



Aktüerya Derneği

İstatistikçiler Dergisi: İstatistik & Aktüerya

Journal of Statisticians: Statistics and Actuarial Sciences

IDIA 12, 2019, 2, 72-89

Geliş/Received:01.07.2019, Kabul/Accepted: 01.12.2019

www.istatistikciler.org

Araştırma Makalesi / Research Article

Süreç ortalamasının izlenmesi için sıra istatistiklerine dayalı kalite kontrol kartları

Nejla Turhan


Ankara Üniversitesi

Fen Fakültesi,

İstatistik Bölümü

06100 Beşevler, Ankara, Türkiye

nturhan@ankara.edu.tr

 0000-0003-1557-3314

Sevgi Yurt Öncel

Kırıkkale Üniversitesi

Fen-Edebiyat Fakültesi

İstatistik Bölümü,

71450, Yenişehir, Yahşihan, KIRIKKALE

syoncel@kku.edu.tr

 0000-0002-0990-292X

Öz

Bu çalışmada, herhangi bir dağılım varsayımı olmadan sıra istatistiklerine dayalı ortalamaya ilişkin kalite kontrol kartı limitlerinin belirlenmesi konusu ele alınmıştır. Dağılımdan bağımsız kontrol kartları, çarpık ya da ağır kuyruklu dağılımlar için dayanıklı bir yöntemdir. Ayrıca, çizilecek kontrol kartının dağılımının varyansını bilmeye ya da tahmin etmeye gerek yoktur. Farklı örnek hacimleri için dağılımdan bağımsız kontrol limitleri, yanlış alarm oranı ve ortalama çalışma uzunluğu hesaplamaları tablo halinde sunulmuştur. Shewhart kontrol kartı ve medyan kontrol kartının çizimi hakkında bir uygulama yapılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Dağılımdan bağımsız kalite kontrol, kontrol kartı, medyan kontrol kartı, sıra istatistikleri, ön istatistikler

Abstract

Quality control cards based on order statistics to monitoring process average

In this study, determination of quality control card limits based on order statistics without any distribution assumption is discussed. Distribution-free control cards are a robust method for skewed or heavily tailed distributions. In addition, there is no need to estimate the variance of the distribution of the control card to be drawn. Distribution independent control limits for different sample volumes, false alarm rate, and average run length calculations are presented in a table. An application was made about drawing of Shewhart control card and median control card graph.

Keywords: *Distribution-free quality control, control charts, median control charts, order statistics, precedence statistics.*

1. Giriş

Kontrol kartlarını kullanmanın temel amacı, süreç dağılımında meydana gelebilecek değişiklikleri hızlıca belirleyebilmektir. Doğal nedenlerden kaynaklanan değişimler göz ardı edilerek özel sebeplerin yol açabileceği değişim yakalanmak istenilmektedir. Bir imalat sürecinde

ham maddeden, üretimde kullanılan cihazlardan veya görevli kişilerden kaynaklanan değişimler özel sebepler olarak adlandırılır.

Kontrol kartlarının çoğu, dağılım varsayımına dayanan prosedürlerdir. Süreç çıktısının belirli bir olasılık dağılımına (genellikle normal dağılıma) sahip olduğu varsayılır.

Kalite kontrol kartları, hipotez testleri ile yakından ilişkilidir. Kitle ortalamasına ilişkin $H_0 : \mu = \mu_0$ iddiasına karşılık $H_1 : \mu = \mu_1$ ($\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$) iddiasının doğru olup olmadığının α anlam düzeyinde araştırıldığı hipotez testi sonucunda H_0 hipotezinin reddedilememesi sürecin kontrol altında olmasına denktir. \bar{X} -kalite kontrol kartlarının amacı, süreç ortalamasındaki kaymaların hızlı bir şekilde tespit edilmesidir. Kontrol kartının limitleri $\mu_{\bar{x}} \mp k\sigma_{\bar{x}}$ dir. Süreç kontrol dışı iken örneklem ortalaması \bar{x} 'nin kontrol limitlerinin dışına çıkması olasılığı

$$P = 1 - \beta = \int_{-\infty}^{\mu_0 - k\sigma/\sqrt{n}} f(\bar{x}|\mu_1) d\bar{x} + \int_{\mu_0 + k\sigma/\sqrt{n}}^{\infty} f(\bar{x}|\mu_1) d\bar{x}$$

dir. Burada P , doğru alarm verme olasılığı, β ise II. Tip hata yapma olasılığıdır (tüketici riskidir) ve $\beta = P(\text{Süreç kontrol altında} | \text{Süreç kontrol dışında iken})$ biçiminde ifade edilir. Burada yer alan μ_0 ve μ_1 parametreleri sırasıyla süreç kontrol altında ve süreç kontrol dışında iken X rasgele değişkeninin kitle ortalamasını göstermektedir. X rasgele değişkeninin dağılımı normal dağılım olduğunda

$$P = 1 - \Phi(k - \sqrt{n}\delta) + \Phi(-k + \sqrt{n}\delta)$$

dir. Burada Φ , standart normal dağılım fonksiyonu ve $\delta = (\mu_1 - \mu_0) / \sigma$ dir. Yanlış alarm verme olasılığı yani I. tip hata olasılığı (üretici riski) ise $\alpha = P(\text{Süreç kontrol dışı} | \text{Süreç kontrol altında iken}) = 2\Phi(-k)$ dir [1]. Kontrol kartında işaretlenen örnek ortalamasının kontrol limitlerinin dışına çıkmadan önce çizilmesi beklenen noktaların sayısı, ortalama çalışma uzunluğu (average run length-ARL) olarak adlandırılır ve kontrol kartının performansını değerlendirmek için kullanılır. Süreç kontrol altındayken $ARL = \frac{1}{\alpha}$, süreç

kontrol dışında iken $ARL = \frac{1}{1 - \beta}$ dir. Örneklemin dağılımı Normal dağılım iken ortalama için

Shewhart Kontrol kartının ortalama çalışma uzunluğu $\alpha = 0.0027$ için 370'dir. Yani süreç kontrol altındayken ortalama 370 noktada bir kez kontrol karıt, süreç kontrol dışında sinyali verecektir [2].

Birçok durumda ilgilenilen kalite değişkeninin gösterdiği dağılım normal dağılım olmayabilir, çarpık ya da ağır kuyruklu dağılımlar olabilir. Bu durumda kontrol kartlarının çiziminde parametrik olmayan (dağılımdan bağımsız) yöntemler geliştirilmiştir. Özellikle küçük örneklem hacmi ile çalışıldığında parametrik olmayan yöntemler tercih edilmektedir. Ancak parametrik olmayan kartların algılanan dezavantajı, hesaplamaların zorluğundan dolayı özel tablolara ihtiyaç duymasıdır. Literatürde, örneğin yerini kontrol etmek için farklı parametrik olmayan kontrol kartı tabloları bulunmaktadır. İşaret testine dayanan kontrol kartları, Hodges-Lehmann tahmincisine dayanan kontrol kartları ve Mann-Whitney istatistiklerine dayanan kontrol kartları konumdaki kaymayı tespit etmek için kullanılan yöntemlerdir [3].

Parametrik olmayan kalite kontrol hakkında ilk çalışma Bakir ve Reynolds [4] tarafından yapılmıştır ve Wilcoxon işaretli sıra istatistiklerine dayalı olarak bir prosedür geliştirmişlerdir. Daha sonraki yıllarda Janacek ve Meikle [5], Chakraborti ve ark.[6,7], Balakrishnan ve ark. [8,9], Triantafyllou [10,11]'nin parametrik olmayan kalite kontrol kartları hakkında önemli çalışmaları bulunmaktadır.

Bakir [12], işaret istatistiklerine dayalı bir Shewhart tipi kontrol kartları hazırlamıştır. Chakraborti ve Eryılmaz [13], daha küçük yanlış alarm oranları ve daha büyük kontrol ortalama çalışma uzunluklarına sahip Wilcoxon istatistiğine dayanan alternatif bir yöntem geliştirmişlerdir. Chakraborti, van der Laan ve van de Wiel [7], kontrol içi (referans) örneklemeden hesaplanan kontrol limitleriyle sıra istatistiklerine dayanan, parametrik olmayan kontrol kartları tanıttı.

Balakrishnan, Triantafyllou ve Koutras [14], test örnekleminin bir sıra istatistiği (ortanca gibi) olmasının yanı sıra test örnekleminin kontrol limitleri arasına düşen gözlem sayısını da modele dahil etmiştir. Ek olarak, Balakrishnan, Triantafyllou ve Koutras [15] izlenen bir sürecin olası kaymalarını saptamak için koşu (run) ve Wilcoxon sıra (rank) toplamı istatistiklerinden yararlanırken, Mukherjee ve Chakraborti [16], Shewhart-Lepage grafiği olarak adlandırılan Lepage istatistiğine dayalı olarak konum ve ölçeğin ortak izlenmesi için bir grafik önermiştir. Benzer bir çerçevede, Chowdhury ve ark. [17], Shewhart-Cucconi şeması olarak adlandırılan Cucconi istatistiklerine dayanan, dağılım varsayımı gerektirmeyen Shewhart tipi kart hazırladı.

Dağılımdan bağımsız kontrol kartları ile ilgili son gelişmeler, Chakraborti ve ark. [6,7], Chakraborti ve Graham [18], Chakraborti [19], Malela-Majika ve ark. [20] tarafından yapılmıştır. Sürekli değişkenler için dağılımdan bağımsız kontrol kartlarına genel bakış için, ilgilenen okuyucular bu çalışmalarını okuması önerilir.

Triantafyllou [21] , test örnekleminin iki sıra istatistiğinin aynı anda kontrol limitleri arasında olmasını dikkate alan yaklaşımı ile dağılımdan bağımsız Shewhart tipi kontrol kartlarının kurulumunu ayrıntılı olarak açıklamış, yanlış alarm oranı ve çalışma karakteristiği işlevi için formüller elde etmiştir.

Ayrıca çarpık dağılımlar için \bar{X} ve R kontrol kartı için kontrol limitlerinin oluşturulması için Bai ve Choi [22] ağırlıklı varyans yöntemini, Chan ve Cui [23] çarpıklık düzeltmesi yöntemini, Tadikamalla ve Popescu [24] basıklık düzeltmesi yöntemin önerilmiştir. Chan ve Cui [23]'nin yöntemine dayalı olarak Kan ve Yazıcı [25], Normal dağılımına sahip olmayan veriler asimetrik kontrol limitlerini oluşturmak için yeni bir teknik sunmuşlardır.

Karagöz ve Hamurkaroğlu [26] çarpık dağılımlar için \bar{X} ve R kontrol kartlarının limitlerini, klasik, ağırlıklı varyans, ağırlıklı standart sapma ve çarpıklık düzeltmesi yöntemlerini kullanarak elde etmişlerdir. Bu yöntemlerin Monte Carlo simülasyonu kullanılarak karşılaştırılması sonucunda Weibull, Gamma ve Lognormal dağılımları için çarpıklık düzeltmesi yönteminin I. tip hata olasılığının daha düşük olduğu ifade etmişlerdir. Yıldız ve Vahaplar [27], Balakrishnan, Triantafyllou ve Koutras [14] çalışmasında verilen teoriyi kullanarak bayan gömlekleri için dokuma yapan bir fabrikaya ait verilerin analizi ile sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olup olmadığını incelemişlerdir.

Kontrol dışı bir sinyal alana kadar kartta çizilen örneklerin sayısı bir rasgele değişkendir ve çalışma uzunluğu (run length) olarak adlandırılır. Bir rastgele değişken olan bu çalışma uzunluğunun beklenen değeri, kontrol kartının performansını ölçmek için çok sık olarak

kullanılan Ortalama Çalışma Uzunluğu (average run length-ARL) 'dur. Süreç kontrol altındayken ARL'nin büyük (uzun), süreç kontrol dışındayken ise ARL'nin küçük (kısa) olması ve varsa değişimin hızlı bir şekilde tespit edilmesi arzulanır. Süreçte incelenen değişkenlerin dağılımı hangi dağılım olursa olsun, süreç kontrol altındayken çalışma uzunluğunun dağılımı aynı kalıyorsa o zaman kontrol kartı dağılımdan bağımsızdır denir.

Bu çalışmada süreç ortalamasındaki değişimi tespit edebilmek için herhangi bir dağılım varsayımı yapılmadan sıra istatistikleri teorisine dayalı ön istatistikleri kullanılarak medyan kontrol kartları incelenmiştir. Shewhart kontrol kartlarındaki aritmetik ortalama yerine medyan istatistiği kullanılmıştır. Dağılımdan bağımsız kontrol kartları, çarpık ya da ağır kuyruklu dağılımlar için dayanıklı (robust) bir yöntemdir. Test örnekleminin medyanının, referans örnekleminden belirlenen kontrol limitleri arasında olup olmadığını araştırmak için kullanılacak formüller Chakraborti ve ark [7]'nin çalışmasından verilmiştir. Uygulama bölümü iki kısımdan oluşmaktadır. Önce farklı örneklem hacimleri için dağılımdan bağımsız kontrol limitleri bulunmuştur.

Ayrıca, bu kontrol limitlerinin iyilik ölçütü olarak yanlış alarm oranı (False Alarm Rate-FAR) ve ortalama çalışma uzunluğu (ARL) hesaplamaları yapılarak 3 yeni tablo hazırlanmıştır. Daha sonra da tabloların nasıl kullanılacağını göstermek için literatürden alınan veriler kullanılarak parametrik olmayan kontrol kartların çizimi ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Shewhart kontrol kartı ile medyan kontrol kartının karşılaştırması bir uygulama üzerinde karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

2. Ön (Precedence) İstatistikler

Bir imalat sürecinde ortaya konulan ürünün kalitesi hakkında incelenebilecek tüm özellikleri bir rasgele değişkendir. Bir üründen ölçme yoluyla elde edilen uzunluk, ağırlık, dayanıklılık, en, boy, çap, vb. karakteristiklerini kaydedip, gerekli kalite kontrollerini yapmak işletmelerin verimliliğini artırmasını sağlar. Ürünün belli bir karakteristiğinin ölçülen değerleri örneklem kümesini oluşturur.

Bir örnekleme de ki ön istatistiği (precedence statistics) $S_n = \#\{j \leq n : Y_j \leq X\}$, $j = 1, 2, \dots, n$ biçiminde tanımlanır. Burada X rasgele değişkeni, ilk örneklemden alınan bir rasgele bariyer noktasını, Y_j ise sonradan elde edilen örnekleme göstermektedir. S_n ön istatistiği, X 'den küçük olan Y 'lerin sayısını göstermektedir. Ön istatistikler üzerine kurulan testlere de ön testler denilmektedir. Ön testler iki bağımsız örneklemden belirlenmiş iki sıra istatistiğine dayanan oldukça kullanışlı testlerdir. H_0 hipotezinin doğru olması, yani $H_0 : F(x) = G(x)$ durumunda ön olasılıklar rahatlıkla hesaplanabilmektedir. Bu istatistik birçok alanda kullanıldığı gibi istatistiksel kalite kontrolünde de kullanılabilir.

Farz edelim ki X_1, X_2, \dots, X_m referans örnekleme $F(x, \mu_0)$ dağılım fonksiyonuna sahip olsun. Sürecin kontrol altında olup olmadığını test etmek için alınan Y_1, Y_2, \dots, Y_n test örnekleme $G(x, \mu_1)$ dağılımına sahip olsun. Referans örneklemin sıra istatistikleri $X_{1:m}, X_{2:m}, \dots, X_{n:m}$, test örnekleminin sıra istatistikleri ise $Y_{1:n}, Y_{2:n}, \dots, Y_{n:n}$ olsun. \mathfrak{S}_c ile de tüm sürekli dağılım fonksiyonları sınıfını gösterelim. İstatistiksel kalite kontrolün temel problemi F ve G dağılımı arasında bir farklılık olup olmadığını yani, $F, G \in \mathfrak{S}_c$ olmak üzere $H_0 : F(x) = G(x)$ hipotezine

karşı $H_1 : F(x) \neq G(x)$ hipotezini test etmektir. G dağılımının konum parametresinin $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$ biçiminde bir kayma olması durumunda sürecin kontrol dışına çıkıp çıkmadığı araştırılmak istenebilir. Bu çalışmada normal dağılım varsayımının sağlanamadığı durumlarda Shewhart ortalama kontrol kartları yerine parametrik olmayan kontrol kartları üzerinde durulmuştur. Ön istatistikleri kullanılarak kontrol limitleri oluşturulmuştur.

Referans örneklemeden kontrol kartının alt ve üst kontrol limitleri $AKL = X_{am}$, $ÜKL = X_{bm}$, $1 \leq a < b \leq m$ olarak belirlenir. $Y_{j:n}$ test örneklemeden alınmış j . sıra istatistiğini gösterir. $Y_{j:n}$, AKL ve $ÜKL$ arasına düşerse süreç kontrol altındadır denir. Eğer $Y_{j:n}$, bu aralığın dışında kalırsa süreç kontrol dışındadır denir. $Y_{j:n}$ 'den küçük olan X gözlemlerinin sayısını W_j istatistiği ile gösterilsin. W_j 'ye ön istatistik (precedence statistics) denir. Süreç kontrol altındayken (K indisi ile gösterilsin) W_j istatistiğinin dağılımı

$$P_K(W_j = w) = \frac{\binom{j+w-1}{w} \binom{m+n-j-w}{m-w}}{\binom{m+n}{m}}, \quad w = 0, 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

biçimindedir [7]. W_j istatistiğinin dağılımı, sadece m, n ve j 'ye bağlıdır, F ve G dağılımlarına bağlı değildir. Dolayısıyla W_j , dağılımdan bağımsız istatistiktir. Önerilen kartın "sinyal vermemesi" olasılığı, ön istatistiği W_j cinsinden ifade edilebilir. Test örnekleminin j . sıra istatistiği olan $Y_{j:n}$ 'nin X_{am} ve X_{bm} arasına düşmesi olayı ile W_j istatistiğinin a ve $b-1$ arasında olması aynı olaylardır. Böylece

$$p = p(m, n, j, a, b, F, G) = P(X_{am} \leq Y_{j:n} \leq X_{bm}) = P(a \leq W_j \leq b-1) \quad (2)$$

dır. Böylece süreç kontrol altındayken

$$p_0 = P_K(a \leq W_j \leq b-1) = p(m, n, j, a, b, F, F)$$

olacaktır. (1) ve (2) eşitlikleri kullanılarak a ve b sabitleri ($1 \leq a < b \leq m$)

$$\sum_{w=a}^{b-1} \frac{\binom{j+w-1}{w} \binom{m+n-j-w}{m-w}}{\binom{m+n}{m}} \geq p_0 \quad (3)$$

eşitliğinden bulunabilir [7]. Kontrol kartının $AKL = X_{am}$ ve $ÜKL = X_{bm}$, $1 \leq a < b \leq m$ limitlerinde yer alan a ve b değerleri belirlenmiş p_0 (veya $1 - p_0$) değerine bağlı olarak bulunur. Süreç kontrol altındayken yani $H_0 : F = G$ olması durumunda yanlış alarm oranı (FAR)

$$FAR = 1 - p(m, n, j, a, b, F, F)$$

şeklinde hesaplanır. Örneklemin dağılımının Normal dağılım olduğu varsayımına dayalı olarak çizilen kontrol kartlarında yanlış alarm oranı genellikle 0.0027 kabul edilir. Kesikli bir rasgele değişken olan ön istatistiğinin yanlış alarm olasılığı $p_0 \geq P_0$ olacak şekilde bir değer seçilir. Belirlenen bu değere bağlı olarak FAR, $1 - P_0$ değerinden daha büyük bir değer olamaz.

3. Medyan Kontrol Kartı

Medyan, dayanıklı bir tahmin edicidir ve büyük ölçüm hatalarının olması durumunda tercih edilir. Medyan, örneklem ortalamasının aksine daha esnek bir konum tahmin edicidir ve uç değerlerden etkilenmez. Örneklem hacmi $n = 2s + 1$ (tek) iken Y örnekleminin medyanı $j = s + 1$ olmak üzere Y_{jn} 'dir. Medyan istatistiği kullanıldığından dolayı (3) eşitliğinde $b = m - a + 1$ olmalıdır. (3) eşitliğinde $b = m - a + 1$ yerine yazıldığında a ($a \geq 1$) değeri

$$\sum_{w=a}^{m-a} \frac{\binom{j+w-1}{w} \binom{m+n-j-w}{m-w}}{\binom{m+n}{m}} \geq p_0 \tag{4}$$

ile verilen (4) eşitliğini sağlayacak biçimde bulunur.

4. Çalışma Uzunluğu Dağılımı

Bir kontrol kartının performansı genellikle, çalışma uzunluğu dağılımına göre incelenir. Faz I aşamasında test örneklemini ile çizilen kartta kontrol limitleri arasında kalan (işaretlenen) nokta sayısı olan çalışma uzunluğu N rastgele değişkenin dağılımı $P(N = k) = E_{X_{(am)}, X_{(bm)}}(p^{k-1} - p^k)$, $k = 1, 2, \dots$ dir. Burada $E_{X_{(am)}, X_{(bm)}}(p^k)$ ifadesinde yer alan p niceliği

$$p = P(X_{am} \leq Y_{jn} \leq X_{bm}) = P(GF^{-1}\{U_{am}\} \leq U_{jn} \leq GF^{-1}\{U_{bm}\})$$

eşitliği ile hesaplanır. Burada U_{am} ve U_{bm} sürekli düzgün dağılımının a ve b . sıra istatistikleridir. Çalışma uzunluğu dağılımı iki yanlı kartlar için

$$E_{X_{(am)}, X_{(bm)}}(p^k) = \int_0^1 \int_0^t \left[\frac{1}{B(j, n-j+1)} \sum_{h=0}^{n-j} \frac{(-1)^h}{j+h} \binom{n-j}{h} \left(GF^{-1}(t)^{(j+h)} - GF^{-1}(s)^{(j+h)} \right) \right]^k \times \frac{m!}{(a-1)!(b-a-1)!(m-b)!} s^{a-1} (t-s)^{b-a-1} (1-t)^{m-b} ds dt = D^*(k) \tag{5}$$

biçiminde elde edilir [7]. Bu durumda iki yanlı kontrol kartlarında çalışma uzunluğunun dağılımı

$$P(N = k) = D^*(k-1) - D^*(k), \quad k = 1, 2, 3, \dots \text{ ve } D^*(0) = 1 \quad (6)$$

dır. (5) formülünde $F = G$ olduğunda, süreç kontrol altındadır denir.

4.1 Sistem kontrol altında iken çalışma uzunluğunun dağılımı

İki yanlı kontrol kartı için, (6) eşitliğinde verilen süreç kontrol altındayken çalışma uzunluğunun dağılımı

$$P_k(N = k) = D(k-1) - D(k), \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad D(0) = 1 \quad (7)$$

dır. Burada (6) eşitliğinden

$$D(k) = \int_0^1 \int_0^t \left[\frac{1}{B(j, n-j+1)} \sum_{h=0}^{n-j} \frac{(-1)^h}{j+h} \binom{n-j}{h} (t^{(j+h)} - s^{(j+h)}) \right]^k \times \frac{m!}{(a-1)!(b-a-1)!(m-b)!} s^{a-1} (t-s)^{b-a-1} (1-t)^{m-b} ds dt \quad (8)$$

elde edilir [6]. (8) eşitliği kullanılarak süreç kontrol altındayken ön istatistiklere dayalı kalite kontrol kartının çalışma uzunluğu dağılımının olasılıkları hesaplanır.

4.2 Ortalama çalışma uzunluğu

Shewhart kartlarında, çalışma uzunluğunun dağılımı $P(X = x) = (1 - p(\delta))^{x-1} p(\delta)$, $x = 1, 2, \dots$ olasılık fonksiyonu ile Geometrik dağılımdır. Burada δ , incelenen işlem parametresindeki kayma miktarı ve p parametresi kartta işaretlenen istatistiklerin kontrol limitlerinin dışına çıkma olasılığıdır. Bu nedenle, Shewhart türü kartta işlem parametresi delta kayması içerdiğinde,

$ARL = \frac{1}{p(\delta)}$ olur. Süreç kontrol altında iken ARL_0 olarak adlandırılır. Süreçte işaretlenen

istatistikler çok uzun bir süre kontrol limitleri içinde olduğunda, sürecin kararlı durumda olduğu bilinmektedir. Bu kararlı durumda sürecin ARL 'si, kararlı durum ARL 'si olarak bilinir. Burada yer alan p , (2) eşitliğinden hesaplanır. Böylece X_{am} ve X_{bm} ile koşullu ARL denklemi

$$ARL = \sum_{k=0}^{\infty} P(N > k) = \sum_{k=0}^{\infty} p^k$$

ve koşulsuz ARL denklemi

$$ARL = \sum_{k=0}^{\infty} E_{X_{(am)}, X_{(bm)}}(p^k) = \sum_{k=0}^{\infty} D^*(k)$$

dır. (5) eşitliğini kullanarak

$$ARL = \int_0^t \int_0^t [1 - C(s, t, j, n, F, G)]^{-1} \frac{m!}{(a-1)!(b-a-1)!(m-b)!} s^{a-1} (t-s)^{b-a-1} (1-t)^{m-b} ds dt \quad (9)$$

elde edilir [7]. Burada

$$C(s, t, j, n, F, G) = \frac{1}{B(j, n-j+1)} \sum_{h=0}^{n-j} \frac{(-1)^h}{j+h} \binom{n-j}{h} \left(\{GF^{-1}(t)\}^{(j+h)} - \{GF^{-1}(s)\}^{(j+h)} \right)$$

dır. Süreç kontrol altındayken $G=F$ olacağından (9) eşitliği

$$ARL_0 = \sum_{k=0}^{\infty} D(k) = \int_0^t \int_0^t [1 - C(s, t, j, n)]^{-1} \frac{m!}{(a-1)!(b-a-1)!(m-b)!} s^{a-1} (t-s)^{b-a-1} (1-t)^{m-b} ds dt \quad (10)$$

biçimine gelir [7].

Burada,

$$C(s, t, j, n) = \frac{1}{B(j, n-j+1)} \sum_{h=0}^{n-j} \frac{(-1)^h}{j+h} \binom{n-j}{h} \left(t^{(j+h)} - s^{(j+h)} \right)$$

dır. Bu kesimde verilen formüller iki yanlı kontrol kartı içindir.

ARL_0 'ın sonlu olması için a, b, j, m ve n sabitleri için belirli koşullar sağlanmalıdır. Chakraborti ve ark.(2004)'ün çalışmasında ARL_0 'ın sonlu olması için gerek ve yeter koşulun $(a-j)(n-j+1) + j(m-b+1) > 0$ olduğu ispatlanmıştır.

Verilerin geldiği dağılımın çarpık ya da ağır kuyruklu dağılım olması durumunda hesaplanan ARL_0 değerleri aşağıdaki Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1- Bazı dağılımlar için ARL_0 değerleri

| Dağılım | Medyan Kontrol Kartı için ARL_0 * | \bar{X} Shewhart Kontrol Kartı için ARL_0 ** |
|---------------|-------------------------------------|--|
| Normal (0,1) | 501.89 | 500 |
| Laplace (0,1) | 501.89 | 200.01 |
| Gamma (1,1) | 501.89 | 118.13 |
| t(4) | 501.89 | 141.51 |

* $m = 1000, n = 5, P_0 = 0.9978, a = 48, b = 953$

** $n = 5, P_0 = 0.998$

Ön istatistikleri kullanarak oluşturulan medyan kontrol kartları dağılımdan bağımsızdır. Medyan kontrol kartları dayanıklı kartlardır ve Shewhart ortalama kontrol kartlarına göre daha büyük ARL_0 değerine sahiptir. Bu durumda Shewart \bar{X} kontrol kartları yerine ön istatistiklere dayalı kontrol kartları tercih edilmelidir [7].

5. Uygulama

Bilgisayar desteği, istatistiksel süreç kontrolünün uygulanmasında önemli bir rol oynamaktadır. Bugün piyasada çok çeşitli istatistiksel programlar, yazılımlar bulunmaktadır. Bunlardan bazıları: JPM [28], MİNİTAB [29], SAS [30], R [31], MATLAB [32], NCSS [33] PALSTAT [34], QC EXPERT [35], SIGMAXL [36], SPSS [37], STATGRAPHICS CENTURION [38], STATISTICA[39] dir. Ancak bu programlar parametrik Shewhart kontrol kartları için gerekli hesaplamaları yapıp, grafikleri çizdiren programlardır [41]. Tereza ve Darja [41], bazı parametrik olmayan kartlar için EXCEL[40] uygulaması hazırlamışlardır. Parametrik olmayan kontrol kartı hakkında literatürde yeterince teorik bilgi olmasına rağmen sanayi uygulamaları hakkında pratik bilgiler yetersizdir. Parametrik olmayan kalite kontrol kartları için kontrol limitlerinin hesaplanması, *ARL* ve *FAR* değerlerinin hesaplanması oldukça zahmetlidir. İyi bilgisayar programlama bilmek gerektirmektedir. Bu çalışmada üretim yapan sanayi kuruluşlarının ve kişilerin parametrik olmayan kontrol kartlarını çizebilmeleri için kontrol limitlerini, *ARL* ve *FAR* değerlerini kolayca bulabilmeleri için tablolar oluşturulmuştur. Bilinmektedir ki Shewhart kontrol kartlarının limitlerinin hesaplanmasında yer alan katsayıların tablo olarak sunulmuş olması kullanıcılara büyük kolaylık sağlamaktadır [2].

Bu çalışmanın uygulama kısmında *FAR* hesabı için (4), *ARL* hesabı için (10) eşitliği kullanılmıştır. Bu tabloları hazırlamak için R programı kullanılmıştır.

5.1. Medyan Kontrol Kartı için hesaplamalar

$m = 50, 100, 250, 500, 750, 1000$, $n = 5, 11, 15, 25, 31$ için a , $b = m - a + 1$, *ARL*, *FAR* değerleri Tablo 2’de $P_0 = 0.9973$ için, Tablo 3’de $P_0 = 0.99$ için ve Tablo 4’de $P_0 = 0.995$ için verilmiştir. Tablo 2-4, bu çalışmanın özgün yanını oluşturmaktadır. Bu tablolarda literatürde yer almayan ve sanayi uygulamalarında ihtiyaç duyulabilecek olan $n=15, 21, 31$ ve $m=200, 250, 750$ değerleri için gerekli hesaplamalar yapılmıştır. Çalışmanın özgün yanını bu tablolar oluşturmaktadır.

Tablo 2 -Süreç kontrol altındayken medyan kontrol kartı için seçilen keyfi m , n ve $P_0 = 0.9973$ değerlerine göre belirlenen $AKL=a$, $ÜKL= b$ değerleri için hesaplanan FAR ve ARL değerlerinin tablosu

| | | | <i>Referans örneklem hacmi - m</i> | | | | | | | |
|--------|-----|-----|------------------------------------|----------|---------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| P_0 | n | j | | 50 | 100 | 200 | 250 | 500 | 750 | 1000 |
| 0.9973 | 5 | 3 | (a,b) | (1,50) | (4,97) | (9,192) | (12,238) | (25,476) | (38,712) | (51,950) |
| | | | FAR | 0.0004 | 0.00102 | 0.00109 | 0.00125 | 0.00127 | 0.00128 | 0.00129 |
| | | | ARL | ∞ | 1550 | 728.6 | 565.5 | 460.2 | 432.3 | 419.5 |
| 0.9973 | 11 | 6 | (a,b) | (5,46) | (11,90) | (24,177) | (31,220) | (64,437) | (97,654) | (130,871) |
| | | | FAR | 0.00125 | 0.00106 | 0.00115 | 0.00128 | 0.00131 | 0.00132 | 0.00131 |
| | | | ARL | 9503 | 1630 | 726.18 | 579.2 | 456.1 | 424.2 | 409.8 |
| 0.9973 | 15 | 8 | (a,b) | (6,45) | (14,87) | (31,170) | (40,211) | (82,418) | (124,626) | (166,835) |
| | | | FAR | 0.00090 | 0.00098 | 0.0012 | 0.00135 | 0.00134 | 0.00134 | 0.00133 |
| | | | ARL | 44789.1 | 2320 | 763.2 | 581.8 | 439.5 | 427.2 | 413.1 |
| 0.9973 | 21 | 11 | (a,b) | (8,42) | (18,83) | (38,163) | (49,201) | (101,400) | (153,598) | (205,795) |
| | | | FAR | 0.00130 | 0.00488 | 0.0011 | 0.00129 | 0.00133 | 0.00488 | 0.00135 |
| | | | ARL | 51690.4 | 2477.1 | 966.4 | 623.4 | 484.7 | 437.6 | 417 |
| 0.9973 | 25 | 13 | (a,b) | (8,43) | (19,82) | (42,159) | (53,198) | (110,391) | (167,584) | (224,777) |
| | | | FAR | 0.00075 | 0.00092 | 0.00119 | 0.00116 | 0.00127 | 0.00131 | 0.00133 |
| | | | ARL | 173700 | 5183 | 986.2 | 839.6 | 526.2 | 458.9 | 430.2 |
| 0.9973 | 31 | 16 | (a,b) | (9,41) | (21,80) | (46,155) | (59,192) | (122,379) | (184,567) | (247,754) |
| | | | FAR | 0.00083 | 0.00092 | 0.0011 | 0.00127 | 0.00135 | 0.00130 | 0.00133 |
| | | | ARL | 18143.5 | 5680.6 | 1262.1 | 848.8 | 516.2 | 476.5 | 438.4 |

Tablo 3 - Süreç kontrol altındayken medyan kontrol kartı için seçilen keyfi m , n ve $P_0=0.99$ değerlerine göre belirlenen $AKL=a$, $ÜKL=b$ değerleri için hesaplanan FAR ve ARL değerlerinin tablosu

| | | | | <i>Referans örneklem hacmi - m</i> | | | | | | |
|-------|-----|-----|---------|------------------------------------|---------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| P_0 | n | j | | 50 | 100 | 200 | 250 | 500 | 750 | 1000 |
| 0.99 | 5 | 3 | (a,b) | (3,48) | (7,94) | (15,186) | (19,232) | (40,461) | (60,691) | (82,919) |
| | | | FAR | 0.0036 | 0.00432 | 0.0043 | 0,00436 | 0,00477 | 0,00469 | 0,00499 |
| | | | ARL | 635.7 | 214.9 | 148.4 | 139.1 | 114.5 | 113.1 | 104.6 |
| 0.99 | 11 | 6 | (a,b) | (7,44) | (15,86) | (32,169) | (40,211) | (83,418) | (125,626) | (167,834) |
| | | | FAR | 0.00465 | 0.00428 | 0.00469 | 0.00450 | 0.00494 | 0.0047 | 0.00487 |
| | | | ARL | 642.2 | 245 | 146.1 | 142.8 | 113.3 | 110 | 108.4 |
| 0.99 | 15 | 8 | (a,b) | (8,43) | (18,83) | (39,162) | (49,202) | (100,401) | (152,599) | (203,798) |
| | | | FAR | 0.00351 | 0.00397 | 0.00482 | 0.00472 | 0.00478 | 0,005 | 0.00495 |
| | | | ARL | 1815.9 | 321.4 | 151.2 | 142.5 | 120 | 109.1 | 107.6 |
| 0.99 | 21 | 11 | (a,b) | (10,41) | (22,79) | (46,155) | (58,193) | (118,383) | (153,598) | (240,761) |
| | | | FAR | 0.00472 | 0.00488 | 0.0048 | 0.00478 | 0.00470 | 0.00134 | 0.00498 |
| | | | ARL | 2330.5 | 317.4 | 168.7 | 152 | 126.2 | 114 | 108.7 |
| 0.99 | 25 | 13 | (a,b) | (10,41) | (23,78) | (49,152) | (62,189) | (127,374) | (192,559) | (258,743) |
| | | | FAR | 0.00305 | 0.00402 | 0.0048 | 0.00457 | 0.00473 | 0.00478 | 0.00497 |
| | | | ARL | 10990 | 510.8 | 197.1 | 168.9 | 128.3 | 118.3 | 109.8 |
| 0.99 | 31 | 16 | (a,b) | (11,40) | (25,76) | (53,148) | (67,184) | (138,363) | (208,543) | (279,722) |
| | | | FAR | 0.00343 | 0.00422 | 0.0045 | 0.00454 | 0.00495 | 0.00484 | 0.00497 |
| | | | ARL | 4401.6 | 642 | 219.4 | 184.9 | 126.3 | 119.1 | 111.5 |

Tablo 4 -Süreç kontrol altındayken medyan kontrol kartı için seçilen keyfi m , n ve $P_0 = 0.995$ değerlerine göre belirlenen $AKL=a$, $ÜKL= b$ değerleri için hesaplanan FAR ve ARL değerlerinin çizelgesi

| | | | | <i>Referans örneklem hacmi m</i> | | | | | | |
|-------|-----|-----|---------|----------------------------------|---------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| P_0 | n | j | | 50 | 100 | 200 | 250 | 500 | 750 | 1000 |
| | | | (a,b) | (2,49) | (5,96) | (12,189) | (15,236) | (31,470) | (48,702) | (64,937) |
| 0.995 | 5 | 3 | FAR | 0.0015 | 0.00176 | 0.00236 | 0.00229 | 0.00233 | 0.00249 | 0.00246 |
| | | | ARL | 5671 | 678.4 | 293.9 | 284.1 | 242.3 | 216.9 | 215.1 |
| | | | (a,b) | (5,46) | (13,88) | (28,173) | (35,216) | (72,429) | (109,642) | (146,855) |
| 0.995 | 11 | 6 | FAR | 0.00125 | 0.00225 | 0.00246 | 0.00233 | 0.0024 | 0.00243 | 0.00244 |
| | | | ARL | 9503 | 574.5 | 304 | 294.9 | 240.9 | 226.4 | 219.8 |
| | | | (a,b) | (7,44) | (16,85) | (34,167) | (44,207) | (90,411) | (136,615) | (182,819) |
| 0.995 | 15 | 8 | FAR | 0.00186 | 0.00206 | 0.00211 | 0.00244 | 0.00245 | 0.00245 | 0.00245 |
| | | | ARL | 7289.1 | 792.4 | 392.8 | 297.6 | 242.5 | 228.1 | 221.5 |
| | | | (a,b) | (9,42) | (19,82) | (42,159) | (53,198) | (109,392) | (164,587) | (220,780) |
| 0.995 | 21 | 11 | FAR | 0.00256 | 0.00178 | 0.00242 | 0.00238 | 0.00249 | 0.00240 | 0.00244 |
| | | | ARL | 9887.4 | 1393.4 | 380.6 | 335.8 | 248.2 | 239.1 | 226.1 |
| | | | (a,b) | (9,42) | (21,80) | (45,156) | (57,194) | (118,383) | (178,573) | (239,762) |
| 0.995 | 25 | 13 | FAR | 0.00155 | 0.002 | 0.00217 | 0.00221 | 0.00243 | 0.00239 | 0.00245 |
| | | | ARL | 4475 | 148.8 | 472.4 | 393 | 261 | 244.3 | 227.5 |
| | | | (a,b) | (10,41) | (23,74) | (49,152) | (63,188) | (129,372) | (195,556) | (261,740) |
| 0.995 | 31 | 16 | FAR | 0.00175 | 0.00205 | 0.0021 | 0.00247 | 0.00246 | 0.00244 | 0.00244 |
| | | | ARL | 9906 | 585.3 | 567.38 | 381 | 269.5 | 244.1 | 233.2 |

5.2. Veri seti üzerinde bir uygulama

Bu kesimde yukarıda verilen tabloların nasıl kullanılacağını açıklamak için bir veri seti üzerinde uygulama yapılmıştır. Keyfi m , n ve P_0 değerlerinin kombinasyonlarına göre bulunan a , b değerlerini Tablo 2'den okuyarak medyan kontrol kartının çizimine örnek vermek için bir veri seti üzerinde uygulama yapılmıştır.

Bunun için Montgomery [2]' den alınan sert fırında işlem için akış genişliği (mikron) verisi kullanılmıştır. Bu veri seti için Minitab 17'de yapılan analizler sonucunda $\bar{x}=1.51342$, $st.sapma=0.132989$, $medyan=1.51025$, $min=1.0931$, $maks=1,8698$, $\text{çarpıklık katsayısı}=0,0164794$, $\text{basıklık katsayısı}=0,278253$ olarak bulunmuştur. Anderson Darling uyum iyiliği sonuçlarına göre veri setinin Normal dağılıma, Log-Normal dağılıma, Logistic dağılıma ve Loglogistic dağılıma uyduğu ($p>0.05$) görülmüştür.

Referans örneklemeden

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{x}_i}{m} = 1.5134, \quad S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (n_i - 1) S_i^2}{\sum_{i=1}^m (n_i - 1)} = 0.01802 \quad \text{ve} \quad \hat{\sigma} = \sqrt{S_p^2} = 0.134237 \quad \text{olarak hesaplanmıştır ve}$$

Shewhart ortalama kontrol kartının limitleri

$$AKL = \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.333,$$

$$\dot{ÜKL} = \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.6938$$

olarak elde edilir.

$m = 40 \times 5 = 200$, $n = 5$, $j = 3$ için simetrik parametrik olmayan kontrol kartları için $P_0 = 0.9973$ için Tablo 2'den $a = 9$, $b = 192$ olarak okunur. Buna göre referans örneklemeden $AKL = X_{9;m} = 1.2831$ ve $\dot{ÜKL} = X_{192;m} = 1,7473$ olarak bulunur.

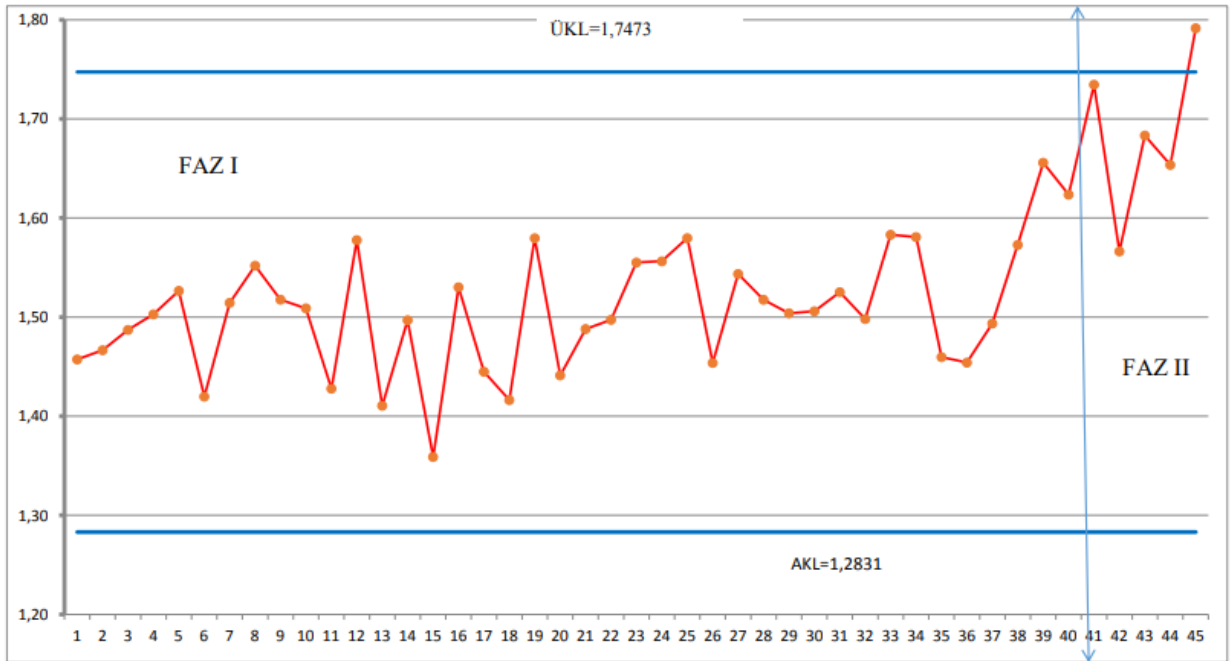
Veri Seti- Sert fırında işlem için akış genişliği (mikron) verisi

| Sıra No | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 | ORTALAMA | ORTANCA - X_{35} |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|--------------------|
| 1 | 1,3235 | 1,4128 | 1,6744 | 1,4573 | 1,6914 | 1,51188 | 1,4573 |
| 2 | 1,4314 | 1,3592 | 1,6075 | 1,4666 | 1,6109 | 1,49512 | 1,4666 |
| 3 | 1,4284 | 1,4871 | 1,4932 | 1,4324 | 1,5674 | 1,4817 | 1,4871 |
| 4 | 1,5028 | 1,6352 | 1,3841 | 1,2831 | 1,5507 | 1,47118 | 1,5028 |
| 5 | 1,5604 | 1,2735 | 1,5265 | 1,4363 | 1,6441 | 1,48816 | 1,5265 |
| 6 | 1,5955 | 1,5451 | 1,3574 | 1,3281 | 1,4198 | 1,44918 | 1,4198 |
| 7 | 1,6274 | 1,5064 | 1,8366 | 1,4177 | 1,5144 | 1,5805 | 1,5144 |
| 8 | 1,419 | 1,4303 | 1,6637 | 1,6067 | 1,5519 | 1,53432 | 1,5519 |
| 9 | 1,3884 | 1,7277 | 1,5355 | 1,5176 | 1,3688 | 1,5076 | 1,5176 |
| 10 | 1,4039 | 1,6697 | 1,5089 | 1,4627 | 1,522 | 1,51344 | 1,5089 |
| 11 | 1,4158 | 1,7667 | 1,4278 | 1,5928 | 1,4181 | 1,52424 | 1,4278 |
| 12 | 1,5821 | 1,3355 | 1,5777 | 1,3908 | 1,7559 | 1,5284 | 1,5777 |
| 13 | 1,2856 | 1,4106 | 1,4447 | 1,6398 | 1,1928 | 1,3947 | 1,4106 |
| 14 | 1,4951 | 1,4036 | 1,5893 | 1,6458 | 1,4969 | 1,52614 | 1,4969 |
| 15 | 1,3589 | 1,2863 | 1,5996 | 1,2497 | 1,5471 | 1,40832 | 1,3589 |
| 16 | 1,5747 | 1,5301 | 1,5171 | 1,1839 | 1,8662 | 1,5344 | 1,5301 |
| 17 | 1,368 | 1,7269 | 1,3957 | 1,5014 | 1,4449 | 1,48738 | 1,4449 |
| 18 | 1,4163 | 1,3864 | 1,3057 | 1,621 | 1,5573 | 1,45734 | 1,4163 |
| 19 | 1,5796 | 1,4185 | 1,6541 | 1,5116 | 1,7247 | 1,5777 | 1,5796 |
| 20 | 1,7106 | 1,4412 | 1,2361 | 1,382 | 1,7601 | 1,506 | 1,4412 |
| 21 | 1,4371 | 1,5051 | 1,3485 | 1,567 | 1,488 | 1,46914 | 1,488 |
| 22 | 1,4738 | 1,5936 | 1,6583 | 1,4973 | 1,472 | 1,539 | 1,4973 |
| 23 | 1,5917 | 1,4333 | 1,5551 | 1,5295 | 1,6866 | 1,55924 | 1,5551 |
| 24 | 1,6399 | 1,5243 | 1,5705 | 1,5563 | 1,553 | 1,5688 | 1,5563 |
| 25 | 1,5797 | 1,3663 | 1,624 | 1,3732 | 1,6887 | 1,52638 | 1,5797 |
| 26 | 1,4483 | 1,5458 | 1,4538 | 1,4303 | 1,6206 | 1,49976 | 1,4538 |
| 27 | 1,5435 | 1,6899 | 1,583 | 1,3358 | 1,4187 | 1,51418 | 1,5435 |
| 28 | 1,5175 | 1,3446 | 1,4723 | 1,6657 | 1,6661 | 1,53324 | 1,5175 |
| 29 | 1,5454 | 1,0931 | 1,4072 | 1,5039 | 1,5264 | 1,4152 | 1,5039 |
| 30 | 1,4418 | 1,5059 | 1,5124 | 1,462 | 1,6263 | 1,50968 | 1,5059 |
| 31 | 1,4301 | 1,2725 | 1,5945 | 1,5397 | 1,5252 | 1,4724 | 1,5252 |
| 32 | 1,4981 | 1,4506 | 1,6174 | 1,5837 | 1,4962 | 1,5292 | 1,4981 |
| 33 | 1,3009 | 1,506 | 1,6231 | 1,5831 | 1,6454 | 1,5317 | 1,5831 |
| 34 | 1,4132 | 1,4603 | 1,5808 | 1,7111 | 1,7313 | 1,57934 | 1,5808 |
| 35 | 1,3817 | 1,3135 | 1,4953 | 1,4894 | 1,4596 | 1,4279 | 1,4596 |
| 36 | 1,5765 | 1,7014 | 1,4026 | 1,2773 | 1,4541 | 1,48238 | 1,4541 |
| 37 | 1,4936 | 1,4373 | 1,5139 | 1,4808 | 1,5293 | 1,49098 | 1,4936 |
| 38 | 1,5729 | 1,6738 | 1,5048 | 1,5651 | 1,7473 | 1,61278 | 1,5729 |
| 39 | 1,8089 | 1,5513 | 1,825 | 1,4389 | 1,6558 | 1,65598 | 1,6558 |

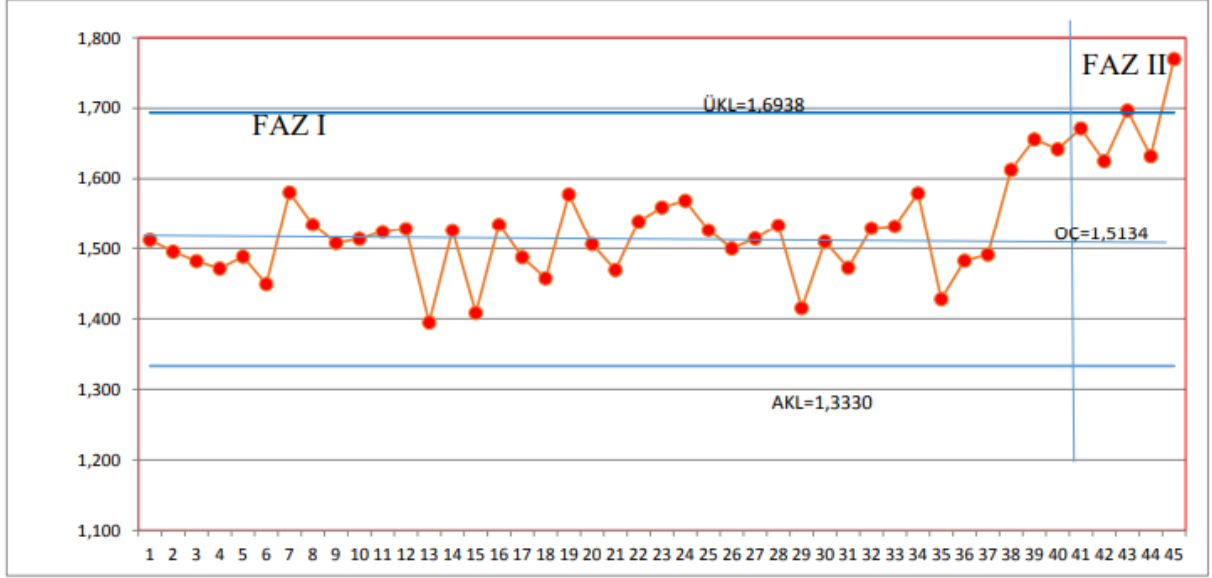
Veri Setinin devamı

| Sıra No | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 | ORTALAMA | ORTANCA – $X_{3,5}$ |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|---------------------|
| 40 | 1,6236 | 1,5393 | 1,6738 | 1,8698 | 1,5036 | 1,64202 | 1,6236 |
| 41 | 1,412 | 1,7931 | 1,7345 | 1,6391 | 1,7791 | 1,67156 | 1,7345 |
| 42 | 1,7372 | 1,5663 | 1,491 | 1,7809 | 1,5504 | 1,62516 | 1,5663 |
| 43 | 1,5971 | 1,7394 | 1,6832 | 1,6677 | 1,7974 | 1,69696 | 1,6832 |
| 44 | 1,4295 | 1,6536 | 1,9134 | 1,7272 | 1,437 | 1,63214 | 1,6536 |
| 45 | 1,6217 | 1,822 | 1,7915 | 1,6744 | 1,9404 | 1,77 | 1,7915 |

Yukarıda verilen veri seti kullanılarak medyan kontrol kartı ve Shewhart kontrol kartı çizilerek sırasıyla Şekil-1 ve Şekil-2’de verilmiştir. Faz I de 40 örneklem kullanılmıştır. Son 5 örneklem Faz II’de kullanılmıştır. Medyan kontrol kartı için bulunan kontrol limitleri (1.2831, 1.7473) olarak Shewhart kontrol kartı için bulunan kontrol limitleri ise (1.3330, 1.6938) olarak bulunmuştur. Buna göre Shewhart kontrol kartı için bulunan kontrol limitlerinin daha dar olduğu görülmektedir. Sert fırında işlem için akış genişliği ölçümleri (mikron) verisi için Shewhart kontrol kartı çiziminde varyansların tahmin edicisi olarak birleştirilmiş örneklem varyansı kullanılmıştır. Medyan kontrol kartı için Tablo 2’den $FAR=0.00109$ ve $ARL=728.6$ olduğu görülür. Shewhart kontrol kartı için $FAR=0.002$ ve $ARL=500$ olarak hesaplanmıştır.



Şekil 1- Sert fırında işlem için akış genişliği ölçümleri (mikron) verisi için medyan kontrol kartı



Şekil 2- Sert fırında işlem için akış genişliği ölçümleri (mikron) verisi için Shewhart kontrol kartı

Şekil 1 ve Şekil-2’de görülen medyan ve Shewhart ortalama kontrol kartlarında Faz II’de süreç kontrol dışına çıkmıştır. Ancak Shewhart kontrol kartına göre medyan kontrol kartının ARL_0 değeri daha büyük ve FAR değeri daha küçük çıkmıştır. Medyan kontrol kartına göre 729 üründe 1 kez sistemin doğal nedenlerle kontrol dışına çıkacağı beklenmektedir.

6. Sonuç ve öneriler

Sanayide üretilen ürünün kalite kontrolü için Shewhart ortalama kontrol kartları yaygın olarak kullanılmaktadır. Ancak küçük örneklem durumunda, normal dağılım varsayımının şüpheli olduğu durumda, çarpık ya da ağır kuyruklu dağılım söz konusu olduğunda shewhart kontrol kartı ile sistemi takip etmek riskli olacaktır. Bu nedenle üretim yapan fabrikalara ürün kalitesini takip etmede ön istatistiklere dayalı ve dağılımdan bağımsız olan medyan kontrol kartlarının kullanması önerilir. Bir imalat hattında sürecin istatistiksel kontrolü için yapılan denetlemeler ile verimliliği artırmak, yüksek kar elde etmek ve zaman tasarrufu elde etmek açısından doğru kontrol kartının seçilmesi çok önemlidir. Bu çalışmada dağılımdan bağımsız kontrol kartlarının kullanımı için farklı P_0 , m , n değerleri için sıra istatistiklerine dayalı kontrol limitlerinin ARL ve FAR değerleri hesaplanmış ve tablo olarak verilmiştir. Ülkemizde üretim yapan ve istatistiksel kalite kontrol sürecine önem veren sanayi kuruluşları için hazırlanan bu tablolar büyük kullanım kolaylığı sağlayacaktır.

Kaynaklar

- [1] N.Balakrishnan, S. Kocherlakota, 1986, Effects of nonnormality on X charts: single assignable cause model. Sankhya: The Indian Journal of Statistics, Series B, 439-444.
- [2] D. C. Montgomery, 2005, Introduction to Statistical Quality Control. John Wiley & Sons.
- [3] N. Das, 2009, A comparison study of three non-parametric control charts to detect shift in location parameters. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 41, 7-8, 799-807.
- [4] S. T. Bakir, M. R Reynold, 1979, A Nonparametric procedure for process control based on within-group rankin, Technometrics, 21, 75- 183.

- [5] G. J. Janacek, S. E. Meikle, 1997, Control charts based on medians, *The Statistician*, 46, 1, 19-31.
- [6] S Chakraborti, P. Van der Laan, S. T. Bakir, 2001, Nonparametric control charts: an overview and some results, *Journal of Quality Technology*, 33, 3, 304- 315.
- [7] S. Chakraborti, S., P. Van der Laan, M. A. Van de Wiel, 2004, A class of distribution-free control charts, *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, 53, 3, 443-462.
- [8] N. Balakrishnan, I. S. Triantafyllou, M. V. Koutras, 2009, Nonparametric control charts based on runs and Wilcoxon-type rank-sum statistics, *Journal of Statistical Planning and Inference*, 139, 9, 3177-3192.
- [9] Balakrishnan, I. S. Triantafyllou, M. V. Koutras, 2010, A distribution-free control chart based on order statistics. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 39(20), 3652-3677.
- [10] I. S., Triantafyllou, 2018, Nonparametric control charts based on order statistics: Some advances. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 47, 9, 2684-2702.
- [11] I. S. Triantafyllou, 2019, A new distribution-free control scheme based on order statistics. *Journal of Nonparametric Statistics*, 30, 1, 1-30.
- [12] S. T. Bakir, 2006, Distribution-free quality control charts based on signed-rank-like statistics. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 35(4), 743-757.
- [13] S. Chakraborti, S. Eryilmaz, 2007, A nonparametric Shewhart-type signed-rank control chart based on runs. *Communications in Statistics—Simulation and Computation*, 36, 2, 335-356.
- [14] N. Balakrishnan, I. S. Triantafyllou, M. V. Koutras, 2010, A distribution-free control chart based on order statistics. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 39, 20, 3652-3677.
- [15] N. Balakrishnan, I. S. Triantafyllou, M. V. Koutras, 2009, Nonparametric control charts based on runs and Wilcoxon-type rank-sum statistics, *Journal of Statistical Planning and Inference*, 139, 9, 3177-3192.
- [16] A. Mukherjee, S. Chakraborti, 2012, A distribution-free control chart for the joint monitoring of location and scale, *Quality and Reliability Engineering International*, 28, 3, 335-352.
- [17] S. Chowdhury, A. Mukherjee, S. Chakraborti, 2014, A new distribution-free control chart for joint monitoring of unknown location and scale parameters of continuous distributions, *Quality and Reliability Engineering International*, 30, 2, 191-204.
- [18] S. Chakraborti, M. A. Graham, 2007, Nonparametric control charts, *Encyclopedia of statistics in quality and reliability*, 1, 415-429.
- [19] S. Chakraborti, 2014, Nonparametric (distribution-free) quality control charts, *Wiley StatsRef: Statistics Reference Online*.
- [20] J. C. Malela-Majika, S. Chakraborti, M. A. Graham, 2016, Distribution-free precedence control charts with improved runs-rules, *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 32, 4, 423-439.
- [21] I. S. Triantafyllou, 2018, Nonparametric control charts based on order statistics: Some advances, *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 47, 9, 2684-2702.
- [22] D. S. Bai, I. S. Choi, 1995, X and R Control Charts For Skewed Population, *Journal of Quality Tecnology*, 27, 2, 305-701.
- [23] L. K. Chan, H. J. Cui, 2003, Skewness Correction ve Charts for Skewed Distributions, *Wilvy Periodicals, Inc., Naval Research Logistics*, 50, 1-19.
- [24] P. R. Tadikamalla, D. G. Popescu, 2007, Kurtosis Correction Metod for X and R Control Charts for Long-Tailed Symmetrical Distributions, *Naval Research Logistics, Wiley Periodicals*, 54, 4, 371-383.
- [25] B. Yazıcı, B. Kan, 2009, Asymmetric control limits for small samples, *Quality & Quantity*, 43, 865-874.
- [26] D. Karagöz, C. Hamurkaroglu C., 2012, Control charts for skewed distributions: Weibull, gamma, and lognormal, *Metodoloski Zvezki*, 9, 2, 95.
- [27] T. Ö. Yıldız, S. Ş. Vahaplar, 2015, An Application on fancy shirting fabric production through distribution-free quality control charts. *Tekstil ve Konfeksiyon*, 25, 2, 97-103.
- [28] Core Capabilities of JMP. JPM statistical discovery erişim adresi: https://www.jmp.com/en_us/home.html.
- [29] Minitab Statistical Software, Data Analysis, Statistical & Process Improvement Tools, State College, PA, erişim adresi: <https://www.minitab.com/en-us/products/minitab/free-trial>, 2019.
- [30] SAS/QC Software. SAS/QC, erişim adresi: https://www.sas.com/en_us/software/qc.html.
- [31] R Core Team.: R: A language and environment for statistical computing, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. 2019. Erişim adresi: <https://www.R-project.org/>.
- [32] Matlab, Mathworks, erişim adresi: <https://www.mathworks.com/>.

- [33] Quality Control. NCSS Statistical Software, erişim adrsi: <https://www.ncss.com/industries/quality-control/>.
- [34] Palstat CAQ, Quality Management System, erişim adresi: <https://www.palstat.cz/en/>.
- [35] QC Expert. TriloByte Statistical erişim adresi: <http://www.trilobyte.cz/en/>.
- [36] SigmaXL - Powerful Statistical and Graphical Analysis. SigmaXL Simply Smart Software [online]. [cit. 2018-01-18]. Available from: <https://www.sigmaxl.com/SigmaXL.shtml>.
- [37] Software IBM SPS. IBM Analytics, erişim adresi: <https://www.ibm.com/tr-tr/analytics/spss-statistics-software>.
- [38] Statgraphics Centurion XVII. Statgraphic erişim adresi: <http://www.statgraphics.com/statistical-process-control-charts>.
- [39] Statistica Product Features. TIBC Statistica, erişim adresi: <http://www.statsoft.com/Products/STATISTICA-Features>.
- [40] Excel, Microsoft, erişim adresi: <https://products.office.com/tr-tr/excel>.
- [41] S.Tereza, N.Darja, 2018, Software support of nonparametric control charts. 19th International Carpathian Control Conference (ICCC). IEEE, 2018. p. 456-461.