

PİMLİ BAĞLANTILARDA ÇATLAK İLERLEME YÖNÜNÜN SONLU ELEMANLAR METODU İLE BULUNMASI

Alaattin AKTAŞ*

Afyon Kocatepe Üniversitesi, Uşak Mühendislik Fakültesi, Makine Müh. Bölümü, 64300,
UŞAK, alatinaktas@yahoo.com

Sadettin ORHAN

Kırıkkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Müh. Bölümü, 71450, KIRIKKALE

ÖZET

Bu çalışmada, içinde pim bulunan, yumuk şekilli bir levhanın çatlak ilerleme yönü (θ) ve gerilme şiddeti faktörleri (KI, KII) sonlu elemanlar metodu (SEM) ile bulundu. Sonlu elemanlar analizi için Frank2DL programı kullanıldı. Levhanın delik kenarında $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 180^\circ$ açılarında, 2 mm uzunluğunda çatlak oluşturulup; her bir açı değeri için gerilme şiddeti faktörleri ve ilk çatlak ilerleme açıları tespit edildi. Ayrıca ilk çatlak ilerleme açısı analitik olarak da bulunup, sonuçlar çizelge halinde verildi. SEM ve analitik olarak bulunan ilk çatlak ilerleme açıları birbirine yakın degerde olduğu sonucuna varıldı.

Anahtar Kelimeler: Çatlak ilerleme açısı, gerilme şiddeti faktörü, pim bağlantı, kırılma

DETERMINATION OF THE CRACK GROWTH DIRECTION BY FINITE ELEMENT METHOD IN PINNED JOINTS

ABSTRACT

In this study, the crack growth direction (θ) and stress intensity factors (KI, KII) of a trapezium shaped plate containing pinned joint were found by means of finite element method (FEM). For the finite element calculations, Frank2DL program code was used. A crack which has 2 mm precrack length and $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 180^\circ$ angle direction was formed in the border of the plate hole, and the stress intensity factors and the direction of the first crack growth angle were found for each angle directions. In addition, the first crack growth angle was also found analytically and the results were given in a table. The crack growth angle calculated by FEM and by analytic approach were found to be close to each other.

Key Words: Crack propagation angle, stress intensity factor, pin joint, fracture

1. GİRİŞ

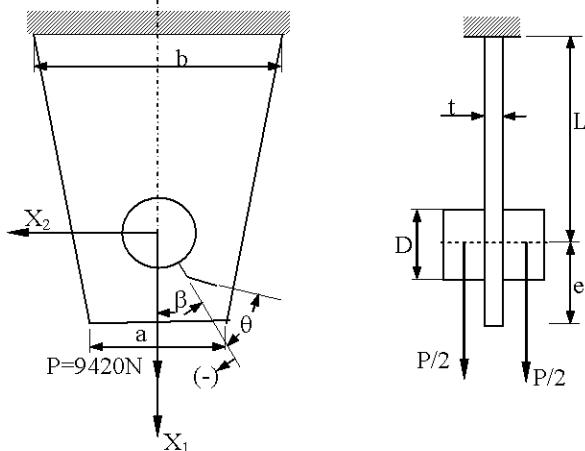
Pratikte kullanılan çoğu levhalar birbirine pimle bağlanmaktadır. Levhada yük ve çalışma şartlarından oluşan çatlaklar levhanın mukavemetini büyük oranda düşürmektedir. Bunun için bir çok araştırmacı, malzemede, çeşitli geometrilerde oluşan çatlaklar üzerinde çalışmıştır. Çalışmalarında çatlak ilerleme yönünü tahmin için;

- 1) Maksimum gerilme
- 2) Minimum gerinim enerji yoğunluğu
- 3) Maksimum bırakılan enerji oranı

Kriterlerini kullanmışlardır. Bu kriterlerin en büyük avantajı karma modlu (Mod I/II) problemlerin çatlak ilerleme yönünü bulmasıdır (1,2). 2024-T3 alüminyumdan imal edilen argan deney düzeneğinin Mod I/II'de çatlak ilerleme yönünü nümerik ve deneysel olarak bulmuştur. Çatlak ilerleme yönünü tahmin için yukarıda verilen kriterlerden farklı olarak yeni bir kriter ortaya atmıştır. Bu kriterde göre; çatlak, çatlak ucundaki efektif (σ_{eff}) gerilmesinin uygulanan yüze oranının maksimum olduğu yönde ilerler. Koo ve Choy (3) çatlak ilerleme yönünü tahmin için yeni bir kriter önermiş ve diğer kriterlerle karşılaştırmıştır. Analizlerini, içinde eğik çatlak bulunan levhaların çekme ve basma yük durumları için yapmışlar ve deneysel sonuçlarla karşılaştırmışlardır. Cotterell and Rice (4) yay ve düz çizgi şeklindeki çatlakların gerilme şiddeti faktörlerini ve çatlak ilerleme yönünü maksimum bırakılan enerji oranı kriterine göre bulmuşlardır. Ayrıca, eğer düz çatlak ucundaki maksimum teğetsel gerilme (T) sıfırdan küçükse ($T < 0$) çatlaşım kararlı olarak, sıfırdan büyükse ($T > 0$) kararsız olarak ilerleyeceğini ortaya koymuşlardır.

Bu çalışmada, yumuk şekilli bir mafsalın delik kenarındaki çatlaşım gerilme şiddeti faktörleri ve çatlak ilerleme yolu bulundu. Analizler maksimum gerilme kriterini kullanan Frand2DL programıyla yapıldı. Pratikte levhada oluşacak çatlaşım açısını bilinmediğinden analizler farklı çatlak açıları için yapıldı.

2. Problemin Tanıtılması



Şekil 1. Problem geometrisinin tanımlanması

Bu çalışmada çelikten yapılan ($E=200 \text{ GPa}$, $v=0.3$) yumuk şekilli ($a=35 \text{ mm}$, $b=60 \text{ mm}$, $L=40 \text{ mm}$, $e=20 \text{ mm}$, $D=20 \text{ mm}$ ve $t=3 \text{ mm}$) plakaların gerilme şiddeti faktörleri ve çatlak ilerleme açısı (θ) bulundu (Şekil 1.). Yük simetrik ve şekil simetriklik ekseni paraleldir. Analizlerde levhada oluşacak eğilme gerilmeleri ihmal edilmiştir.

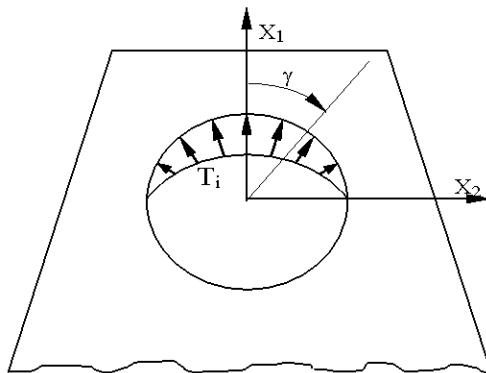
Pimli Bağlantılarda, pimin levhaya uyguladığı gerçek yükü bulmak oldukça zordur (5). Bu zorluğun

üstesinden gelmek için kosinüs yük dağılımı kullanılır. Bickley (6) izotropik malzemelerdeki gerçek yük dağılımı ile kosinüs yük dağılıminin birbirine çok yakın olduğunu göstermiştir. Buna göre kosinüs yük dağılımı;

$$T_i = \frac{4P}{Dt\pi} \cos \gamma n_i \quad [1]$$

şeklinde verilir (7,8). Burada; P: pime uygulanan kuvvet, γ : levha düzleminde, saat ibreleri yönünde X_1 eksenile yaptığı açı, T_i : pimin iç yüzeyine uygulanan yayılı yük ve n_i : delik yüzeyine normal olan birim vektördür (Şekil 2.). Yapılan bu çalışmada pimin plakaya boşluksuz geçtiği kabul edilmiştir.

Bunun için; γ açısı $-\frac{\pi}{2} \leq \gamma \leq \frac{\pi}{2}$ arasında alındı (9).



Şekil 2. Kosinüs yük dağılıminin pime uygulanması

3. Gerilme Şiddeti Faktörlerinin Sem ile Bulunması

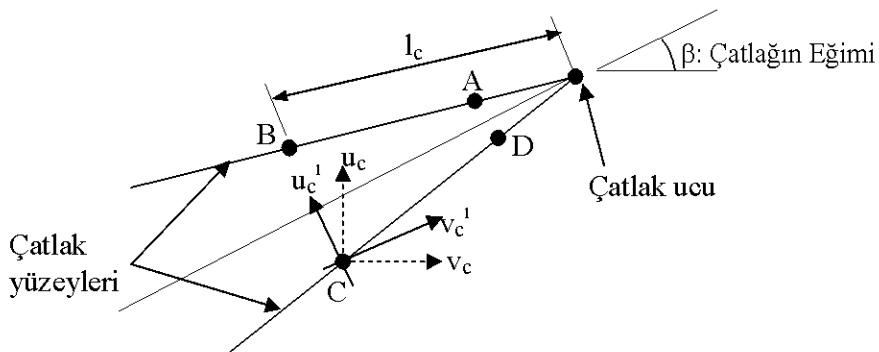
Sonlu elemanlar analizinde gerilme şiddeti faktörleri (Mode I yada Mode II veya her ikisi için) çeşitli yaklaşımlarla bulunabilir. Bunlar; çatlık ucunda özel çatlık ucu elemanlar kullanmak, J integrali ve virtuel çatlık açılması metodlarıdır. Bunların dışında en kolay metod çatlık yüzeyleri açılma metodudur. Bu metod aşağıdaki gibi verilir (10).

$$K_I = \sqrt{\frac{2\pi}{l_c}} \frac{G}{(\kappa+1)} [4(u'_a - u'_d) - (u'_b - u'_c)] \quad [2]$$

$$K_{II} = \sqrt{\frac{2\pi}{l_c}} \frac{G}{(\kappa+1)} [4(v'_a - v'_d) - (v'_b - v'_c)] \quad [3]$$

Burada G : kayma modülü, l_c : çatlık ucundaki elementin uzunluğu, κ : sırasıyla düzlem şekil değiştirme ve düzlem gerilme için, $(3-4v)$ ve $(3-v)/(1+v)$ dir, v = Poisson oranı; ve u'_c , v'_c değerleri Şekil 3'de gösterildiği gibi çatlık ve çatlağa dik yönlerdeki yerdeğiştirmelerdir. u'_a , v'_a , u'_b , v'_b ve u'_d , v'_d değerleri benzer düşünceyle sırayla A, B ve C noktalarının çatlık ve çatlağa dik yönlerdeki yerdeğiştirmelerdir.

Bu çalışmada verilen geometri için gerilme şiddeti faktörlerini analitik olarak bulmak oldukça zordur. Bu nedenden dolayı gerilme şiddeti faktörleri sonlu elemanlar metoduyla bulundu (Çizelge 1). Daha sonra bu değerler kullanılarak ilk çatlık ilerleme yönü SEM'in yanı sıra analitik olarak da bulundu. Gerilme şiddeti faktörleri analitik olarak aşağıdaki gibi bulunur.



Şekil 3. Çatlak yüzeyi yer değiştirmesinin tanımlanması

Bu çalışmada ele alınan yükleme ve geometriye göre K_I açılma ve K_{II} kayma gerilme şiddeti faktörleriyle ifade edilebilecek karma mod gerilme durumu söz konusudur. Çatlak ucundaki polar gerilme bileşenleri (11);

$$\sigma_r = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{5}{4} \cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left(-\frac{5}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad [4a]$$

$$\sigma_\theta = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{3}{4} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{3}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad [4b]$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{1}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{1}{4} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad [4c]$$

şeklinde verilir. Çatlak ilerleme açısı olan θ 'yı hesaplamak için Maksimum Çevresel Gerilme teorisi kullanıldı. Bu teoriye göre çatlağın ilerleme yönü maksimum çevresel gerilmeye dik yönde olur. Matematiksel olarak bu teori;

$$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad [5a]$$

ve

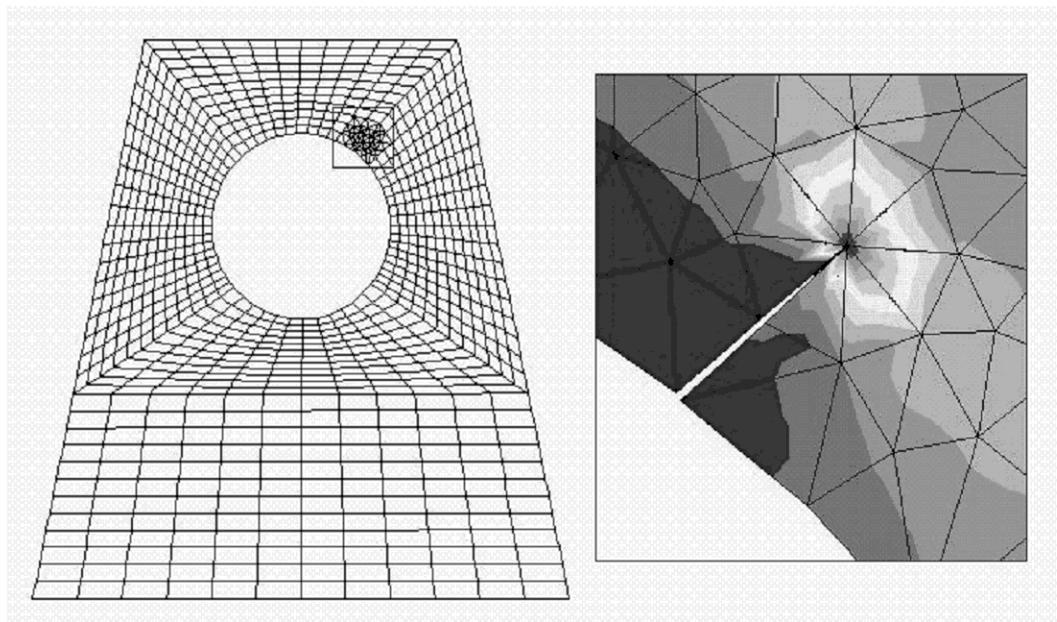
$$\frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} < 0 \quad [5b]$$

şeklinde ifade edilebilir. [4b] denklemi [5a] denklemine yerleştirilip gerekli işlem ve düzenlemeler yapılrsa

$$K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) = 0 \quad [6]$$

elde edilir. [6] denkleminden elde edilen açılarından, [5b] denklemini sağlayan açı, çatlak ucunun ilerleyeceği yönü ifade edecektir. Bu metotla bulunan değerler Çizelge 1'de verilmiştir.

4. Sonlu Elemanlar Analizi

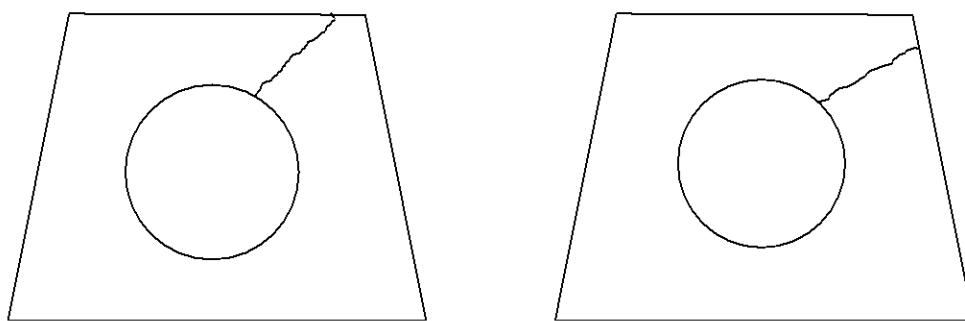


Şekil 4. Modelin sonlu elemanlar ağı

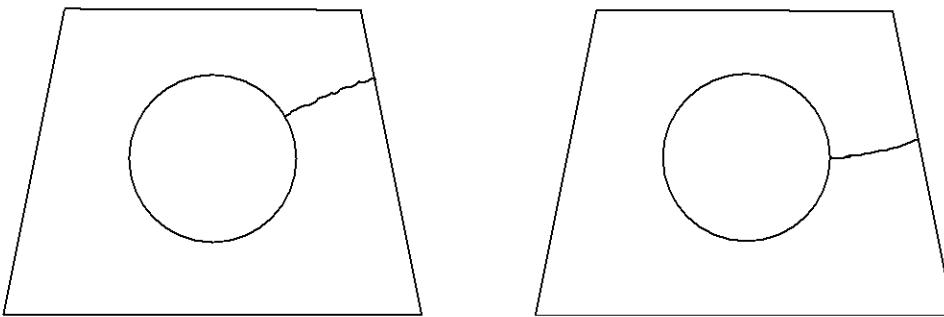
Sonlu elemanlar analizinde çatılar analizi yapmak için 2 mm uzunlığında çatı boyu alındı. Modelde 8 düğümlü 852 adet shell elemanı kullanıldı. Çatılar oluşturulurken, program çatı ucu etrafında otomatik olarak QPE (Quarter Point Element) elemanları yerleştirmektedir (Şekil 4.). Sonuçların hassas olması için delik ve çatıkenarında daha yoğun elemanlar kullanıldı. Sonra program çalıştırılıp, her bir durum için ($\beta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 180^\circ$) K_p, K_{II} değerleri ve Maksimum Çevresel Gerilme teorisile açıları hesaplandı (Çizelge 1). Daha sonra oluşturulan bu çatılar ilerletilerek çatığın geometri içinde nasıl ilerleyeceği tespit edildi. (Şekil 5-6 ve 7).

Çizelge 1. Gerilme şiddeti faktörleri ve β 'nın çatı açısına göre dağılımı

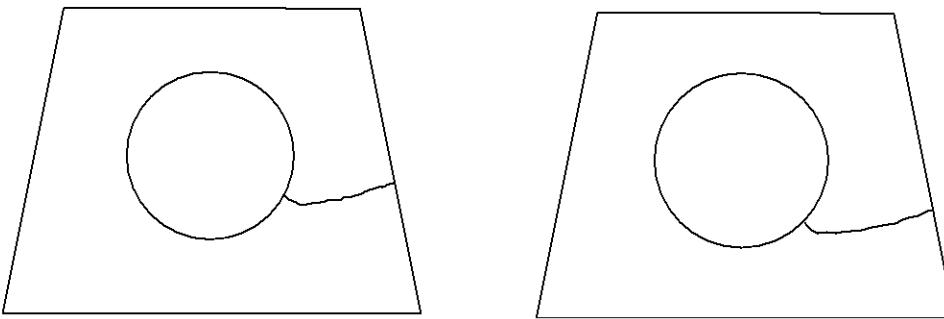
$\beta(^{\circ})$	0	30	45	60	90	120	135	150	180
$K_I (MPa\sqrt{m})$	-1,46	10,39	16,92	22,28	24,4	11,89	4,75	-0,88	-5,47
$K_{II} (MPa\sqrt{m})$	0	3,04	2,69	1,96	0	-3,32	-2,84	-2	0
$\theta(0^\circ)$	SEM	-	-28,63	-17,49	-10,08	0,8	28,33	44,14	-
	Analitik	-	-29,2	-16,3	-9,75	0	29,2	44,75	-



Şekil 5. $\beta = 30^\circ$ ve $\beta = 45^\circ$ için çatı ilerleme yolu



Şekil 6. $\beta = 60^\circ$ ve $\beta = 90^\circ$ için çatılkırıcı ilerleme yolu



Şekil 7. $\beta = 120^\circ$ ve $\beta = 135^\circ$ için çatılkırıcı ilerleme yolu

5. SONUÇLAR

Bu çalışmada mafsallarda herhangi bir açıda oluşan çatılkırıcıların gerilme şiddeti faktörleri ve çatılkırıcı ilerleme yönünün nasıl değiştiği incelendi. Sonuç olarak yumuk şekilli pim bağlantılarında en kritik çatılkırıcı açıları $\beta = 60^\circ$ ve 90° olduğu görüldü. Çünkü bu açılarda K_I ve K_{II} nin bileşkesi büyük değerde ve bu değerler ise malzemenin kritik gerilme şiddeti faktörüne (KIC) ilk ulaştığı değerlerdir (11, 12). Bu değerlerin bileşkesi K_{IC} 'ye ulaşlığı anda çatılkırıcı ilerleyip, plaka yırtılır. K_p , $\theta = 0^\circ, 150^\circ, 180^\circ$ açılarında negatif değerde olduğundan çatılkırıcı açılmayıp aksine kapanmaktadır. Bunun sonucunda çatılkırıcı bu açılarda ilerlememektedir. Diğer açı durumları için, ilerleme açılma

moduyla (Mod I) olmaktadır. Çünkü çatılkırıcı ilerlediği durumlar için $\frac{K_{II}}{K_I} \leq 2.45$ dir (2).

Şekil 5-6 ve 7'de $\theta = 30^\circ$ haricinde görüleceği gibi çatılkırıcı, tüm açı durumları için, deliğin kenara en yakın olduğu mesafede ilerlemeye çalışmaktadır. Pratikte çatılkırıcı ilerlememesi için bu yönlerde plakaya takviye yapılmalıdır.

KAYNAKLAR

1. Wu, C., "Fracture Under Combined Loads By Maximum-Energy-Release-Rate Criterion"; *Journal of Applied Mechanics*, (45):553-558 (1978)
2. Sutton, M., Zhao, W., Boone, M. And Reynolds, A., "Prediction of Crack Growth direction for mode I/II Loading Using Small-Scale Yielding and Void Initiation Growth Concepts"; *International Journal of fracture Mechanics*, (83): 275-290 (1997)
3. Koo, J. And Choy, S., A., "New Mixed Mode Fracture Criterion: maximum Tangential Strain Energy Density Criterion", *Engineering Fracture Mechanics*, (39): 443-449 (1991).
4. Cotterall, B., Rice, J., "Slightly Curved or Kinked Cracks", *International Journal of Fracture*, 16 (2): 155-169.
5. Fu-Kuo, C., Scott, R., Springer, S., "Strength of Mechanically fastened Composite Joints", *Journal of Composite materials*, (16): 470-494 (1982)
6. Bickley, W., "The Distribution of Stress Round a Circular Hole in a plate", *Phil. Roy. Soc.*, (227): 383-415 (1982)
7. Aktaş, A., Karakuzu, R., "Failure Analysis of Two-Dimensional Carbon-Epoxy Composite Plate Pinned

- Joint", *Mechanics of Composite Materials and Structures*, 6(4): 347-361 (1999b)
8. Aktaş, A., "Failure Analysis of Trapezium Shaped Carbon-Epoxy Plate Pinned-Joint", *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 6 (1): 27-31 (2000).
9. Fu-Kuo, C., "The Effect of Pin load Distribution on the Strength of Pin Loaded in Laminated in Laminated composites", *Journal of Composite Materials*, (20) : 401-407 (1986)
10. Murti, V., Valliappan, S., Lee, I., "Stress intensity factor using quarter point element", *Journal of Engineering Mechanics*, (8) :137-150(1984)
11. Aktaş, A. Dirikolu, M. H., "Üzerinde Çentikli Delik Bulunan Levhalarda Çatlak İlerleme Yönünden Sonlu Elemanlar Yöntemiyle İncelenmesi", *4. Ulusal Kırılma Konferansı Bildirileri*, Yıldız Teknik Üniversitesi, 39-44(1999).
12. Miyamoto, H., Fukuda, S., Kageyama, K., "Finite Element Analysis of Crack Propagation Under Compression", *Fracture*, (3): 491-500 (1977)

Geliş Tarihi:04.10.2002

Kabul Tarihi:04.06.2003

