$$A_{55}=[I_5+m_5.(L_5-d_5)^2+(m_6+m_7).L_5^2] \quad 4.128$$

$$A_{56}=[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_5. \cos (\theta_5 -\theta_6)] \quad 4.129$$

$$A_{57}=[m_7.(L_7-d_7).L_5. \cos (\theta_5 -\theta_7)- m_7.r.L_5.\sin (\theta_5 -\theta_7)] \quad 4.130$$

Atalet matrisinin altıncı satırının elemanları;

$$A_{61}=[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).(L_1. \cos (\theta_1 -\theta_6)+r. \sin (\theta_1 -\theta_6))] \quad 4.131$$

$$A_{62}=[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_2. \cos (\theta_2 -\theta_6)] \quad 4.132$$

$$A_{63}=[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_3. \cos (\theta_3 -\theta_6)] \quad 4.133$$

$$A_{64}=0 \quad 4.134$$

$$A_{65}=[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_5. \cos (\theta_5 -\theta_6)] \quad 4.135$$

$$A_{66}=[I_6+m_6.(L_6-d_6)^2+m_7.L_6^2] \quad 4.136$$

$$A_{67}=[m_7.(L_7-d_7).L_6. \cos (\theta_6 -\theta_7)- m_7.r.L_6.\sin (\theta_6 -\theta_7)] \quad 4.137$$

Atalet matrisinin yedinci satırının elemanları;

$$A_{71} = \begin{bmatrix} (m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_1 + m_7 \cdot r^2) \cdot \cos(\theta_1 - \theta_7) \\ + (m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot r - m_7 \cdot r \cdot L_1) \cdot \sin(\theta_1 - \theta_7) \end{bmatrix} \quad 4.138$$

$$A_{72} = [m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_7) - m_7 \cdot r \cdot L_2 \cdot \sin(\theta_2 - \theta_7)] \quad 4.139$$

$$A_{73} = [m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_3 - \theta_7) - m_7 \cdot r \cdot L_3 \cdot \sin(\theta_3 - \theta_7)] \quad 4.140$$

$$A_{74} = 0 \quad 4.141$$

$$A_{75} = [m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_5 \cdot \cos(\theta_5 - \theta_7) - m_7 \cdot r \cdot L_5 \cdot \sin(\theta_5 - \theta_7)] \quad 4.142$$

$$A_{76} = [m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_6 \cdot \cos(\theta_6 - \theta_7) - m_7 \cdot r \cdot L_6 \cdot \sin(\theta_6 - \theta_7)] \quad 4.143$$

$$A_{77} = [I_7 + m_7 \cdot (L_7 - d_7)^2] \quad 4.144$$

Denklem 4.95’de yer alan, $C(\theta, \dot{\theta})$ Coriolis/merkezcil vektörünün elemanları aşağıda verilmiştir.

$$C_{11}=(m_2.d_2+(m_3+m_4+m_5+m_6+m_7).L_2).L_1.\dot{\theta}_2^2.\sin(\theta_1-\theta_2)$$

$$+(m_3.d_3+(m_4+m_5+m_6+m_7).L_3).L_1.\dot{\theta}_3^2.\sin(\theta_1-\theta_3)$$

$$+m_4.d_4.L_1.\dot{\theta}_4^2.\sin(\theta_1-\theta_4)$$

$$+(m_5.(L_5-d_5)+(m_6+m_7).L_5).L_1.\dot{\theta}_5^2.\sin(\theta_1-\theta_5)$$

$$+(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_1.\dot{\theta}_6^2.\sin(\theta_1-\theta_6)$$

$$+(m_7.(L_7-d_7).L_1+m_7.r^2).\dot{\theta}_7^2.\sin(\theta_1-\theta_7)$$

$$-(m_2.d_2+(m_3+m_4+m_5+m_6+m_7).L_2).r.\dot{\theta}_2^2.\cos(\theta_1-\theta_2)$$

$$-(m_3.d_3+(m_4+m_5+m_6+m_7).L_3).r.\dot{\theta}_3^2.\cos(\theta_1-\theta_3)$$

$$-m_4.d_4.r.\dot{\theta}_4^2.\cos(\theta_1-\theta_4)$$

$$-(m_5.(L_5-d_5)+(m_6+m_7).L_5).r.\dot{\theta}_5^2.\cos(\theta_1-\theta_5)$$

$$-(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).r.\dot{\theta}_6^2.\cos(\theta_1-\theta_6)$$

$$-(m_7.(L_7-d_7).r-m_7.r.L_1).\dot{\theta}_7^2.\cos(\theta_1-\theta_7)$$

4.145

$$C_{21}=(m_2.d_2+(m_3+m_4+m_5+m_6+m_7).L_2).L_1.\dot{\theta}_2^2.\sin(\theta_1-\theta_2)$$

$$+(m_3.d_3+(m_4+m_5+m_6+m_7).L_3).L_2.\dot{\theta}_3^2.\sin(\theta_2-\theta_3)$$

$$+m_4.d_4.L_2.\dot{\theta}_4^2.\sin(\theta_2-\theta_4)$$

$$+(m_5.(L_5-d_5)+(m_6+m_7).L_5).L_2.\dot{\theta}_5^2.\sin(\theta_2-\theta_5)$$

$$\begin{aligned}
& + (m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_2.\dot{\theta}_6^2.\sin(\theta_2-\theta_6) \\
& + m_7.(L_7-d_7).L_2.\dot{\theta}_7^2.\sin(\theta_2-\theta_7) \\
& + (m_2.d_2+(m_3+m_4+m_5+m_6+m_7).L_2).r.\dot{\theta}_1^2.\cos(\theta_1-\theta_2) \\
& + m_7.r.L_2.\dot{\theta}_7^2.\cos(\theta_2-\theta_7)
\end{aligned} \tag{4.146}$$

$$\begin{aligned}
C_{31} = & -(m_3.d_3+(m_4+m_5+m_6+m_7).L_3).L_1.\dot{\theta}_1^2.\sin(\theta_1-\theta_3) \\
& -(m_3.d_3+(m_4+m_5+m_6+m_7).L_3).L_2.\dot{\theta}_2^2.\sin(\theta_2-\theta_3) \\
& + m_4.d_4.L_3.\dot{\theta}_4^2.\sin(\theta_3-\theta_4) \\
& + (m_5.(L_5-d_5)+(m_6+m_7).L_5).L_3.\dot{\theta}_5^2.\sin(\theta_3-\theta_5) \\
& + (m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_3.\dot{\theta}_6^2.\sin(\theta_3-\theta_6) \\
& + m_7.(L_7-d_7).L_3.\dot{\theta}_7^2.\sin(\theta_3-\theta_7) \\
& + (m_3.d_3+(m_4+m_5+m_6+m_7).L_3).r.\dot{\theta}_1^2.\cos(\theta_1-\theta_3) \\
& + m_7.r.L_3.\dot{\theta}_7^2.\cos(\theta_3-\theta_7)
\end{aligned} \tag{4.147}$$

$$\begin{aligned}
C_{41} = & -m_4.d_4.L_1.\dot{\theta}_1^2.\sin(\theta_1-\theta_4) \\
& -m_4.d_4.L_2.\dot{\theta}_2^2.\sin(\theta_2-\theta_4) \\
& -m_4.d_4.L_3.\dot{\theta}_3^2.\sin(\theta_3-\theta_4) \\
& + m_4.d_4.r.\dot{\theta}_1^2.\cos(\theta_1-\theta_4)
\end{aligned} \tag{4.148}$$

$$\begin{aligned}
C_{51} = & -(m_5 \cdot (L_5 - d_5) + (m_6 + m_7) \cdot L_5) \cdot L_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_5) \\
& - (m_5 \cdot (L_5 - d_5) + (m_6 + m_7) \cdot L_5) \cdot L_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \sin(\theta_2 - \theta_5) \\
& - (m_5 \cdot (L_5 - d_5) + (m_6 + m_7) \cdot L_5) \cdot L_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot \sin(\theta_3 - \theta_5) \\
& + (m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_5 \cdot \dot{\theta}_6^2 \cdot \sin(\theta_5 - \theta_6) \\
& + m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_5 \cdot \dot{\theta}_7^2 \cdot \sin(\theta_5 - \theta_7) \\
& + (m_5 \cdot (L_5 - d_5) + (m_6 + m_7) \cdot L_5) \cdot r \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_5) \\
& + m_7 \cdot r \cdot L_5 \cdot \dot{\theta}_7^2 \cdot \cos(\theta_5 - \theta_7)
\end{aligned} \tag{4.149}$$

$$\begin{aligned}
C_{61} = & -(m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_6) \\
& - (m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \sin(\theta_2 - \theta_6) \\
& - (m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot \sin(\theta_3 - \theta_6) \\
& - (m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot L_5 \cdot \dot{\theta}_5^2 \cdot \sin(\theta_5 - \theta_6) \\
& + m_7 \cdot (L_7 - d_7) \cdot L_6 \cdot \dot{\theta}_7^2 \cdot \sin(\theta_6 - \theta_7) \\
& + (m_6 \cdot (L_6 - d_6) + m_7 \cdot L_6) \cdot r \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_6) \\
& + m_7 \cdot r \cdot L_6 \cdot \dot{\theta}_7^2 \cdot \cos(\theta_6 - \theta_7)
\end{aligned} \tag{4.150}$$

$$\begin{aligned}
C_{71} = & -(m_7.(L_7-d_7).L_1+m_7.r^2).\dot{\theta}_1^2.\sin(\theta_1-\theta_7) \\
& -m_7.(L_7-d_7).L_2.\dot{\theta}_2^2.\sin(\theta_2-\theta_7) \\
& -m_7.(L_7-d_7).L_3.\dot{\theta}_3^2.\sin(\theta_3-\theta_7) \\
& -m_7.(L_7-d_7).L_5.\dot{\theta}_5^2.\sin(\theta_5-\theta_7) \\
& -m_7.(L_7-d_7).L_6.\dot{\theta}_6^2.\sin(\theta_6-\theta_7) \\
& +m_7.(L_7-d_7-L_1).r.\dot{\theta}_1^2.\cos(\theta_1-\theta_7) \\
& -m_7.r.L_2.\dot{\theta}_2^2.\cos(\theta_2-\theta_7) \\
& -m_7.r.L_3.\dot{\theta}_3^2.\cos(\theta_3-\theta_7) \\
& -m_7.r.L_5.\dot{\theta}_5^2.\cos(\theta_5-\theta_7) \\
& -m_7.r.L_6.\dot{\theta}_6^2.\cos(\theta_6-\theta_7)
\end{aligned} \tag{4.151}$$

Denklem 4.95’de yer alan, $G(\theta)$, yerçekimi vektörünün elemanları aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}
G_{11} = & (m_1.d_1+(m_2+m_3+m_4+m_5+m_6+m_7).L_1).g.\cos\theta_1 \\
& +(m_2+m_3+m_4+m_5+m_6+m_7).g.r.\sin\theta_1
\end{aligned} \tag{4.152}$$

$$G_{21}=(m_2.d_2+(m_3+m_4+m_5+m_6+m_7).L_2).g.\cos\theta_2 \tag{4.153}$$

$$G_{31}=(m_3.d_3+(m_4+m_5+m_6+m_7).L_3).g.\cos\theta_3 \tag{4.154}$$

$$G_{41}=m_4.g.d_4.\cos\theta_4 \tag{4.155}$$

$$G_{51}=(m_5.(L_5-d_5)+(m_6+m_7).L_5). g. \cos (\theta_5) \quad 4.156$$

$$G_{61}=(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6). g. \cos (\theta_6) \quad 4.157$$

$$G_{71}=m_7.g.((L_7-d_7). \cos (\theta_7)+r. \sin (\theta_7)) \quad 4.158$$

4.3.Mafsalsal Torkları

Genelleştirilmiş tork vektörü, uzuvlar üzerine etki eden bileşke tork değerlerini temsil eder. Bileşke tork değerlerini, mafsalsal torkları oluşturur. Mafsallarda oluşan torkların belirlenmesi için ise, bağıl açı değişimlerine ihtiyaç vardır.

Şekil 4.4'te model üzerinde görülen; q_1 , q_2 , q_3 , q_4 , q_5 ve q_6 açıları mafsallarda oluşan bağıl açı değişimlerini göstermektedir. Bu açılar şu şekilde elde edilirler;

$$q_1=\theta_2-\theta_1+\frac{\pi}{2} \quad 4.159$$

$$q_2=\theta_3-\theta_2 \quad 4.160$$

$$q_3=\theta_4-\theta_3 \quad 4.161$$

$$q_4=\theta_5^*-\theta_4=\theta_5-\theta_4-\pi \quad 4.162$$

$$q_5=\theta_5^*-\theta_6^*=\theta_5-\theta_6 \quad 4.163$$

$$q_6=\theta_6^*-\left(\theta_7^*-\frac{\pi}{2}\right)=\theta_6-\theta_7+\frac{\pi}{2} \quad 4.164$$

Elde edilen genelleştirilmiş tork değerlerine göre, mafsalsal torkları şu şekilde belirlenir;

$$T_i = \sum_{j=1}^6 \tau_j \cdot \frac{\partial q_j}{\partial \theta_i} \quad i=1, \dots, 7 \quad 4.165$$

Denklemde yer alan τ_j mafsalsal torklarına karşılık gelmektedir. Genelleştirilmiş torklar ile mafsalsal torkları arasındaki ilişki matris-vektör formunda yazılırsa;

$$T_i = E \cdot \tau_j \quad 4.166$$

Aşağıda verilen 7x6 boyutlarında ki E matrisi, dönüşüm matrisini ifade etmektedir.

$$E = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 4.167$$

4.4 Ayağın Kinetik Analizi ve Basınç Merkezinin (COP) Konumunun İncelenmesi

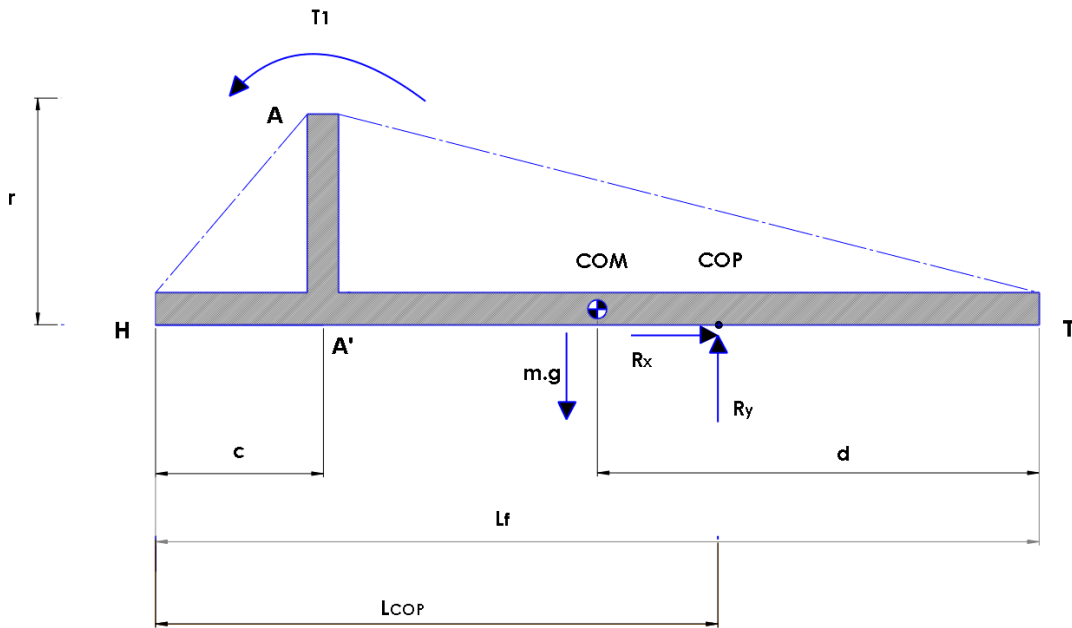
Gerçek insan yürüyüşünde basma evresi; topuğun yere teması etmesi ile başlar, başparmağın yerden ayrılmasıyla son bulur. Ayak, yer ile teması süresince yer tepki kuvvetlerine maruz kalmakta ve bu kuvvetler neticesinde ayak bileği torku oluşmaktadır. Bu kuvvetlerin bileşkesi ise, ayak basınç merkezinde (COP-Center of Pressure) oluşmaktadır.

Bileşke tepki kuvveti; ayak ile yer arasında tek bir noktada etki ettiğinden, bu nokta ayak ve yer uzuvları arasında bir döner mafsalsal gibi düşünülebilir. Buna göre basınç merkezi (COP), topuk ve başparmak ucu arasında sürekli yer değiştiren bir ani dönme merkezidir ve destek ayak bu ani dönme merkezleri etrafında döner. Şekil 4.4'deki modelde 1 numaralı uzuv olarak gösterilen destek ayak, ani dönme merkezi olan O noktası etrafında döner. Bu nokta ayak başparmağının ucu olmayıp, kayma olmaksızın dönmenin gerçekleştiği basınç merkezini göstermektedir. Bu mafsala farazi (kuramsal) mafsalsal denebilir.

Modelde, destek ayağın topuğu ile basınç merkezi arası kısmı ve basınç merkezi ile başparmak ucu arasındaki kısım, birbirine O noktasında döner mafsalla bağlanan ayrı ayrı rijit çubuklarla temsil edilmiştir. Topuk ile basınç merkezi arası bölüm, destek fazında ayağın yere göre dönme hareketini yapan kısımdır. Bu kısım modelde, 1 numaralı uzuv olarak görülmektedir ve analizlerde yer almaktadır. Basınç merkezi ile başparmak ucu arası kısmın ise, destek fazında yer ile bütünleşik olduğu ve sabit bir uzuv gibi davrandığı kabul edilmiştir. Bu kısım ise, modelde ayrı bir uzuv olarak yer almaz ve sistemin dinamiğine herhangi bir etkisinin olmadığı kabul edilmiştir.

Dinamik modelde L_1 uzunluğu, topuk ile basınç merkezi (COP) arası mesafeyi ifade eder. Yani çevrim boyunca değişken bir uzunluktur. Buna bağlı olarak da, basınç merkezi ile ayak kütle merkezi arasındaki d_1 mesafesi de çevrim boyunca değişkenlik gösterir. Öte yandan salınım fazındaki ayağın yer ile teması olmadığı için, herhangi bir dış kuvvet etki etmez. Destek ayak için bahsedilen durum burada geçerli değildir. L_7 uzunluğu sabittir ve topuk ile başparmak arasındaki mesafeye karşılık gelir.

Basınç merkezinin anlık konumunu, dolayısıyla da L_1 uzunluğunu belirlemek için, destek ayak uzvunun kinetik analizi yapılmıştır. Bunun için, Pai ve arkadaşlarının yaptığı çalışmalarda [54–56] ortaya konan, ayak-ters sarkaç modelinde yer alan ayak modelinin bir benzeri seçilmiştir. Bu model ve modele ait serbest cisim diyagramı şekil 4.5'te verilmiştir.



Şekil 4.5 Ayak modeli ve serbest cisim diyagramı

Modele göre ayak, taban boyunca yere temas etmekte ve destek fazı süresince sabit kalmaktadır. Bileşke yer tepki kuvvetlerinin konumu ise, destek fazı süresince değişmektedir.

Ayağın kütle merkezi COM (center of mass), bileşke reaksiyon kuvvetlerinin tesir ettiği nokta COP (center of pressure), ayak bileği torku T_1 ve reaksiyon kuvvetleri (R_x ve R_y) şekilde gösterilmiştir. Şekilde COP'nin konumu; topuğa göre belirlenmiştir. L_f ; topuk ile başparmak ucu arası mesafeyi, c ; topuk ile ayak bileğinin tabandaki izdüşümü arası mesafeyi, d ; ağırlık merkezi ile başparmak ucu arası mesafeyi, r ise; ayak tabanı ile ayak bileği arası mesafeyi göstermektedir. Burada yer alan ayağa ait bazı noktalar arası mesafeler antropometrik verilere uygun olarak belirlenmiştir. Ayağın boyu insan boyuna göre;

$$L_f = 0,152.H \quad 4.168$$

Topuk ile ayak bileğinin ayak tabanındaki izdüşümü arasındaki mesafe c ;

$$c = 0,19.L_f \quad 4.169$$

Ağırlık merkezi ile başparmak ucu arası mesafe d ;

$$d = 0,5.L_f \quad 4.170$$

Ayak tabanı ile ayak bileği arası mesafe r ;

$$r = 0,039.H \quad 4.171$$

Yer tepki kuvvetleri, ayağın birçok bölgesinde yayılı olarak oluşmaktadır. Bu kuvvetlerin bileşkeleri, yürüyüş çevrimi boyunca ayak tabanına basınç merkezinden (COP) etki ederler. Yer tepki kuvvetlerinin, ayak uzvunda oluşturacağı momenti belirlemek için, öncelikle basınç merkezinin konumunun, çevrim boyunca değişiminin incelenmesi gerekmektedir.

Şekil 4.5'te yer alan serbest cisim diyagramına göre, A noktasına göre moment alınırsa;

$$\sum M_A = I_1 \cdot \alpha_1 \quad 4.172$$

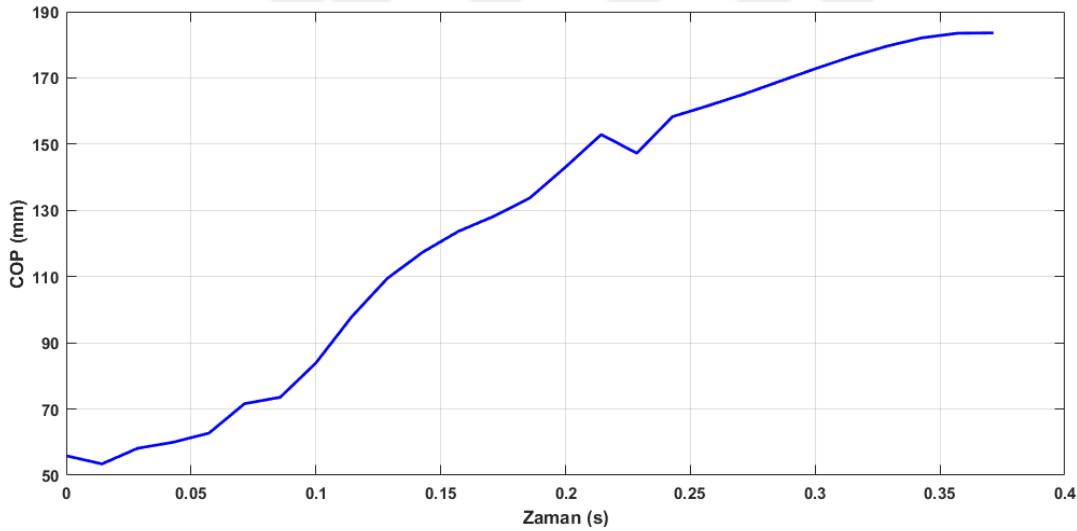
İşlem detaylı yapıldığında moment eşitliği,

$$(L_{COP}-c) \cdot R_y + r \cdot R_x + T_1 - (L_f - c - d) \cdot m \cdot g = I_1 \cdot \alpha_1 \quad 4.173$$

Burada, basınç merkezinin (COP) konumunu veren ifade;

$$L_{COP} = \frac{I_1 \cdot \alpha_1 + (L_f - c - d) \cdot m \cdot g - r \cdot R_x - T_1}{R_y} + c \quad 4.174$$

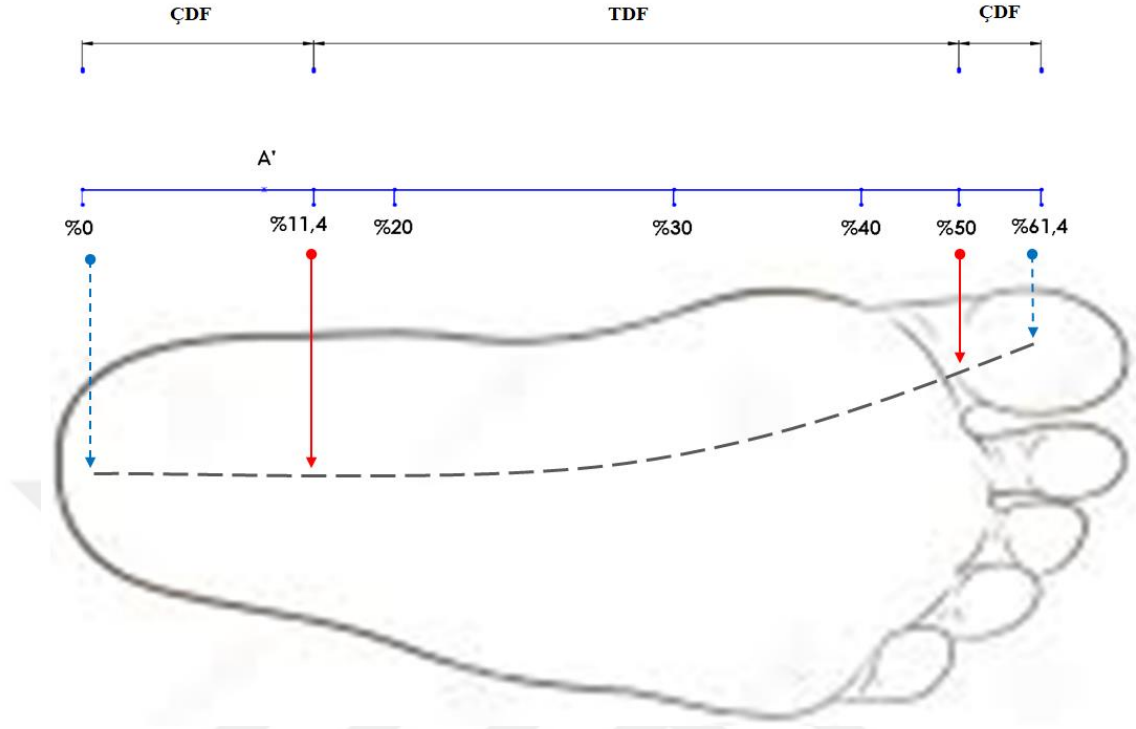
Normal yürüyüş deneylerinde elde edilen yer tepki kuvvetleri, ayak bileği torku, deneğe ait antropometrik ve kinematik veriler; denklem 4.174'te kullanıldığında, tek ayak destek fazında ayak basınç merkezinin (COP) zamana karşı değişim grafiği şekil 4.6'daki gibi oluşmaktadır.



Şekil 4.6 Tek ayak destek fazında basınç merkezinin yatay ekseninde konumu

Grafik 4.6'da basınç merkezinin topuğa göre konumu, yaklaşık 50 mm mesafede başlamaktadır. Bunun sebebi, basınç merkezi 0-50 mm arasındaki bölgede iken, yürüme çift ayak destek fazında (ÇDF) gerçekleşmektedir. Daha sonra tek ayak destek fazı (TDF) başlar. Basınç merkezi yaklaşık 190 mm civarında iken tek ayak destek fazı biter ve tekrar çift ayak destek fazı başlar.

Basınç merkezinin, tam bir yürüyüş çevrimi boyunca ayak tabanında ilerleyişi şekil 4.7'de verilmiştir.



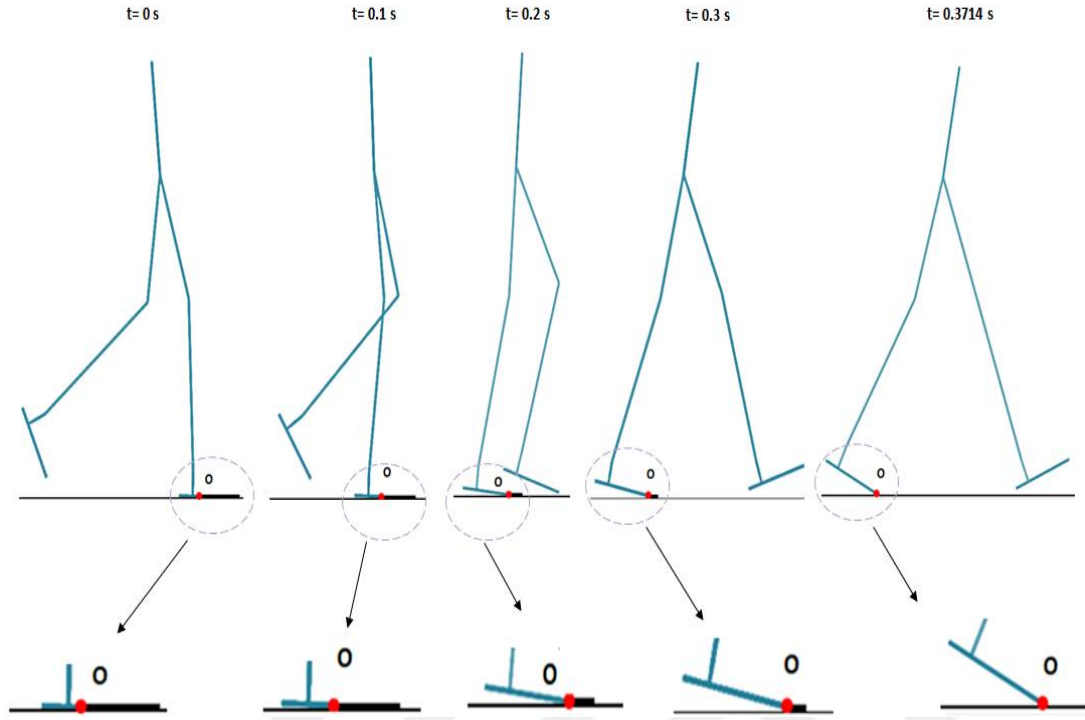
Şekil 4.7 Basınç merkezinin ayak tabanında ilerleyişi

Çevrimin ilk %11,4'lük kısmı, topuğun yere temasıyla başlar ve ayak bileğinin izdüşümünden biraz ileride biter. Bu süreç, çift ayak destek fazında gerçekleşmektedir. Yürüme çevriminin %11,4'ü ile %50'si arası, tek ayak destek fazında geçen süredir. Basınç noktası, ayak başparmağının hemen öncesinde iken biter. Çevrimin %50 ile %61,4'lük kısımları arasında, hareket ikinci çift ayak destek fazındadır. Basınç merkezi başparmak ucuna geldiğinde ise, ayak yer ile teması keser ve salınma başlar.

Ayak basınç merkezinin konumunun incelenmesinin ardından, iki ayaklı model ve destek ayağın konumu Şekil 4.8'de verilmiştir. Şekilde tek ayak destek fazının başlangıcı ve bitişi arasında 5 farklı an için, modelin ve destek ayağın durumları ayrı ayrı görülmektedir.

Destek ayak iki parça olarak gösterilmiştir. Mavi renk ile gösterilen ilk kısım, ayak topuğu ile COP arasındaki kısımdır. Siyah renk ile gösterilen ikinci kısım ise, COP ile ayak başparmağının ucu arasındadır. O noktası, destek ayağın COP'sini gösterir ve ilk kısım bu nokta etrafında döner. Bu kısım Şekil 4.4'deki modelde yer alan 1 numaralı

uzuv olarak değerlendirilmiştir. Ayağın ikinci kısmının ise, tek ayak destek fazında yere sabitlenmiş gibi davranan, pasif bir uzuv olduğu kabulü yapılmıştır.



Şekil 4.8 Tek ayak destek fazında destek ayağın COP etrafında dönmesi

4.5. Matlab/Simulink/Simmechanics ile Yürüyüşün Dinamik Modellenmesi

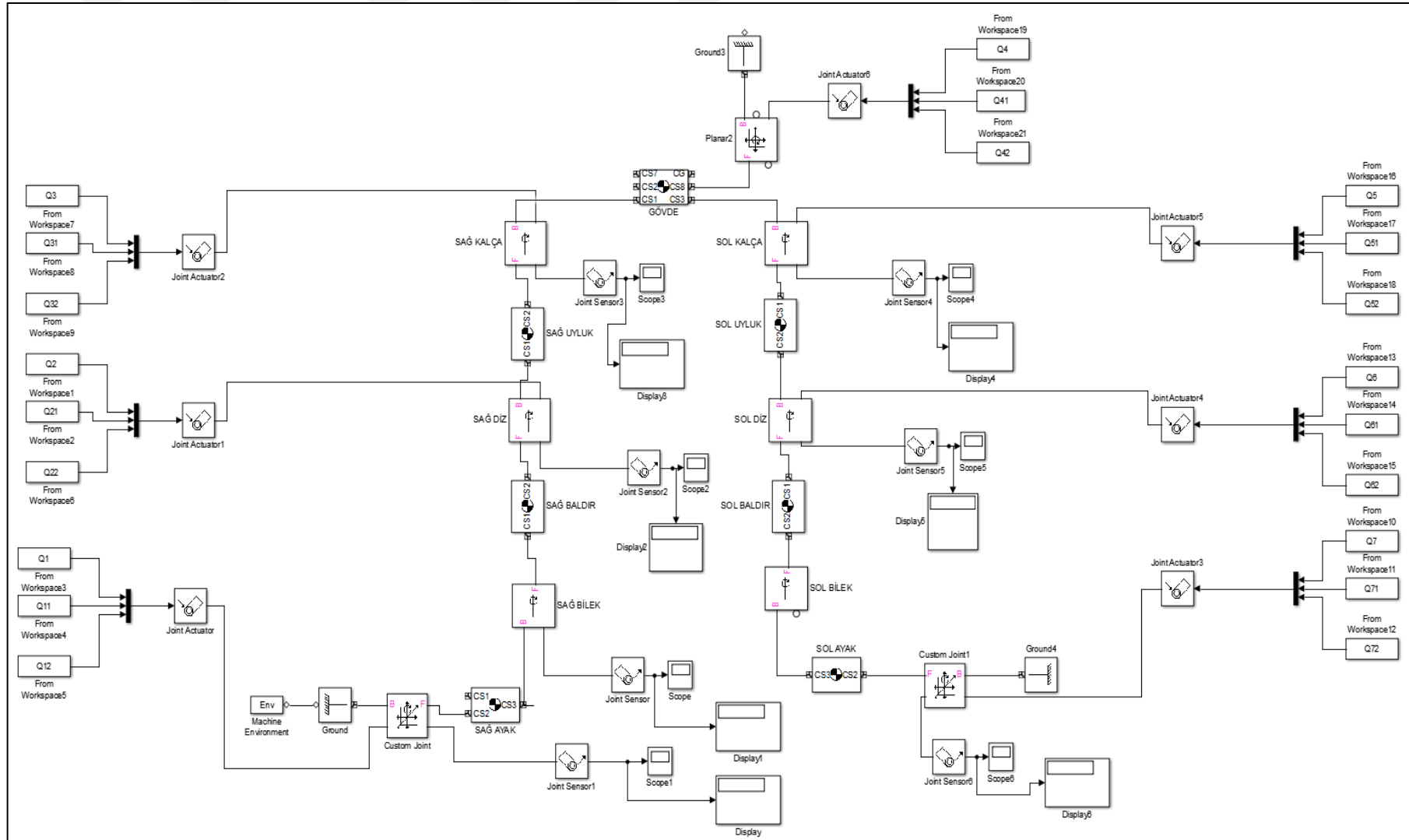
Normal insan yürüyüşü veya dış iskelet giydirilmiş insan yürüyüşü için yapılan dinamik model, bölüm 4.1’de elde edilmişti. Bu modele göre, yürüyüş analitik olarak incelenmiş ve hareket denklemleri elde edilmiştir. Modelde yapılan kabuller, sadeleştirmeler ve idealleştirmeler aynen kabul edilerek, aynı denek için Matlab/Simulink /Simmechanics ortamında da dinamik model oluşturulmuştur. Oluşturulan bu model sayesinde, Winter’ın deneysel çalışmalarında yer alan deneye ait yürüyüşün simülasyonu yapılabilecektir. Ayrıca, denek üzerine dış iskelet giydirildiğinde oluşacak yeni durumun, yani yürüteç-dış iskelet mekanizması ile yürüyüşün de analizi yapılabilecektir. Bu sayede, hareketin gerçekleşebilmesi için gerekli mafsallık torkları elde edilecektir.

Simmechanics modelinde insana ait alt ekstremite uzuvlar, rijit çubuklar olarak modellenmiştir. Uzuvların boyları, kütleleri, kütle merkezlerinin konumları, eylemsizlik momentleri gibi veriler çizelge 3.1'e göre tanımlanmıştır.

Uzuvları birbirlerine bağlayan tüm mafsallar da, tek serbestlik dereceli döner mafsallar olarak modellenmiştir. Dönme serbestliği sadece sagittal düzlemde verilmiştir. Uzuvların hareketleri mafsallara verilen kinematik girdiler ile sağlanmış ve bu sayede mafsallarda oluşan torklar elde edilmiştir. Ayaklar ile yer arasındaki bağlantılar ise, sagittal düzlemde dönme ve yere göre öteleme hareketi yapacak şekilde, iki serbestlik dereceli mafsallar ile sağlanmıştır.

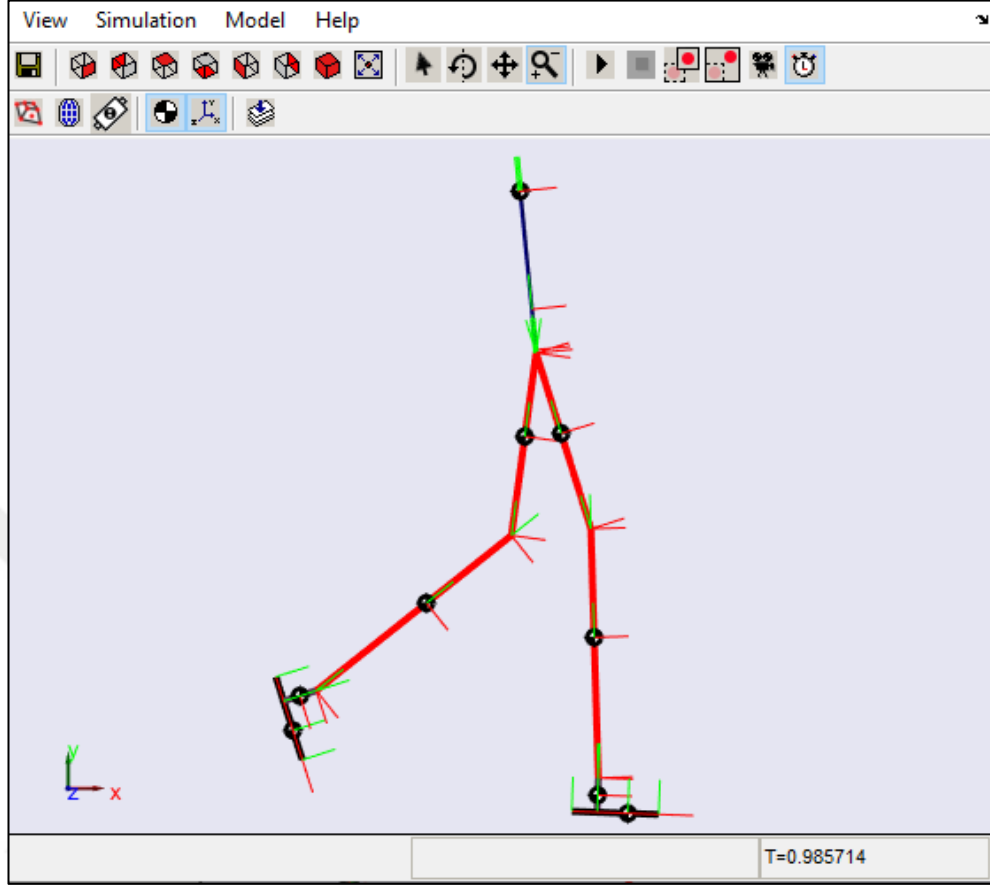
Bölüm 4.4'te destek ayağın, ayak tabanında oluşan basınç merkezi etrafında dairesel hareket yaptığı varsayılmıştır. Simmechanics modelinde de bu yaklaşım aynı şekilde uygulanmıştır. Destek ayak boyu L_1 ve buna bağlı olarak da ağırlık merkezi konumu d_1 , destek fazı süresince değişken olduğundan, her bir zaman dilimi için (1/70 saniye) yeni L_1 değeri programa tanımlanmıştır. Buna göre, L_1 'e bağlı olarak değişen tüm parametreler de yeni değerler almışlardır. Simmechanics'te, hareket süresince değişen uzuv boyu tanımlanamadığından, bu şekilde program 27 kez çalıştırılmış ve sonuçlar elde edilmiştir.

Buna göre, Matlab/Simulink/Simmechanics programı ile oluşturulan, dinamik modele ait blok diyagram şekil 4.9'da verilmiştir.



Şekil 4.9 Yürüyüşe ait simmechanics modeli

Bu modele göre sagital düzlemde elde edilen yürüyüşün simülasyon görüntüsü şekil 4.10'da görülmektedir.



Şekil 4.10 Yürüyüşe ait simülasyon ekranı

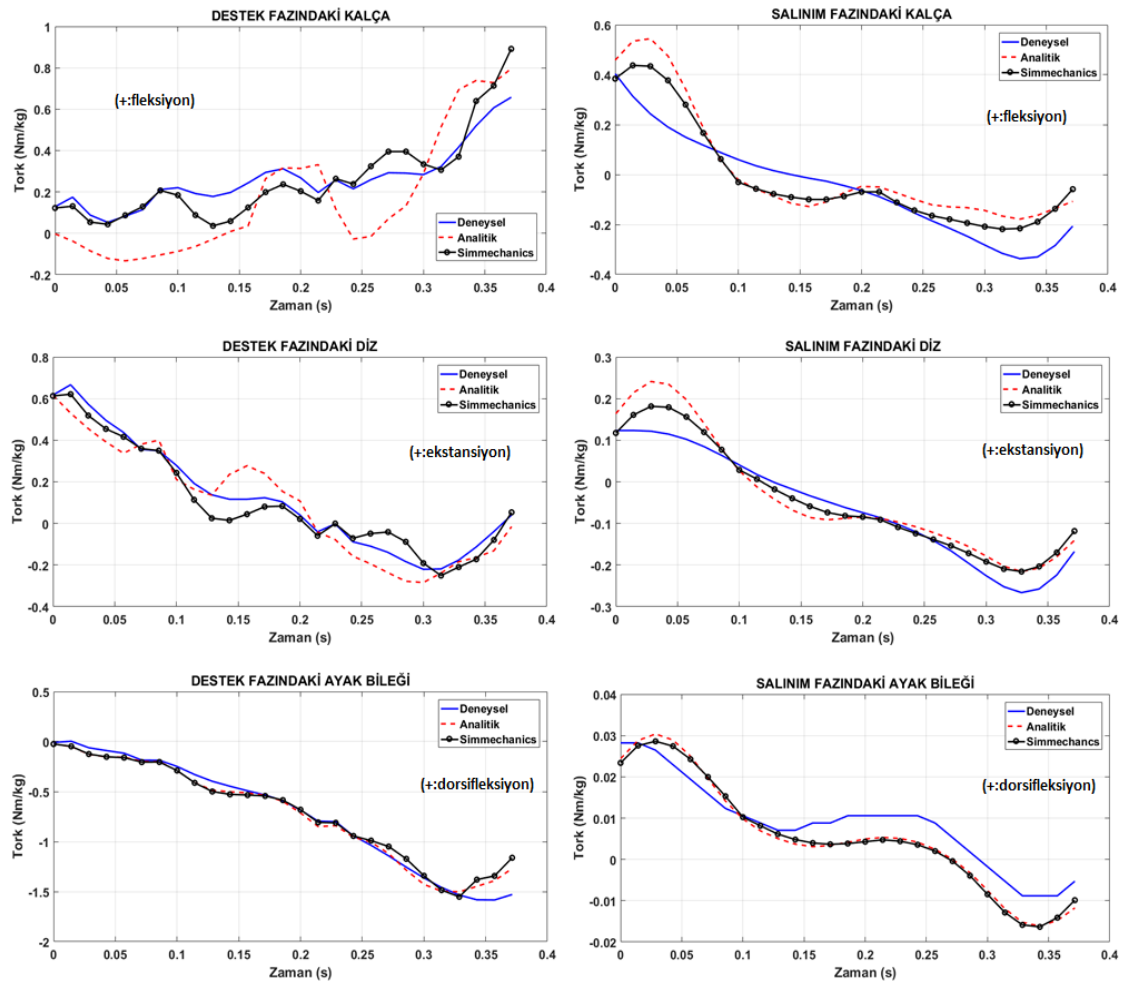
4.6 Mafsal Torklarının Belirlenmesi ve Karşılaştırmalı Sonuçlar

Lagrange denklemlerinin oluşturulmasının ardından net mafsal torkları, 4.95 - 4.167 arasındaki denklemler ile analitik olarak ifade edilmiştir. Bu denklemlerdeki fiziksel parametreler; Winter'ın normal yürüyüş deneylerinde yer alan deneğin boy ve ağırlığına, şekil 3.5 'e göre elde edilen uzuv uzunluklarına ve çizelge 3.1'de yer alan antropometrik verilere göre belirlenmiştir. Kinematik veriler olarak ise, Winter'ın deney sonuçları kullanılmıştır. Belirlenen tüm antropometrik ve kinematik değerler kullanılarak denklemler çözülmüş ve hareketin gerçekleşmesi için gereken mafsal torkları belirlenmiştir.

Bölüm 4.5'te ise yürüyüşün, Matlab/Simulink/Simmechanics ortamında dinamik modeli oluşturulmuştur. Bu modelde yer alan tüm parametreler, çalışmanın analitik kısmındaki gibi belirlenmiştir. Kinematik veriler ise, yine Winter'ın deney

sonuçlarından alınmıştır. Böylelikle, tek ayak destek fazı için normal yürüyüş simülasyonu oluşturulmuş ve bu simülasyonun gerçekleştiği esnada, alt ekstremitte mafsallarında oluşan tork değerleri tespit edilmiştir.

Buna göre, analitik olarak belirlenmiş mafsal torkları ile Simmechanics ortamında belirlenmiş mafsal tork değerleri şekil 4.11’ de verilmiştir. Dinamik modellemelerin uygun olup olmadıklarını ve sonuçların gerçek sonuçlarla ne kadar ilişkili olduklarını görebilmek adına, belirlenen tork değerleri Winter’ın deneysel sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Eklem tork değerleri denneğin ağırlığına göre normalize edilmiş ve grafiklerde normalize tork değerleri karşılaştırılmıştır.



Şekil 4.11 Tek ayak destek fazında oluşan mafsal torkları

Şekil 4.11’de yer alan grafiklere göre, analitik ve simmechanics modellerinden elde edilen tork değerlerinin, deneysel sonuçlarla önemli oranda benzerlik gösterdiği görülmektedir. Değerlendirmelerde, mafsallar destek fazındaki ve salınım fazındaki mafsallar olarak sınıflandırılmıştır. Analitik sonuçlarda; destek diz mafsalında

oluşan hata miktarının destek ayak bileğine, destek kalça mafsasında oluşan hatanın da destek diz mafsasına göre daha fazla olduğu görülmüştür. Aynı durum salınım yapan taraftaki mafsallar için de geçerlidir.

Mafsal tork değerleri, 4.165 - 4.167 denklemlerinde yer alan genelleştirilmiş tork değerlerine göre belirlenmiştir. Ayak bileği tork değerleri, 1 ve 7 numaralı ayak uzuvlarının genelleştirilmiş tork değerlerine eşittir. Ancak diz ve kalça mafsal torklarında ise durum farklıdır. Destek diz mafsali torku, ayak ve baldır (1 ve 2 numaralı uzuvlar) uzuvlarının genelleştirilmiş tork değerlerine göre hesaplanır. Benzer şekilde, salınım yapan kısımdaki diz mafsali torku, 7 ve 6 numaralı uzuvların genelleştirilmiş tork değerlerinin vektörel toplamına eşittir. Kalça mafsallarının tork değerleri ise, ayak, baldır ve uyluk (destek fazındaki kısım için 1,2,3 ve salınım fazındaki kısım için 7,6,5 numaralı uzuvlar) uzuvlarının genelleştirilmiş tork değerlerine göre belirlenmiştir. Bu durumdan kaynaklı olarak hesaplamalarda, uzuvların genelleştirilmiş tork değerlerinde oluşan küçük hatalar birleşerek, mafsal torklarındaki hata miktarlarını artırmışlardır. Dolayısıyla, ayak bileği mafsallarında oluşan çok küçük hatalar, diz ve kalça mafsallarına çıkıldıkça artış göstermektedir.

Maksimum hata değerlerine bakıldığında destek ayak bileğindeki durum hariç, genel olarak aynı değerlendirmeler yapılabilir. Destek ayak bileğinde oluşan maksimum hata değeri 0,186 Nm/kg iken, destek diz mafsasında bu değer 0,176 Nm/kg olarak bulunmuştur. Destek ayağın modellenmesindeki yaklaşımdan kaynaklı olarak, bu ayrışma oluşmuştur.

Destek ayak basınç merkezinin bir ani dönme merkezi olarak kabulü, analitik çözüm sonuçlarının deneysel sonuçlarla büyük oranda örtüşmesini sağlamıştır. Yaklaşık olarak 0.32. saniyeden sonra, hata miktarının artmaya başladığı ve en büyük farkın 0,186 Nm/kg ile hareketin son bölümünde olduğu belirlenmiştir. Bunun sebebi, basınç merkezinin 1.metatarsal eklemin, yani ayak ile başparmak arasındaki eklemin ötesine geçmesinden kaynaklanmaktadır. Bu durumda, dinamik modelde yer alan L_1 ve d_1 uzunluklarının hesaplanmasında hatalar oluşmaktadır. Bundan kaynaklı olarak da, ayak bileği tork değerinde, gerçek sonuçlara göre hata miktarı artmaktadır.

Analitik sonuçlar için yapılan değerlendirmeler, Simmechanics sonuçları için de genel olarak geçerlidir. Sonuçların, analitik ve deneysel sonuçlarla büyük ölçüde uyumlu olduğu görülmektedir. Analitik sonuçlar ile oluşan farklılıkların

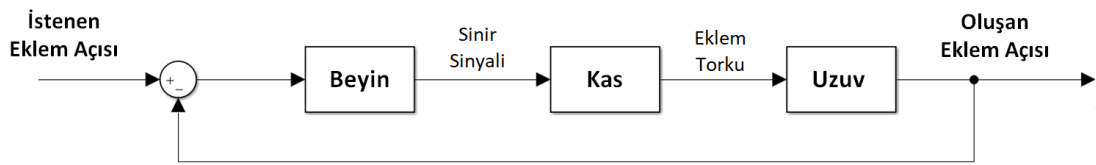
sebeplerinden biri, çözüm yöntemlerinin farklı olmasıdır. Analitik işlemlerdeki mafsal tork değerleri, Lagrange denklemleri ile belirlenmiştir. Blok diyagramlarla oluşturulan Simmechanics dinamik modelindeki kuvvet veya tork değerleri Newton yasaları ile belirlenmektedir. Hareket denklemlerinin çözümü için, Runge-Kutta sayısal metodunun geliştirilmiş bir versiyonu olan Dormand- Prince metodu kullanılmıştır. Ayrıca kinematik verilerin ölçüm hataları da, bu farkların oluşmasında etkili olmuş olabilir.



5. KONTROL SİSTEMİ TASARIMI

Otomatik kontrol sistemleri, bir sistemin çalışmasını denetlemek, ayarlamak ve gerektiğinde müdahale edip istenen koşullara getirmek amacıyla kullanılan sistemler bütünüdür. Kontrol sistemleri denince akla ilk olarak, gelişen teknolojik ürünlerde yer alan kontrol sistemleri gelse de aslında doğada birçok yerde karşımıza çıkmaktadır. Buna verilecek örneklerden en iyilerinden biri de, insan yürüyüşü olabilir.

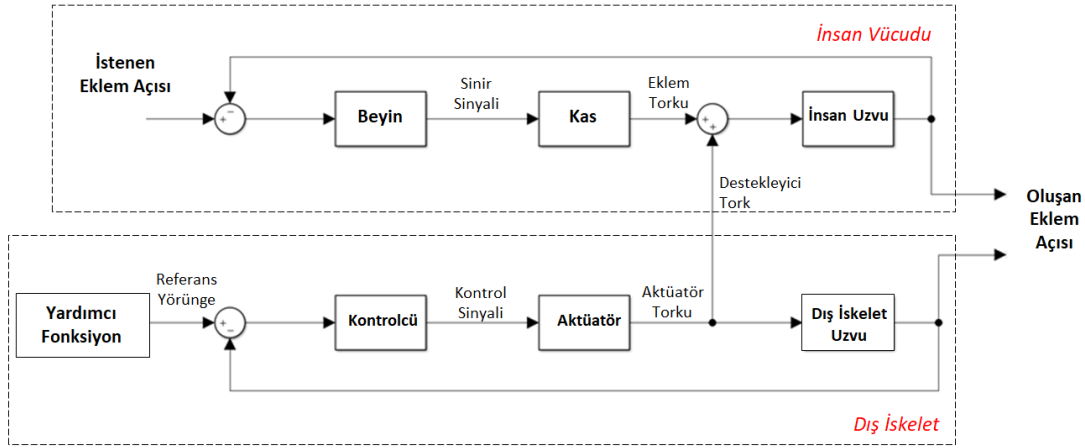
Yürüme hareketi başlangıcında ilk adım öncesinde, yolun şartlarına göre ve yürüme alışkanlıklarına göre, kalça, diz ve ayak bileği mafsalları için istenen açılar belirlenir. Buna göre beyinden gelen sinyaller sinirler vasıtasıyla kaslara iletilir. Kaslar da, eklemlerde tork oluşturarak uzuvları istenen açısal pozisyonlara getirirler. Oluşan eklem açıları göz ve hissetme duyuları ile geri beslenerek, yani istenen ve oluşan açı değerleri arasındaki hatayı kullanarak, ikinci adım için giriş verisini oluşturur. İnsan yürüyüşüne ait, geri beslemeli (kapalı döngü) kontrol sistemine ait blok diyagramı Şekil 5.1 'de görülmektedir.



Şekil 5.1 İnsan uzuvları açı kontrolü blok diyagramı

Dış iskelet sisteminin de kontrol prosedürü, normal insan yürüyüşüne benzer olarak oluşturulabilir. İstenen eklem açıları, önceden belirlenmiş bir fonksiyon aracılığıyla referans giriş olarak üretilebilir. Sistemin en kritik elemanı olan kontrolcü, referans girişe göre aktüatörü aktive eder ve dış iskelet uzuvlarının mafsallarında tork oluşturur. Aktüatörün ürettiği tork aynı zamanda, dış iskeleti üzerinde taşıyan bireyin mafsallarına da etki etmektedir. Bu sayede, hem insan uzuvları hem de dış iskelet uzuvları istenen açısal hareketi yaparlar. Bu değer, referans girişle sensörler

aracılığıyla karşılaştırılmasıyla da yeni referans girişler elde edilir. Bu ifadelerle göre, dış iskelet giydirilmiş insan yürüyüşü için, kapalı döngü kontrol sistemine ait blok diyagram şekil 5.2’de oluşturulmuştur.



Şekil 5.2 Dış iskelet giydirilmiş insan yürüyüşü için blok diyagram [6]

Bu çalışmanın temel unsuru olan, sagittal düzlemde yürüme modeli ve bu modele ait hareket denklemleri, önceki bölümde belirlenmişti. Elde edilen bu diferansiyel denklemler, kontrol sistemi tasarımının ilk adımını oluşturmaktadırlar.

Mekanizmanın kontrolü için önerilen yöntem özetle burada açıklanmıştır. Herhangi bir taraftaki (sağ veya sol) alt ekstremitelere ait kalça ve diz eklemlerinin salınım fazında belirledikleri açısal hareket profillerinin aynısının, diğer taraftaki kalça ve diz eklemleri için, bir süre gecikmeli olarak, yaptırılabilmesi hedeflenmektedir. Herhangi bir hareket kısıtı olmayan sağlıklı uzuvlar, referans uzuvlar olarak ve hareketi kısıtlı olan taraftaki uzuvlar da, takipçi uzuvlar olarak isimlendirilmişlerdir.

Kontrol metodu olarak PID seçilmiştir. Üç temel kontrol etkisi olan; oransal, integral ve türevsel etkilerin avantajlarından faydalanmak amaçlanmıştır. Referans kalça ve referans diz eklemleri için, mevcut olan matematiksel modellere göre sistemin transfer fonksiyonu belirlenecek, kontrol sistemi analitik olarak tasarlanacak ve test edilecektir.

Tüm uzuvların hareketi için matematiksel modellemeler, dördüncü bölümde elde edilmiştir. Modele göre salınım fazındaki, yani referans uyluk uzvunun hareket denklemleri,

$$A_{51}.\ddot{\theta}_1+A_{52}.\ddot{\theta}_2+A_{53}.\ddot{\theta}_3+A_{54}.\ddot{\theta}_4+A_{55}.\ddot{\theta}_5+A_{56}.\ddot{\theta}_6+A_{57}.\ddot{\theta}_7+C_{51}+G_{51}=T_5 \quad 5.1$$

Atalet matris elemanları ve diğer vektör elemanları detaylı olarak yazıldığında denklem;

$$\begin{aligned} & [(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_1].\ddot{\theta}_1 \cdot \cos(\theta_1-\theta_5) \\ & + [(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).r].\ddot{\theta}_1 \cdot \sin(\theta_1-\theta_5) \\ & + [(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_2].\ddot{\theta}_2 \cdot \cos(\theta_2-\theta_5) \\ & + [(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_3].\ddot{\theta}_3 \cdot \cos(\theta_3-\theta_5)+0.\ddot{\theta}_4 \\ & + [I_5+m_5.(L_5-d_5)^2+(m_6+m_7).L_5^2].\ddot{\theta}_5 \\ & + [(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_5].\ddot{\theta}_6 \cdot \cos(\theta_5-\theta_6) \\ & + [m_7.(L_7-d_7).L_5].\ddot{\theta}_7 \cdot \cos(\theta_5-\theta_7)-[m_7.r.L_5].\ddot{\theta}_7 \cdot \sin(\theta_5-\theta_7) \\ & - [(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_1].\dot{\theta}_1^2 \cdot \sin(\theta_1-\theta_5) \\ & - [(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_2].\dot{\theta}_2^2 \cdot \sin(\theta_2-\theta_5) \\ & - [(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_3].\dot{\theta}_3^2 \cdot \sin(\theta_3-\theta_5) \\ & + [(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_5].\dot{\theta}_6^2 \cdot \sin(\theta_5-\theta_6)+[m_7.(L_7-d_7).L_5].\dot{\theta}_7^2 \cdot \sin(\theta_5-\theta_7) \\ & + [(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).r].\dot{\theta}_1^2 \cdot \cos(\theta_1-\theta_5)+[m_7.r.L_5].\dot{\theta}_7^2 \cdot \cos(\theta_5-\theta_7) \\ & + [(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).g] \cdot \cos \theta_5=T_5 \end{aligned} \quad 5.2$$

Denklemden yer alan ve genelleştirilmiş koordinatlar haricindeki ifadeler harfli olarak gösterildiğinde;

$$B=[(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_1].\ddot{\theta}_1 \quad 5.3$$

$$D=[(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).r].\ddot{\theta}_1 \quad 5.4$$

$$E=[(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_2].\ddot{\theta}_2 \quad 5.5$$

$$F=[(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_3].\ddot{\theta}_3 \quad 5.6$$

$$H=[I_5+m_5.(L_5-d_5)^2+(m_6+m_7).L_5^2] \quad 5.7$$

$$J=[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_5].\ddot{\theta}_6 \quad 5.8$$

$$K=[m_7.(L_7-d_7).L_5].\ddot{\theta}_7 \quad 5.9$$

$$L=-[m_7.r.L_5].\ddot{\theta}_7 \quad 5.10$$

$$M=-[(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_1].\dot{\theta}_1^2 \quad 5.11$$

$$N=-[(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_2].\dot{\theta}_2^2 \quad 5.12$$

$$P=-[(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).L_3].\dot{\theta}_3^2 \quad 5.13$$

$$R=[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_5].\dot{\theta}_6^2 \quad 5.14$$

$$S=[m_7.(L_7-d_7).L_5].\dot{\theta}_7^2 \quad 5.15$$

$$V=[(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5).r].\dot{\theta}_1^2 \quad 5.16$$

$$Y=[m_7.r.L_5].\dot{\theta}_7^2 \quad 5.17$$

$$Z=[(m_5.(L_5-d_5)+m_6.L_5+m_7.L_5). g] \quad 5.18$$

Denklem 5.2 düzenlenip yeni formda tekrar yazılırsa;

$$\begin{aligned} & B. \cos (\theta_1 -\theta_5)+ D. \sin (\theta_1 -\theta_5)+E. \cos (\theta_2 -\theta_5)+F. \cos (\theta_3 -\theta_5)+H.\ddot{\theta}_5 \\ & +J. \cos (\theta_5 -\theta_6)+K. \cos (\theta_5 -\theta_7)+L. \sin (\theta_5 -\theta_7)+M. \sin (\theta_1 -\theta_5) \\ & +N. \sin (\theta_2 -\theta_5)+P. \sin (\theta_3 -\theta_5)+R. \sin (\theta_5 -\theta_6)+S. \sin (\theta_5 -\theta_7) \\ & +V. \cos (\theta_1 -\theta_5)+Y. \cos (\theta_5 -\theta_7)+Z. \cos \theta_5 =T_5 \end{aligned} \quad 5.19$$

Denklem 5.19, referans uzvun yatay eksenle yaptığı açı olan θ_5 'e göre hareket denklemidir. Referans kalça mafsalsının matematiksel modelinin elde edilebilmesi için, referans uyluk ve bel uzuvları arasındaki bağıl açı değişimleri ve bağıl tork değerlerinin belirlenmesi gereklidir. Bu değerler bölüm 4.3'te belirlenmişti. Buna göre uyluk uzvunun yatay eksenle yaptığı θ_5 açısının, kalça mafsalsı açısından eşitliği;

$$\theta_5=q_4+\theta_4+\pi \quad 5.20$$

$\ddot{\theta}_5$ açısal ivmesinin, kalça mafsalsının açısal ivmesi cinsinden eşiti;

$$\ddot{\theta}_5=\ddot{q}_4+\ddot{\theta}_4 \quad 5.21$$

Uyluk uzvuna etkiyen bileşke tork değeri T_5 'in, kalça mafsalsı torku cinsinden eşitliği;

$$T_5=T_{c5}-T_6-T_7 \quad 5.22$$

5.20, 5.21 ve 5.22 numaralı denklemler, denklem 5.19'da yazılırsa;

$$\begin{aligned}
& B. \cos (\theta_1 -\theta_4-q_4-\pi)+ D. \sin (\theta_1 -\theta_4-q_4-\pi)+E. \cos (\theta_2 -\theta_4-q_4-\pi) \\
& +F. \cos (\theta_3 -\theta_4-q_4-\pi)+H.(\ddot{q}_4+\ddot{\theta}_4)+J.\cos(q_4+\theta_4+\pi-\theta_6) \\
& +K. \cos (q_4+\theta_4+\pi-\theta_7)+L.\sin (q_4+\theta_4+\pi-\theta_7)+M. \sin (\theta_1 -\theta_4-q_4-\pi) \\
& +N. \sin (\theta_2 -\theta_4-q_4-\pi)+P. \sin (\theta_3 -\theta_4-q_4-\pi)+R. \sin (q_4+\theta_4+\pi-\theta_6) \\
& +S. \sin (q_4+\theta_4+\pi-\theta_7)+V. \cos (\theta_1 -\theta_4-q_4-\pi)+Y. \cos (q_4+\theta_4+\pi-\theta_7) \\
& +Z. \cos (q_4+\theta_4+\pi)=T_{c5}-T_6-T_7
\end{aligned} \tag{5.23}$$

q_4 bağımlı değişkenine göre matematiksel model denklem 5.23'te belirlenmiştir. Diferansiyel denklemin bazı terimlerinde, bağımlı değişken q_4 'ün sinüs ve cosinüslü doğrusal olmayan fonksiyonları yer almaktadır. Bu fonksiyonlar sistemin lineerliğini bozmaktadır. Bu sebeple sistemin matematik modeli, ikinci mertebeden nonlinear (doğrusal olmayan) bir diferansiyel denklemdir.

Klasik yaklaşımla kontrol sistemi tasarlanırken, sistemin matematiksel modelinin elde edilmesinin ardından diferansiyel denklemin Laplace dönüşümü yapılır. Laplace dönüşümü neticesiyle de, sistem modelinden transfer fonksiyonu elde edilir. Ancak, Laplace dönüşümü sadece lineer sistemlere uygulanabilir. Denklem 5.23 ile ortaya konan diferansiyel denklem ise, non-lineerdir ve Laplace dönüşümünün uygulanması için uygun değildir. Bu amaçla, doğrusal olmayan bu denklemin, lineerleştirme işlemi ile yaklaşık bir lineer diferansiyel denklemle ifade edilmesi gerekir.

5.1. Nonlinear Sistemlerin Lineerleştirilmesi

5.1.1. Deviasyon (Sapma) Denkleminin Belirlenmesi

Lineer diferansiyel denklemlerin çözümleri için, birçok önemli metot mevcuttur. Ancak, lineer olmayan denklemler için aynı şey söylenemez. Özel yöntemler kullanmak gereklidir ve bu da her zaman çözüm vermeyebilir. Lineer olmayan diferansiyel denklemler, lineerleştirilirlerse, lineer diferansiyel denklemler için geçerli olan yöntemler bunlar için de kullanılabilirler.

Lineer olmayan diferansiyel denklemlerin, bir çalışma noktası etrafında geçerli olmak üzere, lineer diferansiyel denklemlerle tanımlanmasına lineerleştirme denir. Lineerleştirme işleminin yapılabilmesi için, çalışma noktasında orijinal ilişkiyi tanımlayan eğri ve bu eğrinin türevinin sürekli olması gerekir. Aksi takdirde, bu noktalarda eğriye teğet çizilemez. Bu da lineerleştirmeye imkân sağlamaz.[57]

Nonlinear diferansiyel denklemlerin lineerleştirilmesiyle ilgili bazı çalışmalar yapılmaktadır. Ancak, bunun için hala kesin bir yöntem belirlenememiştir. Literatürde sıkça başvuru yapılan yaklaşım olan [57–59], Taylor serisi ile lineerleştirme işlemi aşağıda sunulmuştur.

Denklemde bulunan nonlinear terimler Taylor serisi ile açılır. Denklemler, değişkenlerin çalışma noktasındaki değerlerinden sapmaları cinsinden yazılır ve sapmaların yüksek dereceli terimleri ihmal edilirler.

Çok değişkenli bir f fonksiyonu verilmiş olsun;

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0 \quad 5.24$$

‘0’ indisi belirli bir çalışma noktasını göstermek üzere;

$$f(x_{10}, x_{20}, x_{30}, \dots, x_{n0}) = 0 \quad 5.25$$

Çalışma noktası etrafında Taylor Serisi açılım yapıldığında;

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \Big|_0 + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \Big|_0 \cdot \delta x_i + \frac{1}{2!} \sum_{i=1, j=1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_0 \cdot \delta x_i \delta x_j \\ + \text{daha yüksek dereceli terimler} = 0 \quad 5.26$$

Açılımda yer alan δx_i ve δx_j gibi terimler değişkenlerin, çalışma noktasında aldıkları değerlerden olan farkları (sapmaları) göstermektedir.

$$\delta x_i = x_i - x_{i0} \quad 5.27$$

5.26 denkleminde ilk terim, çalışma noktasındaki durumu temsil ettiğinden ve denklem 5.25 ile de belirtildiği gibi sıfıra eşittir. Üçüncü ve daha sonraki terimler ise, çok küçük oldukları kabul edilen δ_{x_i} ve δ_{x_j} sapma değerlerinin iki ve daha yüksek terimlerini içerdiklerinden ihmal edilebilirler. Denklem 5.26, kalan terim ile tekrar yazılırsa;

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \bigg|_0 \cdot \delta x_i = 0 \quad 5.28$$

Bu denklem ile f fonksiyonunun çalışma noktası etrafında lineerleştirilmiş hali, deviasyonlar cinsinden belirlenmiş olur. Bu denkleme, deviasyon veya sapma denklemin denir.

5.1.2. Türevlerin Deviasyonu ile Deviasyonların Türevi Arasındaki İlişki

Denklem 5.28 yazılırken, giriş ve çıkış değişkenleri ve bunların türevleri birbirlerinden bağımsız değişkenlermiş gibi değerlendirilir. Dolayısıyla, denklem 5.28'de hem değişkenlerin hem de türevlerinin çalışma noktasındaki değerlerinden sapmaları yer alır. Diferansiyel denklemin deviasyonlar cinsinden elde edilebilmesi için, türevlerin deviasyonları yerine deviasyonların türevleri gereklidir.

Herhangi bir sistemin diferansiyel denklemin, denklem 5.29'da ki gibi verilmiş olsun.

$$f(\ddot{x}, \dot{x}, x) = 0 \quad 5.29$$

Değişkenin ve türevlerinin çalışma noktasındaki değerleri; $x_0, (\dot{x})_0$ ve $(\ddot{x})_0$ olsun. Diferansiyel denklem, çalışma noktasında da geçerli olacağından, denklem 5.21'e göre;

$$f((\ddot{x})_0, (\dot{x})_0, x_0) = 0 \quad 5.30$$

Değişkenin ve türevlerinin, çalışma noktasındaki değerlerine göre deviasyonları;

$$\delta x = x - x_0 \quad 5.31$$

$$\delta(\dot{x}) = \dot{x} - (\dot{x})_0 \quad 5.32$$

$$\delta(\ddot{x}) = \ddot{x} - (\ddot{x})_0 \quad 5.33$$

Diferansiyel denklemi 1.29'daki gibi olan bir sistemin, denklem 1.28'den faydalanarak deviasyon denklemi oluşturulursa;

$$\sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_0 \cdot \delta x_i = \left. \frac{\partial f}{\partial \ddot{x}} \right|_0 \cdot \delta(\ddot{x}) + \left. \frac{\partial f}{\partial \dot{x}} \right|_0 \cdot \delta(\dot{x}) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 \cdot \delta(x) = 0 \quad 5.34$$

Elde edilen bu denklemi, deviasyonların türevi cinsinden bir diferansiyel denkleme dönüştürmek için $\delta(\ddot{x})$ ve $\delta(\dot{x})$ ifadelerini, (δx) 'in türevleri şeklinde yazmak gereklidir. Bunun için, x 'in n . türevi için genel bir gösterim yapılırsa;

$$\delta \left(\frac{d^n x}{dt^n} \right) = \frac{d^n x}{dt^n} - \left(\frac{d^n x}{dt^n} \right)_0 \quad 5.35$$

Eşitliğin sağında yer alan ilk terimde, $x = x_0 + \delta x$ olduğundan;

$$\frac{d^n x}{dt^n} = \frac{d^n (x_0 + \delta x)}{dt^n} \quad 5.36$$

x_0 terimi sabit bir sayı olduğundan türevi sıfır olacaktır. Buna göre,

$$\frac{d^n x}{dt^n} = \frac{d^n (\delta x)}{dt^n} \quad 5.37$$

İfadenin son hali ile birlikte denklem 5.35 tekrar düzenlenirse, türevlerin deviasyonundan deviasyonların türevlerini verecek genel ifade elde edilmiş olur.

$$\delta \left(\frac{d^n x}{dt^n} \right) = \frac{d^n (\delta x)}{dt^n} - \left(\frac{d^n x}{dt^n} \right)_0 \quad 5.38$$

5.2. Referans Kalça Mafsalı Hareket Denkleminin Belirlenmesi

5.2.1. Hareket Denkleminin Lineerleştirilmesi

Bölüm 5.1’de lineer olmayan bir fonksiyon için, lineerleştirme adımları gösterilmiştir. Bu prosedür, nonlinear bir diferansiyel denklem olan referans kalça mafsalının salınım fazındaki hareket denklemi için de uygulanabilir. İlk olarak, denklem 5.23’te belirlenen model düzenlenerek sistemin diferansiyel denklemi φ ile tanımlanırsa;

$$\begin{aligned}\varphi(\ddot{q}_4, q_4, T_{c5}) = & B. \cos(\theta_1 - \theta_4 - q_4 - \pi) + D. \sin(\theta_1 - \theta_4 - q_4 - \pi) + E. \cos(\theta_2 - \theta_4 - q_4 - \pi) \\ & + F. \cos(\theta_3 - \theta_4 - q_4 - \pi) + H.(\ddot{q}_4 + \ddot{\theta}_4) + J. \cos(q_4 + \theta_4 + \pi - \theta_6) + K. \cos(q_4 + \theta_4 + \pi - \theta_7) \\ & + L. \sin(q_4 + \theta_4 + \pi - \theta_7) + M. \sin(\theta_1 - \theta_4 - q_4 - \pi) + N. \sin(\theta_2 - \theta_4 - q_4 - \pi) \\ & + P. \sin(\theta_3 - \theta_4 - q_4 - \pi) + R. \sin(q_4 + \theta_4 + \pi - \theta_6) + S. \sin(q_4 + \theta_4 + \pi - \theta_7) \\ & + V. \cos(\theta_1 - \theta_4 - q_4 - \pi) + Y. \cos(q_4 + \theta_4 + \pi - \theta_7) + Z. \cos(q_4 + \theta_4 + \pi) \\ & - T_{c5} + T_6 + T_7 = 0\end{aligned}\tag{5.39}$$

Denklemin, etrafında lineerleştirildiği çalışma noktası; $(q_4(t_i), T_{c5}(t_i))$ olarak seçilmiştir. Burada, çalışma noktasındaki açı değeri $q_4(t_i) = q_{40}$ ve tork değeri $T_{c5}(t_i) = T_{c50}$ olarak kabul edilmiştir. Denklem 5.39 çalışma noktasında da geçerli olacağından;

$$\begin{aligned}
T_{c50} = & H_0 \cdot (\ddot{q}_{40} + \ddot{\theta}_{40}) + B_0 \cdot \cos(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) + D_0 \cdot \sin(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\
& + E_0 \cdot \cos(\theta_{20} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) + F_0 \cdot \cos(\theta_{30} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) + J_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{60}) \\
& + K_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) + L_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) + M_0 \cdot \sin(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\
& + N_0 \cdot \sin(\theta_{20} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) + P_0 \cdot \sin(\theta_{30} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) + R_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{60}) \\
& + S_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) + V_0 \cdot \cos(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) + Y_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\
& + Z_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi) + T_{60} + T_{70}
\end{aligned} \tag{5.40}$$

Bu sistem için deviasyon denklemi yazılırsa;

$$\sum_{i=1}^6 \left. \frac{\partial \varphi}{\partial q_i} \right|_0 \cdot \delta q_i = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \ddot{q}_4} \right|_0 \cdot \delta(\ddot{q}_4) + \left. \frac{\partial \varphi}{\partial q_4} \right|_0 \cdot \delta(q_4) + \left. \frac{\partial \varphi}{\partial T_{c5}} \right|_0 \cdot \delta(T_{c5}) = 0 \tag{5.41}$$

Bu denklemde yer alan ifadeler detaylandırıldığında;

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial \ddot{q}_4} \right|_0 \cdot \delta(\ddot{q}_4) = H_0 \cdot \delta(\ddot{q}_4) \tag{5.42}$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial q_4} \right|_0 \cdot \delta(q_4) = \begin{bmatrix} B_0 \cdot \sin(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) - D_0 \cdot \cos(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ + E_0 \cdot \sin(\theta_{20} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) + F_0 \cdot \sin(\theta_{30} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ - J_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{60}) - K_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ + L_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) - M_0 \cdot \cos(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ - N_0 \cdot \cos(\theta_{20} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) - P_0 \cdot \cos(\theta_{30} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ + R_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{60}) + S_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ + V_0 \cdot \sin(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) - Y_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ - Z_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi) \end{bmatrix} \cdot \delta(q_4) \tag{5.43}$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial T_{c5}} \right|_0 \cdot \delta(T_{c5}) = -\delta(T_{c5}) \tag{5.44}$$

Bu ifadeler, denklem 5.41’de yerlerine yazılırlarsa deviasyon denklemi;

$$H_0 \cdot \delta(\ddot{q}_4) + \begin{bmatrix} B_0 \cdot \sin(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) - D_0 \cdot \cos(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ + E_0 \cdot \sin(\theta_{20} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) + F_0 \cdot \sin(\theta_{30} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ - J_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{60}) - K_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ + L_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) - M_0 \cdot \cos(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ - N_0 \cdot \cos(\theta_{20} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) - P_0 \cdot \cos(\theta_{30} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ + R_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{60}) + S_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ + V_0 \cdot \sin(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) - Y_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ - Z_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi) \end{bmatrix} \cdot \delta(q_4) - \delta(T_{c5}) = 0 \quad 5.45$$

Bu denklem, q_4 değişkeninin sadece ikinci türevini içermektedir. Bu terimi denklem 5.38 'deki gibi, türevin deviasyonu yerine deviasyonun türevi cinsinden belirlemek için;

$$\delta\left(\frac{d^2 q_4}{dt^2}\right) = \frac{d^2(\delta q_4)}{dt^2} - \left(\frac{d^2 q_4}{dt^2}\right)_0 \quad 5.46$$

Denklem düzenlendiğinde son hali;

$$\delta(\ddot{q}_4) = \frac{d^2}{dt^2}(q_4 - q_{40}) - \ddot{q}_{40} = \ddot{q}_4 - \ddot{q}_{40} \quad 5.47$$

$\ddot{q}_{40}$ ifadesi q_4 değişkeninin çalışma noktasındaki ikinci türevidir. Denklem 5.47 , $\delta(q_4) = q_4 - q_{40}$ eşitliği ve $\delta(T_{c5}) = T_{c5} - T_{c50}$ eşitliği denklem 5.45'te deviasyon denkleminde ilgili yerlere yazılırsa;

$$\begin{aligned}
H_0 \cdot [\ddot{q}_4 - \ddot{q}_{40}] + & \begin{bmatrix} B_0 \cdot \sin(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) - D_0 \cdot \cos(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ + E_0 \cdot \sin(\theta_{20} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) + F_0 \cdot \sin(\theta_{30} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ - J_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{60}) - K_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ + L_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) - M_0 \cdot \cos(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ - N_0 \cdot \cos(\theta_{20} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) - P_0 \cdot \cos(\theta_{30} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ + R_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{60}) + S_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ + V_0 \cdot \sin(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) - Y_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ - Z_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi) \end{bmatrix} \cdot [q_4 - q_{40}] \\
& = T_{c5} - T_{c50} \tag{5.48}
\end{aligned}$$

Bu denkleme, denklem 5.40'tan T_{c50} değeri yazılıp, gerekli sadeleştirme ve düzenlemeler yapıldığında; referans kalça eklemının salınım fazındaki , $q_4 = q_{40}$ ve $T_{c5} = T_{c50}$ durumu civarlarındaki lineerleştirilmiş diferansiyel denklemi elde edilir.

$$\begin{aligned}
H_0 \cdot \ddot{q}_4 + & \begin{bmatrix} B_0 \cdot \sin(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) - D_0 \cdot \cos(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ + E_0 \cdot \sin(\theta_{20} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) + F_0 \cdot \sin(\theta_{30} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ - J_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{60}) - K_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ + L_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) - M_0 \cdot \cos(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ - N_0 \cdot \cos(\theta_{20} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) - P_0 \cdot \cos(\theta_{30} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ + R_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{60}) + S_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ + V_0 \cdot \sin(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) - Y_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ - Z_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi) \end{bmatrix} \cdot q_4 \\
& = T_{c5} + \begin{bmatrix} B_0 \cdot \sin(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) - D_0 \cdot \cos(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ + E_0 \cdot \sin(\theta_{20} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) + F_0 \cdot \sin(\theta_{30} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ - J_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{60}) - K_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ + L_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) - M_0 \cdot \cos(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ - N_0 \cdot \cos(\theta_{20} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) - P_0 \cdot \cos(\theta_{30} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ + R_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{60}) + S_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ + V_0 \cdot \sin(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) - Y_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ - Z_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi) \end{bmatrix} \cdot q_{40}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\begin{array}{c} H_0 \cdot (\ddot{q}_{40} + \ddot{\theta}_{40}) \\ +B_0 \cdot \cos(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) + D_0 \cdot \sin(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ +E_0 \cdot \cos(\theta_{20} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) + F_0 \cdot \cos(\theta_{30} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ +J_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{60}) + K_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ +L_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) + M_0 \cdot \sin(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ +N_0 \cdot \sin(\theta_{20} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) + P_0 \cdot \sin(\theta_{30} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ +R_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{60}) + S_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ +V_0 \cdot \cos(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) + Y_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ +Z_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi) + T_{60} + T_{70} \end{array} \right] \quad 5.49
\end{aligned}$$

Burada denklemi sadeleştirmek adına;

$$\begin{aligned}
u = & \left[\begin{array}{c} B_0 \cdot \sin(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) - D_0 \cdot \cos(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ +E_0 \cdot \sin(\theta_{20} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) + F_0 \cdot \sin(\theta_{30} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ -J_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{60}) - K_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ +L_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) - M_0 \cdot \cos(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ -N_0 \cdot \cos(\theta_{20} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) - P_0 \cdot \cos(\theta_{30} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) \\ +R_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{60}) + S_0 \cdot \cos(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ +V_0 \cdot \sin(\theta_{10} - \theta_{40} - q_{40} - \pi) - Y_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi - \theta_{70}) \\ -Z_0 \cdot \sin(q_{40} + \theta_{40} + \pi) \end{array} \right] \quad 5.50
\end{aligned}$$

olarak ifade edilirse denklem 5.49, şu formda gösterilir,

$$H_0 \cdot \ddot{q}_4 + u \cdot q_4 = T_{c5}(t) + u \cdot q_{40} - T_{c50} + H_0 \cdot \ddot{q}_{40} \quad 5.51$$

5.2.2 Çalışma Noktası Seçimi ve Lineerleştirilmiş Denklem

Lineerleştirme işlemi; lineer olmayan elemanlara sahip bir sistemin, lineer olmayan elemanlarının belirli bir çalışma noktası civarında lineer ilişkilerinin kullanılması anlamına gelir. Yani non-linear elemanın, yapısal ilişki eğrisi üzerinde belirlenen bir çalışma noktasında, bir teğetin ve dolayısıyla da türevinin oluşabilmesi gerekir. Dolayısıyla lineerleştirme yapılabilmesi için, çalışma noktasında orijinal eğri ve bu eğrinin türevinin sürekli olması gereklidir.[57]

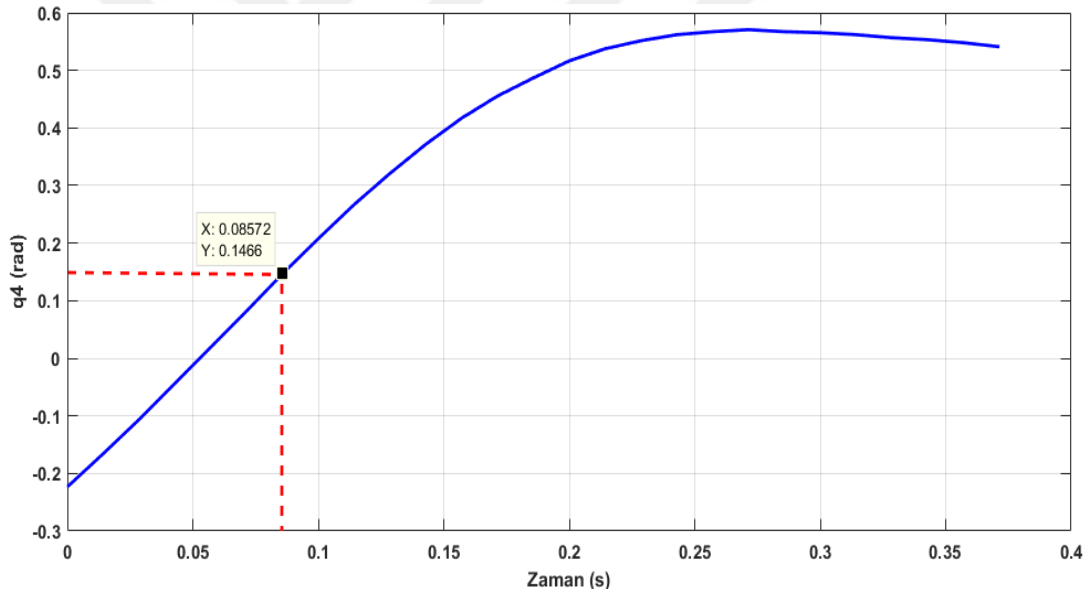
Salınım fazında, kalça mafsallına ait lineerleştirilmiş denklem, denklem 5.51’de elde edilmiştir. Belirlenen bu denklem, non-linear denklemle ifade edilen hareketin genelinde geçerli değildir. Belirlenen bir çalışma noktası ($q_4(t_i), T_{c5}(t_i)$) etrafındaki

dar bir bölgede, hareketin bir kısmını lineer bir diferansiyel denklem vasıtasıyla tanımlar.

Çalışma noktasını belirlemek için, öncelikle lineerliği bozan elemanlar belirlenmelidirler. Bunlar, denklem 5.39’da yer alan trigonometrik ifadelerdir. Bu ifadelerde yer alan q_4 değişkeninin zamana göre değişim eğrisi, 27 noktanın birleşimiyle oluşturulmuştur. Bu eğri üzerinde, bazı noktalar çalışma noktasındaki açı değeri $q_4(t_i)$ olarak seçilmiş ve denenmiştir. En uygun olanı tespit edilmeye çalışılmıştır.

5.2.2.1. Çalışma Noktasının 7. Nokta Olduğu Durum

Deneysel olarak elde edilmiş q_4 değişkeninin zamana göre değişim eğrisinde, $t_7=0,0857$ sn’de aldığı değer, çalışma noktası olarak seçilmiş ve şekil 5.3’te verilmiştir.



Şekil 5.3 Çalışma noktası seçimi

Bu grafiğe göre, hareketin 0.08572. saniyesinde yani 7. noktada, $q_{40}=0,1466$ rad çalışma noktası olarak seçilmiştir. Bu andaki açısal hız $\dot{q}_{40}=4,4$ rad/s ve açısal ivme $\ddot{q}_{40}=-8,67$ rad/s² ‘dir. Lineer denklemde yer alan 0 alt indisli, diğer açı, açısal hız, açısal ivme ve tork değerleri de, 0,8572. saniyedeki değerleri alırlar. Bu değerler çizelge 5.1’de verilmiştir.

Çizelge 5.1 Çalışma noktasında belirlenen değerler

Açılar (rad)	Açısal Hızlar (rad/s)	Açısal İvmeler
$\theta_{10}=3,1058$	$\dot{\theta}_{10}=-0,29$	$\ddot{\theta}_{10}=-10,28$
$\theta_{20}=1,4731$	$\dot{\theta}_{20}=-1,18$	$\ddot{\theta}_{20}=2,56$
$\theta_{30}=1,7034$	$\dot{\theta}_{30}=-2,11$	$\ddot{\theta}_{30}=6,84$
$\theta_{40}=0,1466$	$\dot{\theta}_{40}=-0,72$	$\ddot{\theta}_{40}=-9,9$
$\theta_{50}=4,9114$	$\dot{\theta}_{50}=3,68$	$\ddot{\theta}_{50}=-18,57$
$\theta_{60}=3,8572$	$\dot{\theta}_{60}=3,08$	$\ddot{\theta}_{60}=55,75$
$\theta_{70}=5,1967$	$\dot{\theta}_{70}=5,41$	$\ddot{\theta}_{70}=68,58$

Çizelge 5.1'deki değerler ile, denklem 5.39'daki sabit terimler belirlenmişlerdir. Bu değerlerden yararlanılarak da denklem 5.40'daki; T_{C50} değeri 2,6151 Nm olarak hesaplanmıştır.

Ayrıca, denklem 5.49 'un sadeleştirilmesi için tanımlanan denklem 5.50'deki u değeri de; 5,278 olarak belirlenmiştir.

Bu değerler denklem 5.51 'de yerlerine yazıldığında,

$$0,51719.\ddot{q}_4+5,278.q_4= T_{C5}(t)-6,3253 \quad 5.52$$

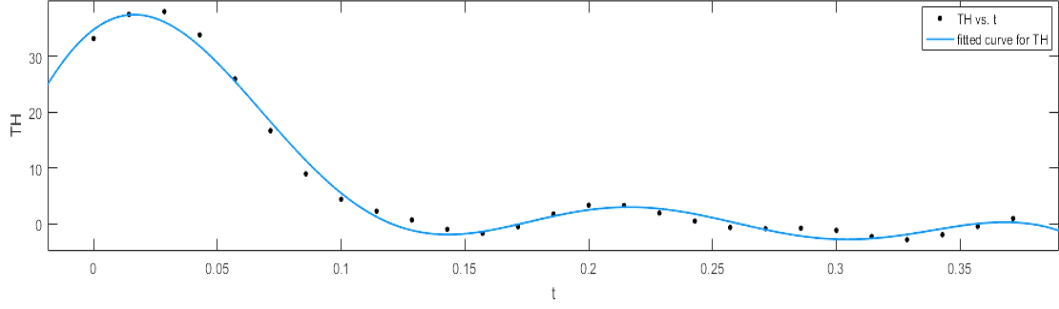
Denklemin sağ tarafında yer alan, zorlama fonksiyonu düzenlenir ve $T_{h7}(t)$ ile tanımlanırsa;

$$T_{C5}(t)-6,3253=T_{h7}(t) \quad 5.53$$

Buna göre, diferansiyel denklem düzenlenirse referans kalça mafsalının $q_{40}=0,1466$ rad çalışma noktası etrafında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemi elde edilir.

$$0,51719.\ddot{q}_4+5,278.q_4= T_{h7}(t) \quad 5.54$$

$T_{h7}(t)$ için, sinüsler toplamı olacak şekilde eğri uydurulmuş ve grafiği şekil 5.4'te verilmiştir.



Şekil 5.4 T_{h7} için uydurulmuş eğri

Eğriye ait denklem;

$$T_{h7}(t) = 16,47 \cdot \sin(12,25 \cdot t + 0,02453) + 323,8 \cdot \sin(24,46 \cdot t + 0,01835) + 314,4 \cdot \sin(24,88 \cdot t + 3,051) \quad 5.55$$

$$(R^2 = 0,992)$$

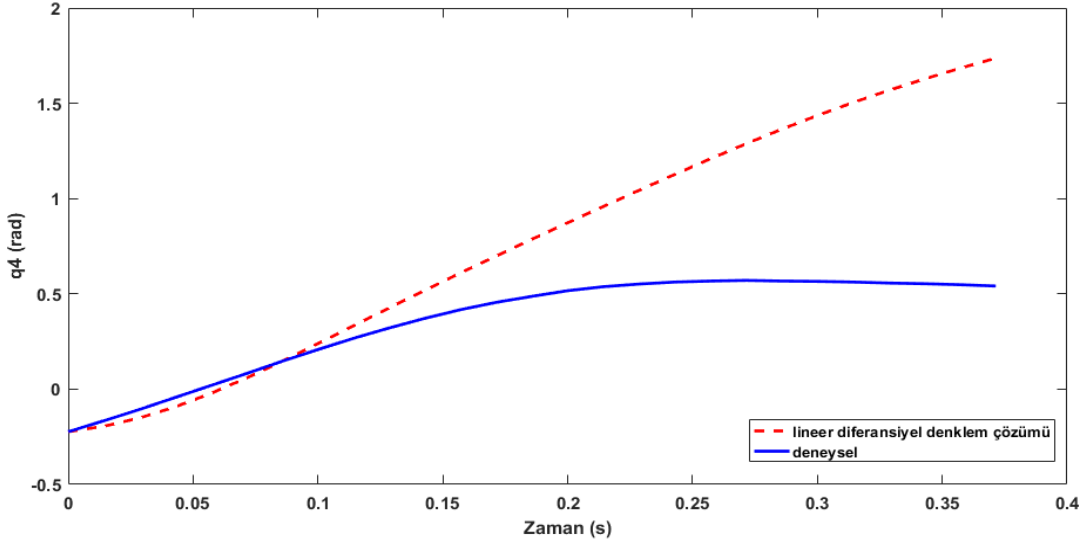
Uydurulan eğriye ait denklem 5.54'te yazıldığında, diferansiyel denklemin son hali şu şekilde oluşur;

$$0,51719 \cdot \ddot{q}_4 + 5,278 \cdot \dot{q}_4 = 16,47 \cdot \sin(12,25 \cdot t + 0,02453) + 323,8 \cdot \sin(24,46 \cdot t + 0,01835) + 314,4 \cdot \sin(24,88 \cdot t + 3,051) \quad 5.56$$

Denklem 5.56'da elde edilen lineer diferansiyel denklemin, $q_4(0) = -0,2234$ rad ve $q_4(0,08572) = 0,1466$ rad başlangıç koşulları için genel çözümü;

$$q_4 = 0,267 \cdot \cos(3,194 \cdot t) + 6,87 \cdot \sin(3,194 \cdot t) - 0,227 \cdot \sin(12,25 \cdot t + 0,02453) - 1,065 \cdot \sin(24,46 \cdot t + 0,01835) - 0,998 \cdot \sin(24,46 \cdot t + 0,01835) \quad 5.57$$

Buna göre, $(q_4(t_7), T_{c5}(t_7))$ çalışma noktasında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemin çözümünden gelen sonuç ile deneysel elde edilmiş kalça mafsalsal açı değerleri Şekil 5.5'te karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.5 Kalça mafsals açılarının karşılaştırılması

5.2.2.2. Çalışma Noktasının 11.Nokta Olduğu Durum

Deneyssel olarak elde edilmiş q_4 değişkeninin zamana göre değişim eğrisinde, $t_{11}=0,1429$.sn'de aldığı değer, çalışma noktası olarak seçilmiştir.

Bölüm 5.2.2.1'de uygulanan işlem basamaklarının aynısı, 0,1429.sn'deki işlemlerde de kullanılmıştır. Buna göre, bu çalışma noktasında diferansiyel denklem;

$$0,51719.\ddot{q}_4 + 15,758.q_4 = T_{C5}(t) + 50,1048 \quad 5.58$$

Denklemin sağ tarafı $T_{h11}(t)$ olarak tanımlanırsa;

$$T_{C5}(t) + 50,1048 = T_{h11}(t) \quad 5.59$$

Böylece çalışma noktası etrafında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemi elde edilir.

$$0,51719.\ddot{q}_4 + 15,758.q_4 = T_{h11}(t) \quad 5.60$$

$T_{h11}(t)$ için uydurulan eğriye ait denklem;

$$\begin{aligned} T_{h11}(t) = & 13,91. \sin(16,57.t + 0,6099) + 190,8. \sin(32,37.t - 0,06601) \\ & + 182,5. \sin(32,79.t + 2,967) \end{aligned} \quad 5.61$$

$$R^2 = 0,996$$

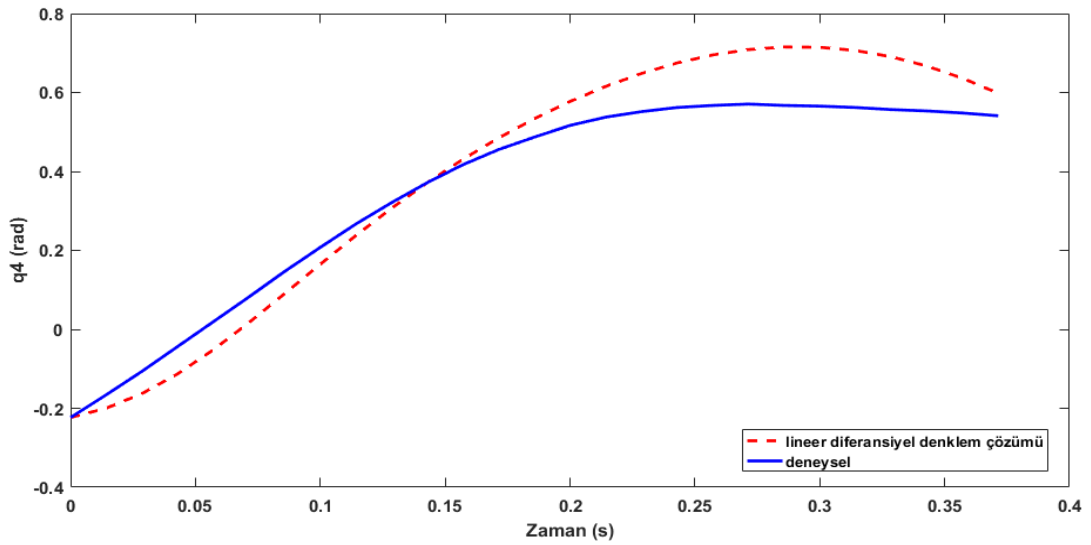
Uydurulan eğriye ait denklem 5.60'ta yazıldığında, diferansiyel denklemin son hali şu şekilde oluşur;

$$0,51719.\ddot{q}_4 + 15,758.q_4 = 13,91. \sin(16,57.t + 0,6099) + 190,8. \sin(32,37.t - 0,06601) + 182,5. \sin(32,79.t + 2,967) \quad 5.62$$

Denklem 5.61'de elde edilen lineer diferansiyel denklemin, $q_4(0) = -0,2234$ rad ve $q_4(0,1429) = 0,3718$ rad başlangıç koşulları için genel çözümü;

$$q_4 = 0,267. \cos(3,194.t) + 6,87. \sin(3,194.t) - 0,227. \sin(12,25.t + 0,02453) - 1,065. \sin(24,46.t + 0,01835) - 0,998. \sin(24,46.t + 0,01835) \quad 5.63$$

Buna göre, $(q_4(t_{11}), T_{c5}(t_{11}))$ çalışma noktasında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemin çözümünden gelen sonuç ile deneysel elde edilmiş kalça mafsalsal açı değerleri şekil 5.6'da karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.6 Kalça mafsalsal açıların karşılaştırılması

5.2.2.3. Çalışma Noktasının 12.Nokta Olduğu Durum

Deneysel olarak elde edilmiş q_4 değişkeninin zamana göre değişim eğrisinde, $t_{12} = 0,1571$ sn'de aldığı değer, çalışma noktası olarak seçilmiştir. Bu noktaya göre yapılan işlemlerde elde edilen diferansiyel denklem,

$$0,51719.\ddot{q}_4+17,1265.q_4=T_{C5}(t)+51,338 \quad 5.64$$

Denklemin sağ tarafı $T_{h12}(t)$ olarak tanımlanırsa;

$$T_{C5}(t)+51,338=T_{h12}(t) \quad 5.65$$

Böylece çalışma noktası etrafında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemi elde edilir.

$$0,51719.\ddot{q}_4+17,1265.q_4=T_{h12}(t) \quad 5.66$$

$T_{h12}(t)$ için uydurulan eğriye ait denklem;

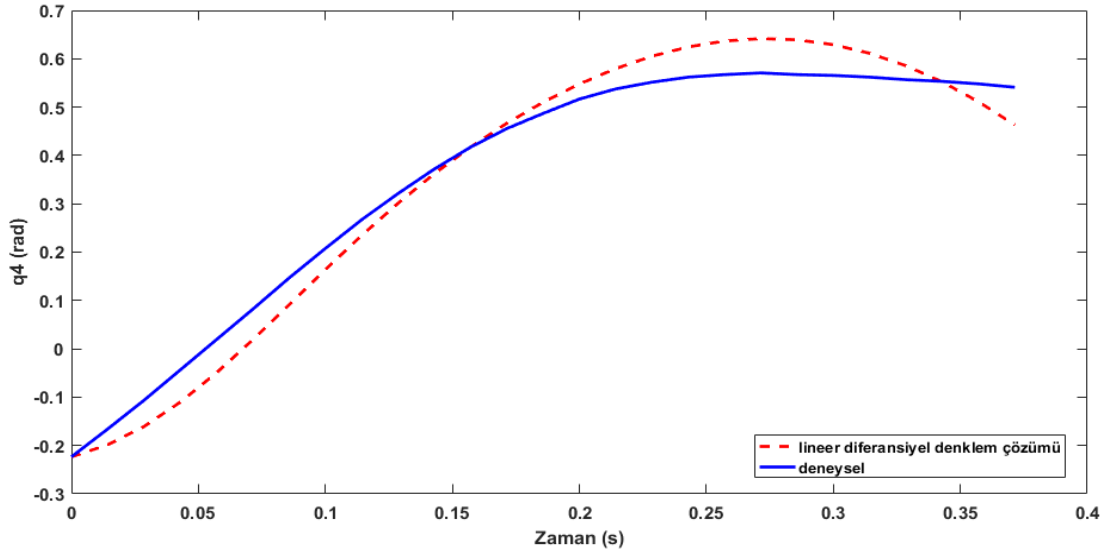
$$\begin{aligned} T_{h12}(t)= & 13,03. \sin(14,33.t+1,152)+206,4. \sin(33,4.t-0,3066) \\ & +200,3.\sin(33,73.t+2,479) \end{aligned} \quad 5.67$$

$$R^2=0,996$$

Uydurulan eğriye ait denklem, denklem 5.66'da yazıldığında diferansiyel denklemin son hali

$$\begin{aligned} 0,51719.\ddot{q}_4+17,1265.q_4= & 13,03. \sin(14,33.t+1,152) \\ & +206,4. \sin(33,4.t-0,3066)+200,3.\sin(33,73.t+2,479) \end{aligned} \quad 5.68$$

Buna göre, $(q_4(t_{12}), T_{c5}(t_{12}))$ çalışma noktasında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemin çözümünden gelen sonuç ile deneysel elde edilmiş kalça mafsalsal açı değerleri şekil 5.7'de karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.7 Kalça mafsalsal açıların karşılaştırılması

5.2.2.4. Çalışma Noktasının 13.Nokta Olduğu Durum

Deneysel olarak elde edilmiş q_4 değişkeninin zamana göre değişim eğrisinde, $t_{13}=0,1714$.sn'de aldığı değer, çalışma noktası olarak seçilmiştir. Bu noktaya göre yapılan işlemlerden elde edilen diferansiyel denklem;

$$0,51719.\ddot{q}_4 + 17,8434.q_4 = T_{C5}(t) + 50,4011 \quad 5.69$$

Denklemin sağ tarafı $T_{h13}(t)$ olarak tanımlandığında;

$$T_{C5}(t) + 50,4011 = T_{h13}(t) \quad 5.70$$

Böylece çalışma noktası etrafında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemi elde edilir.

$$0,51719.\ddot{q}_4 + 17,8434.q_4 = T_{h13}(t) \quad 5.71$$

$T_{h13}(t)$ için uydurulan eğriye ait denklem;

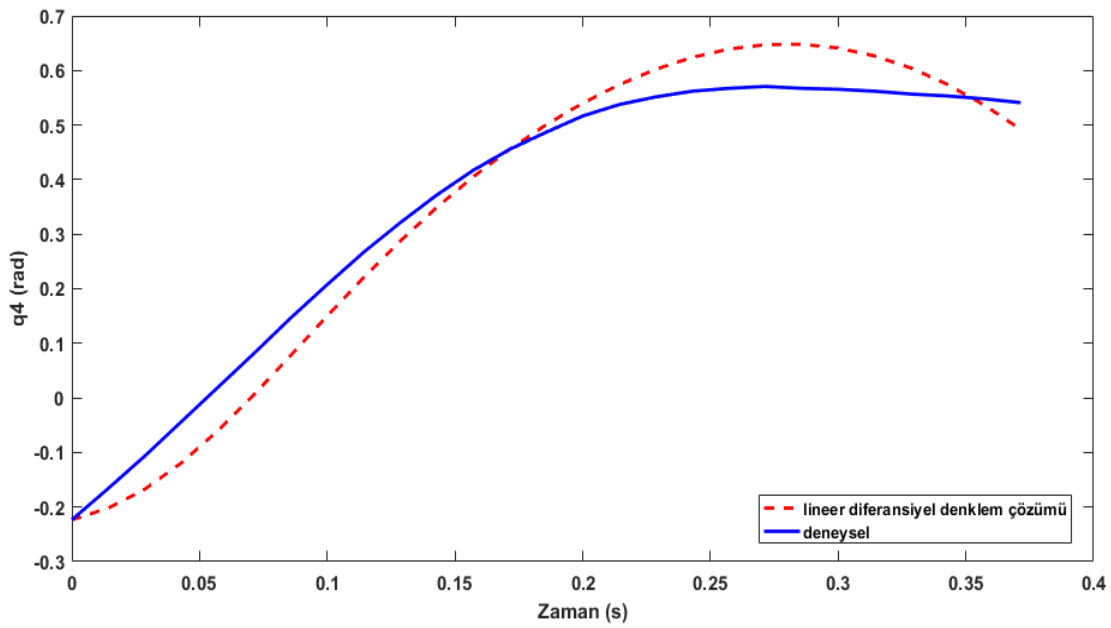
$$\begin{aligned} T_{h13}(t) = & 13,48. \sin(15,94.t + 0,7637) + 205,8. \sin(32,72.t - 0,1423) \\ & + 198,2. \sin(33,09.t + 2,903) \end{aligned} \quad 5.72$$

$$R^2 = 0,996$$

Uydurulan eğriye ait denklem, denklem 5.71’de yazıldığında diferansiyel denklemin son hali

$$0,51719.\ddot{q}_4 + 17,8434.q_4 = 13,48.\sin(15,94.t + 0,7637) + 205,8.\sin(32,72.t - 0,1423) + 198,2.\sin(33,09.t + 2,903) \quad 5.73$$

Buna göre, $(q_4(t_{13}), T_{c5}(t_{13}))$ çalışma noktasında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemin çözümünden gelen sonuç ile deneysel elde edilmiş kalça mafsalsal açı değerleri şekil 5.8’de karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.8 Kalça mafsalsal açıların karşılaştırılması

5.2.2.5. Çalışma Noktasının 14.Nokta Olduğu Durum

Deneysel olarak elde edilmiş q_4 değişkeninin zamana göre değişim eğrisinde, $t_{14}=0,1857$.sn’de aldığı değer, çalışma noktası olarak seçilmiştir. Bu noktaya göre yapılan işlemlerden elde edilen diferansiyel denklem;

$$0,51719.\ddot{q}_4 + 18,2399.q_4 = T_{C5}(t) - 1,7038 \quad 5.74$$

Denklemin sağ tarafı $T_{h14}(t)$ olarak tanımlanırsa;

$$T_{C5}(t) - 1,7038 = T_{h14}(t) \quad 5.75$$

Böylece çalışma noktası etrafında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemi elde edilir.

$$0,51719.\ddot{q}_4+18,2399.q_4= T_{h14}(t) \quad 5.76$$

$T_{h14}(t)$ için uydurulan eğriye ait denklem;

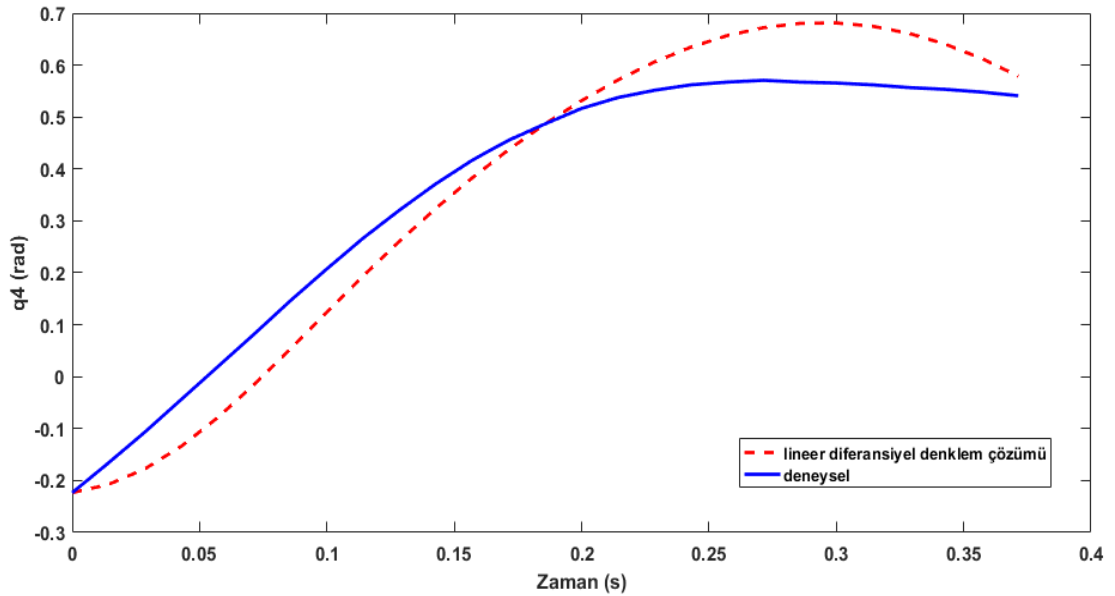
$$T_{h14}(t)=35,08. \sin(21,91.t-0,7742)+1256. \sin(29,02.t+0,5639) \\ +1226.\sin(29,15.t+3,671) \quad 5.77$$

$$R^2=0,996$$

Uydurulan eğriye ait denklem, denklem 5.76'da yazıldığında diferansiyel denklemin son hali

$$0,51719.\ddot{q}_4+18,2399.q_4=35,08. \sin(21,91.t-0,7742) \\ +1256. \sin(29,02.t+0,5639)+1226.\sin(29,15.t+3,671) \quad 5.78$$

Buna göre, $(q_4(t_{14}),T_{c5}(t_{14}))$ çalışma noktasında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemin çözümünden gelen sonuç ile deneysel elde edilmiş kalça mafsalsal açı değerleri şekil 5.9'da karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.9 Kalça mafsalsal açılarının karşılaştırılması

5.2.2.6. Çalışma Noktasının 21.Nokta Olduğu Durum

Deneyssel olarak elde edilmiş q_4 değişkeninin zamana göre değişim eğrisinde, $t_{21}=0,2857$.sn'de aldığı değer, çalışma noktası olarak seçilmiştir. Bu noktaya göre yapılan işlemlerden elde edilen diferansiyel denklem;

$$0,51719.\ddot{q}_4+21,2223.q_4= T_{C5}(t)+514,4578 \quad 5.79$$

Denklemin sağ tarafı $T_{h21}(t)$ olarak tanımlanırsa;

$$T_{C5}(t)+514,4578=T_{h21}(t) \quad 5.80$$

Böylece çalışma noktası etrafında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemi elde edilir.

$$0,51719.\ddot{q}_4+21,2223.q_4= T_{h21}(t) \quad 5.81$$

$T_{h21}(t)$ için uydurulan eğriye ait denklem;

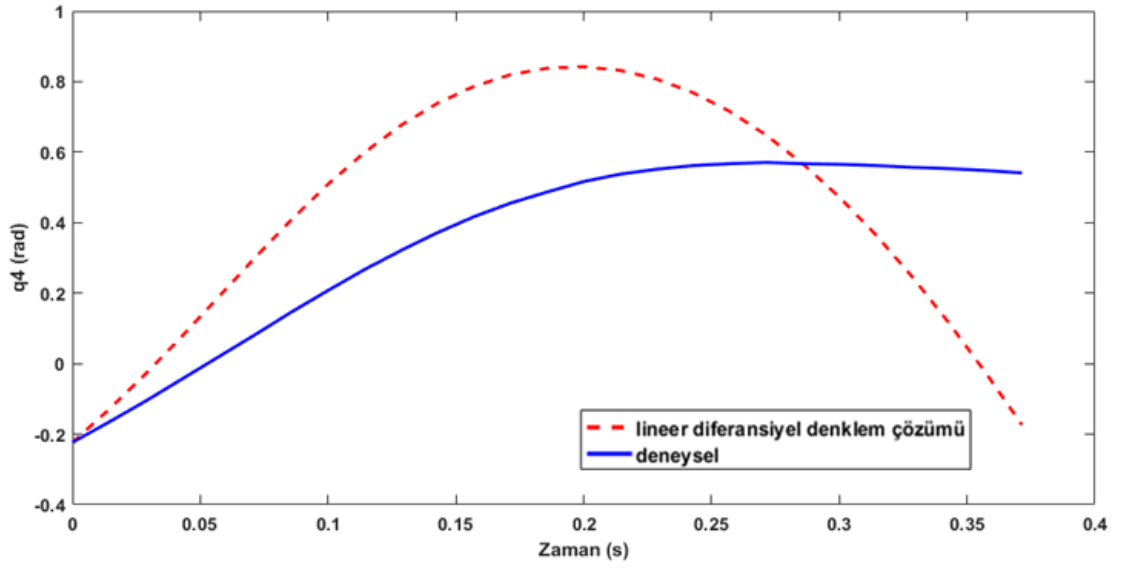
$$\begin{aligned} T_{h21}(t)= & 23,6. \sin(7,685.t+2,798) +253,8. \sin(36,17.t-0,8559) \\ & +250,1.\sin(36,38.t+2,23) \end{aligned} \quad 5.82$$

$$R^2=0,994$$

Uydurulan eğriye ait denklem, denklem 5.81'de yazıldığında diferansiyel denklemin son hali

$$\begin{aligned} 0,51719.\ddot{q}_4+21,2223.q_4= & 23,6. \sin(7,685.t+2,798) \\ & +253,8. \sin(36,17.t-0,8559) +250,1.\sin(36,38.t+2,23) \end{aligned} \quad 5.83$$

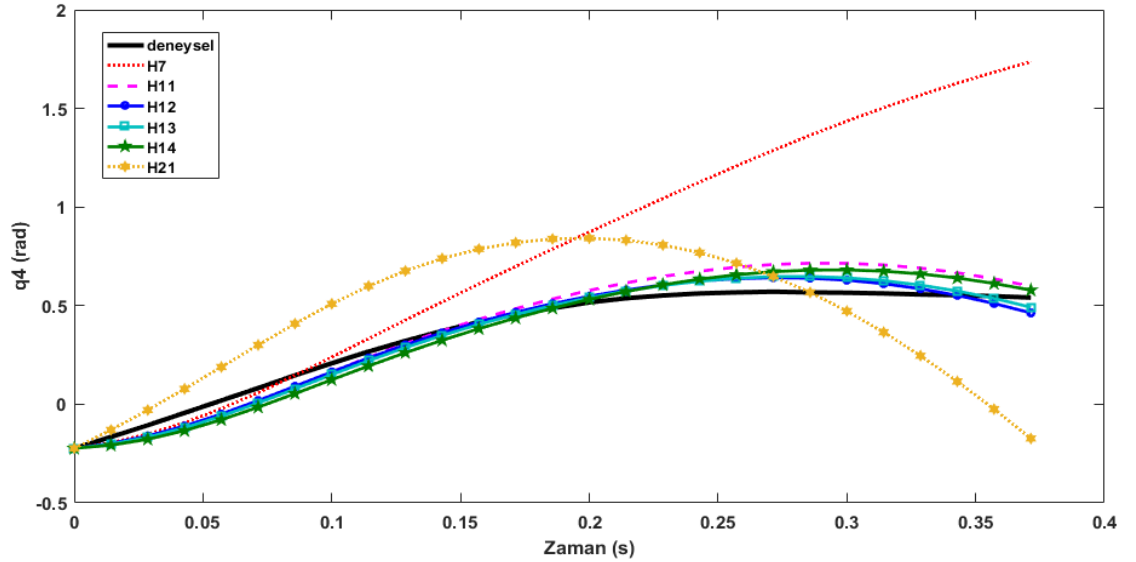
Buna göre, $(q_4(t_{21}), T_{c5}(t_{21}))$ çalışma noktasında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemin çözümünden gelen sonuç ile deneyssel elde edilmiş kalça mafsalsal açı değerleri şekil 5.10'da karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.10 Kalça mafsalsal açılarının karşılaştırılması

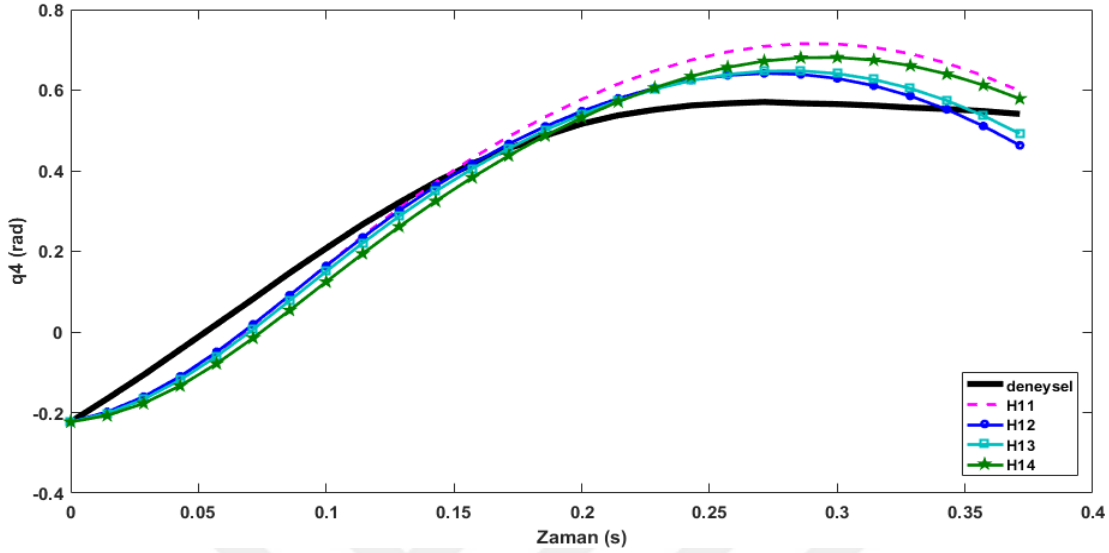
5.2.3 Farklı Çalışma Noktalarında Elde Edilen Sonuçların Karşılaştırılması

Farklı noktalarda yapılan lineerleştirme işlemleri sonucunda belirlenen diferansiyel denklemlerin, çözümlerinin zamanla değişimleri şekil 5.11’ de görülmektedir. Bu sonuçlara göre, 7. ve 21. çalışma noktalarında yapılan işlemlerde elde edilen sonuçların (grafikte H7 ve H21 olarak isimlendirilen eğriler), diğer noktaldaki sonuçlardan ve deneysel verilerden bariz şekilde ayrıştığı görülmektedir.



Şekil 5.11 Tüm çalışma noktalarında elde edilen lineerleştirilmiş diferansiyel denklemlerin çözümlerinin karşılaştırılması

Şekil 5.11’de H7 ve H21 eğrileri haricindeki eğrilerin, deneysel verilere daha yakın olduğu görülmektedir. Buna göre, 11, 12, 13 ve 14. çalışma noktalarında elde edilmiş diferansiyel denklem çözümlerinin yer aldığı grafik, şekil 5.12’de verilmiştir.



Şekil 5.12 11,12,13 ve14.çalışma noktalarında elde edilen lineerleştirilmiş diferansiyel denklemlerin çözümlerinin karşılaştırılması

Belirlenen bu eğrilere göre, lineerleştirmenin yapıldığı çalışma noktalarından hangisinin daha kullanışlı ve gerçek değerlere daha yakın sonuç verdiği karar verebilmek için, eğrinin genelini ifade edecek sayısal bir kritere ihtiyaç vardır. Bu amaçla, karelerin ortalamasının karekökü (RMS) ölçütü kullanılmıştır. Bunun seçilmesinin nedeni, değişimin artı ve eksi yönde olması nedeniyledir.

Rms değeri; deneysel veriler ile lineerleştirilmiş diferansiyel denklem çözümünden elde edilen değerler arasındaki farkların, karelerinin ortalamasının karekökü alınmasıyla belirlenmiştir. Deneysel olarak elde edilen açılı değerleri q_d ve herhangi bir çalışma noktasında belirlenmiş lineerleştirilmiş diferansiyel denklemin çözüm q_{hi} ile ifade edilirse, 27 noktada elde edilen veriler için Rms değeri;

$$X_{RMS_i} = \sqrt{\frac{1}{27} \cdot \sum_{n=1}^{27} (q_{hi} - q_d)_n^2} \quad 5.84$$

Buna göre, diferansiyel denklem çözümleri ile deneysel sonuçların farklarının Rms değerleri;

$$X_{RMS\ 7}=0,5837$$

$$X_{RMS\ 11}=0,0864$$

$$X_{RMS\ 12}=0,0486$$

$$X_{RMS\ 13}=0,053$$

$$X_{RMS\ 14}=0,0753$$

$$X_{RMS\ 21}=0,3058$$

Rms değerleri karşılaştırıldığında, deneysel sonuçlara göre en yakın çözüm, 12. çalışma noktasında yapılan lineerleştirme sonucunda belirlenen diferansiyel denklem ile elde edilmiştir. Buna göre referans kalça mafsalına ait lineer hareket denklemi, denklem 5.64'te yer alan diferansiyel denklem olarak seçilmiştir.

5.3. Referans Diz Mafsalı Hareket Denkleminin Belirlenmesi

5.3.1. Hareket Denkleminin Lineerleştirilmesi

Referans kalça mafsalının hareket denkleminin lineerleştirilmesi işlemleri sırasında kullanılan prosedürün aynısı, referans diz mafsalının hareket denklemi için de kullanılabilir. Tüm uzuvların hareketi için matematiksel modeller, dördüncü bölümde elde edilmiştir. Modele göre salınım fazındaki, yani referans baldır uzvunun hareket denklemi,

$$A_{61}.\ddot{\theta}_1+A_{62}.\ddot{\theta}_2+A_{63}.\ddot{\theta}_3+A_{64}.\ddot{\theta}_4+A_{65}.\ddot{\theta}_5+A_{66}.\ddot{\theta}_6+A_{67}.\ddot{\theta}_7+C_{61}+G_{61}=T_6 \quad 5.85$$

Atalet matris elemanları detaylı olarak yerlerine yazıldığında bu denklem;

$$\begin{aligned} & [(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_1].\ddot{\theta}_1.\cos(\theta_1-\theta_6) \\ & +[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).r].\ddot{\theta}_1.\sin(\theta_1-\theta_6) \\ & +[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_2].\ddot{\theta}_2.\cos(\theta_2-\theta_6) \\ & +[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_3].\ddot{\theta}_3.\cos(\theta_3-\theta_6) \\ & +0.\ddot{\theta}_4+[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_5].\ddot{\theta}_5.\cos(\theta_5-\theta_6) \end{aligned} \quad 5.86$$

$$\begin{aligned}
& +[I_6+m_6.(L_6-d_6)^2+m_7.L_6^2].\ddot{\theta}_6 \\
& +[m_7.(L_7-d_7).L_6].\ddot{\theta}_7.\cos(\theta_6-\theta_7)-[m_7.r.L_6].\ddot{\theta}_7.\sin(\theta_6-\theta_7) \\
& -[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_1].\dot{\theta}_1^2.\sin(\theta_1-\theta_6) \\
& -[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_2].\dot{\theta}_2^2.\sin(\theta_2-\theta_6) \\
& -[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_3].\dot{\theta}_3^2.\sin(\theta_3-\theta_6) \\
& -[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_5].\dot{\theta}_5^2.\sin(\theta_5-\theta_6) \\
& +[m_7.(L_7-d_7).L_6].\dot{\theta}_7^2.\sin(\theta_6-\theta_7) \\
& +[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).r].\dot{\theta}_1^2.\cos(\theta_1-\theta_6)+[m_7.r.L_6].\dot{\theta}_7^2.\cos(\theta_6-\theta_7) \\
& +[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).g].\cos\theta_6=T_6
\end{aligned}$$

Denklemden yer alan ve genelleştirilmiş koordinatlar ve onların türevleri haricindeki değerler harfli olarak ifade edilirse;

$$b=[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_1].\ddot{\theta}_1 \quad 5.87$$

$$d=[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).r].\ddot{\theta}_1 \quad 5.88$$

$$e=[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_2].\ddot{\theta}_2 \quad 5.89$$

$$f=[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_3].\ddot{\theta}_3 \quad 5.90$$

$$h=[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_5].\ddot{\theta}_5 \quad 5.91$$

$$j=[I_6+m_6.(L_6-d_6)^2+m_7.L_6^2] \quad 5.92$$

$$k=[m_7.(L_7-d_7).L_6].\ddot{\theta}_7 \quad 5.93$$

$$l=-[m_7.r.L_6].\ddot{\theta}_7 \quad 5.94$$

$$m=-[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_1].\dot{\theta}_1^2 \quad 5.95$$

$$n=-[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_2].\dot{\theta}_2^2 \quad 5.96$$

$$p=-[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_3].\dot{\theta}_3^2 \quad 5.97$$

$$\sigma=-[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).L_5].\dot{\theta}_5^2 \quad 5.98$$

$$s=[m_7.(L_7-d_7).L_6].\dot{\theta}_7^2 \quad 5.99$$

$$w=[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).r].\dot{\theta}_1^2 \quad 5.100$$

$$y=[m_7.r.L_6].\dot{\theta}_7^2 \quad 5.101$$

$$z=[(m_6.(L_6-d_6)+m_7.L_6).g] \quad 5.102$$

Denklem 5.86 düzenlenip yeni formda tekrar yazılırsa;

$$b.\cos(\theta_1-\theta_6)+d.\sin(\theta_1-\theta_6)+e.\cos(\theta_2-\theta_6)+f.\cos(\theta_3-\theta_6)+h.\cos(\theta_5-\theta_6)$$

$$+j.\ddot{\theta}_6+k.\cos(\theta_6-\theta_7)+l.\sin(\theta_6-\theta_7)+m.\sin(\theta_1-\theta_6)+n.\sin(\theta_2-\theta_6)$$

$$+p.\sin(\theta_3-\theta_6)+\sigma.\sin(\theta_5-\theta_6)+s.\sin(\theta_6-\theta_7)+w.\cos(\theta_1-\theta_6)+y.\cos(\theta_6-\theta_7)$$

$$+z.\cos\theta_6=T_6 \quad 5.103$$

Referans baldır uzvunun düşey eksenle yaptığı θ_6 açısının, referans diz mafsal açısı q_5 cinsinden eşitliği;

$$\theta_6 = \theta_5 - q_5 \quad 5.104$$

$\ddot{\theta}_6$ açısal ivmesinin, diz mafsalının açısal ivmesi cinsinden eşiti;

$$\ddot{\theta}_6 = \ddot{\theta}_5 - \ddot{q}_5 \quad 5.105$$

T_6 baldır uzvuna etkiyen bileşke tork değerinin, diz mafsal torku cinsinden eşitliği;

$$T_6 = T_D - T_7 \quad 5.106$$

5.104, 5.105 ve 5.106 numaralı denklemler denklem 5.103'te yazılırsa, referans diz mafsalının salınım fazındaki hareket denklemi, ikinci mertebeden nonlinear bir diferansiyel denklem olarak belirlenir.

$$\begin{aligned} & b. \cos(\theta_1 + q_5 - \theta_5) + d. (\sin(\theta_1 + q_5 - \theta_5) + e. \cos(\theta_2 + q_5 - \theta_5) + f. \cos(\theta_3 + q_5 - \theta_5) \\ & + h. \cos(q_5) + j. (-\ddot{q}_5 + \ddot{\theta}_5) + k. \cos(-q_5 + \theta_5 - \theta_7) + l. \sin(-q_5 + \theta_5 - \theta_7) \\ & + m. \sin(\theta_1 + q_5 - \theta_5) + n. \sin(\theta_2 + q_5 - \theta_5) + p. \sin(\theta_3 + q_5 - \theta_5) + \sigma. \sin(q_5) \\ & + s. \sin(-q_5 + \theta_5 - \theta_7) + w. \cos(\theta_1 + q_5 - \theta_5) + y. \cos(-q_5 + \theta_5 - \theta_7) \\ & + z. \cos(-q_5 + \theta_5) = T_D - T_7 \end{aligned} \quad 5.107$$

Denklem 5.107 düzenlenerek sistemin diferansiyel denklemi ϕ ile tanımlanırsa;

$$\begin{aligned}
\phi(\ddot{q}_5, q_5, T_D) = & b \cdot \cos(\theta_1 + q_5 - \theta_5) + d \cdot \sin(\theta_1 + q_5 - \theta_5) + e \cdot \cos(\theta_2 + q_5 - \theta_5) \\
& + f \cdot \cos(\theta_3 + q_5 - \theta_5) + h \cdot \cos(q_5) + j \cdot (-\ddot{q}_5 + \ddot{\theta}_5) + k \cdot \cos(-q_5 + \theta_5 - \theta_7) \\
& + l \cdot \sin(-q_5 + \theta_5 - \theta_7) + m \cdot \sin(\theta_1 + q_5 - \theta_5) + n \cdot \sin(\theta_2 + q_5 - \theta_5) + p \cdot \sin(\theta_3 + q_5 - \theta_5) \\
& + \sigma \cdot \sin(q_5) + s \cdot \sin(-q_5 + \theta_5 - \theta_7) + w \cdot \cos(\theta_1 + q_5 - \theta_5) + y \cdot \cos(-q_5 + \theta_5 - \theta_7) \\
& + z \cdot \cos(-q_5 + \theta_5) - T_D + T_7 = 0
\end{aligned} \tag{5.108}$$

Denklemin, etrafında lineerleştirildiği çalışma noktası; $q_5(t)=q_{50}$ ve $T_D(t)=T_{D0}$ olarak kabul edilmiştir. Denklem 5.108 çalışma noktasında da geçerli olacağından;

$$\begin{aligned}
T_{D0} = & j_0 \cdot (-\ddot{q}_{50} + \ddot{\theta}_{50}) + b_0 \cdot \cos(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) + d_0 \cdot \sin(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) \\
& + e_0 \cdot \cos(\theta_{20} + q_{50} - \theta_{50}) + f_0 \cdot \cos(\theta_{30} + q_{50} - \theta_{50}) + h_0 \cdot \cos(q_{50}) \\
& + k_0 \cdot \cos(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) + l_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) + m_0 \cdot \sin(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) \\
& + n_0 \cdot \sin(\theta_{20} + q_{50} - \theta_{50}) + p_0 \cdot \sin(\theta_{30} + q_{50} - \theta_{50}) + \sigma_0 \cdot \sin(q_{50}) \\
& + s_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) + w_0 \cdot \cos(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) + y_0 \cdot \cos(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) \\
& + z_0 \cdot \cos(-q_{50} + \theta_{50}) + T_{70}
\end{aligned} \tag{5.109}$$

Bu sistem için deviasyon denklemi yazılırsa;

$$\sum_{i=1}^6 \left. \frac{\partial \phi}{\partial q_i} \right|_0 \cdot \delta q_i = \left. \frac{\partial \phi}{\partial \ddot{q}_5} \right|_0 \cdot \delta(\ddot{q}_5) + \left. \frac{\partial \phi}{\partial q_5} \right|_0 \cdot \delta(q_5) + \left. \frac{\partial \phi}{\partial T_D} \right|_0 \cdot \delta(T_D) = 0 \tag{5.110}$$

Bu denklemde yer alan ifadeler detaylandırıldığında;

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial \ddot{q}_5} \right|_0 \cdot \delta(\ddot{q}_5) = -j_0 \cdot \delta(\ddot{q}_5) \tag{5.111}$$

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial q_5} \right|_0 \cdot \delta(q_5) = \begin{bmatrix} -b_0 \cdot \sin(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) + d_0 \cdot \cos(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) \\ -e_0 \cdot \sin(\theta_{20} + q_{50} - \theta_{50}) - f_0 \cdot \sin(\theta_{30} + q_{50} - \theta_{50}) \\ -h_0 \cdot \sin(q_{50}) + k_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) \\ -l_0 \cdot \cos(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) + m_0 \cdot \cos(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) \\ + n_0 \cdot \cos(\theta_{20} + q_{50} - \theta_{50}) + p_0 \cdot \cos(\theta_{30} + q_{50} - \theta_{50}) \\ + \sigma_0 \cdot \cos(q_{50}) - s_0 \cdot \cos(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) \\ -w_0 \cdot \sin(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) + y_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) \\ + z_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50}) \end{bmatrix} \cdot \delta(q_5) \quad 5.112$$

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial T_D} \right|_0 \cdot \delta(T_D) = -\delta(T_D) \quad 5.113$$

Bu denklemler, denklem 5.110'da yerine yazılır ve düzenlenirse deviasyon denklemi;

$$j_0 \cdot \delta(\ddot{q}_5) + \begin{bmatrix} b_0 \cdot \sin(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) - d_0 \cdot \cos(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) \\ + e_0 \cdot \sin(\theta_{20} + q_{50} - \theta_{50}) + f_0 \cdot \sin(\theta_{30} + q_{50} - \theta_{50}) \\ + h_0 \cdot \sin(q_{50}) - k_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) \\ + l_0 \cdot \cos(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) - m_0 \cdot \cos(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) \\ - n_0 \cdot \cos(\theta_{20} + q_{50} - \theta_{50}) - p_0 \cdot \cos(\theta_{30} + q_{50} - \theta_{50}) \\ - \sigma_0 \cdot \cos(q_{50}) + s_0 \cdot \cos(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) \\ + w_0 \cdot \sin(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) - y_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) \\ - z_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50}) \end{bmatrix} \cdot \delta(q_5) \\ + \delta(T_D) = 0 \quad 5.114$$

Bu denklem, q_5 değişkenin ikinci türevini içermektedir. Bu terimi denklem 5.35 'teki gibi, türevin deviasyonu yerine deviasyonun türevi cinsinden belirlemek için;

$$\delta \left(\frac{d^2 q_5}{dt^2} \right) = \frac{d^2 (\delta q_5)}{dt^2} - \left(\frac{d^2 q_5}{dt^2} \right)_0 \quad 5.115$$

Denklem düzenlendiğinde son hali;

$$\delta(\ddot{q}_5) = \frac{d^2}{dt^2} (q_5 - q_{50}) - \ddot{q}_{50} = \ddot{q}_5 - \ddot{q}_{50} \quad 5.116$$

$\ddot{q}_{50}$ ifadesi q_5 değişkeninin çalışma noktasındaki ikinci türevini ifade etmektedir. Denklem 5.115 , $\delta(q_5)=q_5-q_{50}$ eşitliği ve $\delta(T_D)=T_D-T_{D0}$ eşitliği denklem 5.114'te deviasyon denkleminde ilgili yerlere yazılırsa;

$$j_0 \cdot [\ddot{q}_5 - \ddot{q}_{50}] + \begin{bmatrix} b_0 \cdot \sin(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) - d_0 \cdot \cos(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) \\ + e_0 \cdot \sin(\theta_{20} + q_{50} - \theta_{50}) + f_0 \cdot \sin(\theta_{30} + q_{50} - \theta_{50}) \\ + h_0 \cdot \sin(q_{50}) - k_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) \\ + l_0 \cdot \cos(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) - m_0 \cdot \cos(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) \\ - n_0 \cdot \cos(\theta_{20} + q_{50} - \theta_{50}) - p_0 \cdot \cos(\theta_{30} + q_{50} - \theta_{50}) \\ - \sigma_0 \cdot \cos(q_{50}) + s_0 \cdot \cos(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) \\ + w_0 \cdot \sin(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) - y_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) \\ - z_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50}) \end{bmatrix} \cdot [q_5 - q_{50}] = T_{D0} - T_D \quad 5.117$$

Bu denkleme, denklem 5.109'dan T_{D0} değeri yazılır ve gerekli sadeleştirme ve düzenlemeler yapıldığında; referans diz eklemının salınım fazındaki , $q_5=q_{50}$ ve $T_D=T_{D0}$ durumu etrafında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemi elde edilir.

$$j_0 \cdot \ddot{q}_5 + \begin{bmatrix} b_0 \cdot \sin(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) - d_0 \cdot \cos(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) \\ + e_0 \cdot \sin(\theta_{20} + q_{50} - \theta_{50}) + f_0 \cdot \sin(\theta_{30} + q_{50} - \theta_{50}) + h_0 \cdot \sin(q_{50}) \\ - k_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) + l_0 \cdot \cos(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) \\ - m_0 \cdot \cos(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) - n_0 \cdot \cos(\theta_{20} + q_{50} - \theta_{50}) \\ - p_0 \cdot \cos(\theta_{30} + q_{50} - \theta_{50}) - \sigma_0 \cdot \cos(q_{50}) \\ + s_0 \cdot \cos(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) + w_0 \cdot \sin(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) \\ - y_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) - z_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50}) \end{bmatrix} \cdot q_5$$

$$= -T_D + \begin{bmatrix} b_0 \cdot \sin(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) - d_0 \cdot \cos(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) \\ + e_0 \cdot \sin(\theta_{20} + q_{50} - \theta_{50}) + f_0 \cdot \sin(\theta_{30} + q_{50} - \theta_{50}) \\ + h_0 \cdot \sin(q_{50}) - k_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) \\ + l_0 \cdot \cos(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) - m_0 \cdot \cos(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) \\ - n_0 \cdot \cos(\theta_{20} + q_{50} - \theta_{50}) - p_0 \cdot \cos(\theta_{30} + q_{50} - \theta_{50}) \\ - \sigma_0 \cdot \cos(q_{50}) + s_0 \cdot \cos(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) \\ + w_0 \cdot \sin(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) - y_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) \\ - z_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50}) \end{bmatrix} \cdot q_{50}$$

$$+ \begin{bmatrix} j_0 \cdot \ddot{\theta}_{50} + b_0 \cdot \cos(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) + d_0 \cdot \sin(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) \\ + e_0 \cdot \cos(\theta_{20} + q_{50} - \theta_{50}) + f_0 \cdot \cos(\theta_{30} + q_{50} - \theta_{50}) \\ + h_0 \cdot \cos(q_{50}) + k_0 \cdot \cos(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) \\ + l_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) + m_0 \cdot \sin(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) \\ + n_0 \cdot \sin(\theta_{20} + q_{50} - \theta_{50}) + p_0 \cdot \sin(\theta_{30} + q_{50} - \theta_{50}) \\ + \sigma_0 \cdot \sin(q_{50}) + s_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) \\ + w_0 \cdot \cos(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) + y_0 \cdot \cos(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) \\ + z_0 \cdot \cos(-q_{50} + \theta_{50}) + T_{70} \end{bmatrix}$$

5.118

Burada denklemi sadeleştirmek adına;

$$v = \begin{bmatrix} b_0 \cdot \sin(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) - d_0 \cdot \cos(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) \\ + e_0 \cdot \sin(\theta_{20} + q_{50} - \theta_{50}) + f_0 \cdot \sin(\theta_{30} + q_{50} - \theta_{50}) + h_0 \cdot \sin(q_{50}) \\ - k_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) + l_0 \cdot \cos(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) \\ - m_0 \cdot \cos(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) - n_0 \cdot \cos(\theta_{20} + q_{50} - \theta_{50}) \\ - p_0 \cdot \cos(\theta_{30} + q_{50} - \theta_{50}) - \sigma_0 \cdot \cos(q_{50}) \\ + s_0 \cdot \cos(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) + w_0 \cdot \sin(\theta_{10} + q_{50} - \theta_{50}) \\ - y_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50} - \theta_{70}) - z_0 \cdot \sin(-q_{50} + \theta_{50}) \end{bmatrix} \quad 5.119$$

olarak ifade edilirse denklem 5.117 şu formda gösterilir;

$$j_0 \cdot \ddot{q}_5 + v \cdot q_5 = -T_D(t) + v \cdot q_{50} + T_{D0} + j_0 \cdot \ddot{q}_{50} \quad 5.120$$

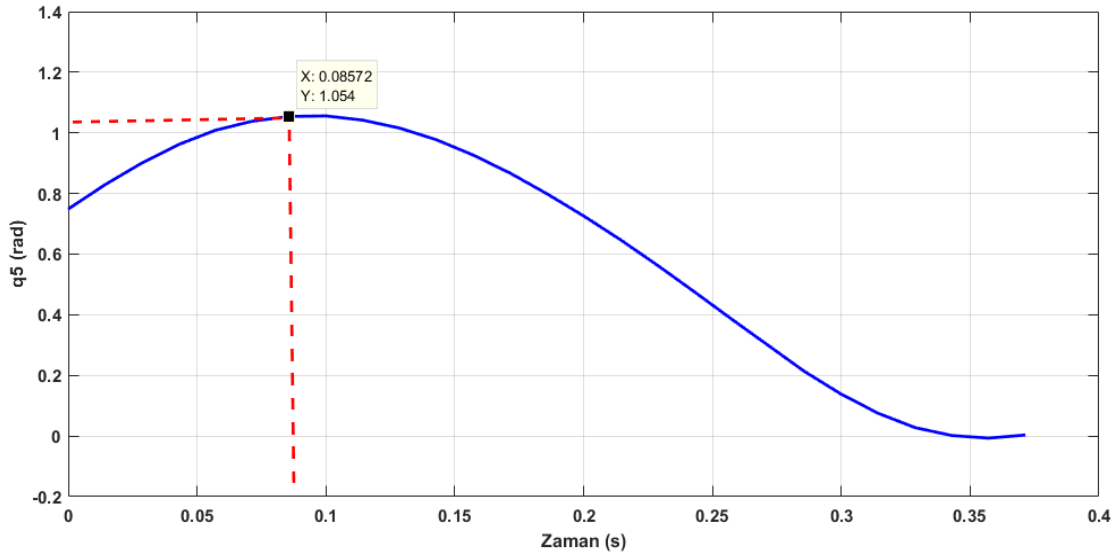
5.3.2. Çalışma Noktası Seçimi ve Lineerleştirilmiş Denklemi

Salınım fazında, referans diz mafsasına ait lineerleştirilmiş denklem, denklem 5.120’de elde edilmiştir. Belirlenen bu denklem, non-lineer denklemle ifade edilen hareketin genelinde geçerli değildir. Belirlenen bir çalışma noktası $(q_5(t_i), T_D(t_i))$ etrafındaki dar bir bölgede, hareketin bir kısmını lineer bir diferansiyel denklem ile tanımlar.

Çalışma noktasını belirlemek için, bölüm 5.2.1’de bahsedilen husus aynen burada da geçerlidir. Diz eklemının orijinal diferansiyel denkleminde, lineerliği bozan non-lineer elemanlar denklem 5.108’de yer alan trigonometrik ifadelerdir. Bu ifadelerde yer alan q_5 değişkeninin zamana göre değişim eğrisi, 27 noktanın birleşimiyle elde edilmiştir. Bu eğri üzerinde bazı noktalar çalışma noktası olarak seçilmiş ve en uygun nokta belirlenmeye çalışılmıştır.

5.3.2.1. Çalışma Noktasının 7.Nokta Olduğu Durum

Deneyssel olarak elde edilmiş q_5 değişkeninin zamana göre değişim eğrisinde, $t_7=0,0857.sn$ ’de aldığı değer, çalışma noktası olarak seçilmiş ve şekil 5.13’te verilmiştir.



Şekil 5.13 Çalışma noktası seçimi

Bu çalışma noktasında, yapılan lineerleştirme işlemleri sonrasında elde edilen diferansiyel denklem;

$$0,24178.\ddot{q}_5 + 1,3914.q_5 = -T_D(t) - 12,1168 \quad 5.121$$

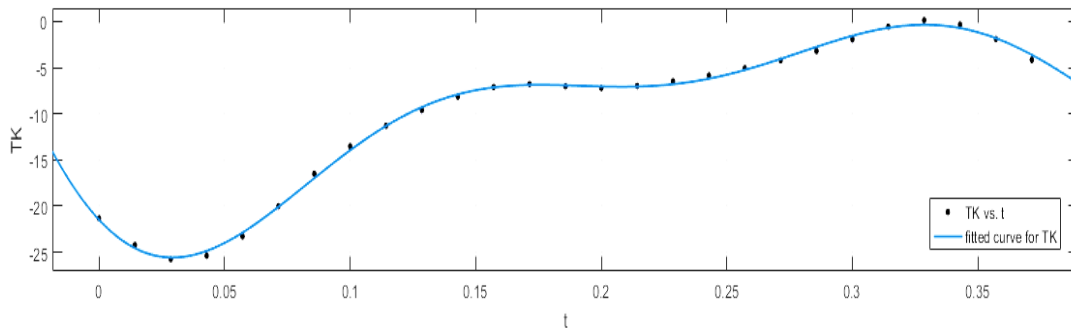
Denklemin sağ tarafı $T_{k7}(t)$ olarak tanımlanırsa;

$$-T_D(t) - 12,1168 = T_{k7}(t) \quad 5.122$$

Böylece çalışma noktası etrafında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemi elde edilir.

$$0,24178.\ddot{q}_5 + 1,3914.q_5 = T_{k7}(t) \quad 5.123$$

$T_{k7}(t)$ için, sinüsler toplamı olarak uydurulan eğri şekil 5.14’te verilmiştir.



Şekil 5.14 T_{k7} için uydurulmuş eğri

Eğriye ait denklem;

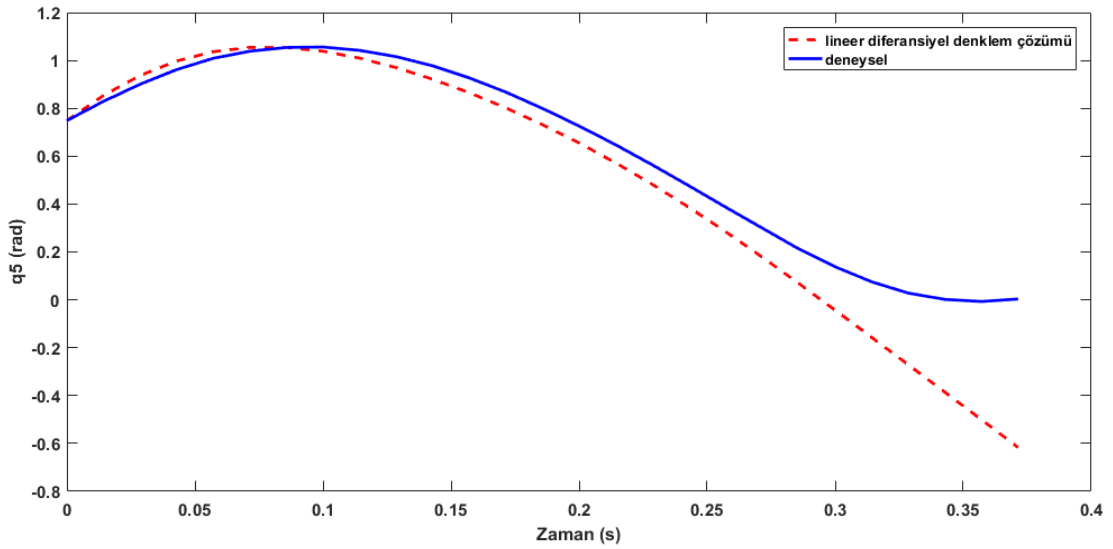
$$T_{k7}(t)=20,86. \sin(10,04.t-3,641)+181,1. \sin(19,51.t-3,005) \\ +167,6.\sin(20,24.t-0,004096) \quad 5.124$$

$$R^2=0,9985$$

Uydurulan eğriye ait denklem, denklem 5.123'te yazıldığında diferansiyel denklemin son hali

$$0,24178.\ddot{q}_5+1,3914.q_5=20,86. \sin(10,04.t-3,641) \\ +181,1. \sin(19,51.t-3,005)+167,6.\sin(20,24.t-0,004096) \quad 5.125$$

Belirlenen bu denklem başlangıç koşulları için çözülmüştür. Buna göre, $(q_5(t_7), T_D(t_7))$ çalışma noktasında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemin çözümünden gelen sonuç ile deneysel elde edilmiş diz mafsalsal açı değerleri Şekil 5.15'te karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.15 Diz mafsalsal açıların karşılaştırılması

5.3.2.2. Çalışma Noktasının 14. Nokta Olduğu Durum

Deneysel olarak elde edilmiş q_5 değişkeninin zamana göre değişim eğrisinde, $t_{14}=0,1857$.sn'de aldığı değer, çalışma noktası olarak seçilmiştir. Bu noktaya göre yapılan işlemlerde elde edilen denklem;

$$0,24178.\ddot{q}_5+1,9692.q_5 = -T_D(t)-11,2177 \quad 5.126$$

Denklemin sağ tarafı $T_{k14}(t)$ olarak tanımlanırsa;

$$-T_D(t)-11,2177=T_{k14}(t) \quad 5.127$$

Böylece çalışma noktası etrafında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemi elde edilir.

$$0,24178.\ddot{q}_5+1,9692.q_5=T_{k14}(t) \quad 5.128$$

$T_{k14}(t)$ için uydurulan eğriye ait denklem;

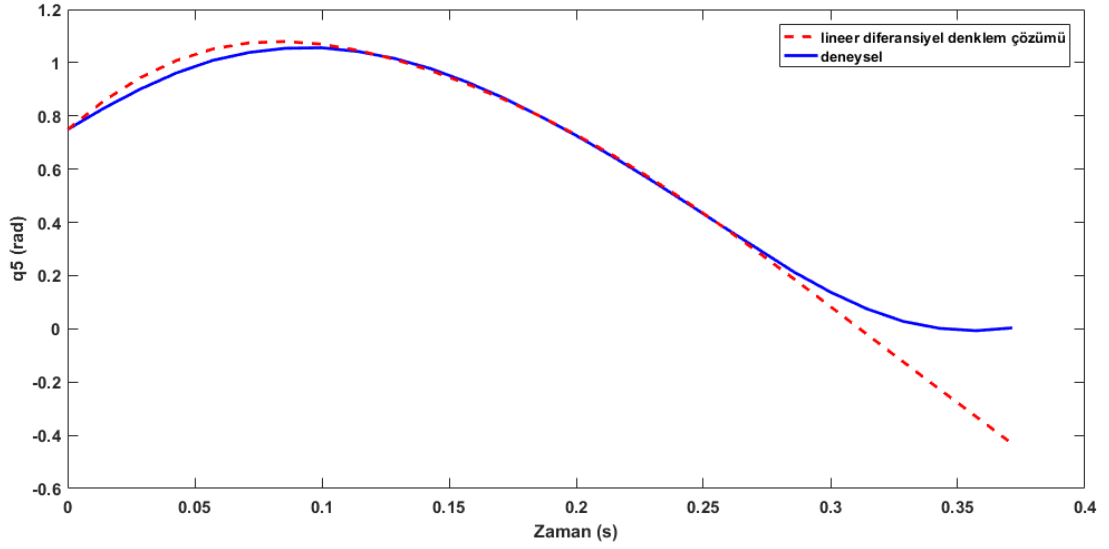
$$\begin{aligned} T_{k14}(t)= & 16,68. \sin(9,564.t-3,465) + 196,3. \sin(20,06.t-3,144) \\ & + 186,4. \sin(20,64.t-0,142) \end{aligned} \quad 5.129$$

$$R^2=0,9984$$

Uydurulan eğriye ait denklem, denklem 5.128’de yazıldığında diferansiyel denklemin son hali;

$$\begin{aligned} 0,24178.\ddot{q}_5+1,9692.q_5 = & 16,68. \sin(9,564.t-3,465) \\ & + 196,3. \sin(20,06.t-3,144) + 186,4. \sin(20,64.t-0,142) \end{aligned} \quad 5.130$$

Buna göre, $(q_5(t_{14}), T_D(t_{14}))$ çalışma noktasında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemin çözümünden gelen sonuç ile deneysel elde edilmiş diz mafsalları açısı değerleri şekil 5.16’te karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.16 Diz mafsalsal açılarının karşılaştırılması

5.3.2.3. Çalışma Noktasının 15.Nokta Olduğu Durum

Deneysel olarak elde edilmiş q_5 değişkeninin zamana göre değişim eğrisinde, $t_{15}=0,2$.sn'de aldığı değer, çalışma noktası olarak seçilmiştir. Bu noktaya göre yapılan işlemlerden elde edilen denklem;

$$0,24178.\ddot{q}_5 + 2,8163.q_5 = -T_D(t) - 9,2484 \quad 5.131$$

Denklemin sağ tarafı $T_{k15}(t)$ olarak tanımlanırsa;

$$-T_D(t) - 9,2484 = T_{k15}(t) \quad 5.132$$

Böylece çalışma noktası etrafında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemi elde edilir.

$$0,24178.\ddot{q}_5 + 2,8163.q_5 = T_{k15}(t) \quad 5.133$$

$T_{k15}(t)$ için uydurulan eğriye ait denklem;

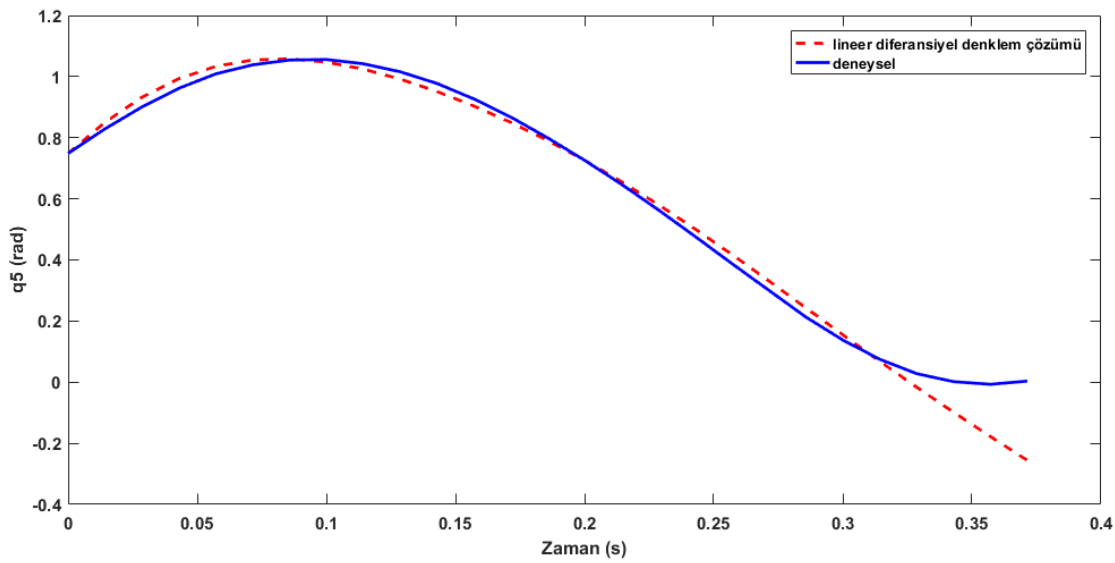
$$\begin{aligned} T_{k15}(t) = & 13,99. \sin(10,19.t - 3,555) + 210,3. \sin(20,26.t - 3,199) \\ & + 201,1. \sin(20,78.t - 0,1817) \end{aligned} \quad 5.134$$

$$R^2 = 0,9984$$

Uydurulan eğriye ait denklem, denklem 5.133'te yazıldığında diferansiyel denklemin son hali;

$$0,24178.\ddot{q}_5 + 2,8163.q_5 = 13,99.\sin(10,19.t - 3,555) + 210,3.\sin(20,26.t - 3,199) + 201,1.\sin(20,78.t - 0,1817) \quad 5.135$$

Buna göre, $(q_5(t_{15}), T_D(t_{15}))$ çalışma noktasında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemin çözümünden gelen sonuç ile deneysel elde edilmiş diz mafsalsal açı değerleri şekil 5.17'de karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.17 Diz mafsalsal açıların karşılaştırılması

5.3.2.4. Çalışma Noktasının 16.Nokta Olduğu Durum

Deneysel olarak elde edilmiş q_5 değişkeninin zamana göre değişim eğrisinde, $t_{16}=0,2143$.sn'de aldığı değer, çalışma noktası olarak seçilmiştir. Bu noktaya göre yapılan işlemlerde belirlenen denklem;

$$0,24178.\ddot{q}_5 + 3,5306.q_5 = -T_D(t) - 8,1303 \quad 5.136$$

Denklemin sağ tarafı $T_{k16}(t)$ olarak tanımlanırsa;

$$-T_D(t) - 8,1303 = T_{k16}(t) \quad 5.137$$

Böylece çalışma noktası etrafında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemi elde edilir.

$$0,24178.\ddot{q}_5+3,5306.q_5=T_{k16}(t) \quad 5.138$$

$T_{k16}(t)$ için uydurulan eğriye ait denklem;

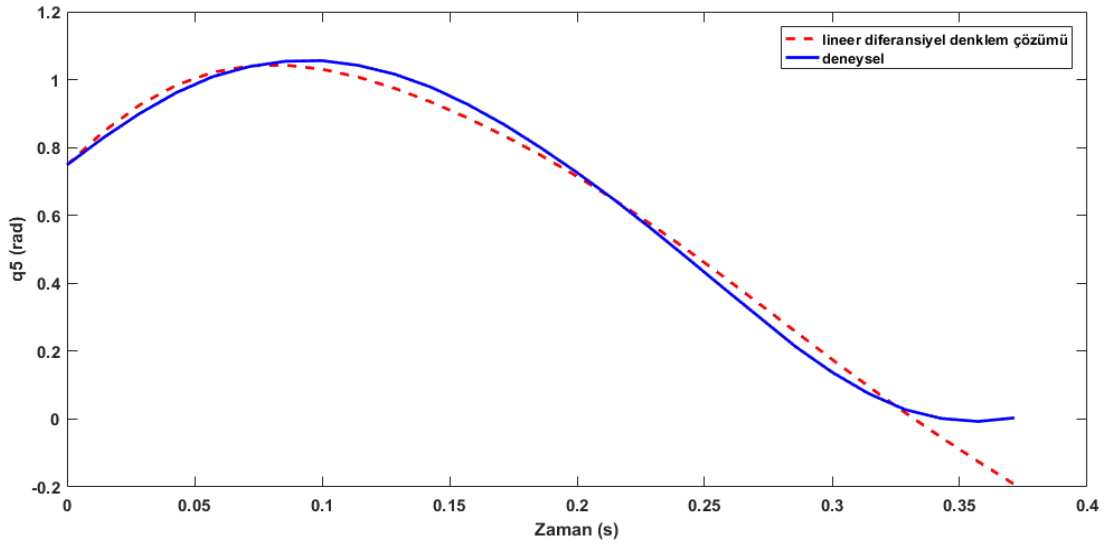
$$T_{k16}(t)=12,32. \sin(10,63.t-3,602)+157,4. \sin(20,37.t-3,223) \\ +149.\sin(21,04.t-0,2429) \quad 5.139$$

$$R^2=0,9984$$

Uydurulan eğriye ait denklem, denklem 5.128’de yazıldığında diferansiyel denklemin son hali;

$$0,24178.\ddot{q}_5+3,5306.q_5=12,32. \sin(10,63.t-3,602) \\ +157,4. \sin(20,37.t-3,223)+149.\sin(21,04.t-0,2429) \quad 5.140$$

Buna göre, $(q_5(t_{16}), T_D(t_{16}))$ çalışma noktasında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemin çözümünden gelen sonuç ile deneysel elde edilmiş diz mafsalsal açı değerleri şekil 5.18’de karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.18 Diz mafsalsal açıların karşılaştırılması

5.3.2.5. Çalışma Noktasının 17.Nokta Olduğu

Deneysel olarak elde edilmiş q_5 değişkeninin zamana göre değişim eğrisinde, $t_{17}=0,2286$.sn’de aldığı değer, çalışma noktası olarak seçilmiştir. Bu noktaya göre yapılan işlemlerde belirlenen denklem;

$$0,24178.\ddot{q}_5+4,0512.q_5=-T_D(t)-7,4269 \quad 5.141$$

Denklemin sağ tarafı $T_{k17}(t)$ olarak tanımlanırsa;

$$-T_D(t)-7,4269=T_{k17}(t) \quad 5.142$$

Böylece çalışma noktası etrafında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemi elde edilir.

$$0,24178.\ddot{q}_5+4,0512.q_5=T_{k17}(t) \quad 5.143$$

$T_{k17}(t)$ için uydurulan eğriye ait denklem;

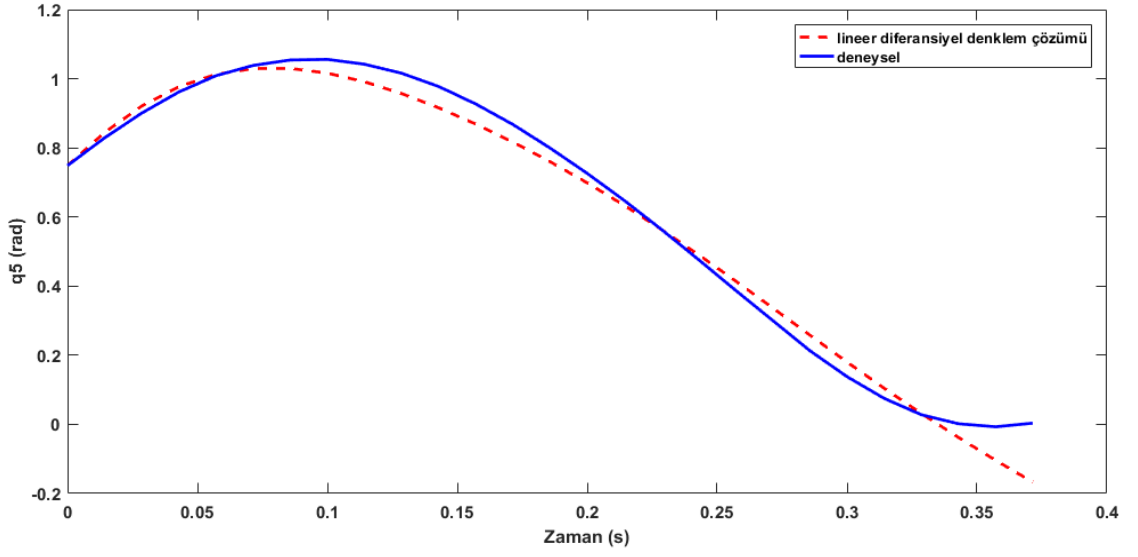
$$\begin{aligned} T_{k17}(t)= & 12,22. \sin(11,29.t-3,752) + 146,5. \sin(20,28.t-3,199) \\ & + 137,5. \sin(21,01.t-0,2374) \end{aligned} \quad 5.144$$

$$R^2=0,9984$$

Uydurulan eğriye ait denklem, denklem 5.143'te yazıldığında diferansiyel denklemin son hali;

$$\begin{aligned} 0,24178.\ddot{q}_5+4,0512.q_5= & 12,22. \sin(11,29.t-3,752) \\ & + 146,5. \sin(20,28.t-3,199) + 137,5. \sin(21,01.t-0,2374) \end{aligned} \quad 5.145$$

Buna göre, $(q_5(t_{17}), T_D(t_{17}))$ çalışma noktasında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemin çözümünden gelen sonuç ile deneysel elde edilmiş diz mafsalsal açı değerleri şekil 5.19'da karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.19 Diz mafsall açılarının karşılaştırılması

5.3.2.6. Çalışma Noktasının 21.Nokta Olduğu Durum

Deneysel olarak elde edilmiş q_5 değişkeninin zamana göre değişim eğrisinde, $t_{21}=0,2857$.sn’de aldığı değer, çalışma noktası olarak seçilmiştir. Bu noktaya göre yapılan işlemlerde belirlenen diferansiyel denklem;

$$0,24178.\ddot{q}_5 + 6,3478.q_5 = -T_D(t) + 2,4741 \quad 5.146$$

Denklemin sağ tarafı $T_{k21}(t)$ olarak tanımlanırsa;

$$-T_D(t) + 2,4741 = T_{k21}(t) \quad 5.147$$

Böylece çalışma noktası etrafında lineerleştirilmiş diferansiyel denklem elde edilir.

$$0,24178.\ddot{q}_5 + 6,3478.q_5 = T_{k21}(t) \quad 5.148$$

$T_{k21}(t)$ için uydurulan eğriye ait denklem;

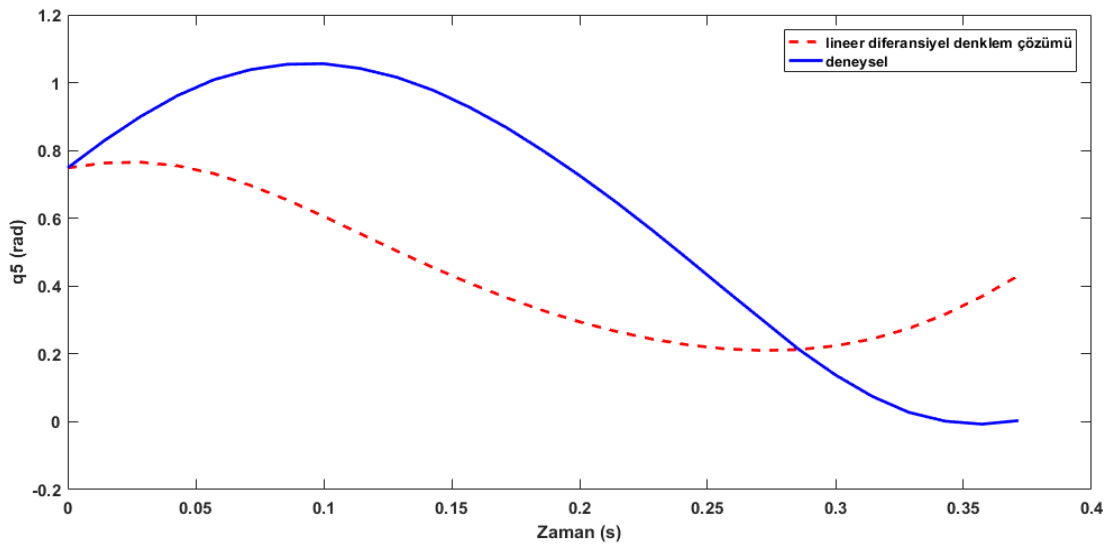
$$\begin{aligned} T_{k21}(t) = & 11,81. \sin(8,346.t - 0,8559) + 155,5. \sin(39,94.t + 1,687) \\ & + 153,4. \sin(40,11.t + 4,793) \end{aligned} \quad 5.149$$

$$R^2 = 0,9987$$

Uydurulan eğriye ait denklem, denklem 5.148’de yazıldığında diferansiyel denklemin son hali;

$$0,24178.\ddot{q}_5+6,3478.q_5=11,81.\sin(8,346.t-0,8559) \\ +155,5.\sin(39,94.t+1,687)+153,4.\sin(40,11.t+4,793) \quad 5.150$$

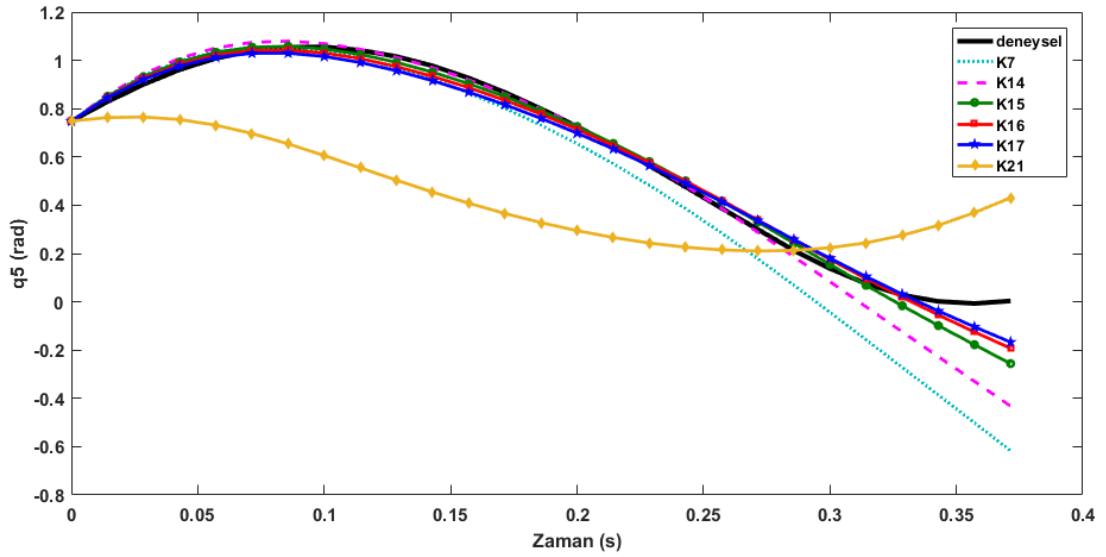
Buna göre, $(q_5(t_{21}), T_D(t_{21}))$ çalışma noktasında lineerleştirilmiş diferansiyel denklemin çözümünden gelen sonuç ile deneysel elde edilmiş diz mafsalsal açı değerleri şekil 5.20’de karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.20 Diz mafsalsal açıların karşılaştırılması

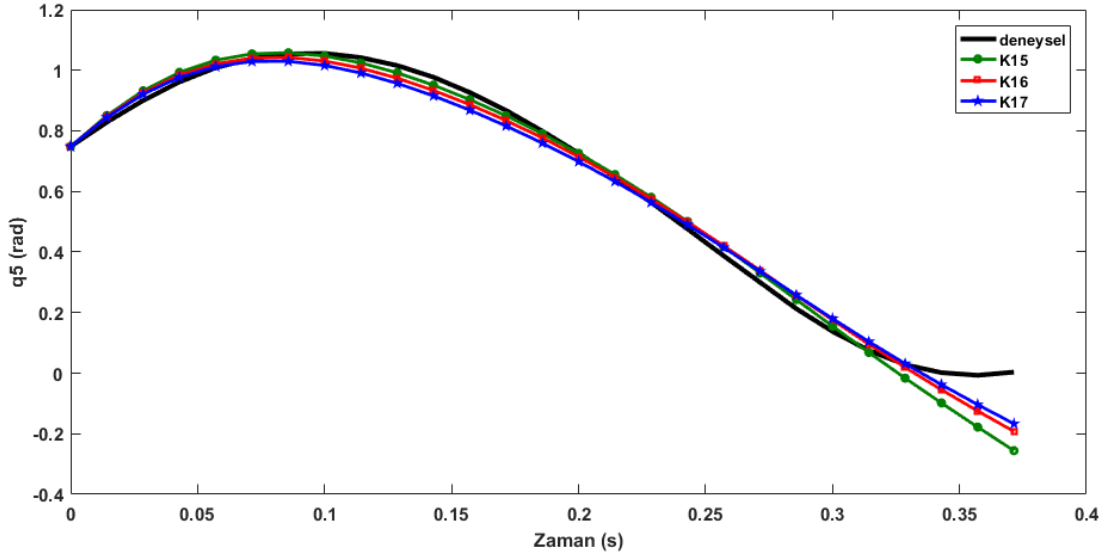
5.3.3 Farklı Çalışma Noktalarında Elde Edilen Sonuçların Karşılaştırılması

Farklı noktalarda yapılan lineerleştirme işlemleri sonucunda belirlenen diferansiyel denklemlerin, çözümlerinin zamanla değişimleri şekil 5.21’ de verilmiştir.



Şekil 5.21 Tüm çalışma noktalarında elde edilen lineerleştirilmiş diferansiyel denklemlerin çözümlerinin karşılaştırılması

Bu grafiğe göre, 21. çalışma noktasında elde edilen lineer diferansiyel denklemin çözümünün (K21 eğrisi), deneysel sonuçlara göre oldukça farklı olduğu görülmektedir. Bunun yanında 7. ve 14. çalışma noktalarında yapılan işlemlerden elde edilen açı değerlerinin de (K7 ve K14 eğrileri, diğer noktalarda elde edilen sonuçlardan, özellikle grafiğin son bölümünde, ayrıştıkları görülmektedir. Bu eğriler haricindeki eğriler ise, deneysel elde edilmiş açısal verilere daha yakın bir seyir izlemiştir. Buna göre 15,16 ve 17. çalışma noktalarında belirlenmiş diferansiyel denklemlerin çözümlerinin, deneysel sonuç ile karşılaştırıldığı grafik şekil 5.22’de verilmiştir.



Şekil 5.22 15,16 ve 17.çalışma noktalarında elde edilen lineerleştirilmiş diferansiyel denklemlerin çözümlerinin karşılaştırılması

Belirlenen bu eğrilerden, deneysel verilere en yakın olanı tespit edebilmek için karelerin ortalamasının karekökü (RMS) değerleri hesaplanmıştır. Rms değeri; deneysel veriler ile lineerleştirilmiş diferansiyel denklem çözümünden elde edilen değerler arasındaki farkların, karelerinin ortalamasının karekökü alınmasıyla belirlenmiştir. Deneysel olarak elde edilen açı değerleri q_d ve herhangi bir çalışma noktasında belirlenmiş lineerleştirilmiş diferansiyel denklemin çözüm q_{ki} ile ifade edilirse, 27 noktada elde edilen veriler için Rms değeri;

$$X_{RMS\ i} = \sqrt{\frac{1}{27} \cdot \sum_{n=1}^{27} (q_{ki} - q_d)_n^2} \quad 5.151$$

Buna göre, diferansiyel denklem çözümleri ile deneysel sonuçların farklarının Rms değerleri;

$$X_{RMS\ 7} = 0,1973$$

$$X_{RMS\ 14} = 0,1204$$

$$X_{RMS\ 15} = 0,0662$$

$$X_{RMS\ 16} = 0,0521$$

$$\mathbf{X_{RMS\ 17} = 0,0504}$$

$$X_{RMS\ 21} = 0,3438$$

Rms değerleri karşılaştırıldığında, deneysel sonuçlara göre en yakın çözüm, 17. çalışma noktasında yapılan lineerleştirme sonucunda belirlenen diferansiyel denklem ile elde edilmiştir. Buna göre referans diz mafsalına ait lineer hareket denklemi, denklem 5.141’de yer alan diferansiyel denklem olarak seçilmiştir.

5.4 Yürüteç–Dış İskelet Mekanizmasında Kullanılacak Aktüatörlerin Seçimi

Dış iskelet uzuvlarının tasarımı ve hareket profillerinin belirlenmesinin ardından bir diğer önemli adım da, istenen hareketlerin gerçekleştirilebilmesi için gereken aktüatörlerin seçilmesidir. Literatürde yer alan dış iskelet sistemleri üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde [6,10], elektrikli, hidrolik, pnömatik ve hibrit aktüatörlerin kullanıldığı görülmektedir.

Aliman ve ark. [7] tarafından yapılan derleme çalışmasında, farklı amaçlar için dizayn edilmiş dış iskelet sistemleri ve bunlarda kullanılan aktüatör tipleri karşılaştırılmış ve tablo ile verilmiştir. Tabloya göre, yapılan çalışmaların büyük çoğunluğunda elektrik motorları kullanıldığı görülmektedir. Lokomat, ALEX, ReWalk, Bleex ve Hal gibi önemli dış iskelet sistemlerinde de elektrik motorları kullanılmıştır. Elektrik motorlarının sağladığı yüksek verimlilik, kontrol hassasiyeti ve güç-ağırlık oranı; tercih edilmesindeki en büyük etkenlerdir.[6]

Dış iskeletlerde kullanılan aktüatörlerin, yüksek hızlarda çalışırken yüksek torklar üretmesi beklenir. Ancak, aktüatörlerin eklemler üzerinde çok dar bir alana yerleştirilecek olması ve aktüatör kütlesinin mümkün olabildiğince düşük olması gereklilikleri aktüatör seçimini zorlaştırır ve sınırlandırır. Bu durumda aktüatör seçimi için temel kriterler, nominal tork, hareket aralığı ve hızı, boyut ve kontrol edilebilirlik olarak sıralanabilir. Ayrıca seçilecek aktüatörün nominal çıkış gücünün de, mafsallın hareketi için gereken maksimum güç değerini karşılaması gerekir. [60]

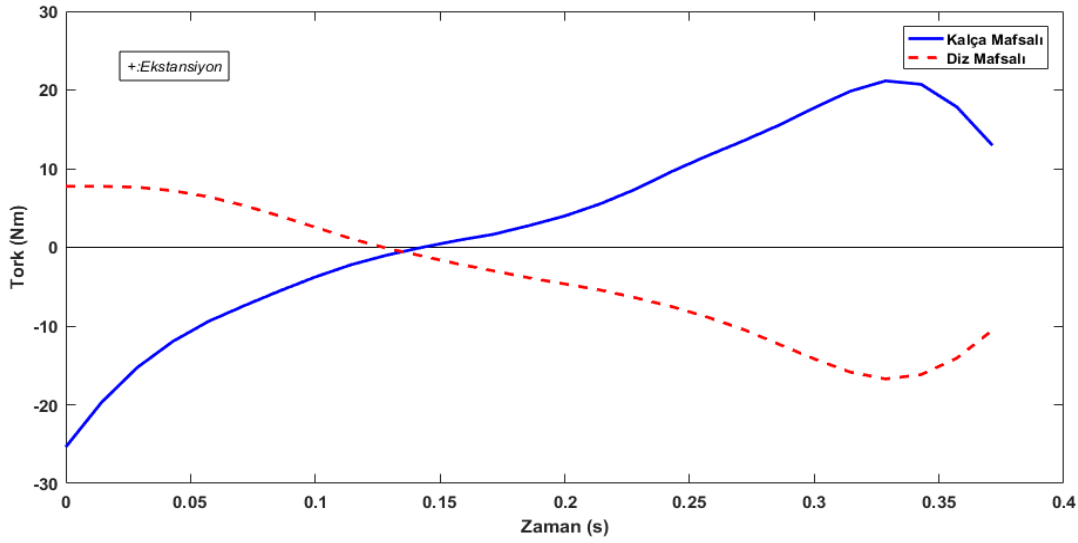
5.4.1 Aktüatör Seçim Kriterlerinin Belirlenmesi

Önceki bölümlerde, mafsallara ait tork ve hız değerleri belirlenmişti. Açısal hız verileri için, Winter’ın deney sonuçlarından yararlanılmıştır. Mafsal torkları ise analitik olarak tespit edilmiştir. Elde edilen mafsal torkları, yapılan bazı kabuller ve

idealleştirmeler neticesinde hesaplandığından, sonuçların gerçek tork değerlerine göre bir miktar hatalı olması kaçınılmazdır.

Güç değerleri hesaplanırken de, bu tork değerleri kullanıldığı takdirde güç ifadesindeki hata miktarı, açısal hız değeri nispetinde katbekat artacaktır. Bu sebeple, aktüatör seçiminde, dış iskelet ağırlığı da hesaba katılarak, mafsallara ait deneysel olarak elde edilmiş tork değerleri kullanılacaktır.

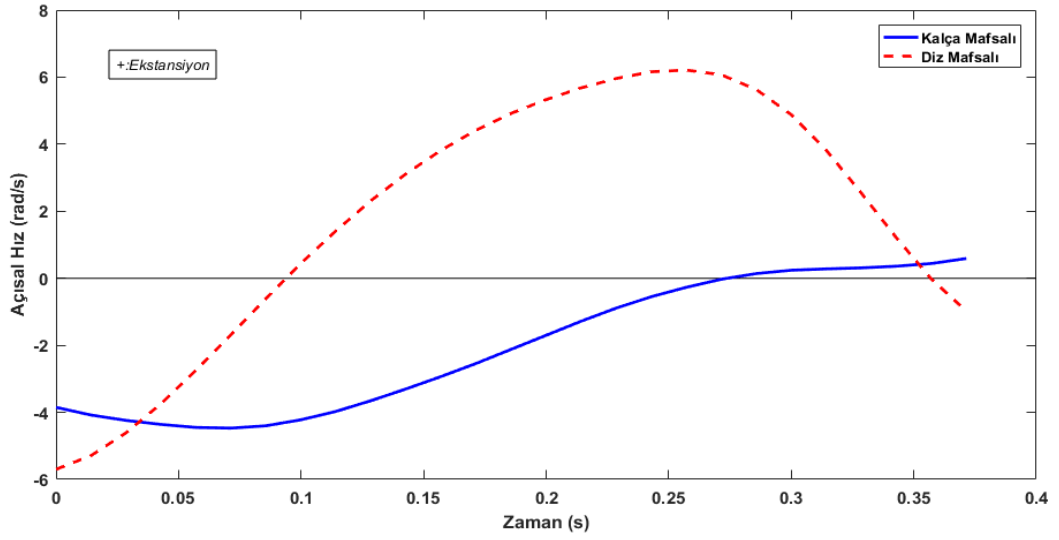
Kalça ve diz mafsallarının salınım fazında hareketi için gereken tork değerleri, şekil 5.23'te verilmiştir.



Şekil 5.23 Salınım fazındaki kalça ve diz mafsalları için tork-zaman grafiği

Grafiğin pozitif kısmı, ekstansiyon torklarını ifade etmektedir. Buna göre, salınım hareketinin oluşması için kalça mafsasında maksimum 25 Nm eklem torku gerekmektedir. Diz mafsasında ise maksimum 17 Nm tork gereklidir. Belirlenen maksimum mafsallık tork değerlerine göre, yürüteç-dış iskelet mekanizmasında kullanılacak aktüatörlerin bu değerlerin üzerinde tork kapasitesine sahip olmaları gerekmektedir.

Aktüatör seçim kriterlerinden diğeri ise, açısal hız değerleridir. Kalça ve diz mafsallarının salınım fazı esnasında sahip oldukları açısal hız değerleri şekil 5.24'te verilmiştir. Pozitif açısal hız, ekstansiyon yönündeki açısal hızı ifade etmektedir. Grafiğe göre, kalça mafsalının açısal hızı -4,47 ile 0,59 rad/s arasında değişirken, diz mafsalının hızı -5,7 ile 6,21 rad/s arasında değerler alır. Belirlenecek aktüatörlerin, mafsalların hareketi için ihtiyaç duyulan maksimum hız değerlerini karşılamaları gereklidir.

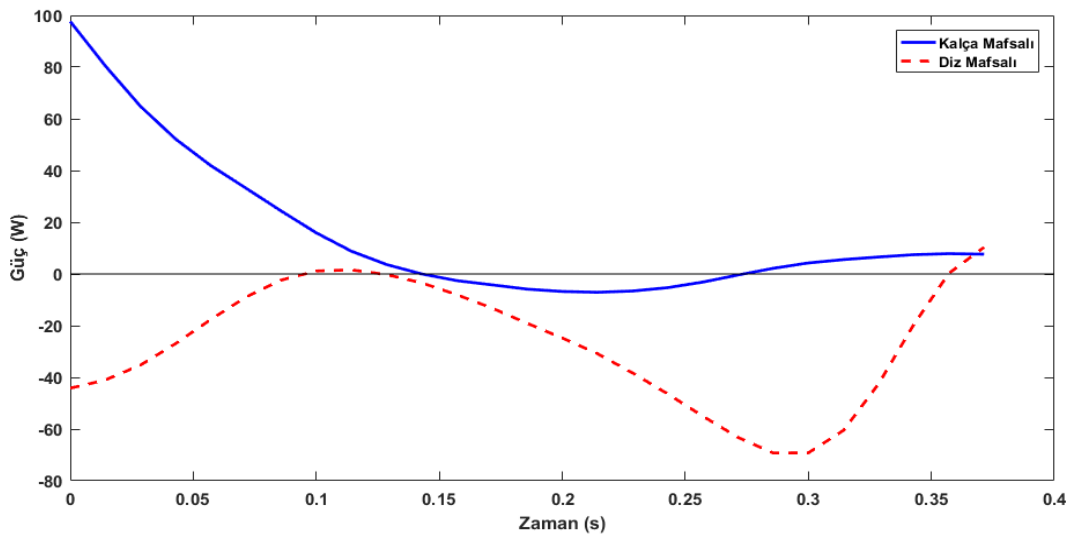


Şekil 5.24 Salınım fazındaki kalça ve diz mafsalları için açısal hız-zaman grafiği

Sağlık bir insana ait gerçek yürüyüş çevriminde, eklemlerde üretilen veya harcanan güç değerleri açısal hız ve eklem torkuna bağlı olarak şu şekilde belirlenir;

$$P=T.\dot{q} \quad 5.152$$

Aktüatörün belirlenmesi için gereken kriterlerden bir diğeri ise, güç değerleridir. Güç değerleri, deneysel çalışmalarda elde edilen veriler baz alınarak ve dış iskelet giydirilmiş insan yürüyüşü için belirlenmiştir. Buna göre kalça ve diz mafsallarının, salınım fazındaki hareketlerini gerçekleştirebilmeleri için gereken, güç değerleri şekil 5.25'te verilmiştir.



Şekil 5.25 Salınım fazındaki kalça ve diz mafsalları için güç-zaman grafiği

Grafiğe göre, salınım fazında kalça mafsalsının hareketi için gereken güç değeri maksimum 98 W iken, diz mafsalı için ise 69 W olarak belirlenmiştir. Güç değerlerinin pozitif olduğu kısım, hareketi sağlayan kas grupları tarafından güç üretildiğini gösterirken, negatif güç ise kasların absorbe ettiği güç değerlerine karşılık gelmektedir. Pozitif güç değerleri, eklem torku ile eklem açısal hızının aynı yönlü olduğu anlarda oluşur.

Yukarıda yer alan grafiklerde, dış iskelet giydirilmiş insanın, normal yürüyüşü esnasında oluşan eklem torku, açısal hız ve güç değerleri belirlenmiştir. Aktüatör seçimi yapılırken, maksimum değerleri sağlayacak şekilde seçim yapılması gerekir. Aksi takdirde istenen hareketlerin gerçekleştirilebilmesi mümkün olmayacaktır.

Yürüteç – dış iskelet mekanizmasında, kalça ve diz için aynı tip aktüatör kullanılması düşünülmüştür. Buna göre, kalça mafsasında oluşan 25 Nm tork, diz mafsalsının sahip olduğu 6,21 rad/s veya 59,3 RPM açısal hız ve kalça mafsalsının ulaştığı 98 W güç değerleri, seçilecek motor-redüktör çiftinin sağlaması gereken minimum değerleri göstermektedir.

5.4.2 Dc Servo Motorun ve Redüktörün Belirlenmesi

Servo motorlar robot teknolojisinde ve özellikle dış iskelet sistemlerinde en yaygın kullanılan motor tipidir. Kontrol edilebilirliği, yüksek verimliliği ve ebatları göz önüne alındığında, bu çalışmada aktüatör olarak dc servo motor kullanılmasına karar verilmiştir. Kalça ve diz mafsallarının, her ikisi için de tüm gereksinimleri karşılayabilecek, aynı tip bir dc servo motor kullanılması düşünülmüştür.

Genelde, seçilen motorlara ait nominal tork, hız ve güç değerleri sistem gereksinimlerinden farklıdır. Elektrik motorları boyutlarına göre genelde, düşük tork üretirler. Yüksek hıza sahip olduklarından, üretilen mekanik güç ise yüksektir. Bu özelliğinden kaynaklı olarak, küçük boyutlardaki motorların yüksek hızda olması istenir. Böylelikle gereken güç değeri sağlanabilir. Ancak, istenen tork ve hız değerlerine ulaşılabilmesi için, uygun bir redüktör kullanılması da gerekmektedir.

Motor milinin çıkış hızı ve diğer kinematik değerleri, dış iskelet sistemini hareketi için gereken değerlerden genelde çok daha büyüktür. Bunun istenen değerlere indirilebilmesi, seçilen redüktörün sahip olduğu çevrim oranına (i) göre belirlenebilir.

Buna göre, motor milinin açısal hızı ($\dot{q}_m$) ile dış iskelet mafsalsal hızı ($\dot{q}_{di}$) arasındaki ilişki şu şekilde yazılabilir;

$$\dot{q}_m = i \cdot \dot{q}_{di} \quad 5.153$$

Ayrıca, servo motor millerinin tork değerleri dış iskelet mafsalsal hareketi için gerekenden oldukça düşüktür. Redüktör giriş dişlisi torku ile çıkış milinden elde edilen tork arasındaki ilişki, redüktörün verim (μ) değerinden faydalanılarak belirlenebilir. Redüktör verimi;

$$\frac{P_{\text{çıkış}}}{P_{\text{giriş}}} = \mu \quad 5.154$$

Güç ifadeleri, redüktörün giriş ve çıkış millerinin tork ve açısal hız değerlerine bağlı olarak yazılırsa,

$$\frac{T_R \cdot \dot{q}_{di}}{T_{RG} \cdot \dot{q}_m} = \frac{T_{di} \cdot \dot{q}_{di}}{T_{RG} \cdot i \cdot \dot{q}_{di}} = \mu \quad 5.155$$

Bu denklemde elde edilen, redüktör çıkış miline ait tork aynı zamanda dış iskelet uzvunun hareketi için gereken torktur. Buna göre ifade düzenlendiğinde, mafsalsal hareketi için gereken tork değeri ile redüktör giriş dişlisi torku arasındaki ilişki şu şekilde elde edilir;

$$T_R = T_{di} = i \cdot \mu \cdot T_{RG} \quad 5.156$$

Motorda üretilen torkun bir kısmı, redüktör giriş dişlisinin hareketi için ve bir kısmı da eylemsizlik ve sürtünmeyi yenmek için kullanılır. Böylece motorun sağlaması gereken net tork değeri şu şekilde hesaplanır;

$$T_m = \frac{T_{di}}{i \cdot \mu} + J_m \cdot \ddot{q}_m + B_m \cdot \dot{q}_m \quad 5.157$$

Seçilecek motorun teknik bilgileri, akım ve tork karakteristiklerine göre belirlenir. Bu özelliklere göre, sargı doğrusu ve akım doğrusu belirlenir ve bu doğrulara göre de motorun sürekli çalışma bölgesinin limitleri çizilir.[61,62]

Motorun ürettiği tork mekaniksel olarak yukarıda elde edilmişti. Elektriksel olarak ise, motorun çektiği akımla doğru orantılı olarak belirlenebilir.

$$T_m = k_t \cdot I \quad 5.158$$

Burada, I akımı, k_t ise motor tork sabitini göstermektedir.

Motorun kararlı çalışması esnasında, motor sargılarından geçen akım şu şekilde ifade edilebilir;

$$I = \frac{V - V_b}{R} = \frac{V - k_b \cdot \dot{\phi}}{R} \quad 5.159$$

Denklemden yer alan V; motora uygulanan gerilimi, V_b ; zıt elektromotor kuvveti, k_b ise zıt elektromotor kuvvet sabitini göstermektedir. Denklem 5.159, denklem 5.158’de yazıldığında motorun üretebileceği maksimum teorik torku veren ifade şu şekilde elde edilmiş olur;

$$T_m = \frac{k_t}{R} \cdot (V_{\max} - k_b \cdot \dot{\phi}) \quad 5.160$$

Denklem 5.160, motor kapasitesini belirleyen doğrulardan, sargı doğrusunun (winding line) denklemidir. Bir diğer limit doğrusu ise akım doğrusudur. Akım doğrusunu elde etmek için ise aşağıdaki denklemden faydalanılır.

$$T_{m_A} = k_t \cdot I_{\max} \quad 5.161$$

Motor ıkış miline bağlanacak redüktörün belirlenmesinde ise, denklem 5.134’ten faydalanılacaktır. Eylemsizlik ve sürtünme hesaba katılmadan redüktörü seçimi yapılmak istendiğinde, gereken maksimum motor torkunun, denklem 5.162’de yer alan şartı sağlaması gereklidir.

$$T_{m_{\max}} > \frac{T_{di}}{i \cdot \mu} \quad 5.162$$

Motor çıkış milinin veya redüktör giriş milinin maksimum hızının da, denklem 5.153'e benzer olarak şu şartı sağlaması gereklidir;

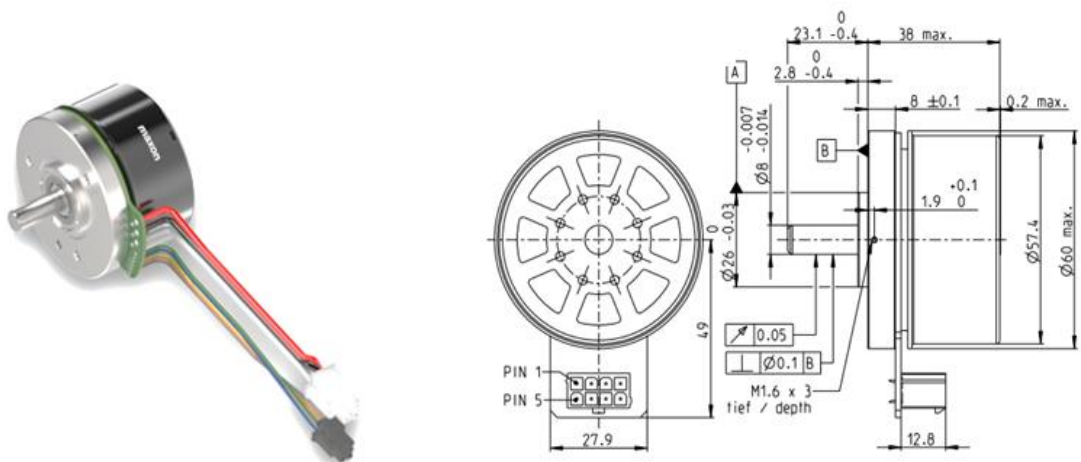
$$\dot{q}_{m_{\max}} > i \cdot \dot{q}_{di} \quad 5.163$$

Buna göre, 5.162 ve 5.163'te yer alan eşitsizlikler göz önüne alındığında, redüktör çevrim oranı ifadesi şu aralıkta yer almalıdır;

$$\frac{\dot{q}_{m_{\max}}}{\dot{q}_{di}} > i > \frac{T_{di}}{\mu \cdot T_{m_{\max}}} \quad 5.164$$

Yukarıda belirlenen tüm şartlar ve kısıtlamalar değerlendirildiğinde, yürüteç – dış iskelet mekanizmasında kullanılacak Dc servo motor olarak; Maxon EC 60 Flat (625858) motor seçilmiştir. Mafsallardaki ihtiyaç duyulan tork ve hız değerlerine göre Maxon GP 52 C model redüktörün, farklı çevrim oranlarına sahip 2 ayrı versiyonu (kalça mafsalı için; 223091-diz mafsalı için; 223093 versiyonları), bu sistem için uygun bulunmuştur.

Seçilen motor ve motorun ölçülendirilmiş resmi şekil 5.26'da verilmiştir.



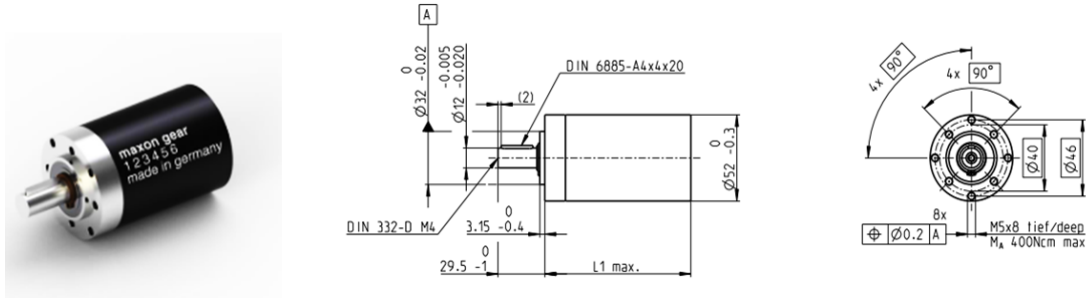
Şekil 5.26 Maxon EC 60 flat dc servo motor

Bu motora ait teknik bilgiler çizelge 5.2'de verilmiştir.

Çizelge 5.2 Maxon EC 60 flat dc servo motora ait teknik bilgiler

Güç	150 W
Nominal Voltaj	24 V
Nominal Hız	3480 RPM
Nominal Tork [Maksimum Sürekli Tork]	0.401 Nm
Nominal Akım [Maksimum Sürekli Akım]	7,25 A
Maksimum Verim	% 85,2
Tork Sabiti , k_t	0.0525 Nm/A
Zıt elektromotor kuvvet sabiti, k_b	0.0055 V/RPM
Motor Rezistansı , R	0.293 Ω
Rotor Atalet Momenti	$8,1 \cdot 10^{-5} \text{ kgm}^2$
Ağırlık	0,35 kg

Seçilen redüktör ve redüktörün ölçülendirilmiş resmi şekil 5.27’de verilmiştir.



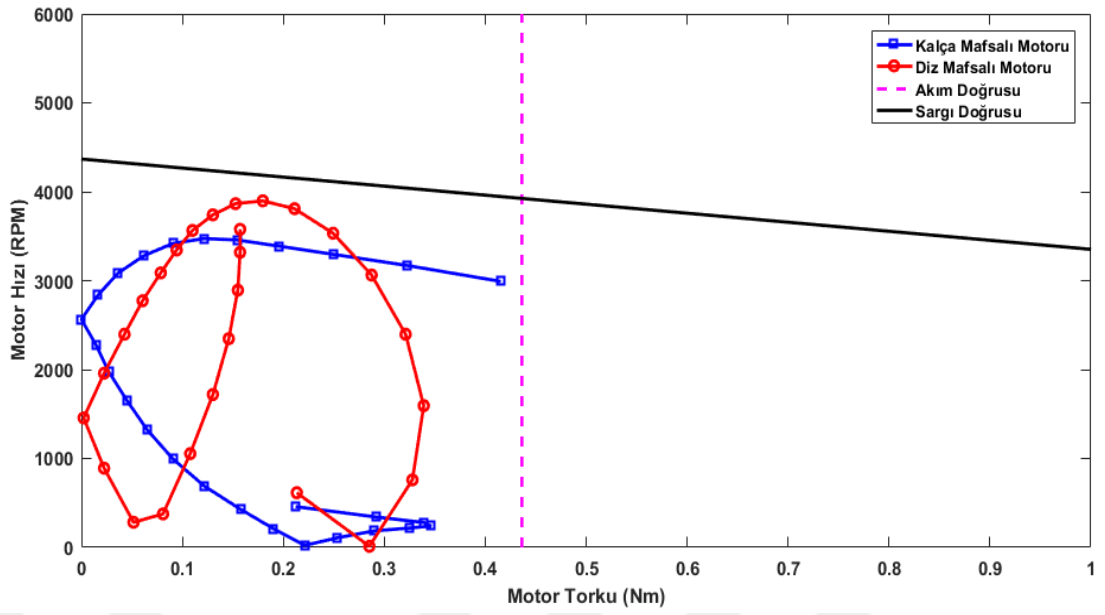
Şekil 5.27 Maxon GP 52 C redüktör

Redüktöre ait teknik bilgiler çizelge 5.3’te verilmiştir.

Çizelge 5.3 Maxon GP 52 C redüktöre ait teknik bilgiler

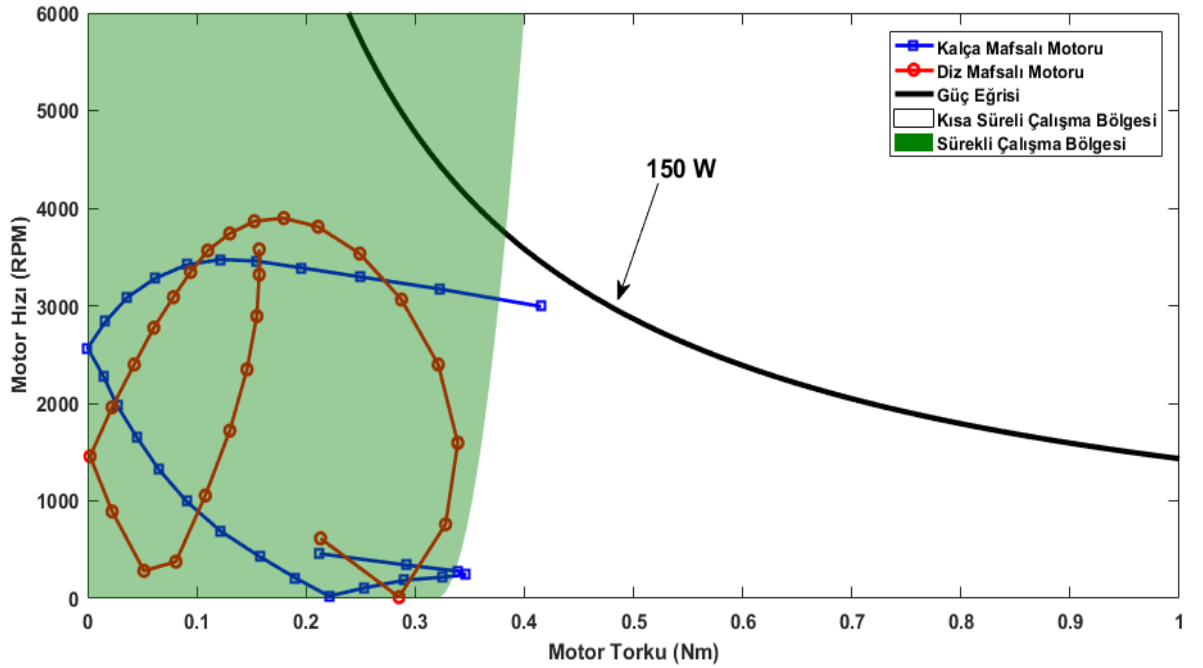
Çevrim Oranı (Kalça Mafsalı)	2197/27
Çevrim Oranı (Diz Mafsalı)	1183/18
Kademe Sayısı	3
Maksimum Sürekli Tork	30 Nm
Maksimum Verim	% 75
Atalet Momenti	$0,164 \cdot 10^{-5} \text{ kgm}^2$
Ağırlık	0,77 kg

Seçilen motor ve redüktöre ait veriler kullanılarak belirlenen ve sistemin hareketi için gerekli tork- hız değerlerini gösteren grafik şekil 5.28’de verilmiştir.



Şekil 5.28 Gereken motor torku-hız eğrisi ile limit çizgilerinin karşılaştırılması

Elde edilen bu eğrilerin, motor üreticisinin kataloğunda yer alan grafik üzerinde gösterimi şekil 5.29'da verilmiştir.



Şekil 5.29 Gereken motor tork-hız eğrilerinin, Maxon EC-i 52 motor kataloğunda yer alan limitler ile karşılaştırılması

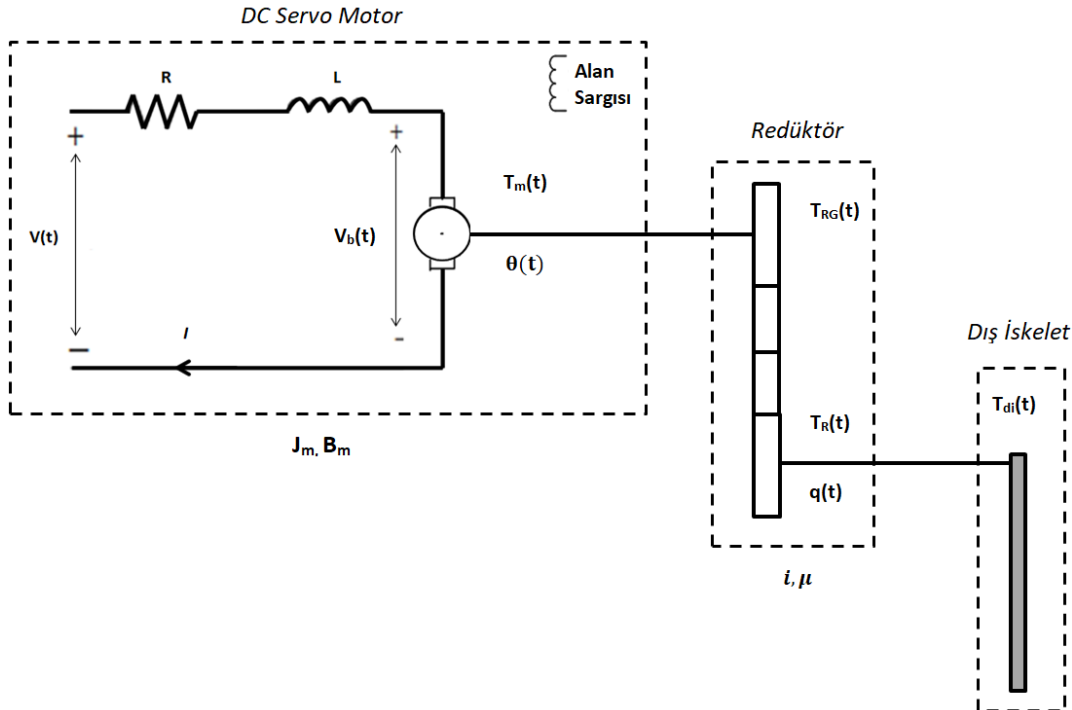
Grafiklere göre, kalça ve diz mafsallarının hareketi için gereken motor tork - hız değerlerinin, genel olarak limit çizgileri arasında yer aldığı görülmektedir. Şekil 5.29'da kalça mafsalına ait eğrinin, sürekli çalışma bölgesini kısa süreli aştığı

görülmektedir. Bu da motor için herhangi bir sorun teşkil etmeyecektir. Grafiklerden de anlaşıldığı üzere, seçilen motorun uygun olduğu görülmektedir.

5.5 DC Servo Motor–Redüktör–Dış İskelet Üçlüsünün (Elektromekanik Sistemin) Matematiksel Modellenmesi

Dc servo motor, kaynaktan sağlanan elektrik enerjisini, rotor aracılığıyla mekanik enerjiye (dolayısıyla açısal harekete) dönüştürür. Motor milinin açısal konumu ve hızı, göbek sargısına uygulanan gerilim ile kontrol edilebilir. Motorlar genelde yüksek hızlarda çalışırlar ve düşük tork üretirler. Dış iskelet uzvunun hedeflenen hareketine uygun olarak, hızı düşürmek ve torku artırmak amacıyla motor mili çıkışında redüktörden faydalanılır. Redüktör çıkış mili ise dış iskelete ihtiyacı olan hareketi sağlar. Buna göre matematiksel model, voltaj ile dış iskelet uzvunun açısal pozisyonu arasındaki ilişki olarak belirlenebilir.

Kirchoff gerilimler yasası ile sistemin elektrik devresi ve Newton kanunlarına göre de şaftın dinamiği analiz edilerek tüm elektromekanik sistemin diferansiyel denklemi elde edilir.[63–67][68] Bunun için, şekil 5.30’da yer alan motor-redüktör - dış iskelet uzvu üçlüsünün basit şematik yapısı göz önüne alınmıştır.



Şekil 5.30 Elektromekanik sistemin şematik gösterimi

Kirchoff gerilimler yasasına göre, motorun giriş voltajı şu şekilde belirlenir.

$$V(t)=R.I+L.\left(\frac{dI}{dt}\right)+V_b(t) \quad 5.165$$

Burada, R endüvi (göbek sargısı) direnci, L endüvi indüktansı, I akım ve V_b ise zıt elektromotor kuvveti göstermektedir. Denklem 5.165'in, sıfır başlangıç koşulları altında Laplace dönüşümü alınırsa;

$$V(s)-V_b(s)=R.I(s)+L.s.I(s) \quad 5.166$$

Denklem düzenlendiğinde;

$$V(s)-V_b(s)=(R+L.s).I(s) \quad 5.167$$

Zıt elektromotor kuvvet, milin açısal hızı ile doğru orantılı olup şöyle elde edilir.

$$V_b(t)=k_b.\left(\frac{\theta_m}{dt}\right) \quad 5.168$$

Bu denklemin Laplace dönüşümü alınırsa;

$$V_b(s)=k_b.s.\theta_m(s) \quad 5.169$$

Motor milinin çıkış torku da, endüvi akımı ile doğru orantılı olarak belirlenebilir.

$$T_m(t)=k_t.I(t) \quad 5.170$$

Laplace dönüşümü yapılırsa;

$$T_m(s)=k_t.I(s) \quad 5.171$$

Ayrıca motor mili çıkış torku, Newton kanunları ile mekaniksel olarak da belirlenebilir. Motorun sağladığı T_m torku, motor atalet momenti ve sürtünmeyi yenmenin yanı sıra, redüktör giriş dişlisinin dönmesi için gerekli torku da sağlamalıdır. Burada T_{RG} , redüktör giriş mili torkunu ifade etmektedir.

$$T_m = J_m \cdot \ddot{\theta}_m + B_m \cdot \dot{\theta}_m + T_{RG} \quad 5.172$$

Redüktör çıkış mili torku ise; denklem 5.156'da belirlendiği gibi dış iskeletin hareketi için gereken mafsalsal torkuna eşittir.

$$T_R = T_{di} \quad 5.173$$

T_R redüktör çıkış mili torku ile T_{RG} redüktör giriş mili torku arasındaki ilişki;

$$T_R = i \cdot \mu \cdot T_{RG} \quad 5.174$$

Denklem 5.174'te yer alan T_{RG} ifadesi, denklem 5.173 ile beraber değerlendirilip, denklem 5.172'de yerine yazıldığında;

$$T_m = J_m \cdot \ddot{\theta}_m + B_m \cdot \dot{\theta}_m + \frac{T_{di}}{i \cdot \mu} \quad 5.175$$

Redüktör giriş mili açısı ya da motor mili açısı θ_m ile redüktör çıkış mili açısı ya da dış iskelet mafsalsal açısı q arasındaki ilişki de şu şekilde belirlenir;

$$q = \frac{\theta_m}{i} \quad 5.176$$

5.5.1 Takipçi Kalça Mafsalsal İçin Kontrol Sistemi Tasarımı

Mafsallara ait hareket denklemleri daha önce belirlenmişti. Referans kalça mafsalsalının hareketi için gerekli tork değeri;

$$T_{C5}(t) = 0,51719 \cdot \ddot{q}_4 + 17,1265 \cdot \dot{q}_4 - 51,338 \quad 5.177$$

Bu denklemde yer alan kalça mafsalsalına ait kinematik değişkenler, motor mili açısı cinsinden yazıldığında;

$$T_{C5}(t) = 0,51719 \cdot \frac{\ddot{\theta}_m}{i} + 17,1265 \cdot \frac{\dot{\theta}_m}{i} - 51,338 \quad 5.178$$

Denklem 5.178, denklem 5.175'te T_{di} yerine yazılırsa;

$$T_m = J_m \cdot \ddot{\theta}_m + B_m \cdot \dot{\theta}_m + \frac{0,51719}{i^2 \cdot \mu} \cdot \ddot{\theta}_m + \frac{17,1265}{i^2 \cdot \mu} \cdot \dot{\theta}_m - \frac{51,338}{i \cdot \mu} \quad 5.179$$

Burada, $J_{Lh} = \frac{0,51719}{i^2 \cdot \mu}$, $K_{Lh} = \frac{17,1265}{i^2 \cdot \mu}$ ve $D_{Lh} = \frac{51,338}{i \cdot \mu}$ olarak ifade edilip, denklem buna göre düzenlenirse,

$$T_m - J_{Lh} \cdot \ddot{\theta}_m - K_{Lh} \cdot \dot{\theta}_m + D_{Lh} = J_m \cdot \ddot{\theta}_m + B_m \cdot \dot{\theta}_m \quad 5.180$$

Denklemin Laplace dönüşümü yapılırsa;

$$\begin{aligned} T_m(s) - J_{Lh} \cdot (s^2 \cdot \theta_m(s) - s \cdot \theta_m(0) - \dot{\theta}_m(0)) - K_{Lh} \cdot \theta_m(s) + \frac{D_{Lh}}{s} \\ = J_m \cdot (s^2 \cdot \theta_m(s) - s \cdot \theta_m(0) - \dot{\theta}_m(0)) + B_m \cdot (s \cdot \theta_m(s) - \theta_m(0)) \end{aligned} \quad 5.181$$

Denklemde $D_H(s) = \frac{D_{Lh}}{s}$ olarak ifade edildiğinde ve işlemler düzenlendiğinde,

$$\begin{aligned} T_m(s) - (J_{Lh} \cdot s^2 + K_{Lh}) \cdot \theta_m(s) + D_H(s) + \left[\begin{array}{l} (J_m + J_{Lh}) \cdot s + B_m \cdot \theta_m(0) \\ + (J_m + J_{Lh}) \cdot \dot{\theta}_m(0) \end{array} \right] \\ = (J_m \cdot s^2 + B_m \cdot s) \cdot \theta_m(s) \end{aligned} \quad 5.182$$

Belirlenen bu eşitlikler ile ve PID kontrolör kullanılarak; motor-redüktör–uyluk uzvu dış iskeletine ait blok diyagram şekil 5.31’de elde edilmiştir.

Bozucu giriş etkisi sıfır ($D(s)=0$) kabul edildiğinde, başvuru girişine göre transfer fonksiyonu;

$$\frac{q_3(s)}{q_4(s)} = \frac{K_t \cdot (K_D \cdot s^2 + K_p \cdot s + K_I)}{(J_m + J_{Lh}) \cdot i \cdot L \cdot s^4 + (B_m \cdot L + (J_m + J_{Lh}) \cdot R) \cdot i \cdot s^3 + (K_{Lh} \cdot i \cdot L + B_m \cdot i \cdot R + K_t \cdot K_b \cdot i + K_t \cdot K_D) \cdot s^2 + (K_{Lh} \cdot i \cdot R + K_t \cdot K_p) \cdot s + K_t \cdot K_I} \cdot e^{-t_d \cdot s} \quad 5.184$$

Başvuru giriş etkisi sıfır ($q_4(s)=0$) kabul edildiğinde, bozucu girişe göre transfer fonksiyonu;

$$\frac{q_3(s)}{D(s)} = \frac{[(J_m + J_{Lh}) \cdot \theta_m(0)] \cdot s^2 + [B_m \cdot \theta_m(0) + (J_m + J_{Lh}) \cdot \dot{\theta}_m(0)] \cdot s + D_{Lh}}{(J_m + J_{Lh}) \cdot i \cdot L \cdot s^4 + (B_m \cdot L + (J_m + J_{Lh}) \cdot R) \cdot i \cdot s^3 + (K_{Lh} \cdot i \cdot L + B_m \cdot i \cdot R + K_t \cdot K_b \cdot i + K_t \cdot K_D) \cdot s^2 + (K_{Lh} \cdot i \cdot R + K_t \cdot K_p) \cdot s + K_t \cdot K_I} \cdot e^{-t_d \cdot s} \quad 5.185$$

Başvuru girişi ile bozucu girişin sisteme beraber uygulanmasıyla oluşan cevap fonksiyonu;

$$q_3(s) = \frac{K_t \cdot (K_D \cdot s^2 + K_p \cdot s + K_I) \cdot q_4(s) + [(J_m + J_{Lh}) \cdot \theta_m(0)] \cdot s^2 + [B_m \cdot \theta_m(0) + (J_m + J_{Lh}) \cdot \dot{\theta}_m(0)] \cdot s + D_{Lh}}{(J_m + J_{Lh}) \cdot i \cdot L \cdot s^4 + (B_m \cdot L + (J_m + J_{Lh}) \cdot R) \cdot i \cdot s^3 + (K_{Lh} \cdot i \cdot L + B_m \cdot i \cdot R + K_t \cdot K_b \cdot i + K_t \cdot K_D) \cdot s^2 + (K_{Lh} \cdot i \cdot R + K_t \cdot K_p) \cdot s + K_t \cdot K_I} \cdot e^{-t_d \cdot s} \quad 5.186$$

Gecikme süresi, referans ayağın tek ayak destek fazında ve çift ayak destek fazında geçirdiği sürelerin toplamı olarak, yani $t_d = \frac{34}{70}$ s olarak belirlenmiştir. Ayrıca motor mili açısı için başlangıç şartları; $\theta_m(0) = -10,366$ rad ve $\dot{\theta}_m(0) = 267,708$ rad/s'dir. Belirlenen bu değerler ve kontrolcü parametreleri haricindeki değerler yerlerine yazıldığında sistemin transfer fonksiyonu;

$$q_3(s) = \frac{(K_D \cdot s^2 + K_p \cdot s + K_I) \cdot q_4(s) + (-1,02 \cdot 10^{-5} \cdot s^4 - 10,86 \cdot 10^{-3} \cdot s^3 - 0,26 \cdot s^2 + 4,7 \cdot s) \cdot D(s)}{(8,02 \cdot 10^{-5}) \cdot s^4 + (0,0884) \cdot s^3 + (8,57 + K_D) \cdot s^2 + (1,57 + K_p) \cdot s + K_I} \cdot e^{-\frac{34}{70} \cdot s} \quad 5.187$$

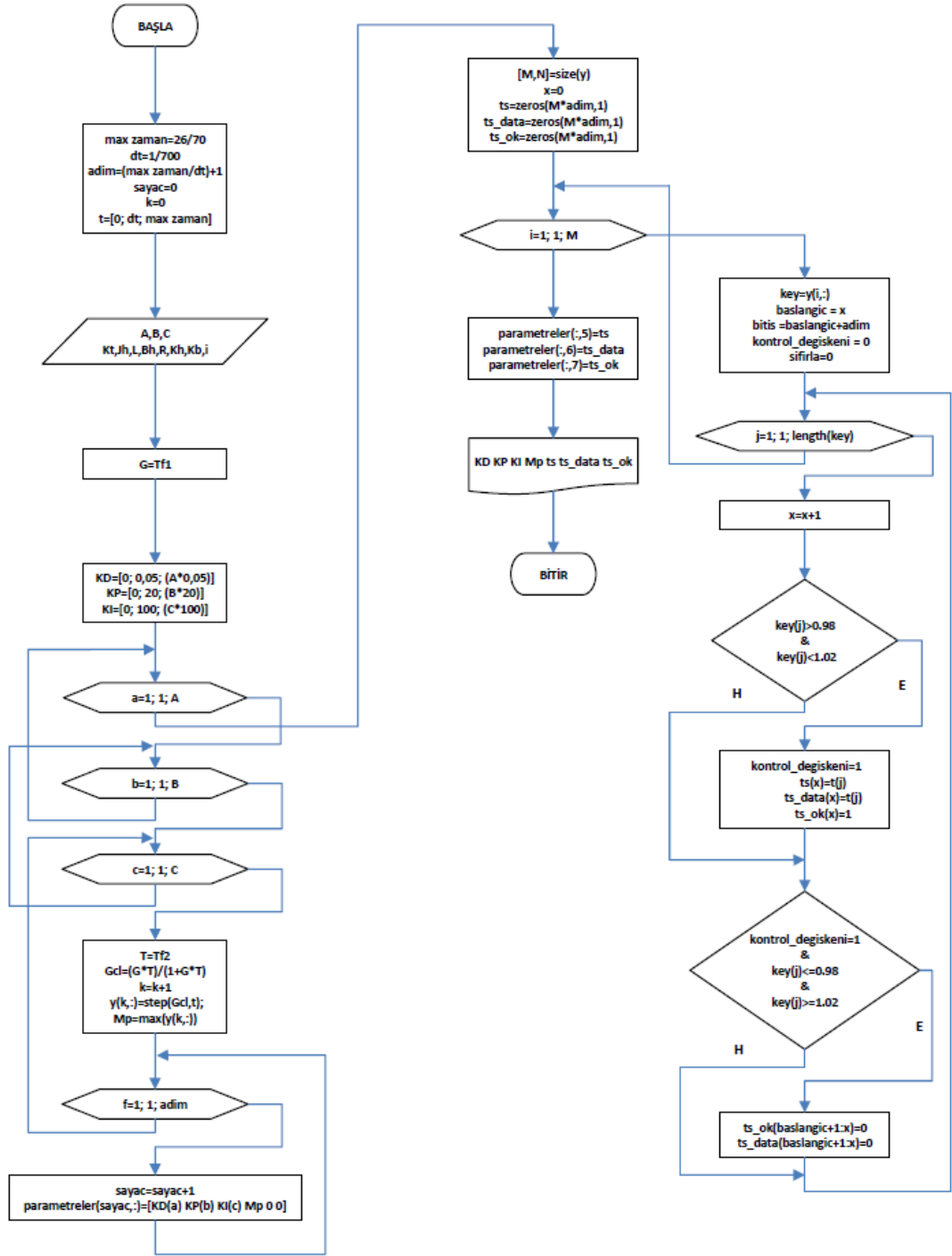
5.5.1.1 Kontrolör Parametrelerinin Ayarlanması

Kontrolör tasarımı, kontrolör içerisinde yer alan parametrelerin istenen sistem şartlarını sağlayacak şekilde belirlenmesi veya uygun olarak seçilmesidir. Kontrolcü tasarımı için analitik ve deneysel olmak üzere birçok farklı yöntem uygulanmaktadır.

Bunlar içerisinde yer alan en klasik yöntemler, Ziegler – Nichols yöntemi, frekans cevabı, kök-yer eğrisi yaklaşımı ve parametre optimizasyonudur. Bu yöntemler dışında, deneme-yanılma yoluyla da PID parametre ayarı yapılmaktadır.

Yürüteç – dış iskelet mekanizmasında kalça mafsallında kullanılan PID kontrolöre ait K_p , K_i ve K_d parametreleri, parametre optimizasyonu yöntemiyle belirlenmişlerdir. Bu amaçla Matlab 'da yazılan bir iterasyon programı yardımıyla, değişen PID kazanç değerlerine göre sistem performansı değerlendirilmiştir.

Referans kalça mafsallına ait transfer fonksiyonu, denklem 5.187'de elde edilmiştir. Ancak, kontrolöre ait parametre ayarı sadece denklem 5.184'te yer alan, başvuru girişine göre belirlenmiş transfer fonksiyonu için yapılmıştır. Değişen K_p , K_i ve K_d değerlerine karşı sistemin, birim basamak girişine vereceği cevaplar, şekil 5.32'de akış diyagramı verilen Matlab programı ile izlenmiştir.



Şekil 5.32 Matlab programına ait akış diyagramı

Akış diyagramında yer alan Tf1, elektromekanik sistemin transfer fonksiyonunu, Tf2 ise kontrolörün transfer fonksiyonunu ifade etmektedir. Programdan elde edilen veriler, maksimum aşma (M_p) değeri %12 ve yerleşme zamanı (t_s) 0.18 saniye olacak şekilde filtrelendiğinde, sırasıyla K_D , K_P , K_I , M_p ve t_s değerlerini veren ekran çıktısı şekil 5.33’ deki gibi elde edilmiştir.

KD	KP	KI	Mp	ts
6,6	660	8900	1,118201	0,171429
6,2	680	8900	1,118206	0,171429
6,2	670	8800	1,118904	0,171429
5,75	750	8700	1,110685	0,172857
5,5	775	8700	1,111684	0,172857
6,25	700	8850	1,113698	0,172857
5,75	725	8700	1,113825	0,172857
5,25	775	8550	1,114092	0,172857
5,5	750	8700	1,114168	0,172857
6	700	8700	1,114658	0,172857

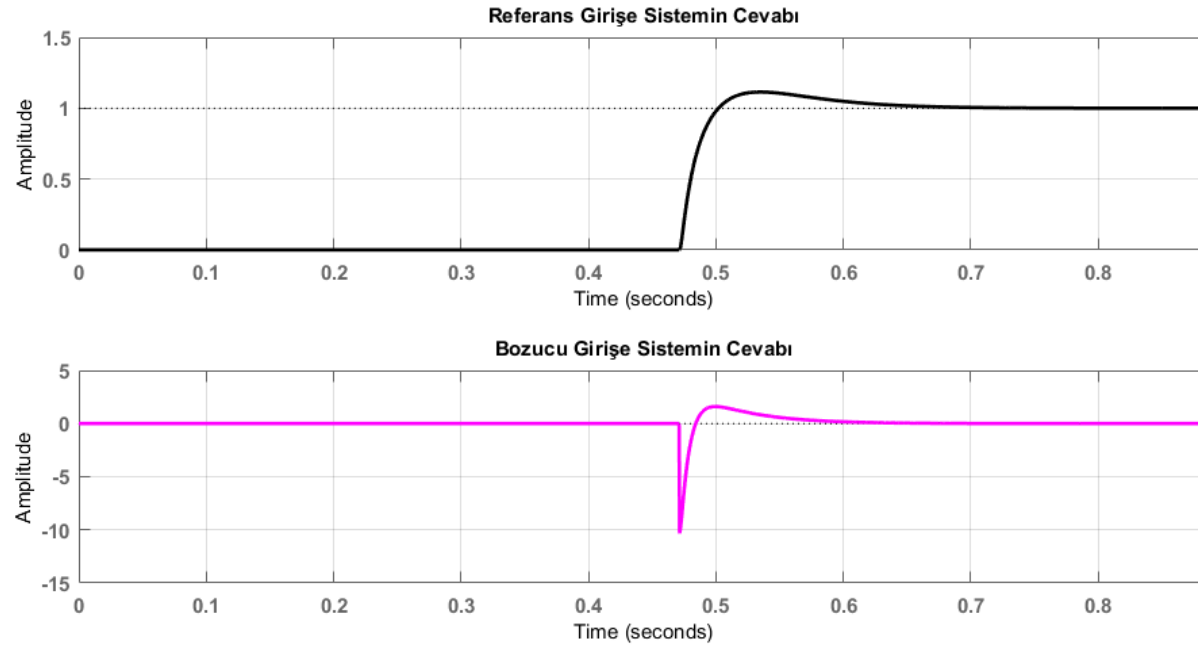
Şekil 5.33 Matlab Ekran Çıktısı

Ekran çıktısına göre; elde edilen tüm değerler istenen şartları sağlamaktadır. İlk satırda yer $K_D=6,6$, $K_P=680$ ve $K_I=8900$ değerleri, kontrolör parametreleri olarak seçilmiştir.

Belirlenen PID parametreleriyle ile birlikte, sisteme ait cevap fonksiyonu;

$$q_3(s) = \frac{(82,3 \cdot 10^3 \cdot s^2 + 8,48 \cdot 10^6 \cdot s + 110,9 \cdot 10^6) \cdot q_4(s) + (-0,125 \cdot s^4 - 135,41 \cdot s^3 - 3241,9 \cdot s^2 + 58,6 \cdot 10^3 \cdot s) \cdot D(s)}{s^4 + 1101 \cdot s^3 + 1,89 \cdot 10^5 \cdot s^2 + 8,244 \cdot 10^6 \cdot s + 110,9 \cdot 10^6} \cdot e^{-\frac{34}{70} \cdot s} \quad 5.188$$

Buna göre, birim basamak giriş uygulandığında, referans ve bozucu girişlerin ayrı ayrı ürettikleri cevapların grafikleri şekil 5.34'te verilmiştir.



Şekil 5.34 Referans ve Bozucu Girişlere Sistemin Cevapları

5.5.2 Takipçi Diz Mafsalı İçin Kontrol Sistemi Tasarımı

Referans diz mafsalının hareketi için gerekli tork değeri;

$$T_D(t) = -0,24178 \cdot \ddot{q}_5 - 4,0512 \cdot \dot{q}_5 - 7,4269 \quad 5.189$$

Kalça mafsalına ait kinematik değişkenler, motor mili açısı cinsinden yazıldığında;

$$T_{C5}(t) = -0,24178 \cdot \frac{\ddot{\theta}_m}{i} - 4,0512 \cdot \dot{q}_5 \cdot \frac{\theta_m}{i} - 7,4269 \quad 5.190$$

Denklem 5.190, denklem 5.175'te T_{di} yerine yazılırsa;

$$T_m = J_m \cdot \ddot{\theta}_m + B_m \cdot \dot{\theta}_m - \frac{0,24178}{i^2 \cdot \mu} \cdot \ddot{\theta}_m - \frac{4,0512}{i^2 \cdot \mu} \cdot \dot{\theta}_m - \frac{7,4269}{i^2 \cdot \mu} \quad 5.191$$

Burada, $J_{Lk} = -\frac{0,24178}{i^2 \cdot \mu}$, $K_{Lk} = -\frac{4,0512}{i^2 \cdot \mu}$ ve $D_{Lk} = \frac{7,4269}{i^2 \cdot \mu}$ olarak ifade edilip denklem düzenlenirse,

$$T_m - J_{Lk} \cdot \ddot{\theta}_m - K_{Lk} \cdot \dot{\theta}_m + D_{Lk} = J_m \cdot \ddot{\theta}_m + B_m \cdot \dot{\theta}_m \quad 5.192$$

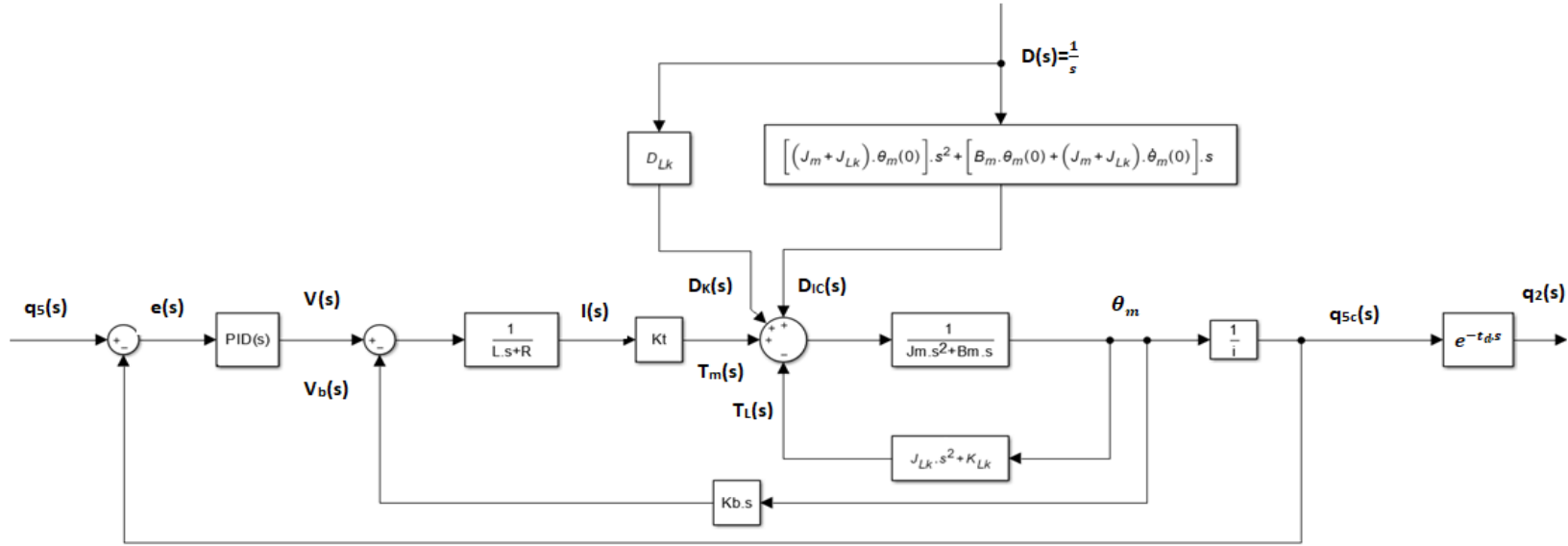
Denklemin Laplace dönüşümü yapılsa;

$$\begin{aligned} T_m(s) - J_{Lk} \cdot (s^2 \cdot \theta_m(s) - s \cdot \theta_m(0) - \dot{\theta}_m(0)) - K_{Lk} \cdot \theta_m(s) + \frac{D_{Lk}}{s} \\ = J_m \cdot (s^2 \cdot \theta_m(s) - s \cdot \theta_m(0) - \dot{\theta}_m(0)) + B_m \cdot (s \cdot \theta_m(s) - \theta_m(0)) \end{aligned} \quad 5.193$$

Denklemden $D_K(s) = \frac{D_{Lk}}{s}$ olarak ifade edilip, işlemler düzenlendiğinde,

$$\begin{aligned} T_m(s) - (J_{Lk} \cdot s^2 + K_{Lk}) \cdot \theta_m(s) + D_K(s) + \left[\frac{((J_m + J_{Lk}) \cdot s + B_m) \cdot \theta_m(0)}{(J_m + J_{Lk}) \cdot \dot{\theta}_m(0)} \right] \\ = (J_m \cdot s^2 + B_m \cdot s) \cdot \theta_m(s) \end{aligned} \quad 5.194$$

Belirlenen bu eşitlikler ile motor-redüktör – uyluk uzvu dış iskeletine ait blok diyagram şekil 5.35’te elde edilmiştir.



Şekil 5.35 Diz mafsallı kontrol sistemi blok diyagramı

Sisteme başvuru girişi ($q_r(s)$) ve bozucu giriş ($D(s)$) olmak üzere iki giriş etki etmektedir. Bozucu giriş etkisi sıfır ($D(s)=0$) kabul edildiğinde, başvuru girişine göre transfer fonksiyonu;

$$\frac{q_2(s)}{q_5(s)} = \frac{K_t.(K_D.s^2 + K_P.s + K_I)}{(J_m + J_{Lk}).i.L.s^4 + (B_m.L + (J_m + J_{Lk}).R).i.s^3 + (K_{Lk}.i.L + B_m.i.R + K_t.K_b.i + K_t.K_D).s^2 + (K_{Lk}.i.R + K_t.K_P).s + K_t.K_I} . e^{-t_d.s} \quad 5.195$$

Başvuru giriş etkisi sıfır ($q_5(s)=0$) kabul edildiğinde, bozucu girişe göre transfer fonksiyonu;

$$\frac{q_2(s)}{D(s)} = \frac{[(J_m + J_{Lk}) \cdot \theta_m(0)] \cdot s^2 + [B_m \cdot \theta_m(0) + (J_m + J_{Lk}) \cdot \dot{\theta}_m(0)] \cdot s + D_{Lk}}{(J_m + J_{Lk}) \cdot i \cdot L \cdot s^4 + (B_m \cdot L + (J_m + J_{Lk}) \cdot R) \cdot i \cdot s^3 + (K_{Lk} \cdot i \cdot L + B_m \cdot i \cdot R + K_t \cdot K_b \cdot i + K_t \cdot K_D) \cdot s^2 + (K_{Lk} \cdot i \cdot R + K_t \cdot K_P) \cdot s + K_t \cdot K_I} \cdot e^{-t_d \cdot s} \quad 5.196$$

Başvuru girişi ile bozucu girişin sisteme beraber uygulanmasıyla oluşan cevap fonksiyonu;

$$q_2(s) = \frac{K_t \cdot (K_D \cdot s^2 + K_P \cdot s + K_I) \cdot q_5(s) + [(J_m + J_{Lk}) \cdot \theta_m(0)] \cdot s^2 + [B_m \cdot \theta_m(0) + (J_m + J_{Lk}) \cdot \dot{\theta}_m(0)] \cdot s + D_{Lk}}{(J_m + J_{Lk}) \cdot i \cdot L \cdot s^4 + (B_m \cdot L + (J_m + J_{Lk}) \cdot R) \cdot i \cdot s^3 + (K_{Lk} \cdot i \cdot L + B_m \cdot i \cdot R + K_t \cdot K_b \cdot i + K_t \cdot K_D) \cdot s^2 + (K_{Lk} \cdot i \cdot R + K_t \cdot K_P) \cdot s + K_t \cdot K_I} \cdot e^{-t_d \cdot s} \quad 5.197$$

Gecikme zamanı $t_d = \frac{34}{70}$ s olarak belirlenir. Ayrıca motor mili açısı için başlangıç şartları; $\theta_m(0) = -49,206$ rad ve $\dot{\theta}_m(0) = -374,616$ rad/s'dir. Belirlenen bu değerler ve kontrolcü parametreleri haricindeki değerler yerlerine yazıldığında sistemin transfer fonksiyonu;

$$q_2(s) = \frac{(K_D \cdot s^2 + K_P \cdot s + K_I) \cdot q_5(s) + (-1,66 \times 10^{-6} \cdot s^4 - 0,0042 \cdot s^3 - 2,6 \cdot s^2 + 0,84 \cdot s) \cdot D(s)}{2,23 \times 10^{-6} \cdot s^4 + (5,64 \times 10^{-3}) \cdot s^3 + (6,91 + K_D) \cdot s^2 + (-0,46 + K_P) \cdot s + K_I} \cdot e^{-\frac{34}{70} s} \quad 5.198$$

5.5.2.1 Kontrolör Parametrelerin Ayarlanması

Yürüteç – dış iskelet mekanizmasında diz mafsallında kullanılan PID kontrolöre ait K_p , K_i ve K_d parametreleri, parametre optimizasyonu yöntemiyle belirlenmişlerdir. Kalça mafsallı kontrolör parametrelerinin belirlenmesi için kullanılan Matlab programı, diz mafsallı kontrolörünün tasarımı için de kullanılmıştır.

Referans diz mafsallına ait cevap fonksiyonu, denklem 5.198’de elde edilmiştir. Ancak, kontrolöre ait parametre ayarı sadece denklem 5.195’de yer alan, başvuru girişe göre elde edilmiş transfer fonksiyonu için yapılmıştır. Değişen K_p , K_i ve K_d değerlerine karşı sistemin, birim basamak girişe vereceği cevaplar, Matlab programı ile elde edilmiştir.

Programdan elde edilen veriler, maksimum aşma (M_p) değeri %12 ve yerleşme zamanı (t_s) 0.18 saniye olacak şekilde filtrelendiğinde, sırasıyla K_D , K_P , K_I , M_p ve t_s değerlerini veren ekran çıktısı şekil 5.36’ da elde edilmiştir.

KD	KP	KI	Mp	ts
1	525	7500	1,110776	0,171429
0,2	525	7200	1,111712	0,172857
0	525	7200	1,112805	0,172857
0,4	525	7200	1,11065	0,174286
1,4	450	6300	1,11885	0,185714
1,2	450	6300	1,119939	0,185714
1,8	450	6300	1,116746	0,187143
1,6	450	6300	1,117786	0,187143
0,8	450	6000	1,118185	0,188571
0,6	450	6000	1,119311	0,188571
1,2	450	6000	1,116028	0,19

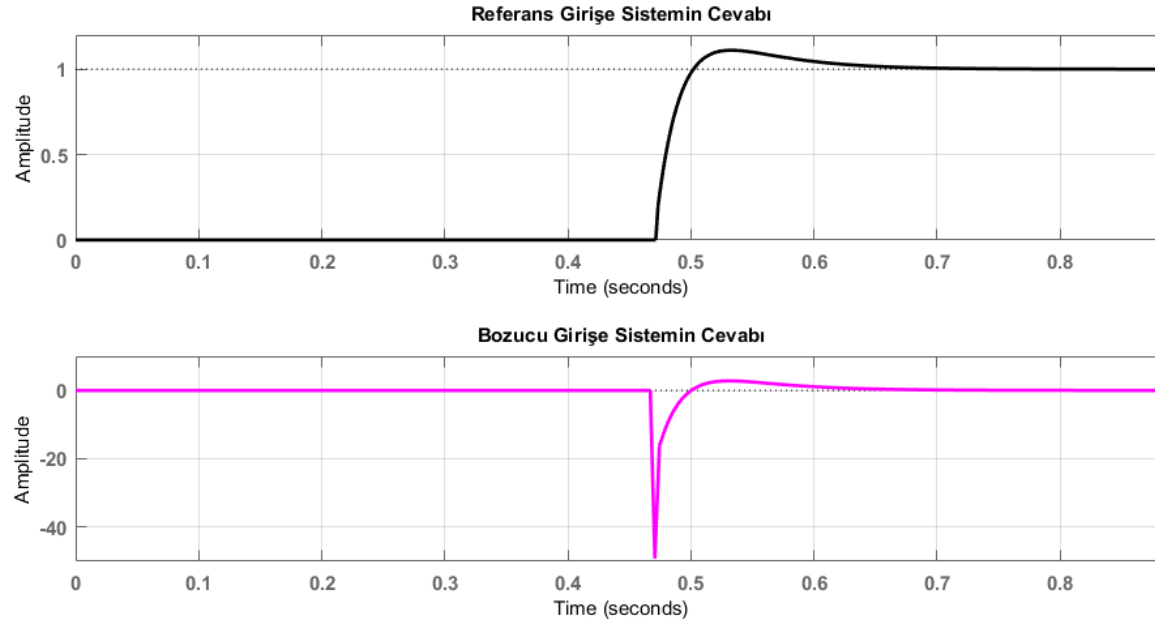
Şekil 5.36 Matlab Ekran Çıktısı

Ekran çıktısına göre; elde edilen tüm değerler istenen şartları sağlamaktadır. İlk satırda yer $K_D=1$, $K_P=525$ ve $K_I=7500$ değerleri, kontrolör parametreleri olarak seçilmiştir.

Belirlenen PID parametreleriyle ile birlikte, sisteme ait cevap fonksiyonu;

$$q_2(s) = \frac{(4,48 \cdot 10^5 \cdot s^2 + 2,35 \cdot 10^8 \cdot s + 3,36 \cdot 10^9) \cdot q_5(s) + (-0,74 \cdot s^4 - 1883,4 \cdot s^3 - 1,16 \cdot 10^6 \cdot s^2 + 3,7 \cdot 10^5 \cdot s) \cdot D(s)}{s^4 + 2534 \cdot s^3 + 3,55 \cdot 10^6 \cdot s^2 + 2,35 \cdot 10^8 \cdot s + 3,373 \cdot 10^9} \cdot e^{\frac{34}{70} \cdot s} \quad 5.199$$

Buna göre, sisteme birim basamak giriş uygulandığında, referans ve bozucu girişlerin ayrı ayrı ürettikleri cevapların grafikleri Şekil 5.37’de verilmiştir.



Şekil 5.37 Referans ve Bozucu Girişlere Sistemin Cevapları

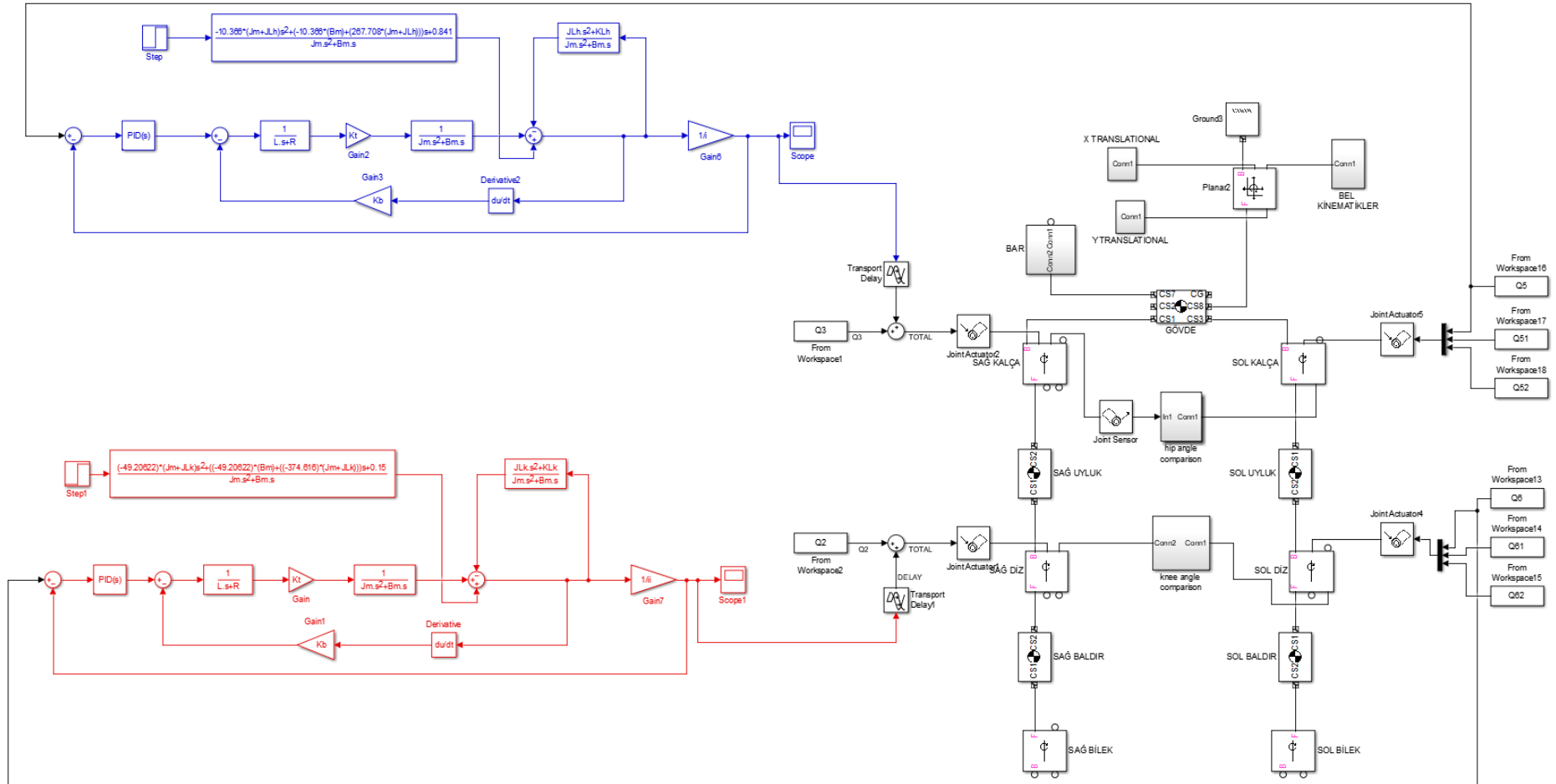
5.6 Tasarlanan Kontrol Sisteminin Matlab/Simulink/Simmechanics Programında Test Edilmesi

Kontrol sisteminin tasarımından sonra, ortaya konan kontrol sisteminin gerçek bir mekanizma üzerinde veya en azından bir benzetimi üzerinde test edilmesi gereklidir. Bu sayede, tasarımın asıl hedeflenen durumda nasıl cevap vereceği, tasarımın ne derece başarılı olduğu daha iyi gözlemlenebilir.

Kalça ve diz mafsalları için tasarlanmış kontrol sistemleri, deneysel çalışma yapılmadığı için, sadece Matlab/Simulink/Simmechanics ortamında test edilmiştir. Önceki bölümlerde normal yürüyüş için belirlenen Simmechanics modelinde, tüm mafsalların hareketleri, deneysel elde edilmiş kinematik sonuçların direkt olarak mafsallara uygulanması ile sağlanmıştı. Bu kısımda da, referans diz ve kalça mafsallarına yine deneysel veriler ile hareket verilmiştir.

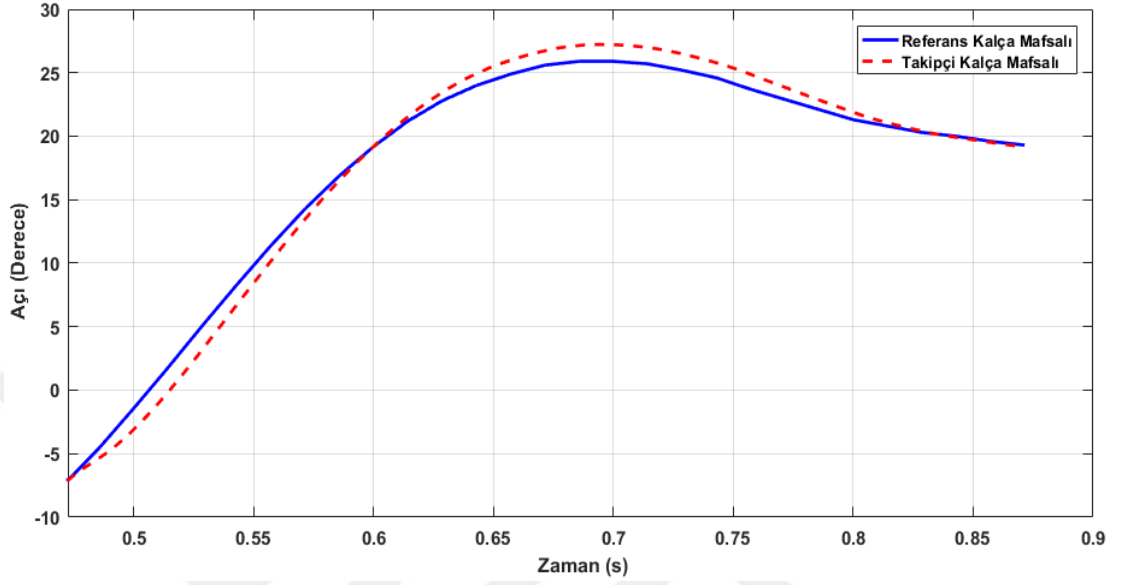
Takipçi diz ve kalça mafsallarının hareketi ise, bu mafsallar için tasarlanmış kontrol sistemlerinin çıkış açıları ile sağlanmıştır. Kontrol sistemlerinin giriş açıları, referans mafsalların açı değerleri olarak girilmiştir. Bu sayede takipçi mafsalların, referans mafsalların yaptıkları açısal hareketi taklit etmeleri amaçlanmıştır. Kontrol sistemi sadece açı kontrolü amacıyla tasarlandığından, diğer kinematik veriler için herhangi bir işlem yapılmamıştır.

Kalça mafsalları için PID kontrolcüye ait; orantı kazanç değeri (K_p) 680, integral kazanç değeri (K_i) 8900 ve türev kazanç değeri (K_d) 6,6 olarak belirlenmişti. Diz mafsalları için PID kontrolcüye ait; orantı kazanç değeri (K_p) 525, integral kazanç değeri (K_i) 7500 ve türev kazanç değeri (K_d) 1 olarak belirlenmişti. Bu kontrolör parametreleri kullanılarak oluşturulan, referans mafsalların açı değerlerinin takipçi mafsallar tarafından taklit edildiği yürüyüşe ait, Simmechanics modeli blok diyagramı şekil 5.38'de verilmiştir.



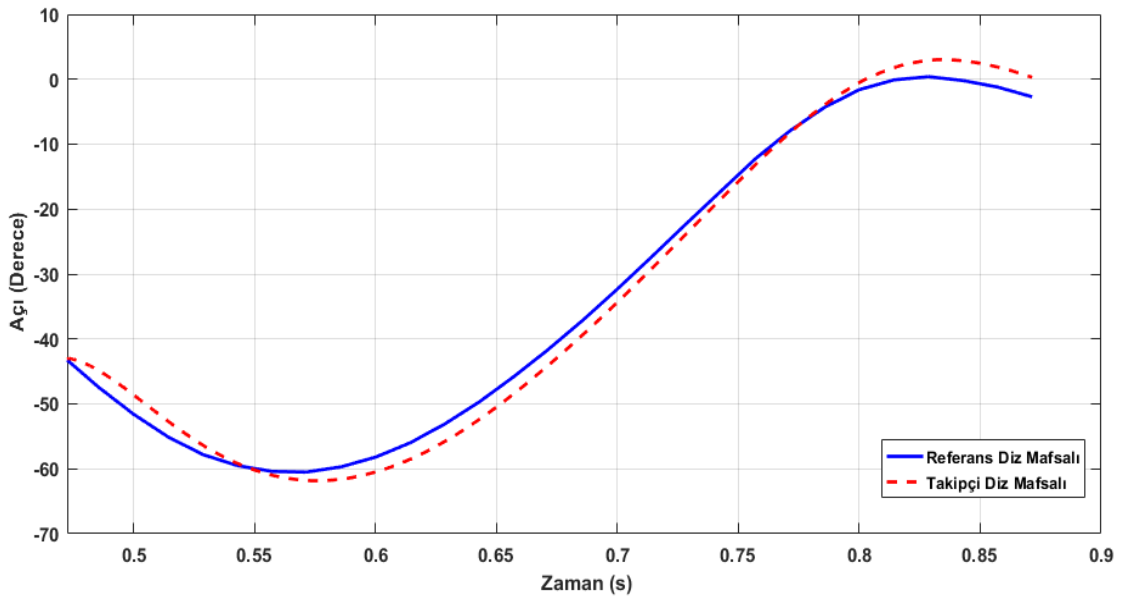
Şekil 5.38 Yürüteç-dış iskelet mekanizması simmechanics modeli

Oluşturulan simmechanics modeli, normal yürüyüş deneylerindeki aynı şartlarda, bir yürüyüş çevrimi 1 saniye olacak şekilde çalıştırılmış ve oluşan mafsalları açıları tespit edilmiştir. Buna göre, referans kalça mafsalları açıları ile takipçi kalça mafsalları açıları şekil 5.39'daki grafikte karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.39 Referans ve takipçi kalça mafsalları açılarının karşılaştırılması

Referans diz mafsalları ile takipçi diz mafsalları açılarının karşılaştırıldığı grafik şekil 5.40'ta verilmiştir.



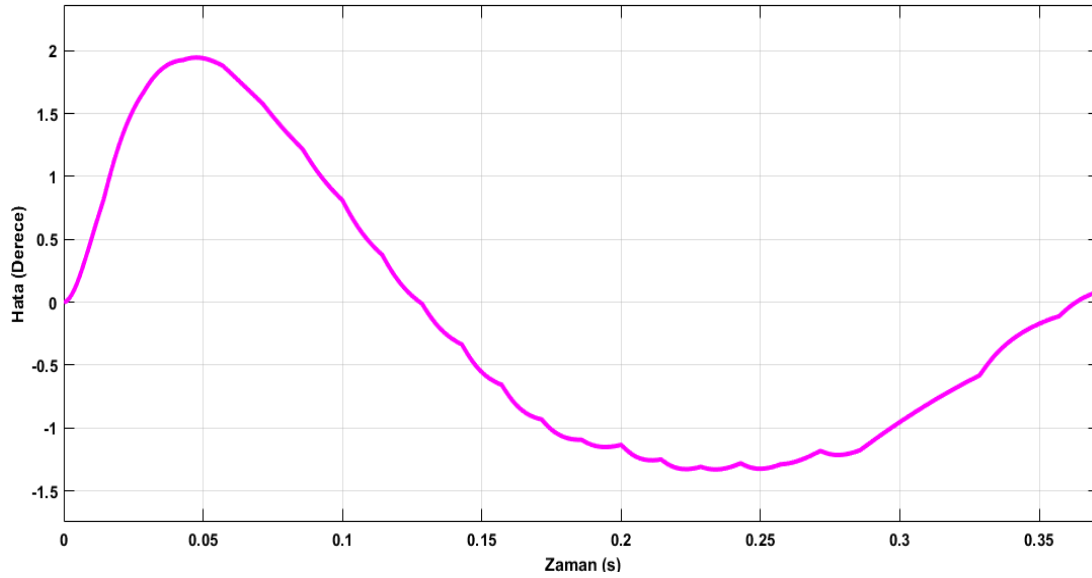
Şekil 5.40 Referans ve takipçi diz mafsalları açılarının karşılaştırılması

Şekil 5.39 ve 5.40’da yer alan grafiklere göre, PID kontrol uygulanan takipçi mafsalların, referans açıları oldukça iyi taklit ettiği görülmektedir. Buna rağmen, grafiklerde farklar yani aç hataıarı mevcuttur. Bunu daha iyi irdellemek adına, aç hataıarını gösteren grafikler oluşturulmuştur.

q_{rk} referans kalça mafsalsı açısını, q_{tk} takipçi kalça mafsalsı açısını göstermek üzere, e_k aç hataıasını veren ifade şu şekilde belirlenmiştir,

$$e_k = q_{rk} - q_{tk} \quad 5.200$$

Buna göre, takipçi kalça mafsalsı için aç hataıasını gösteren grafik şekil 5.41’de verilmiştir.



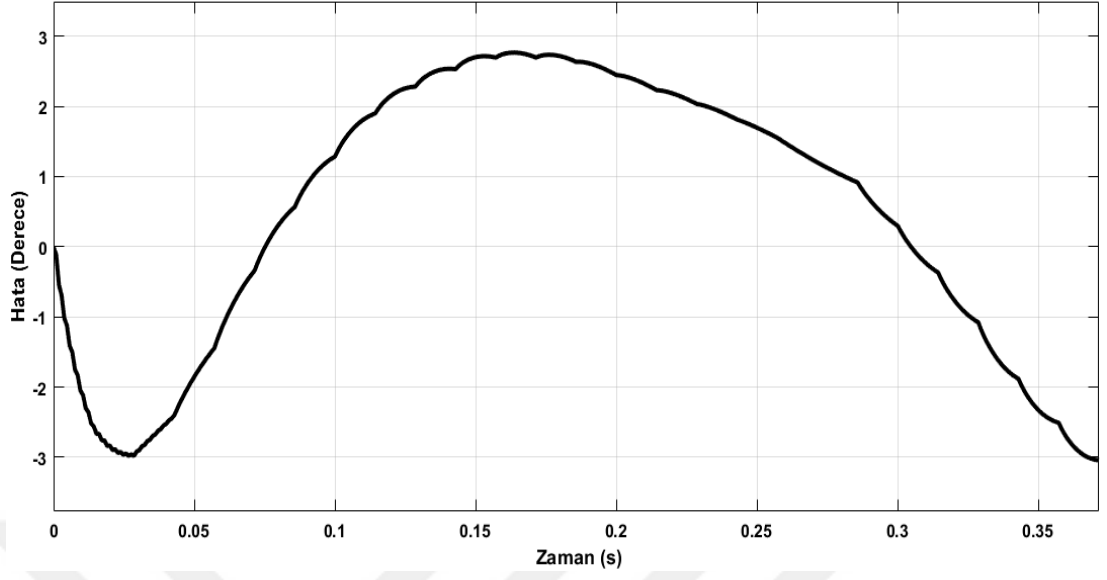
Şekil 5.41 Kalça mafsalsı için aç hataıası

Grafiğe göre, takipçi kalça mafsalsı ile referans kalça mafsalsı arasında oluşan maksimum aç farkı, 1,947 derece kadar oluşmaktadır. Hareket aralığı -7 ile 26 derece arasında olan kalça mafsalsı için, bu aç hataıası gayet makul seviyededir.

q_{rd} referans diz mafsalsı açısını, q_{td} takipçi diz mafsalsı açısını göstermek üzere, e_d aç hataıasını veren ifade şu şekilde belirlenmiştir,

$$e_d = q_{rd} - q_{td} \quad 5.201$$

Buna göre, takipçi diz mafsalsı aç hataıasını gösteren grafik şekil 5.42’de verilmiştir.



Şekil 5.42 Diz mafsalı için açı hatası

Grafiğe göre, takipçi diz mafsalı ile referans diz mafsalı arasında oluşan maksimum açı farkı, 3,05 derece civarındadır. Hareket aralığı -42 ile 0 derece arasında olan diz mafsalı için, bu hata değeri gayet makul seviyededir.

6. SONUÇ VE DEĞERLENDİRME

Yaşlılığa bağlı sebepler, felç, omurilik yaralanmaları, ortopedik yaralanmalar gibi çeşitli tıbbi sebeplerle vücudun bir yarısındaki kaslarda, kısmi ya da tam kuvvet kayıpları meydana gelebilmektedir. Bu çalışmada, hemiparezi veya hemipleji gibi sebeplerle yürüme kısıtlılığına sahip hastaların, temel ihtiyaçlarını karşılayacak seviyede yürümelerine yardımcı olacak ve aynı zamanda rehabilitasyonlarında da kullanılabilecek yürüteç-dış iskelet mekanizmasının kavramsal tasarımı yapılmıştır. Mekanizma yardımıyla, düz bir zemin üzerindeki yürüyüş esnasında sağlıklı alt ekstremiteler tarafından yapılan hareketlerin, kısmi ya da tam güç kaybı mevcut olan taraftaki ekstremitelere taklit ettirilmesi hedeflenmiştir. Böylelikle, kısa vadede hasta bireylerin mobilitelerinin ve uzun vadede rehabilitasyonlarının sağlanması amaçlanmaktadır.

Mekanizmanın ana bileşenleri yürüteç ve alt ekstremiteler üzerine giyilebilir dış iskelet olduğundan, yürüteç-dış iskelet mekanizması olarak isimlendirilmiştir. Yürüteç ile yürüyüş esnasında ellerden de yardım alınabileceği için, hem alt uzuvlara binen yük azaltılabilecek hem de yürüme endişesi olan hastalara güven hissi sağlanabilecektir. Dış iskelet ise mafsallar üzerine aç sensörleri ve motorların yerleştirilmesinde ve taklit edilen hareket profilinin vücudun diğer tarafına iletilmesinde kullanılacaktır.

Mekanizma tasarımında öncelikle, sağlıklı bir insanın normal yürüyüşü incelenmiştir. Yürüme çevrimi, yürüme fazları, bu fazlar esnasında alt ekstremiteler uzuvların pozisyonları ve ayakların yer ile etkileşimleri irdelenmiştir. Gerçek bir yürüyüşün anlaşılabilmesi için D. Winter tarafından yapılmış deneysel çalışmalar irdelenmiştir. Deneylerde yer alan deneye ait antropometrik veriler ve deneyler sonunda elde edilmiş olan kinetik ve kinematik ölçüm sonuçları, yürüteç-dış iskelet mekanizmasının boyutlandırılmasında, dinamik analizinde ve kontrol sistemi tasarımında kullanılmıştır.

Normal insan yürüyüşünün incelenmesinin ardından normal insan yürüyüşünün ve dış iskelet giydirilmiş insan yürüyüşünün matematiksel modellenmesi için kullanılabilecek, alternatif bir dinamik model ortaya konmuştur. Belirlenen dinamik model; ayaklar, alt bacaklar (baldırlar), üst bacaklardan (uyluklar) ve gövdeden oluşan 7 uzuvlu düzlemsel açık kinematik bir zincirdir. Gövde uzvu; baş, kollar ve gövde uzuvlarının eşdeğeri olan tek bir uzuv olarak değerlendirilmiş ve bu sayede üst ekstremiteler ayrı ayrı gösterilmemiştir. Uzuvlar rijit çubuklar olarak modellenmiş ve birbirlerine döner mafsallarla bağlanmıştır. Yer ile destek ayak arasındaki sürtünmenin, kayma olmayacak kadar büyük olduğu kabul edilmiştir.

Destek fazında bulunan ayak uzvuna yer tepki kuvvetleri etki etmektedir. Bu kuvvetlerin bileşkesi ayağa, basınç merkezinde (COP) etki eder. Çalışmada bu noktanın ayak ile yer arasında bir döner mafsallık olduğu varsayımı yapılmış ve ayağın bu nokta etrafında dairesel hareket yaptığı kabul edilmiştir. Basınç merkezi (COP) destek fazı süresince, topuktan başparmak ucuna doğru sürekli ilerlemektedir. Dolayısıyla bu nokta çevrim boyunca konumu değişen bir ani dönme merkezi olmaktadır. Hareket denklemleri çözülürken bu durum göz önünde bulundurulmuştur. Her bir an için ayrı ayrı, topuk ile basınç merkezi (COP) arasındaki mesafeyi ifade eden L_1 uzunlukları ve buna bağlı olarak değişen diğer parametreler için çözüm yapılmıştır. Modelde 1 numaralı rijit çubuk olarak gösterilen uzvun boyu, bu iki nokta arasındaki mesafe olarak kabul edilmiştir. Ayağın basınç merkezi ile başparmağı arasındaki kısmının yatay olarak yerde olduğu için dönmediği ve yer ile bütünleşik olduğu kabul edilmiştir.

Sagittal düzlemde yer alan modelin kinematik analizi yapılmış ve 7 serbestlik dereceli model için genelleştirilmiş koordinat takımı belirlenmiştir. Lagrange denklemleri ile sistemin hareket denklemleri elde edilmiştir. Elde edilen bu denklemler matris-vektör formunda ortaya konmuştur. 7 uzuvlu dinamik model oluşturulurken yapılan kabuller aynen uygulanarak, yürüyüşün Matlab/Simulink /Simmechanics ortamında da üç boyutlu dinamik modeli oluşturulmuştur. Oluşturulan bu model ile hem yürüyüşün simülasyonunun yapılması hem de analitik çözümlerde elde edilecek sonuçların doğrulanması amaçlanmıştır. Kontrol sistemi tasarımının ardından, bu model üzerinde yapılan bazı değişiklikler ile kontrolcünün test edilmesi de amaçlanmıştır. Elde edilen matematiksel ve simmechanics modellerinin doğruluğunu görebilmek adına mafsallık torku sonuçları, Winter' ın gerçek insan üzerinde yapmış olduğu klinik

yürüyüş deneylerinden elde edilen tork sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalı grafikler yürüyüşün tek ayak destek fazı esnasındaki; ayak bileği, diz ve kalça mafsallarında oluşan tork değerleri için ayrı ayrı oluşturulmuştur. Deneyler; üzerinde dış iskelet olmayan normal insan yürüyüşü için yapıldığından, modellerden elde edilen sonuçlar da dış iskeletsiz yürüyüş için alınmıştır. Tork sonuçların hesaplanmasında, deneylerde yer alan deneğin antropometrik ölçülerinden ve deney sonucunda elde edilmiş kinetik ve kinematik verilerden faydalanılmıştır.

Değerlendirmeler neticesinde, analitik ve Simmechanics modellerinden elde edilen tork değerlerinin, deneysel sonuçlarla önemli oranda benzerlik gösterdiği görülmektedir. Analitik sonuçlarda; destek diz mafsalında oluşan hata miktarının destek ayak bileğine, destek kalça mafsalında oluşan hatanın da destek diz mafsalına göre daha fazla olduğu görülmüştür. Aynı durum salınım yapan taraftaki mafsallar için de geçerlidir. Mafsal tork değerleri genelleştirilmiş tork değerleri ile belirlenmiştir. Her bir uzvun genelleştirilmiş tork değerlerinde oluşan küçük hatalar toplanarak, mafsal torklarında hata miktarını artırmaktadır. Dolayısıyla, ayak bileği mafsallarında oluşan çok küçük hatalar, üst mafsallara gidildikçe artmaktadır.

Sonuçlarda oluşan maksimum hata değerlerinin, destek ayak mafsalında olduğu görülmüştür. Bunun sebebi destek ayağın modellenmesi ile ilişkilidir. Destek ayağın basınç merkezi ani dönme merkezi olarak kabul edilmiş ve ayağın, yere göre bu nokta etrafında döndüğü varsayılmıştır. Basınç merkezi, ayak ile başparmak arasındaki eklem ötesine geçtiğinde hata miktarı aniden artmaya başlamaktadır. Bunun nedeni, dinamik modelde yer alan L_1 ayak boyunun ve buna bağlı değişen diğer parametrelerin hesaplanmalarında hatalar oluşmasıdır. Buna göre en büyük hata değeri grafiğin son bölümünde oluşmaktadır.

Analitik olarak elde edilen mafsal tork sonuçları için yapılan değerlendirmeler, Simmechanics ortamında alınan sonuçlar için de genel olarak yapılabilir. Analitik eklem torku sonuçlarının diğer yöntem olan Simmechanics sonuçlarıyla karşılaştırıldığında, yukarıdaki kıyaslamaya benzer olarak, büyük oranda benzerlik gösterdiği tespit edilmiştir. Ancak kıyaslamalarda karşılaşılan küçük oranlardaki farklılaşmaların temel sebebi olarak; analitik ve simmechanics çözümlerinde kullanılan yöntemlerin farklı olması gösterilebilir. Analitik çözümlerde Lagrange denklemleri kullanılırken, Simmechanics programı Newton kanunlarına göre sonuç elde etmektedir. Ayrıca, simmechanics programında diferansiyel denklem çözümleri

Dormand-Prince nümerik metodu ile yapılmıştır. Bunun dışında, deneysel olarak elde edilmiş kinematik değerlerin hatalı ölçümleri de bu sapmalarda pay sahibi olabilir.

Bunların yanı sıra dinamik modellerde kullanılan uzuvların gerçek insan uzuvları yerine rijit çubuklar olarak gösterilmeleri, her bir uzvun kütlesinin noktasal kütle olarak değerlendirilmesi, ağırlık merkezlerinin yerlerinin ve atalet momentlerinin hareket süresince sabit kabul edilmesi ve tüm eklemlerin tek serbestlik dereceli olarak modellenmesi gibi nedenler, modellemelerden elde edilen sonuçların deneysel sonuçlardan ayrışmasına katkıda bulunmuştur. Ayrıca, destek ayağın basınç merkezi etrafında döndüğü kabulü, buna bağlı olarak da ayak boyu ile diğer parametrelerin değişmesi ve yumuşak dokuların harekete etkilerinin ihmal edilmiş olması da farklı sonuçlar alınmasında etkili olmuştur.

Yürüteç- dış iskelet mekanizmasında mafsalsal açıların kontrolü için, PID kontrolcü kullanılmasına karar verilmiştir. Referans kalça ve referans diz eklemlerinin hareket denklemlerine göre transfer fonksiyonları belirlenmiş, kontrol sistemi tasarlanmış ve test edilmiştir.

Kontrol sistemi tasarımında kullanılan referans diz ve referans kalça eklem açılarına göre belirlenen hareket denklemleri, ikinci mertebeden non-lineer diferansiyel denklemler olarak elde edilmiştir. Klasik PID kontrolcü tasarımı için öncelikle, hareket denklemlerinin lineerleştirilmeleri yapılmıştır. Lineer diferansiyel denklemleri belirlemek için, mafsalsal açılara ait grafikler üzerinde bazı noktalar, çalışma noktaları olarak seçilmiş ve uygunlukları test edilmiştir. Bu noktalar için ayrı ayrı lineer diferansiyel denklemler elde edilmiş ve çözülmüştür. Deneysel olarak elde edilmiş mafsalsal açı değerleri ile diferansiyel denklem çözümüyle elde edilmiş açı değerlerinin ne derece örtüştüklerini görebilmek için açı değerleri arasındaki farkların, karelerinin ortalamasının karekökü (RMS) değerleri belirlenmiştir. Buna göre, en küçük RMS değerlerine kalça mafsalsal için 12. çalışma noktasında diz mafsalsal için de 17. çalışma noktasında ulaşılmıştır. Bu noktalarda elde edilen denklemler, non-lineer hareket denklemlerine en yakın lineer diferansiyel denklemler olarak belirlenmiştir. Transfer fonksiyonları da bu denklemlere göre belirlenmiştir.

Yürüteç - dış iskelet mekanizmasında; kontrol edilebilirliği, yüksek verimliliği ve ebatları göz önüne alındığında takipçi kalça ve diz mafsallarında, dc servo motor

kullanılmasına karar verilmiştir. Ayrıca motorun ürettiği tork, hız ve güç değerlerini sistem gereksinimlerine göre ayarlamak amacıyla uygun birer redüktör seçilmiştir. Kalça ve diz mafsalları için gerekli tüm kriterleri sağlayabilecek, aynı tip bir motor tercih edilmiştir. Kalça mafsallının hareketi için gereken 98 W maksimum güç ve 25 Nm maksimum tork değeri ile diz mafsallının hareketi için gerekli 59,3 RPM maksimum açısal hız değerleri, motor-redüktör çifti seçimi için gereken minimum değerler olarak belirlenmiştir. Tüm kriterler değerlendirildiğinde yürüteç-dış iskelet mekanizmasında; Maxon EC 60 Flat (625858) motor seçilmiştir. Mafsallarda ihtiyaç duyulan tork ve hız değerlerine göre Maxon GP 52 C model redüktörün; kalça mafsalı için 2197/27 çevrim oranına ve diz mafsalı için 1183/18 çevrim oranına sahip versiyonları uygun bulunmuştur.

Denetlenecek sistemlerin matematiksel modelleri, kalça ve diz mafsalları için ayrı ayrı elde edilmiştir. Her bir mafsal için, DC servo motor-redüktör-dış iskelet uzuvlarından oluşan elektromekanik sistemin matematiksel modeli, motor göbek sargısına uygulanan gerilim ile dış iskelet uzvunun açısı arasındaki ilişki olarak ortaya konmuştur. Kirchoff gerilimler yasası ile sistemin elektriksel kısmı ve Newton kanunlarına göre de mekanik kısmı analiz edilerek, tüm elektromekanik sistemin diferansiyel denklemi elde edilmiştir. Elektromekanik sistemin denetleyicisi olarak PID seçilmiş ve geri beslemeli kontrol sisteminin transfer fonksiyonu belirlenmiştir.

Yürüteç-dış iskelet mekanizmasında takipçi kalça ve diz mafsallarında kullanılacak PID kontrolör parametreleri, parametre optimizasyonu metoduyla ayrı ayrı ayarlanmıştır. Matlab 'da yazılan bir iterasyon program aracılığıyla, değişen K_P , K_I ve K_D kazanç değerlerine göre sistemlerin cevapları değerlendirilmiştir. Kazanç değerleri seçiminde, maksimum aşma ve yerleşme zamanları göz önüne alınmıştır. Program çıktısı tüm veriler, maksimum aşma değeri %12 ve yerleşme zamanı 0.18 saniye olacak şekilde filtrelendiğinde; kalça mafsalı için $K_P = 680$, $K_I = 8900$ ve $K_D = 6,6$ ve diz mafsalı için $K_P = 525$, $K_I = 7500$ ve $K_D = 1$ kontrolör parametreleri olarak belirlenmiştir.

Tasarlanan kontrol sistemleri, Matlab/Simulink/Simmechanics ortamında test edilmiştir. Normal yürüyüşün benzetimi için kullanılan Simmechanics modelinin bir benzeri, kontrol sisteminin test edilmesi amacıyla da kullanılmıştır. Takipçi diz ve kalça mafsallarının hareketi, kontrol sistemlerinin, çıkış açıları ile sağlanmıştır. Takipçi mafsallara ait açı değerleri, referans mafsalların açı değerleri ile

karşılaştırılmış ve grafiklerle görselleştirilmiştir. Buna göre, takipçi mafsalların referans mafsalları iyi derecede taklit ettiği görülmüştür. Takipçi kalça mafsali ile referans kalça mafsali arasındaki maksimum fark, yaklaşık 2 derece civarındadır. Takipçi diz ve referans diz mafsalları arasında ise, yaklaşık 3 derece kadar maksimum fark olduğu görülmüştür. Mafsalların hareket aralıkları göz önüne alındığında, oluşan bu sonuçların kabul edilebilir değerler oldukları değerlendirilmiştir.

İleride yapılacak çalışmalarda, normal insan yürüyüşü için daha gerçekçi modeller ortaya konabilir. Geliştirilen modellerle ve hesaplamalarda daha hassas bir yol izlenmesiyle, tüm analiz sonuçlarında ve dış iskelet tasarımında iyileştirme sağlanacaktır. Örneğin, destek fazındaki ayağın yerdeki pasif kısmının da detaylı incelenmesiyle, yeni bir matematiksel model oluşturulabilir. Ayak başparmağı, birinci metatarsal eklemden ayağa bağlı ayrı bir uzuv gibi değerlendirilip, 9 uzuvlu ve 9 serbestlik dereceli bir model ortaya konabilir. Bu sayede, elde edilecek sonuçların daha da iyileştirilebileceği ve deneysel sonuçlarla daha iyi örtüşeceği düşünülmektedir.

Ayrıca, farklı tip denetim sistemleri kullanılması ile sistem cevabı daha iyi hale getirilebilir. Özellikle lineer olmayan sistemlerin kontrolü için kullanılacak modern yöntemler, lineerleştirme esnasındaki ihmallerden kaynaklı hataları da minimize edecektir. Bunun dışında, yürüteç-dış iskelet mekanizmasına yapılacak bazı eklemeler ve iyileştirmeler ile farklı amaçlar için de kullanılabileceği öngörülmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Díaz I., Gil JJ. ve Sánchez E. (2011). Lower-Limb Robotic Rehabilitation: Literature Review and Challenges. *Journal of Robotics*, 2011(1), 1–11.
- [2] Prior SD. ve Warner PR. (1990). Review of world rehabilitation robotics research. *IEE Colloquium on High-Tech Help for the Handicapped*, London, UK, 2 Nisan.
- [3] Riener R., Lünenburger L., Maier IC., Colombo G. ve Dietz V. (2010). Locomotor training in subjects with sensori-motor deficits: An overview of the robotic gait orthosis Lokomat. *Journal of Healthcare Engineering*, 1(2), 197–216.
- [4] Banala SK., Agrawal SK. ve Scholz JP. (2007). Active Leg Exoskeleton (ALEX) for gait rehabilitation of motor-impaired patients. 2007 IEEE 10th International Conference on Rehabilitation Robotics, Noordwijk, Netherlands, 13-15 Haziran.
- [5] Veneman JF., Kruidhof R., Hekman EEG., Ekkelenkamp R., Van Asseldonk EHF. ve Van Der Kooij H. (2007). Design and evaluation of the LOPES exoskeleton robot for interactive gait rehabilitation. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 15(3), 379–86.
- [6] Chen B., Ma H., Qin LY., Gao F., Chan KM., Law SW., Qin L. ve Liao WH. (2016). Recent developments and challenges of lower extremity exoskeletons. *Journal of Orthopaedic Translation*, 5(1), 26–37.
- [7] Aliman N., Ramli R. ve Haris SMM. (2017). Design and development of lower limb exoskeletons: A survey. *Robotics and Autonomous Systems*, 95(1), 102–16.
- [9] Tsukahara A., Kawanishi R., Hasegawa Y. ve Sankai Y. (2010). Sit-to-stand and stand-to-sit transfer support for complete paraplegic patients with robot suit HAL. *Advanced Robotics*, 24(11), 1615–1638.
- [10] Viteckova S., Kutilek P. ve Jirina M. (2013). Wearable lower limb robotics: A review. *Biocybernetics and Biomedical Engineering*, 33(2), 96–105.
- [11] Talaty M., Esquenazi A. ve Briceno JE. (2013). Differentiating ability in users of the ReWalk™ powered exoskeleton: An analysis of walking kinematics. 2013 IEEE 13th International Conference on Rehabilitation Robotics (ICORR), Seattle, WA, USA, 24-26 Haziran
- [12] Rex Bionics. (2019). Rex Bionics - Reimagining Rehabilitation. <https://www.rexbionics.com/> Erişim tarihi: 24.03.2019
- [13] Pransky J. (2014). The Pransky interview: Russ Angold, Co-Founder and President of Ekso™ Labs. *Industrial Robot*, 41(4), 329–334.
- [14] Kazerooni H., Steger R. ve Huang L. (2006). Hybrid control of the Berkeley Lower Extremity Exoskeleton (BLEEX). *International Journal of Robotics*

Research, 25(5–6), 561–573.

- [15] Cyberdyne. (2020).HAL for Well-Being Lower Limb Type Pro - CYBERDYNE. <https://www.cyberdyne.jp/english/products/fl05.html> Erişim tarihi: 17.12.2020
- [16] Lim D.,Kim W.,Lee H.,Kim H.,Shin K.,Park T.,Lee J.ve Han C. (2015).Development of a lower extremity Exoskeleton Robot with a quasi-anthropomorphic design approach for load carriage. *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Hamburg, 28 Eylül- 2 Ekim.
- [17] Chevallereau C.,Bessonnet G.,Abba G.ve Aoustin Y. (2010). *Bipedal Robots: Modeling, Design and Walking Synthesis*. London, UK: ISTE.
- [18] Dollar AM.ve Herr H. (2008).Lower extremity exoskeletons and active orthoses: Challenges and state-of-the-art. *IEEE Transactions on Robotics*, 24(1), 144–158.
- [19] Önen Ü. (2011).İnsan Yürüyüşünü Destekleyici Dış İskelet Tasarımı ve Kontrolü. Doktora Tezi. Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- [20] Şahin Y.(2014).Yük Taşıyan İnsan Yürüyüşünü Destekleyici Dış iskelet Geliştirilmesi. Doktora Tezi. Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- [21] Ferrati F.,Bortoletto R.ve Pagello E. (2013).Virtual modelling of a real exoskeleton constrained to a human musculoskeletal model. *Conference on Biomimetic and Biohybrid Systems*. Springer, Berlin, Heidelberg.
- [22] Chen B.,Zhong CH.,Zhao X.,Ma H.,Guan X.,Li X.,Liang FY.,Cheng JCY.,Qin L.,Law SW.ve Liao WH. (2017).A wearable exoskeleton suit for motion assistance to paralysed patients. *Journal of Orthopaedic Translation*, 11(1), 7–18.
- [23] Gui L.,Yang Z.,Yang X.,Gu W.ve Zhang Y. (2007).Design and control technique research of Exoskeleton Suit. *2007 IEEE International Conference on Automation and Logistics*, Jinan, China,18-21 Ağustos.
- [24] He H.ve Kiguchi K. (2007).A study on EMG-based control of exoskeleton robots for human lower-limb motion assist. *2007 6th International Special Topic Conference on Information Technology Applications in Biomedicine*, Tokyo, Japan,8-11 Kasım.
- [25] Mankala KK.,Banala SK.ve Agrawal SK. (2007).Passive swing assistive exoskeletons for motor-incomplete spinal cord injury patients. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Rome, Italy, 10-14 Nisan
- [26] Cheng G.,Xu L.,Xu J.,Liu J.,Shi J.,Chen S.,Liu L.,Liang X.ve Liu Y. (2020).Robotic mirror therapy system for lower limb rehabilitation. *Industrial Robot*, 48(2), 221–232.
- [27] Mu X.ve Wu Q. (2003).A Complete Dynamic Model of Five-Link Bipedal

Walking. *American Control Conference*, Denver, CO, USA, 4-6 Haziran.

- [28] Shao Y., Xiang Z., Liu H. ve Li L. (2016). Conceptual design and dimensional synthesis of cam-linkage mechanisms for gait rehabilitation. *Mechanism and Machine Theory*, 104(1), 31–42.
- [29] Ji Z. ve Manna Y. (2008). Synthesis of a pattern generation mechanism for gait rehabilitation. *Journal of Medical Devices, Transactions of the ASME*, 2(3), 1–8.
- [30] Kaptı A.O. (2001). İnsan Alt Ekstremitelerinin İncelenmesi ve Aktif Dizüstü Protezi Tasarımı. Doktora Tezi. *İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul.
- [31] Banala SK., Agrawal SK., Fattah A., Krishnamoorthy V., Hsu WL., Scholz J. ve Rudolph K. (2006). Gravity-balancing leg orthosis and its performance evaluation. *IEEE Transactions on Robotics*, 22(6), 1228–1239.
- [32] Aliman N., Ramli R. ve Haris SM. (2018). Modeling and co-simulation of actuator control for lower limb exoskeleton. *3rd International Conference on Control and Robotics Engineering, ICCRE 2018*, Nagoya, Japan, 20-23 Nisan.
- [33] Amiri MS., Ramli R. ve Ibrahim MF. (2019). Hybrid design of PID controller for four DoF lower limb exoskeleton. *Applied Mathematical Modelling*, 72(2019), 17–27.
- [34] Tzafestas S., Raibert M. ve Tzafestas C. (1996). Robust sliding-mode control applied to a 5-link biped robot. *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*, 15(1), 67–133.
- [35] Yavuzer G. (2014). Yürüme analizi ve temel kavramlar. *TOTBİD Dergisi*, 13(4), 304–308.
- [36] Moltedo M., Baček T., Verstraten T., Rodriguez-Guerrero C., Vanderborght B. ve Lefeber D. (2018). Powered ankle-foot orthoses: The effects of the assistance on healthy and impaired users while walking. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, 15(1), 1–25.
- [37] Kirtley C. (2006). *Clinical gait analysis: Theory and practice*. London: Elsevier Churchill Livingstone.
- [38] Winter DA. (2009). *Biomechanics and Motor Control of Human Movement*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc.
- [39] Martins MM., Santos CP., Frizera-Neto A. ve Ceres R. (2012). Assistive mobility devices focusing on Smart Walkers: Classification and review. *Robotics and Autonomous Systems*, 60(4), 548–562.
- [40] Riener R., Lünenburger L., Jezernik S., Anderschitz M., Colombo G. ve Dietz V. (2005). Patient-cooperative strategies for robot-aided treadmill training: First experimental results. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 13(3), 380–394.
- [41] Bogue R. (2022). Exoskeletons: a review of recent progress. *Industrial Robot*,

42(1), 5–10.

- [42] Sankai Y. (2006). Leading edge of cybernics: Robot suit HAL. *2006 SICE-ICASE International Joint Conference*, Busan, Korea, 18–21 Ekim.
- [43] Reed K. ve Kalu P. (2016). An Assessment of Bamboo as a Potential Low-Cost Material for Exoskeleton Design in Normal Walking. *International Journal of Physical Therapy & Rehabilitation*, 2(111), 1–6.
- [44] Drillis, R. ve Contini, R. (1966). Body Segment Parameters. Research Division
- [45] Fukutoku K., Nozaki T. ve Murakami T. (2020). Measurement of joint moments using wearable sensors. *IEEJ Journal of Industry Applications*, 9(2), 125–131.
- [46] Sawers AB. ve Hahn ME. (2010). The potential for error with use of inverse dynamic calculations in gait analysis of individuals with lower limb loss: A review of model selection and assumptions. *Journal of Prosthetics and Orthotics*, 22(1), 56–61.
- [47] Mu X. ve Wu Qiong. (2004). Dynamic modeling and sliding mode control of a five-link biped during the double support phase. *American Control Conference*, Boston, MA, USA, 30 Haziran–2 Temmuz.
- [48] Pournazhdi AB., Mirzaei M. ve Ghiasi AR. (2011). Dynamic modeling and sliding mode control for fast walking of seven-link biped robot. *2nd International Conference on Control, Instrumentation and Automation (ICCIA)*, Shiraz, Iran, 27–29 Aralık.
- [49] Onn N., Hussein M., Howe C., Tang H., Zain MZ., Mohamad M. ve Ying LW. (2014). Motion Control of Seven-Link Human Bipedal Model. *14th International Conference on Robotics, Control and Manufacturing Technology (ROCOM'14)*, Kuala Lumpur, Malaysia, 23–25 Nisan.
- [50] Yang F., Anderson FC. ve Pai YC. (2007). Predicted threshold against backward balance loss in gait. *Journal of Biomechanics*, 40(4), 804–811.
- [51] Braun DJ., Mitchell JE. ve Goldfarb M. (2012). Actuated dynamic walking in a seven-link biped robot. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 17(1), 147–56.
- [52] Ha S., Han Y. ve Hahn H. (2007). Adaptive gait pattern generation of biped robot based on human's gait pattern analysis. *International Journal of Mechanical Systems Science and Engineering*, 1(2), 80–85.
- [53] Paparisabet MA., Dehghani R. ve Ahmadi AR. (2019). Knee and torso kinematics in generation of optimum gait pattern based on human-like motion for a seven-link biped robot. *Multibody System Dynamics*, 47(2), 117–136.
- [54] Pai YC. ve Patton J. (1997). Center of mass velocity-position predictions for balance control. *Journal of Biomechanics*, 30(4), 347–354.
- [55] Pai YC. ve Iqbal K. (1999). Simulated movement termination for balance recovery: Can movement strategies be sought to maintain stability in the

- presence of slipping or forced sliding? *Journal of Biomechanics*, 32(8), 779–786.
- [56] Pai YC.,Maki BE.,Iqbal K.,McIlroy WE.ve Perry SD. (2000).Thresholds for step initiation induced by support-surface translation: A dynamic center-of-mass model provides much better prediction than a static model. *Journal of Biomechanics*, 33(3), 387–392.
- [57] Ercan Y. (2003). *Mühendislik sistemlerinin modellenmesi ve dinamiği*. İstanbul: Literatür.
- [58] Nise NS. (2020). *Control systems engineering*. USA: John Wiley & Sons.
- [59] Dorf, R. C. ve Bishop, R.H. (2008). *Modern Control Systems*. Pearson Prentice Hall.
- [60] Önen Ü.,Botsali FM.,Kalyoncu M.,Tinkir M.,Yilmaz N.ve Şahin Y. (2014).Design and actuator selection of a lower extremity exoskeleton. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 19(2), 623–632.
- [61] Zoss A.ve Kazerooni H. (2006).Design of an electrically actuated lower extremity exoskeleton. *Advanced Robotics*, 20(9), 967–988.
- [62] Kim W.,Lee H.,Kim D.,Han J.ve Han C. (2014).Mechanical design of the Hanyang Exoskeleton Assistive Robot(HEXAR). *2014 14th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2014)*, Gyeonggi-do, Korea,22-25 Ekim.
- [63] Amiri MS.,Ramli R.ve Ibrahim MF. (2019).Initialized Model Reference Adaptive Control for Lower Limb Exoskeleton. *IEEE Access*, 7,167210–20.
- [64] Bindu R.ve Namboothiripad MK. (2012).Tuning of PID Controller for DC Servo Motor using Genetic Algorithm. *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*, 2(3), 310–314.
- [65] Zawawi MZFBM.,Elamvazuthi I.,Aziz ABA.ve Daud SA. (2017).Comparison of PID and fuzzy logic controller for DC servo motor in the development of lower extremity exoskeleton for rehabilitation. *2017 IEEE 3rd International Symposium in Robotics and Manufacturing Automation, ROMA* , 19-21 Eylül.
- [66] Dresscher D.,De Vries TJA.ve Stramigioli S. (2016).Motor-gearbox selection for energy efficiency. *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics,AIM*, Banff, AB, Canada,12-15 Temmuz.
- [67] Xue D.,Zhao C.ve Chen YQ. (2006).Fractional order PID control of A DC-motor with elastic shaft: A case study. *American Control Conference*, Minneapolis, MN, USA,14-16 Haziran.
- [68] Urrea C.ve Kern J. (2011).A New Model for Analog Servo Motors. *Canadian Journal on Automation, Control and Intelligent Systems*, 2(2), 29–38.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: Fatih CELLEK

Yabancı Dil: İngilizce

Eğitim Durumu

Lisans: Gazi Üniversitesi, Makine Mühendisliği, 2010

Yüksek Lisans: Kırıkkale Üniversitesi, Makine Mühendisliği, 2015

Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl/Yıllar

Kırıkkale Üniversitesi, Araştırma Görevlisi, 2013-

Yayınları

- [1] CELLEK F. ve KALAYCIOĞLU B. (2021).Inverse Dynamics of Bipedal Gait: The Assumption of the Center of Pressure as an Instantaneous Center of Rotation. *Journal of Polytechnic*,Erken Görünüm Aşamasında, DOI: 10.2339/politeknik.901642.
- [2] CELLEK F. ve ARSLAN H. (2020).Analysis of the Forces Causing Vertical Vibration of a Four-Cylinder Internal Combustion Engine. *Uluslararası Muhendislik Arastirma ve Gelistirme Dergisi*, 12:125–133.
- [3] CELLEK F. ve ARSLAN H. (2017).Determination of Vibration Characteristics on Vertical Axis of a Four Cylinder Gasoline Engine. *International Journal of Automotive Engineering and Technologies*, 6:41–47.

Araştırma Alanları

:Dinamik, Biyomekanik,
Mekanizmalar