

T.C.
KIRIKKALE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ELEKTRİK ELEKTRONİK ANABİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

OFDM'DE KANAL TAHMİNİ

GAMZE ÖZYAZGAN

MAYIS 2007

T.C.
KIRIKKALE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ELEKTRİK ELEKTRONİK ANABİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

OFDM'DE KANAL TAHMİNİ

GAMZE ÖZYAZGAN

MAYIS 2007

ÖZET

OFDM'DE KANAL TAHMİNİ

ÖZYAZGAN, Gamze

Kırıkkale Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik Elektronik Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Eyüp TUNA

Mayıs 2007, 80 sayfa

OFDM sayısal ses yayın sistemi (DAB) ve sayısal görüntü yayın sistemi (DVB), yerel alan ağları, kişisel haberleşme sistemleri ve diğer uygulamalarda kullanılan çok popüler bir yöntemdir. OFDM sinyali dağıtıcı kanal üzerinde iletilirken iki zorluk baş gösterir: Birincisi, kanal dağıtımını alt taşıyıcılar arasındaki dikgenliği bozar ve taşıyıcılar arası girişime sebep olur. İkincisi; ayırıcı kanalda OFDM sembollerindeki semboller arası girişimdir (ISI). OFDM'de çevrimsel önek kavramı kullanılarak, dağıtıcı ortamda ISI olması önlenir ve alt taşıyıcıların dikgenliğini kaybetmesi engellenir.

OFDM' deki kanal kestirimi için bir çözüm; belli alt taşıyıcılarla bilinen pilot sembollerini göndermektedir. Kestirimcinin kanalı tam gözlemlendiği durumda pilot tabanlı optimum MMSE kestirimcisi sunulmuştur. Tüm alt taşıyıcılardaki

gönderilmiş verinin bilgisinden LS kanal kestirimcisi elde edilir. LS kanal kestirim algoritması MMSE'ye göre daha basittir fakat MMSE kadar iyi performans göstermez ve yüksek Ortalama Karesel Hata (MSE) değerine sahiptir.

Pilot eklemeli kanal kestirimine bir alternatif yöntemde karar yönetmeli kanal kestirimidir. Burada, önceden sezilen semboller kanal kestirimi için pilot sembolleri ile yer değiştirir. Pilot sembollerin düzenli iletimine ise kör kanal kestirimi ile gerek kalmaz, çünkü alıcıda hiçbir kestirime ihtiyaç yoktur. Karar yönetmeli kanal *tahmini* ise kanal sönümlemesinin korelasyonlarını kullanarak önceki sezilen semboller gelecek kanalı kestirmede kullanılır. Bu teknik eğitim bilgisinin periyodik iletimi olmadan, zamanla değişen kanalların izlenmesini sağlanması gibi avantajları vardır.

LMS algoritması, eğime dayalı en dik azalma metodunu kullanmaya uyarlanmış bir algoritmadır. LMS, sonuçta en küçük ortalama kare hataya ulaşan, eğitim vektörünün eksi yönündeki bağıl vektöre ardışık düzeltmeler yapan iterasyon yöntemini içerir. Diğer algoritmalara göre LMS algoritması basittir.

Bu çalışmada ise LS ve MMSE kanal kestirim algoritmaları kullanılarak ortalama karesel hata ve sembol hata oranlarını Gauss kanalda ve Rayleigh sönümlü kanalda başarımların analizi yapılmış ayrıca tekrar her iki kanalda her iki algoritmanın başarımların analizleri karşılaştırması yapılmıştır.

ANAHTAR KELİMELER: OFDM, kanal kestirimi, MMSE algoritması, LS algoritması, LMS algoritması.

ABSTRACT

CHANNEL ESTIMATION IN OFDM

ÖZYAZGAN, Gamze

Kırıkkale University

Graduate School Of Natural and Applied Sciences

Department of Electrical and Electronics Eng., M. Sc. Thesis

Supervisor: Asst. Prof. Dr. Eyüp TUNA

May 2007, 80 pages

Orthogonal Frequency-Division Multiplexing (OFDM) is a popular modulation technique for European standards such as the Digital Audio Broadcasting (DAB) and the Digital Video Broadcasting (DVB) systems. As such it has received much attention and has been proposed for many other applications and personal communication systems. Two difficulties arise when the OFDM signal is transmitted over a dispersive channel. One difficulty is that channel dispersion destroys the orthogonality between subcarriers and causes intercarrier interference (ICI), second one is intersymbol interference (ISI) between OFDM symbols. This cyclic prefix both preserves the orthogonality of the subcarriers and prevents ISI between successive OFDM symbols.

One solution for the channel estimation in OFDM is to transmit known pilot symbols on certain sub-carriers. Where the channel is not directly observable an optimum MMSE channel estimator based on pilots is proposed. From the

information of the transmitted data on all subcarriers LS estimator is obtained. LS algorithm is simpler than MMSE algorithm but it doesn't shows as good performance as MMSE algorithm and LS algorithm has high MSE.

An alternative to pilot symbol assisted channel estimation is decision-directed channel *estimation*. Previously detected symbols replace the pilot symbols for channel estimation. Regular transmission of pilot symbols can be avoided by techniques for blind channel estimation. Blind methods are attractive because they tend to feature better convergence properties and because no statistics need to be estimated at the receiver. Exploiting the correlations of the fading channel, previously detected symbols are used to predict the channel into the future. This technique has the advantage of allowing the tracking of fast time-varying channels without periodic transmission of training data.

LMS is an adaptive algorithm, which uses a gradient-based method of steepest decent. LMS incorporates an iterative procedure that makes successive corrections to the weight vector in the direction of the negative of the gradient vector which eventually leads to the minimum mean square error. Compared to other algorithms LMS algorithm is relatively simple

In this thesis the throughput performances of MMSE and LS algorithms in AWGN and Raiyleigh Fading channels are analyzed and compared.

KEYWORDS: OFDM, channel estimation, MMSE algorithm, LS algorithm, LMS algorithm.

TEŞEKKÜR

Tezimin hazırlanması esnasında her türlü yardımını esirgemeyen, yön gösteren ve büyük destek olan tez yöneticisi hocam, Sayın Yrd. Doç. Dr. Eyüp Tuna'ya, tez çalışmalarım esnasında, bilimsel konularda daima yardımını gördüğüm hocam Sayın Nuri Seyman'a, büyük fedakârlıklarla bana destek olan arkadaşlarım Almıla Özcan ve Aybike Erkaya'ya teşekkür ederim. Son olarak desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen, her zaman yanımda olan aileme teşekkürü borç bilirim.

ŞEKİLLER DİZİNİ

ŞEKİL

2.1.a. Bir temel-band OFDM sinyalini oluşturan üç temel fonksiyonun gerçel bileşenleri.....	7
2.1.b. OFDM’de sık olarak paketlenmiş alt taşıyıcılar paketi.....	7
2.2. 1024 alt taşıyıcılı bir OFDM sinyalinin zaman ve frekans karakteristiği.....	8
2.3. Çevrimsel önekin içeriği.....	9
2.4. OFDM modülatör.....	18
2.5. Bir OFDM sinyalindeki dört alt taşıyıcı örneği.....	19
2.6. Radix 4 kelebek.....	21
2.7. GSM’ de kullanılan darbe şekillendirici filtre.....	40
2.8. Kestirilmiş darbe cevabı \tilde{c} ve z düzleminde gösterimi.....	42
2.9. OFDM için tam karmaşık MMSE kanal kestirimci lineer zamanla değişen M uzunluklu MIMO filtre.....	45
2.10. MMSE kanal kestirimcisi.....	50
2.11. LMS uyarlamalı ışın biçimlendirme devresi.....	56
3.1. Genel OFDM blok şeması.....	60
3.2. AWGN kanalda MMSE kanal kestirimcisinin ortalama karesel hata oranı.....	62
3.3. AWGN kanalda LS kanal kestirimcisinin ortalama karesel hata oranı.....	63
3.4. AWGN kanaldaki MMSE ve LS kanal kestirimcilerinin ortalama karesel hata oranı.....	64
3.5. Rayleigh Sönümlü Kanalda MMSE/LS kanal kestirimcilerinin ortalama	

kareseel hata oranı.....	65
3.6. AWNG ve Rayleigh sönümlü kanallarında LS ve MMSE kanal kestirimcilerinin ortalama kareseel hata oranı.....	66
3.7. AWNG kanalda MMSE kanal kestirimcisinin sembol hata oranı.....	67
3.8. AWNG kanalda LS Algoritmasının sembol hata oranı.....	68
3.9. AWNG kanalda MMSE ve LS kanal kestirimcilerinin sembol hata oranı.....	69
3.10. Rayleigh sönümlü kanalda MMSE ve LS kanal kestirimcilerinin sembol hata oranı.....	70

ÇİZELGELER DİZİNİ

ÇİZELGE

3.1. Simülasyonlarda kullanılan parametreler.....	61
---	----

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	viii
İÇİNDEKİLER.....	ix
1.GİRİŞ.....	1
1.1.Literatür İnceleme.....	3
2.MATERYAL VE YÖNTEM.....	5
2.1.Dikgen Frekans Bölmeli Çoğullama (OFDM).....	5
2.1.1.OFDM'nin Prensipleri.....	5
2.1.2.Sinyal Karakteristiği.....	5
2.1.3.Çevrimsel Önekli OFDM.....	9
2.1.4.Kanal Gürültüsü ve Doppler Etkisi.....	11
2.1.5.OFDM Sinyalinin Tasarımı.....	13
2.1.6.Kodlama.....	14
2.1.7.OFDM'nin Matematiksel Olarak Tanımlanması.....	15
2.1.8.OFDM'de IFFT Kullanımı.....	17
2.1.9.OFDM Sistemlerinde Dikgenlik.....	23
2.1.10.OFDM Kullanımının Avantajları.....	24
2.1.11.OFDM Kullanımının Dezavantajları.....	24
2.2.Kanal Durum Bilgisi.....	25

2.3.OFDM Sistem Modeli.....	26
2.4.OFDM’de Kanal Kestirim Yöntemleri.....	30
2.4.1.Pilot Sembol Eklemeli Kanal Kestirimi.....	30
2.4.1.1.Frekans Alanında Pilot Sembol Tabanlı Kanal Kestirimi.....	30
2.4.1.2.Zaman Alanında Pilot Sembol Tabanlı Kanal Kestirimi.....	32
2.4.2.Karar Yönetmeli Kanal Kestirimi.....	34
2.4.3.Kör Kanal Kestirimi.....	34
2.4.4.Karar Yönetmeli Kanal Tahmini.....	35
2.5.Kanal Kestirim Algoritmaları.....	36
2.5.1.Lineer Model.....	37
2.5.2.LS Kestirimi.....	38
2.5.2.1.Genelleştirilmiş LS Kestirimi.....	40
2.5.2.2.Genelleştirilmiş LS İşlem Sırası.....	41
2.5.3.OFDM Alıcıda Uygulanan Kanal Kestirimi.....	43
2.5.3.1.MMSE Kanal Kestirimcisi.....	45
2.5.3.1.1.Tam Kompleks MMSE Kestirimci.....	45
2.5.3.1.1.1.Optimum Kestirimci Katsayıları.....	46
2.5.3.1.1.2.Basitleştirilmiş MMSE Kestirimcisi.....	50
2.5.3.1.1.2.1.Optimum Kestirimci Katsayıları.....	51
2.5.3.1.1.2.2.Basitleştirilmiş MMSE Kestirimcinin	
Uygunluğu.....	54
2.5.4.LMS Algoritması.....	55
2.5.4.1.LMS Algoritması ve Uyarlanmış Dizi.....	55
2.5.4.2.LMS Algoritmasının Formüle Edilmesi.....	57
2.5.4.3.LMS Algoritmasının Yakınsaması ve Kararlılığı.....	58

3.ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA.....	60
3.1.OFDM Kanal Kestirim İşlemi Simülasyon Sonuçları.....	61
4.SONUÇ.....	71
KAYNAKLAR.....	72

1. GİRİŞ

Dikgen Frekans Bölmeli Çoğullama (OFDM), sayısal ses yayın sistemi (DAB)⁽¹⁾ ve sayısal görüntü yayın sistemi (DVB)⁽²⁾ gibi sistemler için Avrupa standartlarına uygun bir modülasyon tekniğidir. Yerel alan ağları⁽³⁾ ve kişisel haberleşme sistemlerini⁽⁴⁾ kapsayan birçok diğer uygulamalar için de önerilir. OFDM, bir iletim kanalından daha çok sembolün aynı anda paralel olarak gönderilebilmesi için bir kanalı paralel alt kanallara veya alt taşıyıcılara bölen çoklu kanal modülasyonu çeşididir.

Çoklu kanal modülasyon sistemleri 1950'lerde ortaya çıkmış ve frekans bölmeli çoklanmış sistemler olarak tanımlanmıştır. İlk OFDM şemaları Chang⁽⁵⁾ ve Saltzberg⁽⁶⁾ tarafından sunulmuştur. Başlangıçta OFDM'nin kullanımı sınırlı kalmış ve içeriğinin uygulanabilirliğine şüphe edilmiştir. Bununla birlikte OFDM Chang ve Gibby⁽⁷⁾, Weinstein ve Ebert⁽⁸⁾, Peled ve Ruiz⁽⁹⁾, Hirosaki'nin⁽¹⁰⁾ yapmış oldukları çalışmalarla daha pratikleştirilmiştir. Ayrık Fourier dönüşümü (DFT) (hızlı Fourier dönüşümü FFT ile uygulanır) ve çevrimsel önek, radyo bağlantısı tasarımcısına OFDM'yi hem pratik hem de çekici hale getirmiştir. Ayrık çok tonlu modülasyon (DMT) gibi benzer birçok çok kanallı modülasyon şeması, sayısal abone döngüsü gibi durgun kanallar için geliştirilmiştir⁽¹¹⁾. DMT aynı zamanda DFT ve çevrimsel önek kullanır, her ne kadar ilişkilendirilmiş fikirler verilmişse de⁽¹²⁾ OFDM'de genellikle kullanılmayan bit-ekleme özelliğine de sahiptir. İletim tekniği olarak OFDM seçimi, uygun tek taşıyıcılı sistemlere göre daha iyidir. Literatürde bu tür çalışmalar az sayıda bulunmaktadır⁽¹³⁾. OFDM pek çok çekici özelliğinden öncelikle ikisi ile uygulamada cazip hale gelir: Birincisi spektral olarak etkinliği dikkate alınır,

ikinci olarak sinyali dağıtıcı özelliği olan yavaş sönümlü kanalların denkleştirmesinde tercih edilebilir düzgün bir yöntem sunar.

Tek taşıyıcılı sistemlerde zorunlu olduğu gibi OFDM'yi kullanan çok taşıyıcılı sistemler uygun çoklu erişim şeması ile genişletilmelidir. OFDM zaman bölmeli çoklu erişim ve frekans bölmeli çoklu erişim sistemlerinin her ikisinin de doğal olarak yer aldığı⁽⁴⁾ çoklu erişim sistemlerinde geniş kullanım alanı olan bir modülasyon şemasıdır. Ek olarak, OFDM'nin çok taşıyıcılı kod bölmeli çoklu erişim (MC-CDMA) sistemlerinde kullanımı⁽¹⁴⁾ da başarılıdır.

Avantajlarının yanında OFDM bazı dezavantajlara da sahiptir: OFDM verilen bir spektral aralığı, birçok dar taşıyıcı açıklığına sahip alt taşıyıcılara böler, bunun sonucunda sistem taşıyıcı frekans hatalarına hassas hale gelir. Ayrıca alt taşıyıcıların arasındaki dikgenliği korumak için yükselteçlerin lineer olması lazımdır. OFDM sistemleri aynı zamanda, geniş yükselteç gücü olumsuzluğunu ve analog/sayısal (A/D) veya sayısal/analog (D/A) tasarımlarda fazla sayıda bit gerektiren yüksek tepe gücü/ortalama güç oranı veya yüksek tepe faktörüne sahiptir.

OFDM Avrupa sayısal ses yayın ve sayısal görüntü yayın sistemlerinin her ikisinde de başarılı bir şekilde kullanılmaktadır^(1,2). Aynı zamanda kablosuz yerel alan ağlarında OFDM'nin kullanılması bir araştırma konusudur⁽³⁾.

Çok taşıyıcılı sistemler mevcut radyo sistemlerine ek olarak geniş bantlı kablolu uygulamalar için de kullanılmaktadır. DMT modülasyon şeklinde çift bakır telli iletim kanalına uygulanan çok taşıyıcılı modülasyon zamandaş olmayan sayısal abone döngüsü (ADSL) için bir modülasyon tekniği olarak uyarlanmıştır⁽¹¹⁾ ve şu anda Amerika Ulusal Standartları Enstitüsü (ANSI) ve ETSI⁽¹⁵⁾ tarafından

standartlaştırılan çok yüksek bit hızlı sayısal abone döngüsünde (UDSL) kullanılacak mevcut iki adaydan biridir.

1.1. Literatür İnceleme

OFDM yüksek frekanslı askeri uygulamalarda kullanılan çok taşıyıcı modülasyon tekniğiyle 60'ların son zamanlarında ortaya çıkarılmıştır⁽¹⁶⁾. 1971 yılında Weinstein ve Ebert, semboller arası girişim (ISI) ve taşıyıcılar arası girişimden (ICI) korunmak için koruma aralığı eklemesini ve etkin bir şekilde OFDM fonksiyonu sağlamak için IFFT/FFT kullanımını önermiştir böylelikle OFDM'nin yeni yapısını oluşturmuştur⁽¹⁷⁾.

1980'lerde OFDM, yüksek hızlı modemler, sayısal iletişim sistemleri ve yüksek yoğunluklu kaydedicilerde kullanılmıştır. Hirosaki, DFT yi kullanarak çoğullanmış QAM için OFDM tekniklerini araştırmış ve aynı zamanda çoğullanmış QAM kullanarak 12.9 kbps'lik ses veri modeminin tasarlamıştır. Bu sistemde taşıyıcıyı dengede tutmak ve saat frekans kontrolü için bir pilot ton kullanılmış ve istenen taşıyıcı-gürültü oranını azaltmak için kafes kodlama kullanılmıştır. Bu yıllarda değişik hızlı modemler, telefon ağları için tasarlanmıştır.

1990'larda OFDM, yüksek bit hızlı asimetrik sayısal kullanıcı hattı (HDSL), çok yüksek bit hızlı asimetrik kullanıcı hattı (VHDSL), dijital ses yayıncılığı (DAB), sayısal görüntü yayıncılığı (DVBT) gibi genişband veri haberleşme uygulamaları için uygulanmaya başlanmıştır.

Bu teknik her geçen gün daha fazla ilgi çekmiş ve daha fazla kullanım alanına sahip olmuştur ve günümüzde de sayısal ses yayıncılığı ve sayısal video görüntü

yayıncılığında standart haline gelmiştir⁽¹⁸⁾. Geçtiğimiz birkaç yıl öncesinde kablosuz yerel ağlarda (WLAN) geniş bir kullanım alanına sahip olmuştur. OFDM tekniği, Kuzey Amerika da IEEE 802-11 ve Avrupa da Hiperlan/2 olarak kablosuz yerel ağ standartlarına uyarlanmıştır⁽¹⁹⁾.

Bu çalışmada ise OFDM’de kanal tahmini (kestirimi) için en küçük kareler (LS), en küçük ortalama karesel hata (MMSE), en küçük ortalama kareler (LMS) algoritmaları incelenmiştir. Bu algoritmalarla daha iyi kanal kestirim sonuçları alınabilmesi için kestirimciler incelenmiştir. MMSE ve LS algoritmalarının Matlab 7.0 programında AWGN ve Rayleigh sönümlü kanallarında simülasyonları yapılarak sonuçlar karşılaştırılmıştır.

2. MATERYAL VE YÖNTEM

2.1. Dikgen Frekans Bölmeli Çoğullama (OFDM)

2.1.1. OFDM'nin prensipleri

OFDM bir blok veri iletim tekniğidir. Karmaşık değerli temel bant veri sembolleri çok sayıda sıkı şekilde gruplandırılmış taşıyıcı dalgaları modüle eder. İletilen bir OFDM sinyali, her birisi belli bir alt-taşıyıcı ile temsil edilen birçok düşük oranlı veri dizisini çoğullar. Radyo ortamında bu kavramın avantajı veri dizilerinin her birinin düz sönümlü kanala maruz kalmasıdır. OFDM'deki semboller arası girişim (ISI) ve taşıyıcılar arası girişim (ICI), çevrimsel önek (CP) kavramı kullanılarak, iletim enerjisinde küçük bir kayıpla tamamen önlenebilir.

2.1.2. Sinyal Karakteristiği

Bir OFDM sinyali, N paralel veri dizisiyle modüle edilmiş N dikgen alt taşıyıcıdan oluşur. Her bir temel bant alt-taşıyıcı

$$\phi_k(t) = e^{j2\pi f_k t} \quad 2.1$$

şeklinde ifade edilebilir. Buradaki f_k : k . alt-taşıyıcının frekansdır

Çevrimsel öneksiz bir temel band OFDM sembolü modüle edilmiş N alt-taşıyıcıyı çoğullar ve

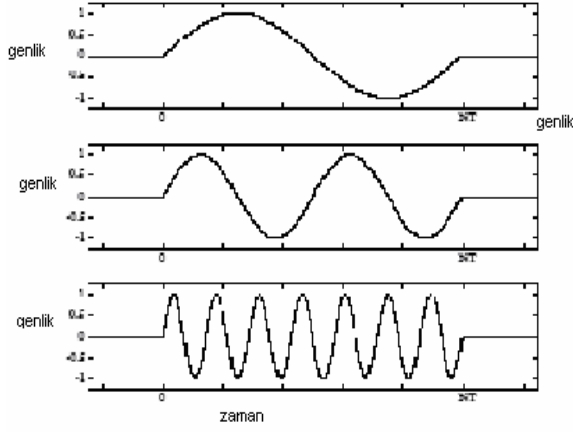
$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \phi_k(t) \quad 0 < t < NT \quad 2.2$$

olarak ifade edilir. Buradaki x_k PSK veya QAM gibi herhangi bir sembol takım yıldızından alınmış k . kompleks bilgi sembolüdür, NT OFDM sembolünün uzunluğudur. f_k alt taşıyıcı frekansları eşit aralıktır,

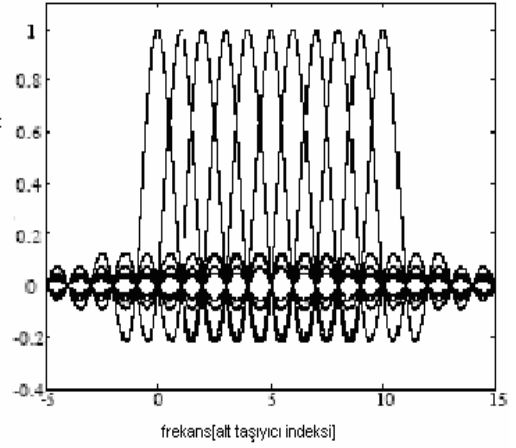
$$f_k = \frac{k}{NT} \quad 2.3$$

şeklinde ifade edilir ve $0 < t < NT$ aralığında $\Phi_k(t)$ alt taşıyıcılarının dikgen olmasını sağlar.

Denklem 2.2'deki OFDM sinyali, spektrumu verimli olarak kullanmak için alt taşıyıcıları üst üste bindirerek veri sembollerini frekansta ayrık hale getirir. Şekil 2.1'de bir OFDM sinyal örneği verilmiştir. Şekil 2.1.a.'da bir temelband OFDM sinyalini oluşturan 1, 2 ve 7 indisleriyle gösterilen alt-taşıyıcılarının dikgen birleşenleri, Şekil 2.1.b'de ise alt taşıyıcıların frekans alanında nasıl paketlenildiği gösterilmiştir.



Şekil 2.1.a.

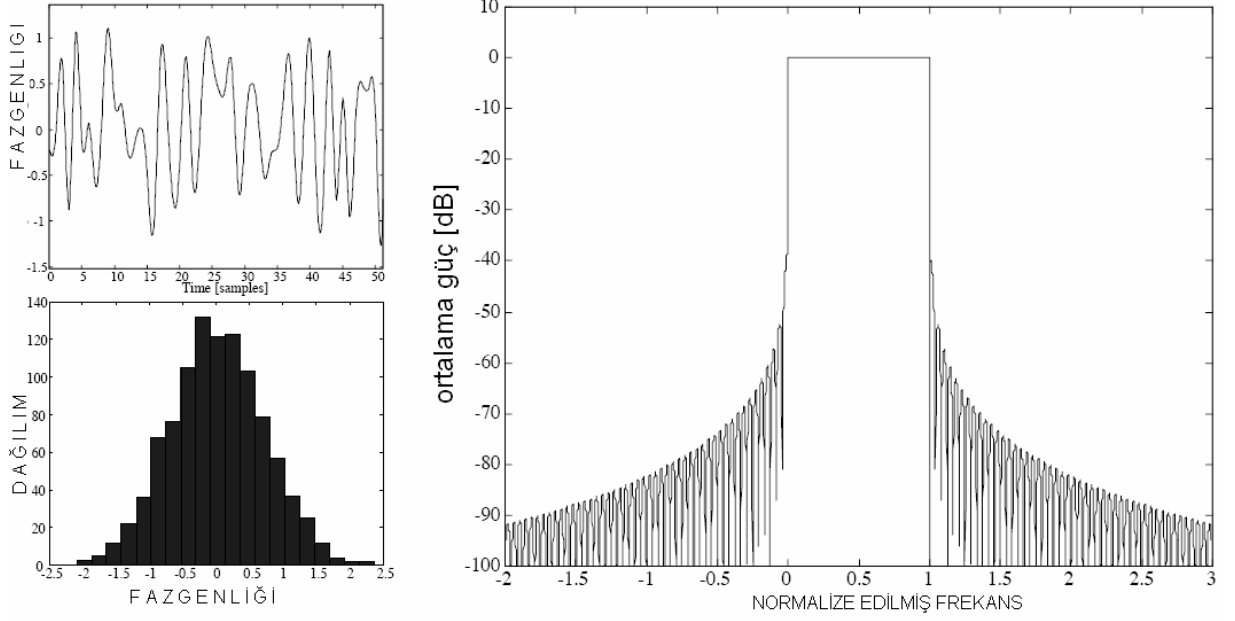


Şekil 2.1.b

Şekil 2.1.a Bir temelband OFDM sinyalini oluşturan üç temel fonksiyonun gerçel bileşenleri

Şekil 2.1.b OFDM'de sık olarak paketlenmiş alt taşıyıcılar paketi

Şekil 2.2, 1024 alt taşıyıcılı OFDM sinyalinin zaman ve frekans karakteristiğini göstermektedir. OFDM sinyali fazla sayıda bağımsız, benzer şekilde dağılmış bileşenlerin toplamı olduğundan genliğinin dağılımı merkezi limit teoremi sonucu yaklaşık olarak Gauss dağılımı haline gelir. Bu nedenle tepe gücünün ortalama güce oranı kötüleşir. Ek olarak, Denklem 2.2'deki OFDM sinyalleri Şekil 2.2'de gösterildiği gibi geniş band dışı güce sahip olur. Yüksek tepe gücünün ortalama güce oranı ve aynı zamanda yükselteçlerin lineer olmaması band dışı genişlemeye neden olur.



Şekil 2.2. 1024 alt taşıyıcılı bir OFDM sinyalinin zaman ve frekans karakteristiği

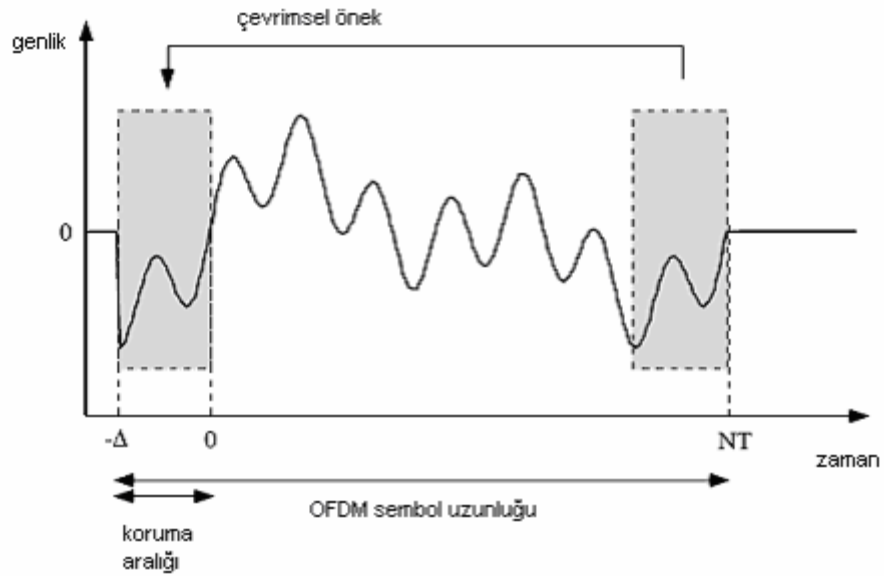
Bununla birlikte uygulamada alternatif bir demodülasyon kullanılır. OFDM sembolünün aynı fazdaki ve dikgen birleşenlerinin T aralıklı örnekleme (katkı gürültü veya dağılma gibi kanal zayıflamalarını ihmal ediyoruz.) x_k takımyıldızı sembollerinin ters ayırık Fourier dönüşümünü (IDFT) verir,

$$s(nT) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{j2\pi \frac{nk}{N}} \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad 2.4$$

Bu nedenle örneklenmiş veri DFT ile demodüle edilir. İlk kez Weinstein ve Ebert⁽⁸⁾ tarafından önerilen bu özellik OFDM'nin bir anahtar özelliğidir. Tipik olarak FFT ile birlikte uygulanan DFT aslında çevrimsel önek olmadan sistemlerde örneklenmiş uyumlu filtreli alıcı gerektirir.

2.1.3. Çevrimsel Önekli OFDM

Denklem 2.2'deki sinyali dağıtıcı özelliği olan kanal üzerinde iletilirken iki zorluk baş gösterir: Birincisi, kanalın dağıtıcı özelliği alt taşıyıcılar arasındaki dikgenliği bozar ve taşıyıcılar arası girişime (ICI) sebep olur. OFDM sembolleri arasında boş koruma periyodunun yerleştirilmesi alt taşıyıcıların arasındaki dikgenliği bozmadan dağıtıcı özelliği olan ortamda ISI olmasını engeller. Peled ve Ruiz⁽⁹⁾ çevrimsel önek kullanarak bu problemi çözmüşlerdir. Çevrimsel önek hem alt taşıyıcı dikgenliğini korur hem de OFDM sembolleri arasındaki ISI'yı önler. Bu yüzden alıcıdaki denkleştirme çok kolay olur. Bu da kablosuz sistemlerde OFDM'nin performansını artırdığı için OFDM'nin kullanım alanlarını artırmıştır.



Şekil 2.3 Çevrimsel Öneğin İçeriği: OFDM sembolünün son bölümüne Δ süreli önek eklenir.

Şekil 2.3'te gösterilen çevrimsel önek aşağıdaki gibi çalışır. Birbirini izleyen OFDM sembolleri arasına periyodik olarak koruma aralığı eklenmiştir. Eşitlik 2.2'deki OFDM sinyalinin periyodu Δ 'dır.

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{j2\pi f_k t} \quad 0 < t < NT \quad 2.5$$

Daha sonra bu sinyal sonlu uzunluklu, $[0, \Delta h]$ aralıklı darbe cevabıyla modellenmiş bir kanaldan geçer. Eğer çevrimsel önek $\Delta > \Delta h$ olarak seçilirse ve gürültünün etkileri ihmal edilirse $[0, NT]$ aralığında, alınan OFDM sembolü şu hale gelir,

$$r(t) = s(t) * h(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} H_k x_k e^{j2\pi f_k t} \quad 2.6$$

Buradaki H_k

$$H_k = \int_0^{\Delta h} h(\tau) e^{-j2\pi f_k \tau} d\tau \quad 2.7$$

ifadesi ile verilir ve $h(t)$ 'nin f_k frekansı için Fourier dönüşümüdür. $H_k x_k$ 'nin x_k yerine k 'nci alt taşıyıcıyı modüle etmesi dışında bu aralıkta alınan sinyal orijinal sinyale benzer. Bu yöntem çevrimsel alt taşıyıcıların dikgenliğinin korunmasını sağlar. Denklem 2.6'dan, OFDM sinyalinin $[0, NT]$ aralığında örneklenmiş bir verinin FFT'si alınarak tekrar demodüle edilebileceği görülür. Bu durumda alınan veri

$$y_k = H_k x_k \quad k=0, \dots, N-1. \quad 2.8$$

şeklinde olur. Denklem 2.8'deki alınan veri N tane paralel bir-vuruş dengeleyici ile elde edilir. Basit kanal denkleştirme sıklıkla OFDM'nin ve çevrimsel önek kullanılmasını gerektirir, çünkü çevrimsel önekdeki sinyal ihmal edilir ve bu önek

aynı zamanda yukarıda bahsedilen birbirini takip eden OFDM sembolleri arasında ISI'yı başarıyla önleyen boş koruma aralığı gibi davranır. İletilen sinyalde çevrimsel önekin kullanımı daha çok enerji iletimini gerektirir. Çevrimsel önek kullanılmasına bağlı olarak iletilen enerji kaybı (veya sinyal-gürültü oranı SNR kaybı) şu şekildedir;

$$\varepsilon_{loss} = \frac{NT}{NT + \Delta} \quad 2.9$$

Bu, aynı zamanda çevrimsel önekten kaynaklanan bit oranındaki azalmayı gösterir. Her alt taşıyıcı b sayıda bit iletirse, tüm OFDM sistemindeki bit oranı saniyede $\frac{Nb}{NT + \Delta}$ olur, çevrimsel öneksiz sistemde ise bu değer $\frac{b}{T}$ 'dir. Kesin olarak bilinmeyen bazı ihtiyaçların elverdiği ölçüde NT sembol periyodunun çevrimsel önek uzunluğu Δ 'dan çok büyük seçilmesiyle bu kayıplar azaltılabilir.

2.1.4. Kanal Gürültüsü Ve Doppler Etkisi

OFDM sistemleri sadece kanal ayrımı değil toplamsal beyaz gauss gürültüsü (AWGN), Doppler yayılımı ve senkronizasyon hatalarından kaynaklanır. Eğer Doppler yayılımı ve senkronizasyon hatalarından kaynaklanan bozulmalar oldukça küçükse kanal AWGN gibi modellenebilir. Sinyal modeli denklem 2.2'deki Gauss gürültüsünü eklersek, alınan OFDM sinyalini $r(t)=s(t)*h(t)+n_t(t)$ şekline getirir. Denklem 2.8'e gürültü eklenince:

$$y_k = H_k x_k + n_k \quad k = 0, \dots, N-1, \quad 2.10$$

n_t , örneklenmiş gürültü ifadesinin $n = 0, \dots, N-1$ aralığı için $n_t(nT)$ 'nin FFT'sidir. Eğer alınan gürültü $n(t)$ beyazsa, FFT den sonraki gürültü n_k 'de beyazdır.

OFDM sisteminin performansını, sönümlü kanallarda kanal değişkenleri etkiler. Sabit örnekleme periyodunda OFDM sembol uzunluğu, alt taşıyıcıların sayısı ile artar. Kanal değişkenleri etkilerini açıklamak için, zamanla değişen, tek vuruş darbe cevabı $a(t)$ olan düz sönümlü kanaldaki OFDM sistemine bakalım. İletilen OFDM sinyali zamanla değişen bir skaler ile çarpılır ve alınan sinyal $r(t)=a(t)s(t)$ olur. Bu çarpma alt taşıyıcıların yayılımına neden olur. Çarpma frekans alanında konvolüsyondur ve alt taşıyıcıların yayılımına ve sonuç olarak ICI'ya sebep olur. DFT'den sonraki örneklenmiş sinyali Cimini⁽²⁰⁾ şu şekilde belirtmiştir;

$$y_l = \sum_{k=0}^{N-1} x_k A(k-l) \quad 2.11$$

$n = 0, \dots, N-1$ için zamanla değişen kanal vuruşu $a(nT)$ 'nin DFT'si $A(k-l)$ 'dir. Bazı durumlarda yukarıdaki yayılım çeşitleme meydana getirdiği için istenilebilecek bir durumdur⁽²⁰⁾. Böyle bir çeşitlemeden frekans alanı kanal denkleştiricisi faydalanabilir. Alt taşıyıcılar arasında dikgenlik gerektiren diğer sistemler, yayılımdan dolayı sorun yaşayabilir. Sabit örnekleme zamanı için Doppler yayılımına bağlı ICI, taşıyıcıların sayısı ile artar. Merkezi Limit Teoremi tezini kullanan Russel ve Stuber⁽²¹⁾, alt taşıyıcıların sayısının artmasıyla artan toplamsal Gauss gürültüsünü ICI'nın etkisi olarak nitelendirilir. Bu gürültü zamanla değişir ve taşıyıcılar da beyazdır. ICI kabul edilemeyecek bir hata ortamı hazırlayabilir. Anten çeşitleme veya kodlama bu hata ortamını azaltmak için önerilmiştir⁽²¹⁾.

2.1.5. OFDM Sinyalinin Tasarımı

Alt taşıyıcıların sayısı: N

Her bir alt taşıyıcının band genişliği: $\frac{1}{NT}$

Sistemin band genişliği : $B \approx \frac{1}{T}$

Çevrimsel önekin uzunluğu: Δ

Bu parametrelerin hepsi OFDM sisteminin tasarımında önemlidir. Öncelikle, çevrimsel önekin uzunluğu Denklem 2.9'daki SNR kaybını en aza indirmek için OFDM sembolünün uzunluğunun küçük bir parçası olacak şekilde seçilmelidir, çünkü çevrimsel önekin boyutu kanalın gecikme yayılımı τ ile doğrudan ilişkilidir. OFDM sembolünün uzunluğu $NT \gg \tau$ veya eş olarak alt taşıyıcıların sayısı $N \gg \tau B$ 'dir. Bununla birlikte, OFDM sembol uzunluğu NT çok büyükse, sönümlü kanallarda Doppler Yayılımının neden olduğu ICI, performans sınırlayıcı olabilir.

Eğer ara taşıyıcı aralaması $\frac{1}{NT}$ maksimum Doppler frekansı f_d 'den çok daha büyük seçilirse, sistem Doppler yayılımı ve ICI'dan etkilenmez. Bu yüzden alt taşıyıcıların sayısı $f_d \ll \frac{1}{NT}$ veya $N \ll \frac{B}{f_d}$ şartını sağlamalıdır. Bu iki sınırlama alt taşıyıcıların sayısında şöyle bir sınırlama getirir:

$$\tau B \ll N \ll \frac{B}{f_d} \quad 2.12$$

Denklem 2.12, düzenli tasarlanmış OFDM sistemler için kanalın gecikme ve Doppler yayılımı oluştuğunu belirtmektedir. Eşitliğin sol tarafı ve sağ tarafı $f_d \ll 1$

olmasını sağlar, bu da kanalın daha fazla yayılım altında olduğunu gösterir, yani frekans veya zaman ilişkisi daha fazla olursa uygun alt taşıyıcı sayısı N 'yi bulmak daha kolay olur.

2.1.6. Kodlama

Mobil iletişim için hata Kontrol Kodlama OFDM'nin önemli bir bölümüdür. Sönümlü ortamda OFDM performansını geliştirmek için hemen hemen her zaman kodlamayla beraber kullanılır ve kodlanmış OFDM veya COFDM olarak adlandırılır. Frekans seçici Rayleigh-sönümlü ortamdaki kodlanmamış bir OFDM sistem için, her OFDM alt taşıyıcısı düz-sönümlü bir kanaldadır. Bundan dolayı kodlanmamış bir OFDM sistem için ortalama hata olasılığı, düz sönümlü tek taşıyıcılı aynı alt taşıyıcıların SNR'lerinin geometrik ortalaması ile aynıdır.

Kodlamada zaman çeşitlemeden ve tek taşıyıcılı düz sönümlü sistemde serpiştirmeden bahsedildiğine göre kodlamada frekans çeşitlemeden ve OFDM sistemindeki alt taşıyıcılarda serpiştirmeden de bahsedilebilir^(4,22). Ancak OFDM'nin kendisi sistemin band genişliğini arttıramadığı için düz sönümlü kanallarda frekans çeşitleme hiçbir zaman olmaz.

Alt taşıyıcılarda kodlama ve serpiştirme yapılarak güçlü alt taşıyıcıların daha zayıf alt taşıyıcılara desteği sağlanır. Tek bir OFDM sembolünde serpiştirilmiş alt taşıyıcıların tamamen bağımsız olduğunu garanti edemeyiz. COFDM sistemindeki başarılı bir frekans çeşitlemesi kanal darbe cevabındaki bağımsız yolların sayısı ile sınırlıdır Wilson⁽²³⁾. Diğer bir açıklama şöyledir: Kodun tam çeşitlenmesini sağlamak için yolların hepsindeki SNR'lerin bağımsız olmasını gerektirir. Bir OFDM sistemde

farklı alt taşıyıcıların SNR'leri bağımlıdır çünkü kanal uzunluğu, OFDM uzunluğu NT'ye göre kısadır. Alt taşıyıcıların bağımlılığı vuruşların sayısına bağlıdır. Bir vuruşlu kanal için sınır durum, tüm alt taşıyıcılardaki SNR'lerin aynı olmasıdır. Bu yüzden serpiştirme ve frekansta kodun serpiştirilmesi, çeşitlemeyi artırmaz. Kanaldaki vuruşların sayısı artınca, alt taşıyıcılar arasındaki bağımlılık azalır fakat hiçbir zaman t alt-taşıyıcılar tamamen bağımsız olmaz.

2.1.7. OFDM'nin Matematiksel Olarak Tanımlanması

OFDM sisteminin niteliksel tanımlanmasından sonra modülasyon sisteminin matematiksel olarak tanımlanması gerekmektedir. Bu sayede sinyalin nasıl üretildiği, alıcının nasıl çalışması gerektiği ve iletim kanalında meydana gelebilecek olumsuz durumlar daha iyi anlaşılacaktır. Öncesinde anlatıldığı gibi OFDM, frekans alanında birbirlerine çok yakın olarak yerleştirilmiş fazla miktarda darbandlı taşıyıcıları iletmektedir. OFDM sisteminde çok sayıda modülatörden, alıcıdaki filtrelerden ve alıcıdaki demodülatörlerden kaçınmak için hızlı fourier dönüşümü (FFT) gibi modern sayısal sinyal işleme teknikleri kullanılmaktadır⁽²⁴⁾.

Matematiksel olarak her bir taşıyıcı, bir kompleks dalga olarak aşağıdaki şekilde tanımlanabilir:

$$S_c(t) = A_c(t)e^{j[\omega_c t + \phi_c(t)]} \quad 2.13$$

$S_c(t)$ 'nin reel kısmı gerçek sinyaldir. Taşıyıcının genliği $A_c(t)$ ve fazı $\phi_c(t)$, sembolen sembole göre değişiklik gösterebilir. Parametre değerleri, τ sembol periyodu üzerinde sabittir.

OFDM, birden fazla taşıyıcıdan meydana gelmektedir. Bunun için $S_s(t)$ kompleks sinyali, aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$S_s(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} A_n(t) e^{j[\omega_n t + \phi_n(t)]} \quad 2.14$$

Bu denklemde; $\omega_n = \omega_0 + n\Delta\omega$ dır. Bu ifade, sürekli bir sinyal içindir.

Eğer bir sembol periyodundaki sinyalin her bir parçasının dalga şekline dikkat edilirse $A_n(t)$ ve $\phi_n(t)$ değişkenleri belirli taşıyıcıların frekanslarına bağlı olarak sabit değerler aldıkları görülür. Buna göre

$$\begin{aligned} \phi_n(t) &\Rightarrow \phi_n \\ A_n(t) &\Rightarrow A_n \end{aligned} \quad 2.15$$

şeklinde yazılabilirler.

Eğer sinyal, $1/T$ örnekleme frekansı kullanılarak örneklenirse sonuç sinyal aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$S_s(kT) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} A_n e^{j[(\omega_0 + n\Delta\omega)kT + \phi_n]} \quad 2.16$$

Bu noktada sinyali analiz etmek için zamanı N örnekli bir veri sembolü periyodunda örnekleme uygun olacaktır. Bunun için aşağıdaki ilişkiye göre işlem yapılır:

$$\tau = NT \quad 2.17$$

Denklem 2.16'yı $\omega_0 = 0$ yaparak çoğunluk kaybı olmadan basitleştirebiliriz. Bu durumda sinyal;

$$S_s(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} A_n e^{j\phi_n} e^{j(n\Delta\omega)kT} \quad 2.18$$

şeklini alır. Denklem 2.18, ters Fourier dönüşümünün genel bir şekli ile kıyaslanabilir:

$$g(kT) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} G\left(\frac{n}{NT}\right) e^{j2\pi nk/N} \quad 2.19$$

Eğer

$$\Delta f = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{1}{NT} = \frac{1}{\tau} \quad 2.20$$

ise Denklem 2.18 ve Denk. 2.19 birbirine eşdeğer olurlar.

2.1.8. OFDM de IFFT Kullanımı

Bir OFDM sinyali, kullanılan modülasyon tipine bağlı olarak ya faz kaymalı anahtarlama (PSK) ya da dik genlik modülasyonu (QAM) kullanılarak modüle edilen alt taşıyıcıların toplamından oluşmaktadır. Eğer; d_i 'ler karmaşık QAM sembolleri, N_s alt taşıyıcı sayısı, T sembol süresi ve f_c taşıyıcı frekansı ise $t=t_s$ anında başlayan bir OFDM sinyali;

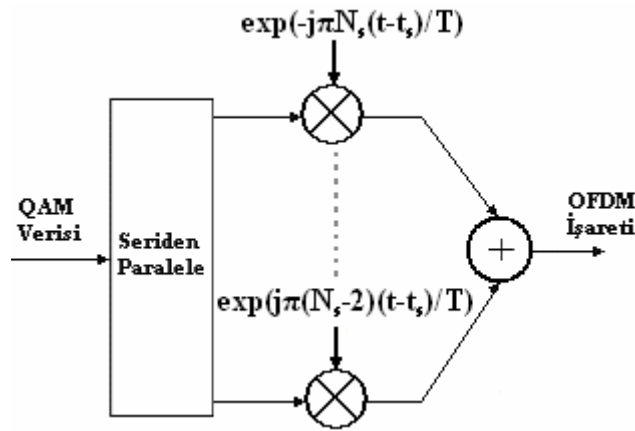
$$s(t) = \begin{cases} \text{Re} \left\{ \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2} \exp(j2\pi \left(\frac{i+0.5}{T} (t-t_s) \right)) \right\} & , t_s \leq t \leq t_s + T \text{ için} \\ 0 & , \text{diger} \end{cases} \quad 2.21$$

olacaktır. Literatürde çoğunlukla Denklem 2.22'de verilen kompleks temel bant notasyonu kullanılmaktadır. Bu gösterimde gerçel ve imajiner kısımlar, sonuç

OFDM sinyalini üretmek için, istenilen taşıyıcı frekansın kosinüs ya da sinüsü ise çarpılması gereken OFDM sinyalinin eş faz ve dik kısımlarına karşı gelmektedir⁽¹⁶⁾.

$$s(t) = \begin{cases} \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2} \exp(j2\pi \frac{i}{T}(t-t_s)) , & t_s \leq t \leq t_s + T \text{ için} \\ 0 , & \text{diger} \end{cases} \quad 2.22$$

Bir OFDM modülörünün nasıl çalıştığı Şekil 2. 4'de gösterilmektedir.



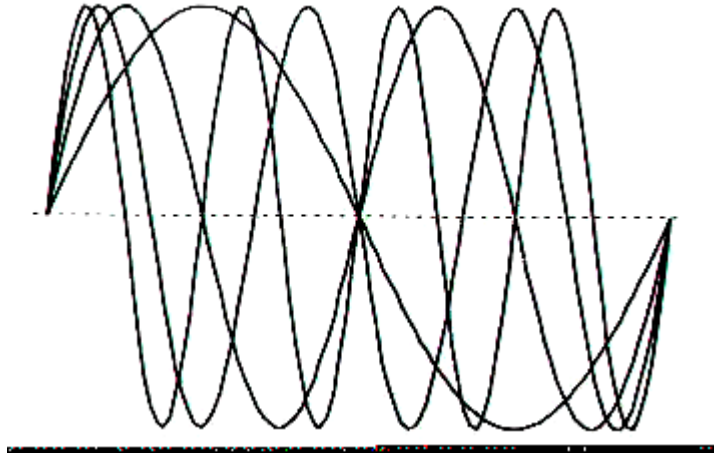
Şekil 2. 4. OFDM modülör.

Şekil 2. 5, bir OFDM sinyalinden alınan dört alt taşıyıcıyı göstermektedir. Bu örnekte bütün alt taşıyıcıların genlik ve fazı aynıdır; fakat pratikte genlik ve fazlar her bir alt taşıyıcı için farklı şekilde modüle edilebilir. Her bir alt taşıyıcının T aralığında tamsayı salınımlara sahip olduğuna ve bitişik alt taşıyıcılar arasındaki salınımların bir diğerinden farklı olduğuna dikkat edilmelidir. Bu özellik alt taşıyıcılar arasındaki ortogonaliteyi açıklamaktadır. Örneğin Denk. 2. 22'deki J'nci alt taşıyıcı, sinyalin J/T frekansı ile demodüle edilir ve ardından sinyal T saniye üzerinden integrali alınırsa sonuç, Denk2.23'teki gibi yazılır. Demodüle edilmiş alt taşıyıcı için bu integrasyon, QAM değeri olan istenilen $d_{J+N/2}$ çıkışını vermektedir.

Diğer bütün alt taşıyıcılar için integrasyon sıfırdır, çünkü $(i-j)/T$ frekans farklılığı T integrasyon aralığında sonucunun sıfır olmasını sağlayan tamsayı salınımlar üretir⁽¹⁶⁾.

$$\int_{t_s}^{t_s+T} \exp\left(j2\pi \frac{i}{T}(t-t_s)\right) \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2} \exp(j2\pi \frac{i}{T}(t-t_s)) dt$$

$$= \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2} \exp(j2\pi \frac{i-j}{T}(t-t_s)) dt = d_{i+N_s/2} T$$
2.23



Şekil 2. 5. Bir OFDM sinyalindeki dört alt taşıyıcı örneği

Farklı OFDM alt taşıyıcılarının dikgenliğini göstermenin başka bir yolu da; Denklem 2.21'e göre, her OFDM sinyalinin T saniye aralığında sıfır olmayan alt taşıyıcıları içerdiğini göstermektir. Böylece bir sinyalin spektrumu, taşıyıcı frekansındaki Dirac darbeler grubu ile T saniye periyodunda 1, aksi takdirde sıfır olan kare darbelerin spektrumunun konvolosyonudur. $1/T$ 'nin tamsayı çarpanı olan bütün frekanslar için, sıfırları olan kare darbenin genlik spektrumu, $\text{sinc}(\pi fT)$ 'ye eşittir. Bu etki her bir alt taşıyıcının örtüşen sinc tayfının görüldüğü Şekil 2.5'de belirtilmektedir. Şekilden de görüleceği gibi her bir alt taşıyıcı spektrumunun

maksimum olduğu noktada diğer bütün alt taşıyıcıların tayfi sıfırdır. Bir OFDM alıcısı, her bir alt taşıyıcının maksimumuna denk düşen bu noktalarda spektrum değerlerini hesapladığı için, diğer alt taşıyıcılardan herhangi bir girişim olmaksızın işleme alınan her bir alt taşıyıcıyı serbestçe demodüle edebilir.

Denklem 2.22 ile tanımlanan Karmaşık Temel bant OFDM sinyali N_s adet QAM giriş sembolünün Ters Fourier Dönüşümünden başka bir şey değildir. Bunun da ayrık zaman eşitliği Ters Ayrık Fourier Dönüşümü olup, t süresinin örnek sayısı n ile değiştiği Denklem 2. 24’de verilmektedir.

$$s(n) = \sum_{i=0}^{N_s-1} d_i \exp\left(j2\pi \frac{in}{N}\right) \quad 2. 24$$

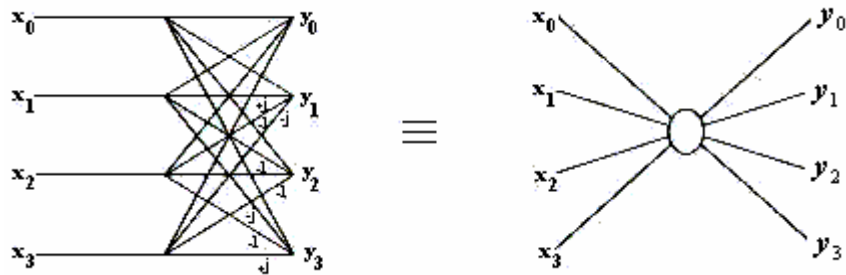
Uygulamada ters Fourier dönüşümü ters hızlı Fourier dönüşümü ile çok verimli bir şekilde gerçekleştirilebilir. N nokta IDFT, aslında sadece faz dönüşümü olan toplam N^2 karmaşık çarpma gerektirir. IDFT’yi gerçekleştirmek için toplama işlemleri de gerekmele beraber, toplayıcının donanım karmaşıklığı çarpıcı ya da faz dönmelerinden belirgin şekilde daha düşük olduğu için, karşılaştırma bakımından sadece çarpmalar kullanılmaktadır. IDFT’deki işlemlerin düzenliliği kullanılarak, IFFT hesaplarının miktarı etkin bir şekilde azaltılabilmektedir. Radix–2 algoritmasının kullanılmasıyla N nokta IFFT sadece $(N/2)\log_2(N)$ karmaşık çarpma gerektirmektedir⁽²⁵⁾. Örneğin 16 noktalık bir dönüşüm için fark, IDFT’de 256 çarpmaya karşı IFFT’de 32’dir. IDFT’nin karmaşıklığı N ile karesel artarken, IFFT’nin karmaşıklığı lineerden sadece biraz daha hızlı arttığı için bu fark alt taşıyıcı sayısının artmasıyla büyümektedir⁽²⁶⁾.

Radix–4 algoritmasının kullanılmasıyla IFFT’deki çarpmaların sayısı daha da azaltılabilmektedir. Bu teknik dört noktalı IFFT’de, esasında tam çarpıcılardan

ziyade basit toplama, çıkarma ve J ya da $-J$ ile çarpma durumunda reel ve imajiner kısımların anahtarlanmasıyla gerçekleştirilerek sadece $\{1, -1, J, -J\}$ ile çarpma işlemlerinin kullanılması gerekmektedir.

Radix-4 algoritmasında, dönüşüm, birçok sayıda önemsiz dört nokta dönüşümlerine ayrılmakta ve önemli çarpmalar, sadece bu dört noktalı dönüşümlerin aşamaları arasında gerçekleştirilmektedir. Bu yolla, Radix-4 algoritmasını kullanan N nokta FFT sadece $(3/8) N(\log_2 N - 2)$ karmaşık çarpma ya da faz dönüşümü ve $N/\log N$ karmaşık toplama gerektirmektedir⁽¹⁷⁾. Örneğin 64 nokta FFT için bu, 96 dönüşüm ve 384 toplama ya da örnek başına 1,5 dönüşüm ve 6 toplama demektir.

Şekil 2. 6, daha büyük yapıda IFFT oluşturmak için temel teşkil eden radix-4 kelebek olarak bilinen dört noktalı IFFT'yi göstermektedir⁽²⁷⁾. X_0 'dan X_3 'e kadar olan dört giriş değeri basit toplamalar ya da önemsiz faz dönüşümleri ile y_0 'dan y_3 'e çıkış değerlerine dönüştürülmektedir.



Şekil 2. 6. Radix 4 kelebek.

Radix-4 kelebek daha büyük yapıda IFFT'leri verimli bir şekilde oluşturmak için kullanılabilir.

Bir OFDM sinyalinin nasıl üretildiğine bir örnek olarak sekiz ikili değerler {11111111}, sekiz taşıyıcı üzerinde iletilmek istenildiği düşünülürse; bu durumda hesaplanması gereken IDFT ya da IFFT

$$\frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1+j) & j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1+j) & -1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1-j) & -j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1-j) \\ 1 & j & -1 & -j & 1 & j & -1 & -j \\ 1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1+j) & -j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1+j) & -1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1-j) & j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1-j) \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1-j) & j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1-j) & -1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1+j) & -j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1+j) \\ 1 & -j & -1 & j & 1 & -j & -1 & j \\ 1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1-j) & -j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1-j) & 1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1+j) & j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1+j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 \\ \sqrt{2}(1+j)(\sqrt{2}-1) \\ 2+2j \\ -\sqrt{2}(1+j)(\sqrt{2}+1) \\ 0 \\ -\sqrt{2}(1-j)(\sqrt{2}+1) \\ 2-2j \\ \sqrt{2}(1-j)(\sqrt{2}-1) \end{bmatrix} \quad 2.25$$

Denk. 2.25' in sol tarafı, her kolonun normalize frekansı -4'den 3'e kadar değişen karmaşık bir alt taşıyıcıya karşı geldiği IDFT matrisini içermektedir. Denklem 2.25'in sağ tarafı ise bir OFDM sinyali oluşturan sekiz adet IFFT çıkış örneği vermektedir. Bununla birlikte pratikte bu örnekler gerçek bir OFDM sinyali oluşturmak için yeterli değildir. Sebebi ise bu örneklerin, sayısal-analog çeviriciden geçirilmesi durumunda tolere edilemeyen örtüşmeyi tanımlayan aşırı örneklemenin bulunmamasıdır. Bu aşırı örnekleme tanımlamak için, giriş verisine birçok sayıda sıfır eklenebilir^(25,28). Denk. 2.25'den, bir karmaşık IFFT'de dizinin ilk yarımının pozitif frekanslara karşı düşerken, son yarımının negatif frekanslara karşı geldiğine dikkat edilmelidir. Bundan dolayı eğer aşırı örnekleme kullanılacaksa sıfırlar dizinin sonundan ziyade veri vektörünün ortasında eklenmelidir. Bu durum, sıfır veri değerlerinin, örnekleme hızının '+' ve '-' yarısına yakın frekanslara eşlenmesini, sıfır

olmayan veri değerlerinin ise ‘0 Hz’ civarındaki alt taşıyıcılara eşlenmesini garanti etmektedir. Önceki örneğin verisi için örneklenmiş giriş vektörü, {111–10000000011–11} olacaktır⁽²⁹⁾.

2.1.9. OFDM Sistemlerinde Dikgenlik

Bir OFDM sisteminde dikgenlik sayesinde taşıyıcıları üst üste binmesine rağmen ardışık taşıyıcılar arasında girişim meydana gelmez.

Matematiksel olarak kümedeki p. elemanın ψ_p olduğu ψ sinyal kümelerine sahip olduğumuzu farz edelim. Eğer;

$$\int_a^b \psi_p(t)\psi_q^*(t)dt = \begin{cases} K & p = q \\ 0 & p \neq q \end{cases} \quad 2.26$$

ise sinyaller birbirine dikgendir. Bu ifadede; ‘*’ kompleks eşlenik işlemini göstermektedir ve [a,b] aralığı, sembol periyodudur. Oldukça basit bir matematiksel ifade $-\pi$ ile π aralığında $m=1, 2, \dots$ için $\sin(mx)$ serisinin dikgen olduğunu kanıtlamaktadır.

Birbirilerine dikgen olan taşıyıcıların kullanılması, alt taşıyıcı spektrumlarının üst üste binmesini sağlayacak ve sistemden elde edilecek spektral verimlilik artacaktır ve alt taşıyıcılar arasında oluşan dikgenlik sayesinde alt taşıyıcıları yeniden elde etmek mümkündür⁽²⁵⁾.

2.1.10. OFDM Kullanımının Avantajları

- Alt taşıyıcıların üst üste binmesine izin vererek spektrumun daha verimli bir şekilde kullanılmasını sağlar.
- Kanalı, darbandlı, düz, sönümlü alt kanallara bölerek tek taşıyıcılı sistemlere göre frekans seçimli sönümlemeye karşı daha fazla dirençli hale gelir.
- Periyodik önek kullanılarak semboller arası girişimi (ISI) yok edilir.
- Uygun bir kanal kodlama ve serpiştirme kullanılarak kanalın frekans seçiciliği yüzünden kaybolan semboller yeniden elde edilebilir.
- Kullanılan kanal dengelemesi, tek taşıyıcılı bir sistemde kullanılan adaptif kanal dengeleme işleminden daha basittir.
- Modülasyon ve demodülasyon fonksiyonlarını sağlamak için FFT teknikleri kullanılarak dikkate değer bir az karmaşıklıkta maksimum olasılıklı kod çözmeye olanak tanır.
- Zamanlama kaymalarına karşı tek taşıyıcılı sistemlere göre daha az hassastır.
- Yardımcı kanal girişimlerine ve parazit gürültüye karşı daha az duyarlıdır.

2.1.11. OFDM Kullanımının Dezavantajları

- OFDM taşıyıcı frekans ofset ve faz gürültüsüne duyarlıdır.
- Vericide çok yüksek PAPR oluşmasından dolayı yüksek güç yükselteçlerinin dinamik aralıklarının yüksek olması gerekir.

- Koruma aralığı kullanımı band genişliği verimliliğinin ve SNR'nin düşmesine sebep olur.
- Alıcıda senkronizasyonun sağlanması zordur.

2.2.Kanal Durum Bilgisi

Çoğu OFDM sistemleri, diferansiyel teknikler arasında yaklaşık 3dB sinyal/gürültü oranı olan evreuyumlu algoritma kullanır, fakat bu teknikleri kullanmak için alıcıda kanal durum bilgisi (CSI) olması gereklidir. Alıcıdaki ve/veya vericideki CSI'nın bilinmesi ileri birçok haberleşme tekniği için zorunludur. Özellikle, anten bileşenleri ve uzay zaman şifre çözümü için alıcıda CSI gereklidir. Bağlantı adaptasyonu (bit ve güç yükleme) ön kodlama, öndengeleme ve adaptif verici anten çeşitlemesi^(30, 31-34) uygulamalarında ise vericide CSI'ya ihtiyaç duyulur.

Kablosuz haberleşme sistemlerinde güvenilir CSI sağlamak kablolu sistemlere göre çok daha zordur, çünkü zaman ve frekans seçici kanallarda gürültüye bağlı hata bileşenine ek olarak, kanalın, zamanla değişme özelliğinden kaynaklanan kestirim hatası oluşur. Bu ek hata zamanla beraber gitgide artar. Kanal kestirimi, kanal evreuyum zamanı kadar bir periyottan sonra geçersiz olur. Bu nedenle CSI'nın son durumunu elde etmek için zaman ve frekans seçici kanallar sürekli izlenmelidir.

Vericide CSI'nın bilinmesinin gerektiği durumlarda CSI'nın geçersiz kalması, büyük problem yaratır. CSI alıcıdan geri besleme bağlantısıyla sağlanıyorsa, geri besleme bağlantısının veri oranının önemli kısmı kanal parametrelerinin iletimi geri besleme bağlantısının verinin büyük bir kısmı kanal parametrelerinin iletimi için gereklidir. Burada, CSI iletim gecikmelerinden dolayı geçersiz hale gelebilir. Zaman

bölmeli çift yönlü (TDD) haberleşme şemasında eğer kanal alıcı kipinde, verici tarafından kestirim ediliyorsa, kanal kestirimi sonradan uygulanırsa CSI geçersiz olabilir.

Uygulamada doğru CSI, performansta kazanç sağlamalıdır. Lapidoth ve Shamaï⁽³⁵⁾,ya göre; kanal kestiriminin ortalama karesel hatası sinyal-gürültü oranından daha büyükse CSI 'kusursuz' kabul edilmez. Bu yüzden, zaman ve frekans seçici kanallardaki haberleşmede kanal belirsizliğinden dolayı problemler oluşur. Kanal belirsizliğinin zarar verici etkileri özellikle daha geniş bantlarda görülür. Geniş band sistemlerde, SNR tipik olarak düşüktür ve kanal kestirim hataları büyük olmaya meyillidir. Bazı haberleşme sistemlerinde büyük bandgenişlikleri için bilgi oranı sıfır olmaya meyilli olduğu açıklanmıştır. Bu etkinin nedeni ise geniş kanalların belirsizliğinden kaynaklanır^(36,38).

2.3. OFDM Sistem Modeli

OFDM sisteminde QAM takımıyıldızından alınmış yüksek veri oranlı bilgi bitleri dizisi, $u(m)$ gönderilir. Seri veri dizisi M tane paralel veri dizisine aşağıda belirtildiği gibi dönüştürülür;

$$\mathbf{u}[n] = [u((n-1)M+1), u((n-1)M+2), \dots, u(nM)]^T \quad 2.26$$

Paralel veri dizisi $\mathbf{u}[n]$ IDFT kullanılarak M dikgen alt taşıyıcı ile modüle edilir. Bu işlem hesaplama yeteneği iyi olan FFT algoritmasıyla yapılabilir. Sonra paralel veri dizisi seriye çevrilir. Alıcıda, her OFDM bloğu iletim kanalından dolayı bir önceki bloktan etkilenir. Bloklar arası girişimi (IBI) önlemek için, her OFDM bloğunun son P örnekleri bloğun önüne CP olarak eklenir. CP'nin uzunluğu CIR

(kanal darbe cevabı) gecikme yayılımından daha büyük olmalıdır. Modülasyon ve CP ekleme işlemleri uygun bir şekilde aşağıdaki matriste gösterilmiştir.

$$\mathbf{s}[n] = \mathbf{T}\mathbf{F}\mathbf{u}[n]$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{P \times (M-P)} & \mathbf{I}_P \\ \mathbf{I}_{(M-P)} & \mathbf{0}_{(M-P) \times P} \\ \mathbf{0}_{P \times (M-P)} & \mathbf{I}_P \end{bmatrix} \quad 2.27$$

$$\{\mathbf{F}\}_{gq} = \frac{1}{\sqrt{M}} e^{j \frac{2\pi gq}{M}}, \quad g, q \in \{0, \dots, M-1\}$$

\mathbf{T} $(M+P) \times M$ boyutlu CP ekleme işlemi yapan matristir. \mathbf{F} , $M \times M$ boyutlu IDTF matrisidir. Sonuç serisi analoga çevrilir, w_c taşıyıcı frekansında modüle edilir ve CIR $h(\eta)$ ile kanaldan gönderilir. CP atılır ve böylece CP uzunluğu doğru seçildiği farz edilirse IBI oradan kaldırılır. Veri sembol oranında örneklenmiş sinyal şöyle yazılabilir.

$$y(m) = h(m) * s(m-\delta) e^{j2\pi\epsilon m/N} + w(m), \quad 2.28$$

Denklemden sırasıyla * operatörü konvolüsyon toplamı, δ verici ve alıcı arasındaki zaman ofseti, ϵ verici ve alıcı arasındaki taşıyıcı frekans ofseti, $w(m)$ sıfır ortalamalı ve varyansının bilindiği kabul edilen toplamsal Gauss gürültü örnekleridir. Kanalin gözlem aralığında zamanla değiştiği kabul edilmektedir. Alıcı ve verici kusursuz olarak eş zamanlı çalışıyorsa (alıcı iletimin başladığı anı bilir) alınan sinyalin CP'si atılır. Sonra seri dizi M paralel diziye çevrilir ve DFT orijinal bilgiyi demodüle etmek için tekrar uygulanır. Sonuç bilgi dizisi kanal frekans cevabı (CFR) ile çarpılır. Böylece denkleştirme frekans alanında CFR'nin tersiyle yani sıfır zorlama

(ZF) denkleştirmeyle basitçe yapılır. ZF denkleştirmeye alternatif olarak, MMSE çözümü de kullanılabilir.

IBI'yı ortadan kaldırmanın diğeri bir yolu da OFDM bloğunun sonuna ve başına sıfır eklemektir. Bu yöntem sıfır yerleştirme (ZP) denir. Alıcıda sıfıra tekabül eden örnekler atılır. Böyle olunca IBI ortadan kaldırılmış olur. Fakat sadece CP, sinyalin lineer konvolüsyonunu kanal ile periyodik konvolüsyona dönüştürür. Alıcıdaki DFT'den sonra, alt taşıyıcılardaki modüle olmuş veri CFR ile çarpılır. Bu yüzden kanal kestirimi evreuyumlu OFDM alıcıda zorunlu işlemdir. Kanal kestirimi yapmak yerine, iletilen veri üzerinde tam diferansiyel kodlama yapıp evreuyumlu olmayan OFDM alıcı kullanılabilir fakat bu alıcıda 3dB kayıpla sonuçlanır⁽³⁹⁾.

Uygulamalarda, vericiden bilginin gönderilmesi ve alıcıda alınması arasındaki zaman gecikmesi, uygun şekilde CP'yi çıkartıp DFT uygulanması için bilinmelidir. Eğer gecikme CP uzunluğundan kısa ise, DFT'nin periyodik özelliklerine bağlı performansında bir kayıp yoktur. Eğer gecikme CP uzunluğundan büyükse, performanstaki kayıp önemli olur. Bu da komşu OFDM bloklarından geçerli DFT örnekleri ile istenen OFDM bloğundan örnekler işleme tabi tutulur. Küçük gecikme ofsetleri bile (örnekleme periyodundan küçük olduğunda) şiddetli performans kaybına sebep olur. Bundan dolayı istenen OFDM alıcı için zaman senkronizasyon problemine özel bir önem gösterilmelidir.

OFDM'de CP ile ortaya çıkan eklemeli sinyal yapısı sık sık kullanılmaktadır. Özel alt taşıyıcılardaki pilot sinyallerin kullanımı tüm spektrumu kullanmadan alıcının performansını iyileştirir.

Alıcıdaki DFT işleminden sonra ve kusursuz zaman ve frekans senkronizasyonu yapıldıktan sonra, temelband sinyali şöyle yazılabilir.

$$Y(n,k)=H(n,k)u(n,k)+W(n,k)$$

2.29

Burada n OFDM sembolünün indeksi, k alt taşıyıcı indeksi, $H(n,k)$ kanal frekans cevabı, $Y(n,k)$ frekans alanındaki alınan dizi, $u(n,k)$ iletilmiş bilgi dizisi ve $W(n,k)$ frekans alanındaki gürültü birleşenidir. Bu nedenle, eğer CFR iyi kestirim edilmişse denkleştirme, CFR'nin tersi ile her alt taşıyıcıdan alınan bilginin çarpılmasıyla kolaylıkla yapılır.

Diferansiyel kodlama tabanlı evreuyumlu olmayan bilgi demodülasyonu alternatif olarak kullanılabilir. Böyle bir yaklaşımın avantajı kanal kestirimini gerektirmemesidir. Yine de evreuyumlu modülasyonla karşılaştırılınca 3dB'lik bir SNR kaybı oluşmuştur. Daha fazlası, evreuyumlu demodülasyon, evreuyumlu olmayan demodülasyona⁽³⁹⁾ göre daha yüksek dereceli takımyıldızlar için daha iyi başarı gösterir. Bu nedenle evreuyumlu demodülasyon yüksek bilgi oranlı uygulamalar için daha uygundur.

Bu alt bölümde literatürde bahsedilen OFDM için kanal kestirim metotları gözden geçirilecektir. Frekans alanı yaklaşımları ilk başta incelenecektir. Belli alt taşıyıcılardaki pilot sembollerini kullanan yöntemler sunulmuştur. Zaman alanı kanal kestirim metotlarına da bahsedilmiştir. Ayrıca kör kanal kestirimi ve karar yönetmeli kanal kestirimi ve karar yönetmeli kanal kestiriminden bahsedilmiştir.

2.4. OFDM'de Kanal Kestirim Yöntemleri

2.4.1. Pilot Sembol Eklemeli Kanal Kestirimi

2.4.1.1. Frekans Alanında Pilot Sembol Tabanlı Kanal Kestirimi

OFDM'deki kanal kestiriminde kullanılan bu yöntemde; belli alt taşıyıcılarla^(40,41,42) bilinen pilot sembolleri göndermektedir. Pilot alt taşıyıcıyı frekans indeksini P ile gösterirsek ve sembollerin PSK takımı yıldızdan alındığını farz edersek, kanal aşağıdaki yöntemi kullanarak kestirilir.

$$\tilde{H}(n, k) = Y(n, k)u^*(u, k') = H(n, k') + W(n, k)u^*(n, k'). \quad k' \in P \quad 2.30$$

Bilgi taşıyan alt taşıyıcılardaki CFR, frekans alanında veya zaman alanında veya her ikisinde de $\tilde{H}(n, k')$ 'nin interpolasyonu ile kestirilir.

Hoehner⁽⁴³⁾, iki boyutlu zaman-frekans Wiener filtresini türetmiştir. Kestirimci kanalın tam gözlemlendiği durumda çift seçmeli kanal istatistiklerini kullanılır. Li⁽⁴¹⁾ pilot tabanlı optimum MMSE kestirimcisini sunmuştur. Kestirimci zaman ve frekans alanlarında çift seçici kanal korelasyonlarının tam kullanımını elde eder. Bu nedenle optimum kestirimci sadece kanalın istatistikleri bilinince bulunabilir. Kanal istatistikleri yanlış olduğunda daha gerçekçi bir durum düşünülür. Kanal korelasyonları Doppler spektrum ile eşleşiyorsa, performanstaki kaybın kabul edilebilir olduğu kanıtlanmıştır⁽⁴¹⁾.

$L_i^{(42)}$ pilot frekanslarındaki CFR kestiriminden sonra uygulanan optimum MMSE interpolasyoncu sunulmuştur. Optimum MMSE kanal kestirimcisi olan optimum MMSE interpolasyoncu kanal istatistiklerine bağlıdır. Fakat uygun seçilmiş filtreye kestirim sonuçlarının kanal istatistiklerinden daha az etkilenmesi sağlanabilir. H'mimy⁽⁴⁰⁾ kanal kestirimi için dikgen kodlama pilot şemasını sunmuştur. Veri sembolleri daha yüksek oranlı c_1 kodunu kullanarak kodlanır. Pilot sembolleri, c_1 'e dik c_2 koduyla kodlanır. Alıcıda örneklenmiş sinyal CFR'nin gürültü kestirimiyle filtrelendir.

Eğer kanal OFDM sembolünün iletim süresinde sabit olduğu farz edilirse 2.29 numaralı denklemin matris şekli, veri, CFR ve alt taşıyıcı frekanslarındaki gürültü göze alarak şöyle yazılabilir.

$$Y=UH+W \quad 2.31$$

U, OFDM sembolü süresinde iletilen bilgiyi kapsayan köşegen matristir. Yang ve Duell-Hallen⁽³⁴⁾ yukarıdaki sistem kestirimcisini kullanan bir lineer MMSE (LMMSE) sunmuştur. Tüm alt taşıyıcılardaki gönderilmiş verinin bilgisinden LS kanal kestirimcisi elde edilir; $\hat{H}_{LS} = U^{-1}Y$. Sonuç olarak LMMSE kanal kestirimcisi şöyle veriliyor;

$$\hat{H}_{LMMSE} = R_{hh} \left(R_{hh} + \sigma_w^2 (UU^H)^{-1} \right)^{-1} \hat{H}_{LS} \quad 2.32$$

$R_{hh}=E[HH^H]$ kanal korelasyon matrisidir. Kanal kestirimcisi karmaşıklığı kanalın düşük rank yaklaşımı kullanarak basitleştirilebilir. Mignone ve Morello⁽⁴⁵⁾ karar yönetmeli (DD) kanal kestirimi metodunu sunmuştur. İlk OFDM sembolünün iletiminde, bilinen pilotlar eklenir ve algoritma alıcıdan aldığı kararları kullanır. Bu

kararlar sonraki çerçevelerdeki CFR'yi kestirim etmek için kullanılır. Bu metot en az iki OFDM sembolü için kanalın zamanla değişmez olduğunu kabul eder. Zaman ve frekans alanı filtreleme, kestiriminde hatanın etkisini düşürmek için uygulanır. Frekans seçici kanallar için her alt taşıyıcıdaki kanal kestirimin gerçekçiliği hata düzeltme şifre çözümünü yaparken dikkate alınır.

Kanal kestirimi için kullanılan pilot sembollerinin sayısı önem arz ederken, diğer önemli problem ise, onların en uygun şekilde iletilmesidir. Bu problem özellikle zamanla değişen kanallarda çok kritiktir. Dong⁽⁴⁶⁾ ve arkadaşları, Kalman filtresi ile frekans alanında pilot sembollerin en uygun şekilde yerleştirilmesini incelenmişlerdir. Az sayıdaki pilot sembolü sık göndermek çok sayıdaki pilot sembolleri daha sık göndermekten daha iyi olduğunu kanıtlanmıştır.

2.4.1.2. Zaman Alanında Pilot Sembol Tabanlı Kanal Kestirimi

Şimdiye kadar sunulan kanal kestirim metotları alıcıda DFT' de sonra frekans alanında bilgiyi işliyordu. CFR kestirimi hatalar içerir; güvenilir veri algılaması için hatalardan arınması gereklidir. Eğer tekrar CFR' ye bir IDFT uygulanırsa hâsıl olan CIR M uzunluğundadır. Vuruşlar çok sayıda olup az enerjiye sahip olduğu için genellikle bu aşırı-kestirilmiş kanaldır. Kanal vuruşlarındaki gürültünün gücü, çok yolluluk enerjisinden daha büyüktür. Kanal kestirim performansını kanalın derecesini geliştirerek ve düşük enerjili vuruşları ihmal ederek artırabiliriz. Bu işlemden sonra kısaltılmış CIR, frekans alanından tekrar geçer ve denkleştirme için kullanılır. Kanal vuruş seçimi için farklı yolların performanslarını Minn ve Bhargava⁽⁴⁷⁾ incelemiştir.

Heiskala ve Terry⁽⁴⁸⁾, tüm OFDM eğitim sembollerinin kullanılır olduğu, zaman alanı LS kanal kestirim metodunu sunmuştur. CP çıkartıldıktan sonraki eğitim sembollerinin alınan, zaman alanı örnekleri şöyle yazılabilir;

$$r_i[n]=X_c[n]h+w[n] \quad 2.33$$

Burada $X_c[n]$ eğitim bilgilerinden oluşturulmuş $(M \times L_h)$ boyutundaki dairesel konvolüsyon matrisidir ve h , L_h boyutundaki kanal darbe cevabıdır (CIR) ve şöyle kestirim edilebilir;

$$\hat{h} = X_c^\# [n] r_i [n] \quad 2.34$$

$(.)^\#$ ifadesi Moore-Penrose'un genelleştirilmiş tersi olarak tanımlanmıştır. Eğer ardışık ve eşit iki eğitim sembolü mevcutsa, kestirimcinin performansı daha da iyileştirilebilir (IEEE 802.11). Bu da adaptif gürültünün etkisini düşürür. CFR kestirilen CIR'ı taban alarak hesaplanır. Uygulamada, alt taşıyıcıların sayısı CIR'ın derecesinden yüksektir. Zaman alanındaki kanal kestirimi, CFR kestiriminden daha iyi sonuçlar verir çünkü aynı veri kullanarak, daha az sayıda parametre kestirim edilir.

Roman⁽⁴⁹⁾ mobil OFDM haberleşme için zaman alanı kanal kestirimi ve kanal izleme metodunu sunmuştur. Sistem modelinin durum-uzay tanımı ile başlarsak; Kalman filtresi zamanla değişen CIR kazancı ve kanal izleme için kullanılır. Eğitim dizisi başlangıç kanal kazancı için iletimin başında uygulanır. Kanal DD metodu kullanarak izlenir. Bu algoritma frekans ofsetlerinin kestiriminde⁽⁵⁰⁾ olduğu gibi MIMO sistemlerde de kullanılmaktadır⁽⁵¹⁾.

2.4.2. Karar Yönetmeli Kanal Kestirimi

Pilot eklemeli kanal kestirimine alternatif bir yöntem de karar yönetmeli kanal kestirimidir⁽⁵²⁻⁵⁵⁾. Burada, önceden sezilen semboller kanal kestirimi için pilot sembolleri ile yer değiştirir. Bu, avantaj sağlar çünkü ilk başta semboller sezilir ve tüm alt taşıyıcılar kanal kestirimi için kullanılabilir, böylece performans gelişmesi sağlanır ve interpolasyondan kaçınılmış olur. Diğer taraftan, hatalar oluşabilir bu da özellikle düşük SNR'lı sistemlerde karar-yönetmeli kanal kestiriminin performansını sınırlar. Bu teknik, zamanla değişen kanallarda başarısız olur, çünkü önceden sezilen semboller ile sadece geçmiş kanal kestirebilir. Kanalın hızlı zamanla değişimi için bu kestirimler geçersiz kalır.

2.4.3. Kör Kanal Kestirimi

Pilot sembollerin düzenli iletimi kör kanal kestiriminde⁽⁵⁶⁾ kullanılmaz. Kör kanal kestirim metodu, caziptir çünkü daha uyumlu özellikler gösterir ve alıcıda hiçbir kestirime gerek yoktur. Şimdiye kadar kör kanal kestirimi zamanla değişen kanallar için düşünülmüştür.

Heath⁽⁵⁷⁾, Muquet⁽⁵⁸⁾, Bölcskei⁽⁵⁹⁾, Duhamel⁽⁶⁰⁾ ve arkadaşları özellikle alınmış sinyalin periyodik durgun tabanlı kör algoritmalarını sunmuşlardır. Bölcskei⁽⁵⁹⁾, Duhamel⁽⁶⁰⁾ araştırmalarında periyodik-durgun verici ön kodlamasını kullanmamışlardır.

Deterministik sinyal yapı tabanlı alternatif kör kanal kestirim metodunu, Scaglione⁽⁶¹⁾ (ön kodlamalı sistemler için), Muquet⁽⁶²⁾ ise CP kullanarak alternatif bir kör kanal kestirim metodunu sunmuştur.

2.4.4. Karar Yönetmeli Kanal Kestirimi

Geleneksel pilot eklemeli veya karar yönetmeli kanal kestirimi ve izleyen diğer yöntemlere bir alternatif olarak CSI karar yönetmeli kanal *tahmini* yapılabilir. Burada, kanal sönümlemesinin korelasyonlarını kullanarak önceki sezilen semboller gelecek kanalı kestirim etmede kullanılır. Bu yaklaşım karar yönetmeli kanal kestirimine bir derece benzerken, son CSI'yi bulmada daha farklı bir yol izler. Bundan dolayı, bu tekniğin eğitim bilgisinin periyodik iletimi olmadan, hızlı zamanla değişen kanalların izlenmesini sağlanması gibi avantajları vardır. Sadece kısa bir eğitim bloğunun başlatılması gereklidir. Kanal kestirimi aynı zamanda bağlantı adaptasyonu gibi ileri tekniklerin uygulamasını sağlar.

Yang⁽³⁴⁾, Duel-Hallen⁽⁶³⁾, Liu⁽⁶⁴⁾, Ekman^(65,66) ve arkadaşları, OFDM olmayan bir sistemde, sönümlü kanalların kestirimi ve uygulamalarını incelemişlerdir. Özellikle sönümlü sinyallerin kestirimin geleneksel içeriğini Yang⁽³⁴⁾ incelemiştir ve Ekman⁽⁶⁶⁾ adaptif modülasyon kanal kestirim uygulamasını incelemiştir. Al-Susa⁽⁶⁷⁾, Thoen⁽⁶⁸⁾ ve arkadaşları OFDM sistemleri için, kanal kestirimi ve kanal denkleştirme uygulamaları sunmuştur. Bununla birlikte, Al-Susa⁽⁶⁷⁾ kanalın kusursuz olarak gözlemlenebilir (gürültüsüz kestirim) olduğunu farz eder. Thoen⁽⁶⁸⁾ pilot sembol tabanlı kanal kestirimi incelemiştir.

2.5. Kanal Kestirim Algoritmaları

Alıcının girişinde uygun RF elektronik kullanıldıktan sonra temelband analog $r(t)$ sinyali alınır. İletim, veri çoğuşlaması biçiminde gerçekleştiği için $r(t)$ 'nin örnekleme sıklığından sonra sonlu sayıda örnek alıcıda hazır olur. Bu örnekleri $r[n]$ ile gösteriyoruz, n ayrık zamanı göstermektedir. $c(t)$, çoğuşma süresince zamanla değişmeyen darbe cevabıdır. Z ayrık zaman sembolleri $s[n]$ T_s oranıyla iletilir ve alınan sinyal şu hali alır;

$$r(t) = \sum_n^Z s[n]c(t - nT_s) + n(t) \quad 2.35$$

Şimdi $r(t)$ sinyalinin ortonormal temelli fonksiyon $\phi_k(t)$ ile genişletirsek

$$r(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N r[k]\phi_k(t) \quad 2.36$$

$\langle \phi_k(t), \phi_{k+i}(t) \rangle = \delta(|k-i|)$ olduğu için projeksiyon teorimi kullanılarak

$$r[k] = \langle r(t), \phi_k(t) \rangle \quad 2.37$$

şeklinde yazılabilir ve

$$r(t) = \sum_n^Z s[n] \langle c(t - nT_s), \phi_k(t) \rangle + n(t) + \phi_k(t) = \sum_n s[n]c[k-n] + n_s[k] \quad 2.38$$

olur.

2.5.1. Linear Model

Kanal kestirim problemi formülasyonunu göstermeden önce, LS kestiriminin lineer modelini göstermemiz gerekir. Lineer modele göre r gözlem kümesi $r=\{r[0],r[1], \dots, r[Q]\}^T$ sinyal kümesi $d=\{d[0],d[1],\dots,d[Q]\}^T$ ve hata kümesi $n=\{n[0],n[1], \dots, n[Q]\}^T$ olarak gösterilmektedir. Yani

$$r=d+n \quad 2.39$$

Denkleme uyan bir model önerilir;

$$d=Hc \quad 2.40$$

Burada H bir matris ve c parametre vektörü $c=\{c[0],c[1], \dots, c[P]\}^T$ $P \times N$ 'den büyük veya küçüktür. Verilen gözlem kümesi r 'den lineer model altında c kestirilir. Böylece hata model denklemi ortaya çıkar.

$$r=Hc+n \quad 2.41$$

H matrisi h_n sütunlarından oluşmaktadır ve $H=\{h_1, h_2, \dots, h_p\}$ dir. Her sütun vektörü d sinyali formundadır ve d sinyali aşağıdaki formların lineer kombinasyonundan oluşur.

$$d = \sum_{n=0}^P c_n h_n \quad 2.42$$

c_n toplayıcı ağırlıkları bizim kestirim etmek istediğimiz parametrelerdir. Genellikle hesaplamanın altı durum ($P>N$), hesaplanan durum ($P=N$) veya hesaplama üstü durumları ($P<N$) mevcuttur.

2.5.2. LS Kestirimi

$K+1$ ölçüm sonucu kanaldan $r=\{r[n],r[n+1], \dots, r[n+k]\}^T$ vektörü alınır. Denklem 2.38'i kullanılarak, toplam darbe cevabı $c=\{c[0],c[1],\dots,c[L]\}^T$ ile birleştirilirse, lineer model elde edilir.

$$r=Qc+n \quad 2.43$$

Burada n gürültüyü gösterir. Q matrisi tamamen gönderilen eğitim sembollerinden meydana gelmiştir. Toplam darbe cevabı $L+1$ uzunluğudur ve örnekleme oranına, RF kanal modeli uzunluğuna, darbe şekillendirme filtresine ve diğer filtrelere bağlıdır. Aşağıdaki Q matrisine bakılırsa

$$Q = \begin{bmatrix} t[n] & t[n-1] & t[n-2] & \dots & t[n-L] \\ t[n+1] & t[n] & t[n-1] & \dots & t[n-L+1] \\ t[n+2] & t[n+1] & t[n] & \dots & t[n-L+2] \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \end{bmatrix} \quad 2.44$$

$t[n]$, n örnekle iletilmiş eğitim sembol kümesini gösterir ve bunlar alıcı tarafından bilinir. Tam-rank matris Q 'nun sütunları lineer olarak bağımsız olmalıdır; fakat bunlar eğitim dizisinin zamanda kaydırılmış şeklidir. Sonuçlandırılırsa eğitim dizisinin zamanda kaymış çeşitlerinin lineer bağımsız olması için Kronecker Delta fonksiyonuna yaklaşan oto korelasyon fonksiyonu olması istenir. c 'nin verilen kestirimi için r ve lineer model Qc arasındaki hatanın karesi;

$$\epsilon^2 = \text{tr}[(r-Qc)(r-Qc)^\dagger] = n^\dagger n \quad 2.45$$

Bu da LS kestirimini elde etmek için minimize olmalıdır. Böylece,

$$\frac{\partial}{\partial c} \epsilon^2 = 2Q^\dagger(r-Qc) \quad 2.46$$

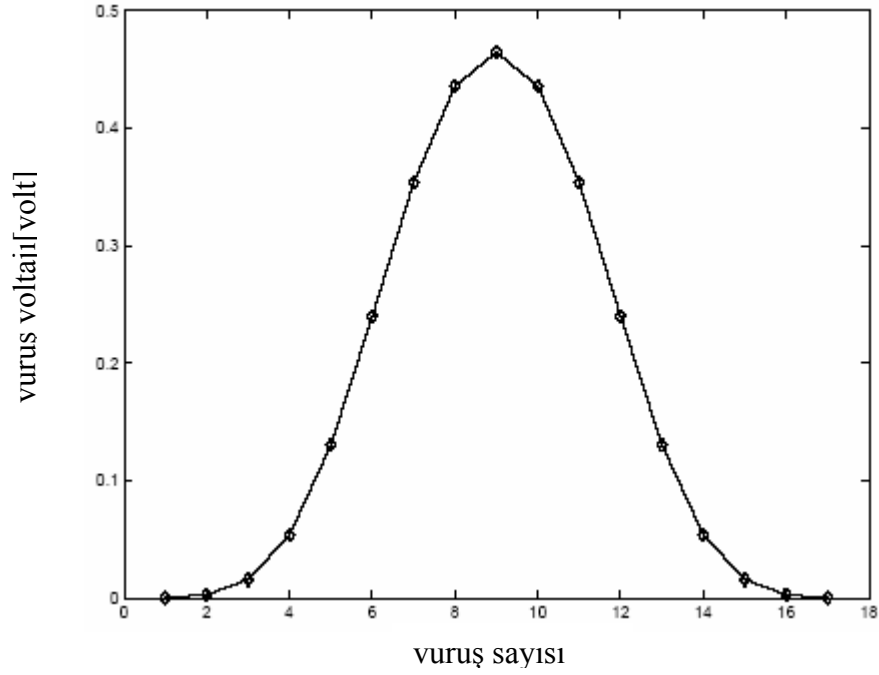
olacaktır. Gradyantını 0'a eşitleyerek \tilde{c} kestirimi üretilir;

$$\tilde{c} = (Q^\dagger Q)^{-1} Q^\dagger r \quad 2.47$$

Burada $Q^\dagger Q$ matrisi, iletilmiş eğitim dizisinin çapraz korelasyon matrisidir ve Grammian matrisi olarak bilinir. Sonraki dizi, Kronecker Deltaya yakınlştırılmış oto korelasyon fonksiyonu olduğu için Grammian matrisi baskın şekilde köşegeneldir ve ters çevrilebilir. Optimal eğitim dizisi q sabit olduğunda $Q^\dagger Q = qI$ olur ve minimum ortalama karesel hata oluşur.

Örnek

Şekil 2.7'de gösterildiği gibi sembol başına 4 örnekli vericide darbe şekillendiren Gauss filtre kullanılan GSM sistem üzerinde odaklanır. Gauss darbe şekillendirici filtre RF tarafından oluşturulanın haricinde arka arkaya iletilmiş 3 sembolün girişimine sebep olur. Yani, RF kanal $\frac{1}{\sqrt{3}}[1,1,1]$ yerleştirmeli sembol oranında 3 vuruş vardır. r için 15 dB SNR'da 26 ölçüm vardır. \tilde{c} yi kestirim etmek için Denklem 2.47'yi uygulanır ve büyüklüğü Şekil 2.8'de z düzlemi boyunca gösterilir.



Şekil 2.7. GSM' de kullanılan darbe şekillendirici filtre

Burada görüyoruz ki toplam darbe cevabı minimum fazda değildir ve bazı sıfırlar birim sembollerin dışında bulunur. Daha da fazlası, alıcı filtre, iletim darbe şekillendirme filtresiyle uyumsuz ve bu yapılsa bile, bu çoğuşlama için kanal etkisi bilinmemekte, bu yüzden maksimum çıkışta SNR elde edilemez.

Diğer bir önemli gözlem, 6 vuruşu kestirim etmek için $26-(L+1)$ gözlem kullanıyoruz. Bu seçim parametreler az olduğunda verimli ölçümlü LS kestirimine olan ihtiyacı karşılar.

2.5.2.1. Genelleştirilmiş LS Kestirimi

Önceki bölümde gürültü kovaryans matrisi V , n_i , i . zamanındaki gürültü örneği $V_{ij}=\text{Cov}[n_i,n_j]$ bilinmemektedir. V 'nin bilgilerini içermediği için Denklem

2.47'deki normal denklemlerin içinde LS kestirimini uygulandı. Bununla birlikte, LS metoduyla CIR kestirim edilmiştir, temelbandtaki alınmış model denklem 2.48'de ifade edilmiştir.

$$r=Qc+n \quad 2.48$$

r ile, Q ve c kestirimden sonra bulunabilir. Böylece sırasıyla V'yi de kestirim edebiliriz. Daha fazla gürültü kovaryans bilgisinden faydalanarak c'nin kestirimini geliştirmek gerekir.

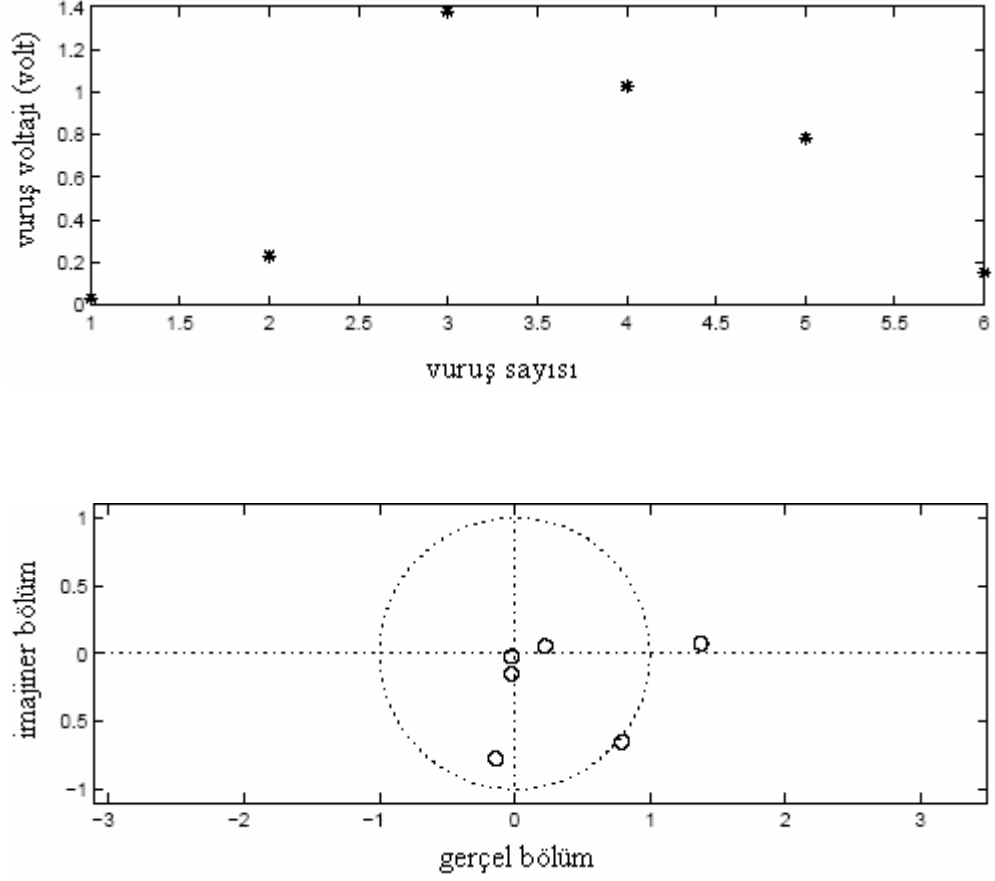
2.5.2.2. Genelleştirilmiş LS İşlem Sırası

Z elemanlı deney modelimiz olsun.

$$Y_i = \theta_1 x_{i1} + \theta_2 x_{i2} + \dots + \theta_k x_{ik} + n_i \quad \forall i \in [1, 2, \dots, Z]. \quad 2.49$$

θ ile kestirim edilecek deney parametreleri gösteriliyor. Y, N sırayla gözlemleri ve gürültü örneklerini kapsayan vektörlerdir.

$$y=X\theta+N \quad 2.50$$



Şekil 2.8 Kestirilmiş darbe cevabı \tilde{c} ve z düzleminde gösterimi

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ x_{z1} & x_{z2} & x_{z3} \end{pmatrix} \quad 2.51$$

Bu N sayıdaki deney için x_1, x_2, \dots, x_k giriş değışkenli k noktalı matristir. Hataların (gürültü) N'nin sıfır ortalaması olduğunu ve V kovaryansının olduğunu farz edilirse, gürültüyü olasılık yoğunluk fonksiyonu (pdf) ile açıkça belirtilemez.

Z deneyden gözlemlenen gerçek y cevapları veriliyor, kuadratik şekli genelleştirilmiş LS kestirim (GLSE) $\tilde{\Theta}$ minimize eder.

$$(y - X\Theta)^\dagger V^{-1}(y - X\Theta) \quad 2.52$$

Ayrılıp ve sıfıra eşitlenirse kestirim elde edilir.

$$\tilde{Q} = (X^\dagger V^{-1} X)^{-1} X^\dagger V^{-1} y \quad 2.53$$

Eğer modeldeki hatalar (gürültü) V kovaryanslı çoklu değişken Normal olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip çok olasılıklı değişken fonksiyonlar ise, Θ 'nın logaritmik olasılık fonksiyonu kuadratik şekilde verilir. İkinci olarak uygun kestirimcilerle kestirimler değiştirilirse

$$\tilde{Q} = (X^\dagger V^{-1} X)^{-1} X^\dagger V^{-1} y \quad \tilde{Q} \text{ kestirimcisi } L \text{ ve } \tilde{L} \text{ arasında ortalama karesel}$$

hata olduğunu kanıtlanabilir. Burada \tilde{Q} minimize edilmiştir.

$$L = \lambda_1 \theta_1 + \lambda_2 \theta_2 + \dots + \lambda_k \theta_k \quad 2.54$$

ve

$$\tilde{L} = \lambda_1 \tilde{q}_1 + \lambda_2 \tilde{q}_2 + \dots + \lambda_k \tilde{q}_k \quad 2.55$$

Keyfi parametrelerin lineer fonksiyonu MMSE ile kestirim edilir. Bu özellik LSE kullanmaktansa GLSE kullanmanın daha iyi olduğunu gösterir ve pratikte, gürültü kovaryansının iyi kestirim edildiği özellikle yüksek SNR'de, alıcının BER performansında küçük bir gelişme sağlar.⁽⁶⁹⁾

2.5.3. OFDM Alıcıda Uygulanan Kanal Kestirimi

Şekil 2.9, kablosuz OFDM sistemlerinde kanal kestirimi kullanan geleneksel alıcı yapısını göstermektedir. Bu şema evreyumlu alıcı işlemleri (kanal

denkleştirme, sezme ve şifre çözümü gibi) ve adaptif modülasyon gibi ileri teknikler için CSI sağlar.

Şekil 2.9'un yapısını açıklamak için OFDM sisteminin giriş çıkış ilişkisini yazalım;

$$Y_{n,k} = H_{n,k} X_{n,k} + Z_{n,k} \quad 2.56$$

Vektör notasyonu ile belirtilirse;

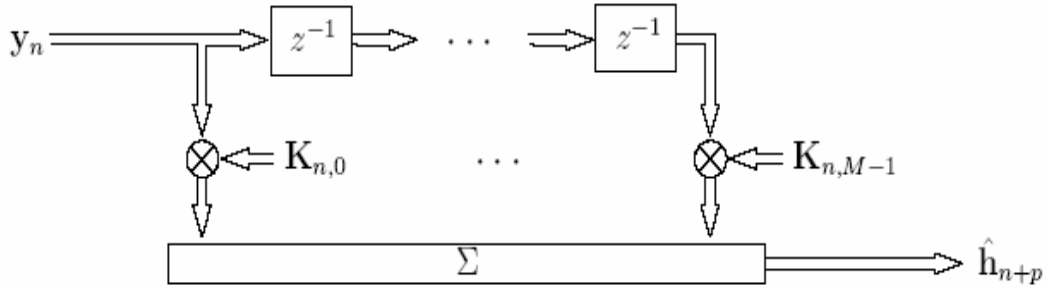
$$y_n = H_n x_n + z_n \quad 2.57$$

$$= X_n h_n + z_n$$

$K \times 1$ boyutlu vektörleri $y_n = [Y_{n,0} \ Y_{n,1} \ \dots \ Y_{n,K-1}]^T$, $x_n = [X_{n,0} \ X_{n,1} \ \dots \ X_{n,K-1}]^T$, $h_n = [H_{n,0} \ H_{n,1} \ \dots \ H_{n,K-1}]^T$, $z_n = [Z_{n,0} \ Z_{n,1} \ \dots \ Z_{n,K-1}]^T$ şeklindedir ve $K \times K$ köşegen matrisleri; $X_n = \text{diag}\{X_{n,0}, X_{n,1}, \dots, X_{n,K-1}\}$ ve $H_n = \{H_{n,0}, H_{n,1}, \dots, H_{n,K-1}\}$ şeklindedir.

Karar yönetmeli kanal kestirimcileri, demodüle edilmiş alınmış vektörünü y_n 'i, geçerli kanal sabit vektörü h_n 'nin kestirimi $\hat{h}_n = [\hat{H}_{n,0} \ \hat{H}_{n,1} \ \dots \ \hat{H}_{n,K-1}]^T$ elde etmek için kullanılır. Önceki sezilmiş \hat{D}_i bitlerinin tekrar kodlanarak geçmiş sezilmiş sembollerin matrisi $\hat{X}_{n-p}, \hat{X}_{n-p-1}, \dots$ elde edilir. Burada $K \times K$ boyutlu köşegen matrisi $\hat{X}_n = \text{diag}\{\hat{X}_{n,0}, \hat{X}_{n,1}, \dots, \hat{X}_{n,K-1}\}$, sezilmiş veri sembollerini içerir. p , kestirimin geleceğini gösterir (kestirilecek OFDM sembol sayısı gibi). Algılanmış \hat{D}_i bitleri demodülasyondan ve geleneksel alıcı işlemi denkleştirme ve algılamadan elde edilir. \hat{D}_i yanlış olabileceği için tekrar kodlama yanlış \hat{X}_n 'i oluşturabilir. \hat{X}_n çok yanlışsa, \hat{h}_n 'de kötü yönde etkilenir. \hat{h}_n geri besleme döngüsünde alıcıda kullanılıyorsa, hata

meydana gelebilir. Kestirimcinin başlaması için eğitim bilgileri gereklidir. Eğitim evresi boyunca az sayıda X_n sembolü eğitim sembolü olarak kullanılır.



Şekil 2.9 OFDM için tam kompleks MMSE kanal kestirimci lineer zamanla değişen M uzunluklu MIMO filtre

2.5.3.1. MMSE Kanal Kestirimcisi

$p \geq 1$ için gelecek kanal katsayıları $H_{n+p,k}$ 'nin MMSE kestirimcisini geliştireceğiz. Kanal kestirimcisi eğitim sembolleriyle veya karar yönetmeli yöntemde kullanılabilir. Burada ise eğitim sembolleri ile kullanılmıştır. Geçerli veya geçmişteki bilgi sembolleri $X_{n,k}$, bilindiği kabul edilir. Hata sezme etkileri önemsizdir. ISI ve ICI ihmal edilir ve Denklem 2.57 $Y_{n+p,k} = H_{n+p,k} X_{n+p,k} + Z_{n+p,k}$ veya $y_n = X_n h_n + z_n$ şeklini alır.

2.5.3.1.1. Tam Kompleks MMSE Kestirimci

MMSE kestirimci kestirim edilmiş $\hat{h}_{n+p} = [\hat{H}_{n+p,0} \hat{H}_{n+p,1} \dots \hat{H}_{n+p,K-1}]^T$ kanal katsayı vektörünü, geçerli ve geçmiş alınmış vektörlerinden $y_n, y_{n-1}, \dots, y_{n-M+1}$

,(MIMO) çok girişli çok çıkışlı M uzunluklu kestirimci filtre yoluyla şu şekilde hesaplar;

$$\hat{h}_{n+p} = \sum_{m=0}^{M-1} K_{n,m} y_{n-m} \quad 2.58$$

Şekil 2.9 bu kestirim filtresini gösteriyor. Bir MIMO filtre kanalın frekans korelasyonuna (sıfır olmayan evreyumlu band genişliğinde) bağlı olarak oluşan farklı alt taşıyıcılar arasındaki korelasyonlardan yararlanmak için kullanılır. Kestirimcinin hafızası (kestirimcinin hafızası filtre uzunluğu M'e uygundur) kanalın zaman korelasyonu (sıfır olmayan evreyumlu zamanı) ortaya çıkan ardışık OFDM sembolleri arasındaki zaman korelasyonundan yararlanmada kullanılır. $K \times K$ boyutlarındaki kestirimci katsayıları matrisleri $K_{n,m}$ zamanla değişmesi y_n 'in sabit olmamasına neden olur. y_n 'in sabit olmaması sabit vektör şeklindeki h_n ile zamanla değişen sembol matrisi X_n 'in Denklem 2.57'de (iletim sembolleri MMSE kestirimcinin türetilmesinden bilindiğini farz ediyoruz) çarpımından kaynaklanır. Denklem 2.57'deki ifade h_n ve z_n dairesel olarak simetrik kompleks Gauus dağılımlı^(70,71,72) olduğu için lineer kestirimciler yeterlidir.

2.5.3.1.1.1. Optimum Kestirimci Katsayıları

Optimum MMSE kestirimci katsayılarının, $K_{n,m}$, normalize edilmiş MSE'yi minimize ettiği ifade aşağıda belirtilmiştir^(70,71,72).

$$\epsilon_{n+p} = \frac{1}{K} E \left\{ \left\| h_{n+p} - \hat{h}_{n+p} \right\|^2 \right\}$$

Dikgenlik prensibine göre⁽⁷¹⁾, optimum $K_{n,m}$,

$$E\{(h_{n+p} - \hat{h}_{n+p})y_{n-m}^H\} = 0, \quad m=0, \dots, M-1, \quad 2.59$$

Yani $h_{n+p} - \hat{h}_{n+p}$ kestirim hata vektörü, y_n 'nin gözlemlenen tüm mümkün değerleriyle ilişkisizdir. Optimum $K_{n,m}$ hesaplarının verimlilik düzeylerini arttırmak için, MIMO kestirimcinin denklem 2.58'teki giriş-çıkış ilişkileri aşağıda şekilde tekrar yazılır;

$$\hat{h}_{n+p} = K_n Y_n \quad 2.60$$

KM×KM kestirim katsayı blok matrisi $K_n = [K_{n,0}, \dots, K_{n,M-1}]$ ve KMx1 destelenmiş vektörü $Y_n = [y_n^T \dots y_{n-M+1}^T]^T$ 'dir. 3.34'teki dikgenlik bağıntısına Denklem 2.60 ve Denklem 2.57'yi eklersek, aşağıda belirtilen normal denklemler (Wiener –Hopf) elde edilir.

$$K_n X_n (R_H + X_n^{-1} R_Z X_n^{-H}) = V_H \quad 2.61$$

Burada $X_n = \text{diag}\{X_n, \dots, X_{n,M-1}\}$ köşegen matristir ve veri sembolleri $X_{n-M+1,k}, \dots, X_{n,k}$ bu matrisin köşegen elementleridir. Destelenmiş kanal korelasyon matrisi V_H $V_H = [R_H[p] \dots R_H[p+M-1]]$, şeklinde gösterilir ve korelasyon matrisleri R_H ve R_Z ilk satırları $[R_H[0] \dots R_H[M-1]]$ ve $[R_Z[0] \dots R_Z[M-1]]$ olan Blok-Toeplitz'dir. Kanal korelasyon matrisi ve gürültü korelasyon matrisi şu şekildedir;

$$R_H[n] = E\{h_m h_{m-n}^H\} = \begin{bmatrix} R_H[n,0] & \cdot & \cdot & \cdot & R_H[n,-K+1] \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ R_H[n,K-1] & \cdot & \cdot & \cdot & R_H[n,0] \end{bmatrix} \quad 2.62$$

ve

$$R_Z[n] \stackrel{\Delta}{=} E\{z_m z_{m-n}^H\} = \begin{bmatrix} R_Z[n,0,0] & . & . & . & R_H[n,0,K-1] \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ R_Z[n,K-1,0] & . & . & . & R_Z[n,K-1,K-1] \end{bmatrix}$$

Denklem 2.61 ile optimum kestirimci katsayıları şu şekilde elde edilir.

$$K_{opt,n} = W_n X_n^{-1} \quad W_n \stackrel{\Delta}{=} V_H (R_H + X_n^{-1} R_Z X_n^{-H})^{-1} \quad 2.63$$

MMSE kestirimciyi 2 parçaya bölmek için Denklem 2.63'deki $K_{opt,n}$ ayrıştırılır.

Dikgenlik prensibini⁽⁷¹⁾ tekrar kullanarak, MMSE kanal kestirimcisinin hata kovaryans matrisi aşağıdaki şekilde verilir:

$$\begin{aligned} B_n &= E\{(h_{n+p} - \hat{h}_{opt,n+p})(h_{n+p} - \hat{h}_{opt,n+p})^H\} = E\{(h_{n+p} - \hat{h}_{opt,n+p})h_{n+p}^H\} \\ &= R_H[0] - W_n V_H^H = R_H[0] - V_H (R_H + X_n^{-1} R_Z X_n^{-H})^{-1} V_H^H \end{aligned} \quad 2.64$$

$$\hat{h}_{opt,n+p} = K_{opt,n} Y_n$$

Hata kovaryans matrisi, X_n köşegen matrisinde bulunan $X_{n,k}$ iletim sembolleriyle OFDM sembollerine bağlıdır. Normalleştirilmiş MMSE $K_{opt,n}$ ile yapılmıştır ve aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} \epsilon_{min,n} &= \frac{1}{K} E\left\{\|h_{n+p} - \hat{h}_{opt,n+p}\|^2\right\} = \frac{1}{K} tr\{B_n\} \\ &= R[0,0] - \frac{1}{K} tr\{V_H (R_H + X_n^{-1} R_Z X_n^{-H})^{-1} V_H^H\} \end{aligned} \quad 2.65$$

Bu bilgi sembollerine bağlıdır ve zamanla değişir.

UYGULAMA

Kestirilmiş kanal vektörünü elde etmek için Denklem 2.60'a Denklem 2.63 eklenir.

$$\hat{h}_{opt,n+p} = W_n X_n^{-1} Y_n$$

MMSE kestirimci Şekil 2.10'da gösterilen iki işlemi birlikte yerine getirmektedir. İlk işlem $Y_{n,k}$ 'nin veri sembolü $X_{n,k}$ ile bölümüdür.

$$\tilde{H}_n = X_n^{-1} Y_n \quad \text{veya} \quad \hat{H}_n = \frac{Y_{n,k}}{X_{n,k}} \quad 2.66$$

Burada X_n sembol matrisinin köşegen matrisidir. $Y_{n,k} = H_{n,k} X_{n,k} + Z_{n,k}$ olduğu hatırlanırsa, bu bölümden aşağıdaki sonuç çıkarılır.

$$\tilde{H}_n = H_{n,k} + \tilde{Z}_{n,k} \quad \tilde{Z}_{n,k} \stackrel{\Delta}{=} \frac{Z_{n,k}}{X_{n,k}} \quad 2.67$$

$\hat{h} \stackrel{\Delta}{=} [\tilde{H}_{n,0} \tilde{H}_{n,1} \dots \tilde{H}_{n,K-1}]^T$ ve $\tilde{z}_n \stackrel{\Delta}{=} [\tilde{Z}_{n,0} \tilde{Z}_{n,1} \dots \tilde{Z}_{n,K-1}]^T$ kullanarak tekrar yazarsak

$$\hat{h}_n = X_n^{-1} y_n = h_n + \tilde{z}_n \quad \text{ile} \quad \tilde{z} = X_n^{-1} z_n \quad 2.68$$

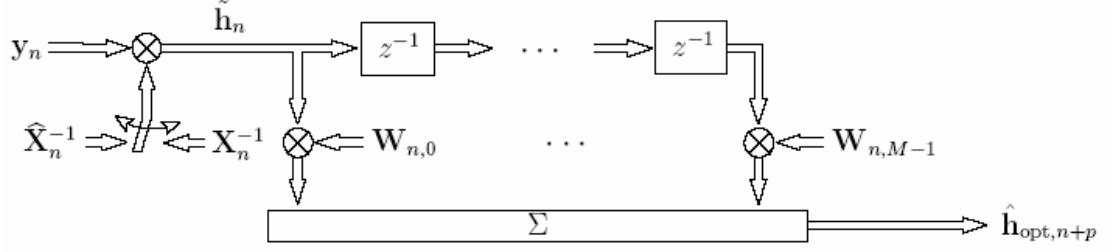
İkinci işlem M uzunluklu verinin zamanla değişen MIMO sistem vasıtasıyla filtrelenmesidir. Denklem 2.66'yı, giriş olarak kullanılırsa;

$$\hat{h}_{opt,n+p} = W_n \tilde{H}_n = V_H (R_H + X_n^{-1} R_Z X_n^{-H})^{-1} \tilde{H}_n \quad 2.69$$

ve bu sisteme verilirse ;

$$W_n = [W_{n,0} \dots W_{n,M-1}] = V_H (R_H + X_n^{-1} R_Z X_n^{-H})^{-1} \quad 2.70$$

elde edilir.



Şekil 2.10 MMSE kanal kestirimcisi

Genellikle $\tilde{z}_n = X_n^{-1} z_n$ sabit olmadığı için zamanla değişir ve iletim sembolü X_n 'e bağlıdır. Şekil 2.9'daki genel lineer kestirimciyle Şekil 2.10'daki MMSE kestirimci karşılaştırılırsa ilginç bir iki aşamalı yapı elde edilir. İlk aşama genellikle OFDM kanal kestirimcilerinde kullanılır, fakat özel amaçlı bir çeşitle karşılaşılır^(67,73,74,75). Çıkan denklem gösteriyor ki (MMSE) kanal kestirimcisinin önemli bir bölümü olan ikinci bölümü yani filtreleme bölümü pratik uygulamalar için problem çıkarmaktadır, çünkü işlem aşırı kompleksdir. Bu nedenle, önemli derecede basitleştirilmiş bir MMSE kestirimcisi geliştirilir.

2.5.3.1.2. Basitleştirilmiş MMSE Kestirimcisi

Basitleştirilmiş MMSE kanal kestirimcisi şu şekilde oluşturulmuştur. Bölüm kısmını Denklem 2.67'de göstermiştik fakat sıradaki işlemi çıkarmak için $X_{n,k}$ rasgele modelliyoruz. Bu ikinci bölüm zamanla değişen MIMO filtreyi oluşturur. $X_{n,k}$ 'ların sıfır ortalamalı olduğunu farz ediyoruz ve $1/X_{n,k}$ bulunur. Sonra Denklem 2.67'deki gürültü terimi $\tilde{Z}_{n,k} = Z_{n,k} / X_{n,k}$ 'nın şöyle bir ortalaması vardır; $E\{\tilde{Z}_{n,k}\} = E\{Z_{n,k}\}E\{1/X_{n,k}\} = 0$ ve korelasyon fonksiyonu aşağıdaki şekilde ifade edilir;

$$\begin{aligned}
E\{\tilde{Z}_{n,k}\tilde{Z}_{n',k'}^*\} &= E\{Z_{n,k}\tilde{Z}_{n',k'}^*\}E\left\{\frac{1}{X_{n,k}X_{n',k'}^*}\right\} = 0 \\
&= R_Z[n-n',k,k']E\left\{\frac{1}{|X_{n,k}|^2}\right\}\delta[n-n']\delta[k-k'] = \gamma^2\delta[n-n']\delta[k-k']
\end{aligned}$$

ve eşdeğer gürültü varyansı;

$$\gamma^2 \stackrel{\Delta}{=} N_0\|f\|^2 E\left\{\frac{1}{|X_{n,k}|^2}\right\} \quad 2.71$$

olarak tanımlanır. Burada $\|f\|^2 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} |f[m]|^2$. Bu yüzden $\tilde{Z}_{n,k}$ sıfır ortalamalı, sabit ve beyazken, $Z_{n,k}$ sabit değildir ve bağımlıdır. PSK sembol alfabelerinde, $\sigma_x^2 = |X_{n,k}|^2$ için $\gamma^2 = N_0\|f\|^2 / \sigma_x^2$ varyanslı Gauss dağılımlıdır. PSK olmayan sembol alfabelerinde $\tilde{Z}_{n,k}$ bir Gauss karışım dağılımına sahiptir. $\tilde{h}_n = h_n + \tilde{z}_n$ vektörü sabittir ve $\tilde{Z}_{n,k}$ gibi genellikle Gauss dağılımlı değildir. \tilde{h}_n 'nin sabitliğine bağlı olarak lineer MMSE kestirimci zamanla değişen MIMO kestirimci filtreyle verilir,

$$\hat{h}_{n+p} = \sum_{m=0}^{M-1} W_m \tilde{h}_{n-m} \quad 2.72$$

2.5.3.1.2.1. Optimum Kestirimci Katsayıları

Kestirimci filtrenin katsayı matrisi W_m normalize edilmiş MSE $\epsilon = \frac{1}{K} E\left\{\|h_{n+p} - \hat{h}_{n+p}\|^2\right\}$ minimize olması için seçilir. Dikgenlik prensibine göre⁽⁷¹⁾, optimum W_m şöyle olmalıdır;

$$E\{(h_{n+p} - \hat{h}_{n+p})\tilde{h}_{n-m}^H\} = 0 \quad m=0, \dots, M-1, \quad 2.73$$

Kestirim hatası ve kestirimci girişi arasındaki çapraz korelasyon yok olmalıdır. Denklem 2.37 ve Denklem 2.41'i Denklem 2.42'deki dikgenlik bağıntısına eklersek Wiener-Hopf denklemleri çıkartılır.

$$\sum_{m'=0}^{M-1} W_{m'}(R_H[m-m'] + \gamma^2 \delta[m-m']I) = R_H[m+p] \quad m=0, \dots, M-1 \quad 2.74$$

$K \times K$ Toeplitz Korelasyon matrisleri, $R_H[m]$, denklem 2.31'de belirtilmiştir. Denklem 2.43'teki M denklemleri tek blok matris denklemine yerleştirilir ve $K \times KM$ boyutlu $W \stackrel{\Delta}{=} [W_0 \dots W_{M-1}]$ matrisi, $K \times KM$ boyutlu $V_H \stackrel{\Delta}{=} [R_H[p] \dots R_H[-M-1+p]]$ matrisi ve $KM \times KM$ boyutlu ilk blok satırı $[R_H[0] \dots R_H[M-1]]$ olan R_H blok Toeplitz matrisi oluşturulur ve denklem 2.43 aşağıda belirtilen şekli alır;

$$W(R_H + \gamma^2 I) = V_H$$

MMSE optimum kestirimci matrisi $W_{opt,m}$ aşağıdaki şekilde verilir;

$$W_{opt} = V_H (R_H + \gamma^2 I)^{-1} \quad 2.75$$

Denklem 2.75'deki W_{opt} sayısal sabiti ($\gamma^2 I$ terimine bağlı olarak) ve Wax-Kailath⁽⁷⁶⁾ algoritması kullanılarak yapılabilir çünkü $R_H + \gamma^2 I$ Hermitian Toeplitz/blok-Toeplitz'dir. Alternatif olarak Levinson-Wiggins-Durbin önerdiği metotlar kullanılabilir⁽⁷⁷⁻⁷⁹⁾. Tam kompleks kestirimci ve basitleştirilmiş kestirimci arasındaki ana fark; Denklem 2.70'deki W_n filtresinin Denklem 2.75'deki filtre ile değiştirilmesi ve bu sebeple $X_n^{-1} R_Z X_n^{-H}$ terimi $\gamma^2 I$ ile yer değiştirir. Onun için Denklem 2.75'deki bilgi sembollerinden bağımsızdır ve kanal kestirimcisinin ikinci (filtreleme) bölümü zamanla değişmezdir.

Tekrar dikgenlik prensibini kullanarak⁽⁷¹⁾, basitleştirilmiş lineer MMSE kanal kestirimcisinin hata kovaryans matrisi şöyle belirtiliyor;

$$\begin{aligned}
 B &= E \left\{ \left(h_{n+p} - \hat{h}_{opt,n+p} \right) \left(h_{n+p} - \hat{h}_{opt,n+p} \right)^H \right\} = E \left\{ \left(h_{n+p} - \hat{h}_{opt,n+p} \right) h_{n+p}^H \right\} \\
 &= R_H[0] - \sum_{m=0}^{M-1} W_{opt,n} R_H[-m-p] = R_H[0] - V_H (R_H + \gamma^2 I)^{-1} V_H^H
 \end{aligned} \tag{2.76}$$

$$\hat{h}_{opt,n+p} = \sum_{m=0}^{M-1} W_{opt,m} \tilde{h}_{n-m}$$

Denklem 2.76'nın tersine Denklem 2.64 $X_{n,k}$ iletim sembollerine bağlı değildir. $W_{opt,m}$ 'den meydana gelen normalleştirilmiş MMSE;

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{\min} &= \frac{1}{K} E \left\{ \left\| h_{n+p} - \hat{h}_{opt,n+p} \right\|^2 \right\} = \frac{1}{K} tr \{ B \} \\
 &= R_H[0,0] - \frac{1}{K} tr \left\{ V_H (R_H + \gamma^2 I)^{-1} V_H^H \right\}
 \end{aligned} \tag{2.77}$$

şeklinde ifade edilir.

Kanal korelasyon matrisi $R_H[m]$ ve eşdeğer gürültü varyansı γ^2 'ye bağlıdır. Daha geniş evre uyum zamanlı ve/veya daha geniş evre uyum band genişlikli daha sıkı bağımlı olan kanallar için kanal katsayıları $H_{n,k}$ için ϵ_{\min} azaltılmaya çalışılır. Daha az Doppler yayılımı βh_d (daha küçük kanal zaman değişimleri) ve/veya daha küçük gecikme yayılımı α_{H_d} 'nin altında olan kanallar için ϵ_{\min} daha küçük olur. Kestirim doğruluğu, daha düşük gürültü varyansı γ^2 ile geliştirilebilir.

Hafıza kanalın evreyuym zamanını geçiyorsa, $M > 1/(\beta h_d N)$ ise $H_{n,k}$ 'nin korelasyonlarından Denklem 2.72'deki kestirimci yararlanır. M 'in seçimi yapılırken kestirim doğruluğu ve matematiksel karmaşıklık arasındaki bir seçim yapılır. Kanalın

evreuyum band genişliği her zaman tamamen kullanılır çünkü kestirimci, tüm alt taşıyıcıları kullanır.

2.5.3.1.2.2. Basitleştirilmiş MMSE Kestirimcinin Uygunluğu

Genellikle, Denklem 2.75’de verilen basitleştirilmiş MMSE kestirimci optimal derecede iyi değildir, çünkü $X_{n,k}$ veri sembollerinin tamamen kullanılmamaktadır. Yine de eğer $X_{n,k}$ veri sembolleri PSK sembol alfabesinden alınmışsa ve gürültü $Z_{n,k}$ beyazsa, basitleştirilmiş kestirimci Denklem 2.77’deki MMSE kestirimci ile uyuşur ve böylece optimum olur. Beyaz gürültü alınan darbenin dikgen olmasını gerektirir. Bir PSK sembol alfabeti için $\sigma_x^2 = E\{|X_{n,k}|^2\} = |X_{n,k}|^2$, $\sigma_x^2 = E\{1/|X_{n,k}|^2\} = 1/\sigma_x^2$ elde edilir. PSK sembol alfabeti ve beyaz gürültü için Denklem 2.70’deki tam karmaşık MMSE kestirimci basitleştirilerek aşağıdaki şekli alır.

$$W_n = V_H \left(R_H + \frac{N_0}{\sigma_x^2} I \right)^{-1} \quad 2.78$$

Bu ifade n’ye bağlı değildir ve Denklem 2.75’deki ile benzerdir, eşdeğer gürültü varyansı $\gamma^2 = N_0 / \sigma_x^2$ olarak verilmiştir. Sonuç olarak eğitim verisi gönderilirken, semboller PSK sembol alfabetinden seçilmelidir⁽⁸⁰⁾.

2.5.4. LMS Algoritması

1959 yılında Widrow ve Hoff⁽⁸⁰⁾ tarafından geliştirilen LMS algoritması, eğitime dayalı ‘en dik azalma metodunu’⁽⁸¹⁾ kullanmaya uyarlanmış bir algoritmadır. LMS algoritması eldeki veriden eğitim vektörünün kestirimini kullanır. LMS, sonuçta en küçük ortalama karesel hataya ulaşan, eğitim vektörünün eksi yönündeki bağlı vektöre ardışık düzeltmeler yapan iterasyon yöntemini içerir. Diğer algoritmalara göre LMS algoritması basittir, LMS ne korelasyon fonksiyonu hesabını ne de ters matrisi gerektirmez.

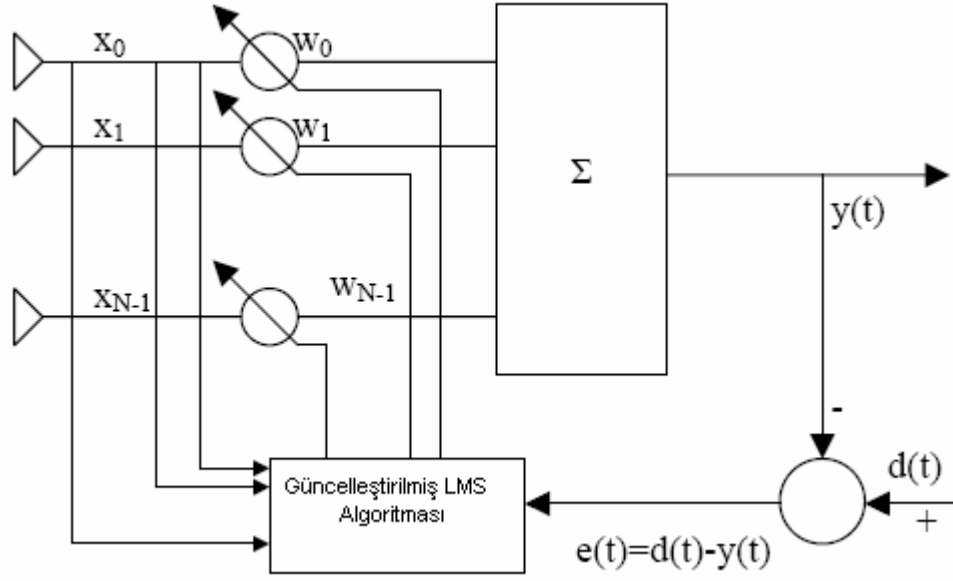
2.5.4.1. LMS algoritması ve Uyarlanmış Dizi

Şekil 2.11’de gösterilen adaptif ışın biçimlendirici sistemin integral bölümünü oluşturan ,N adet eş yönlü elemanlı düzgün dağılımlı lineer diziyi (ULA) ele alalım.

Anten dizisi X(t) nin çıkışı:

$$x(t) = s(t)a(\theta_0) + \sum_{i=0}^{N_u} u_i(t)a(\theta_i) + n(t) \quad 2.79$$

dır.



Şekil 2.11 LMS uyarlamalı ışın biçimlendirme devresi

$s(t)$, θ_0 açısında gelen, istenen sinyali belirtir ve $u_i(t)$ sırasıyla θ_i yansıma açısında gelen bozucu sinyalleri belirtir. $a(\theta_0)$ ve $a(\theta_i)$ sırasıyla istenen sinyali ve bozucu sinyali yöneten vektörleri gösterir. Bu yüzden alınan sinyalden istenen sinyalin, bozucu sinyal ve eklenen gürültüler $n(t)$ arasından ayıklanması istenir.

Yukarıda görüldüğü gibi, ilgili bağıl değer kullanılarak ölçeklendirildikten sonra, her bir sensörün çıkışı doğrusal olarak birleştirildi, öyle ki mümkün olan istenen sinyal yönündeki azami kazancı sağlayacak ve bozucular yönündekini sıfırlayacak şekilde anten dizisi örneği optimize edildi.

Buradaki bağıl değerler, en küçük kareler hata ölçütüne dayalı LMS algoritması kullanılarak hesaplanacaktır. Bu yüzden uzaysal süzme problemi, alınan $x(t)$ sinyalinden $s(t)$ sinyalinin, istenen sinyal kestirimine yakın veya belirli birer korelasyonu olan referans sinyali $d(t)$ ile ışın biçimlendiricinin çıkış sinyali $y(t)$ ($wx(t)$ ye eşittir) arasındaki hatayı minimize ederek, kestirim edilmesi ile ilgilidir.

Bu, sonucu LMS algoritması kullanılarak yinelemeyle bulunan klasik bir weiner süzme problemidir.

2.5.4.2. LMS Algoritmasının Formüle Edilmesi

Dik eğim (SD) metodundan, bağıl vektör eşitliği⁽⁸¹⁾ aşağıdaki gibi verilir;

$$w(n+1) = w(n) + \frac{1}{2} \mu [-\nabla(E\{e^2(n)\})] \quad 2.80$$

Bu denklemde μ adım-boyutu parametresidir ve LMS algoritmasının yakınsama karakteristiğini kontrol eder. $e^2(n)$ ışıñ biçimlendirici çıktısı $y(n)$ ve referans sinyal arasındaki ortalama karesel hatasıdır.

$$e^2(n) = [d^*(n) - w^h x(n)]^2 \quad 2.81$$

Yukarıdaki ağırlık güncelleme denklemindeki bağıl eğim vektörü aşağıdaki eşitlikle hesaplanır:

$$\nabla_w (E\{e^2(n)\}) = -2r + 2Rw(n) \quad 2.82$$

Dik eğim metodundaki en büyük problem, r değeri ve R matrisinin gerçek zamanlı olarak bulunmasıyla ilgili hesaplamadır. Diğer taraftan LMS algoritması r ve R nin gerçek değerlerinin yerine kovaryans matrislerinin ani değerlerini kullanılarak bu basitleştirilir;

$$R(n) = x(n)x^h(n) \quad 2.83$$

$$r(n) = d^*(n)x(n) \quad 2.84$$

Öyleyse ağırlık güncellemesi aşağıdaki eşitlikle verilir.

$$\begin{aligned} w(n+1) &= w(n) + \mu x(n)[d^*(n) - x^h(n)w(n)] \\ &= w(n) + \mu x(n)e^*(n) \end{aligned} \quad 2.85$$

LMS algoritması, ağırlık vektörünün $n=0$ daki değeri için rasgele bir $w(0)$ değeriyle başlar. Bağlı vektörün ardışık düzeltmeleri, neticede ortalama karesel hatasının değerini minimuma getirir.

Böylece, LMS algoritması aşağıdaki eşitliklerle özetlenebilir;

$$\text{Çıkış, } y(n) = w^n x(n) \quad 2.86$$

$$\text{Hata, } e(n) = d^*(n) - y(n) \quad 2.87$$

$$\text{Ağırlık } w(n+1) = w(n) + \mu x(n)e^*(n) \quad 2.88$$

2.5.4.3. LMS Algoritmasının Yakınsaması Ve Kararlılığı

Ağırlık vektörü için rasgele bazı değerlerle başlayan LMS algoritması $0 < \mu < 1/\lambda_{\max}$ için yakınsar ve kararlılık gösterir.

$$0 < \mu < 1/\lambda_{\max} \quad 2.89$$

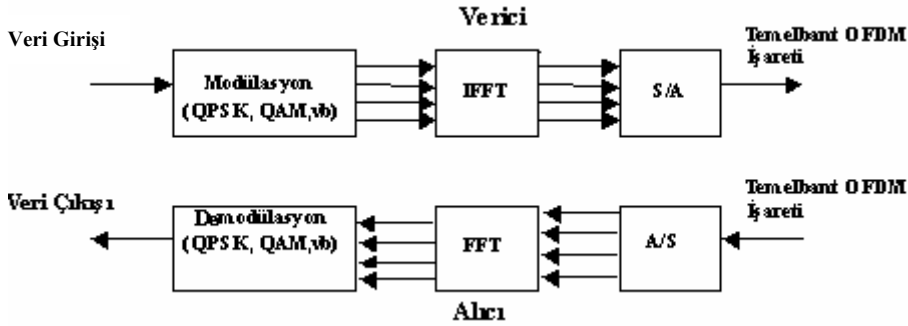
Burada λ_{\max} en büyük öz değeridir. Algoritmanın yakınsaması, korelasyon matrisi R 'nin öz değerlerinin dağılımıyla ters orantılıdır. R 'nin öz değerleri çok dağınık ise, yakınsama yavaşlayabilir. Korelasyon matrisinin öz değer yayılımı, matrisin en büyük öz değerinin en küçük değerine oranının hesaplanmasıyla kestirim edilir.

Eğer μ çok küçük seçilirse, algoritma çok yavaş yakınsar. Büyük değerli μ , hızlı yakınsamaya neden olabilir fakat minimum değerın yakınında daha az kararlıdır. literatürlerin biri $\mu \leq 1/3$ gibi bazı yaklaşımlara bağılı μ değeri için üst sınırı da belirler⁽⁸³⁾.

3. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA

Bu çalışmada dikgen frekans bölmeli çoğullama sistemde yer alan kanal kestirim probleminin üstesinden gelebilmek için kullanılan en küçük kareler (LS) ve en küçük ortalama karesel hata (MMSE) kanal kestirimcilerinin AWGN ve Rayleigh sönümlü kanallarındaki performansı sembol hata oranı (SER) ortalama karesel (MSE) hata kriterlerine göre incelenmiştir.

Bir dikgen frekans bölmeli çoğullama sistemi için LS ve MMSE algoritmalarının performans değerlendirmesini yapmak için Şekil 3.1’de yer alan OFDM sistemi temel alınarak simülasyonlar gerçekleştirilmiştir. Ayrıca Çizelge 3.1’de simülasyonda kullanılan OFDM sistem parametreleri yer almaktadır.



Şekil 3.1 Genel OFDM blok şeması

Simülasyonlarda 500kHz band genişliğiyle çalışan, çevrimsel önek periyodu $10 \mu s$ olan, toplam $138 \mu s$ ’lik sembol periyodlu 64 tona bölünmüştür. Örnekleme 500 kHz’lik bir hız ile yapılmıştır. Sembol, 5 tanesi çevrimsel önekte olmak üzere 69 örnekten oluşur ($L=5$). Ortalama SNR başına 50000 kanal randomize edilir ve hepsi 5 darbeden oluşur. Örnekleme anlarının kusursuz eş zamanlamalarına denk geldiği,

bir vuruşun sıfır gecikmeli kabul edildiği, dördünün ise 0–10 μs , arasında düzenli olarak dağıtılmış olduğu kabul edilmiştir. Çok yolluluk hassasiyeti τ_{rms} periyodik uzamanın 1/4'ü iken $\phi(\tau) \sim e^{-\tau/\tau_{rms}}$ olduğu kabul ediliyor.

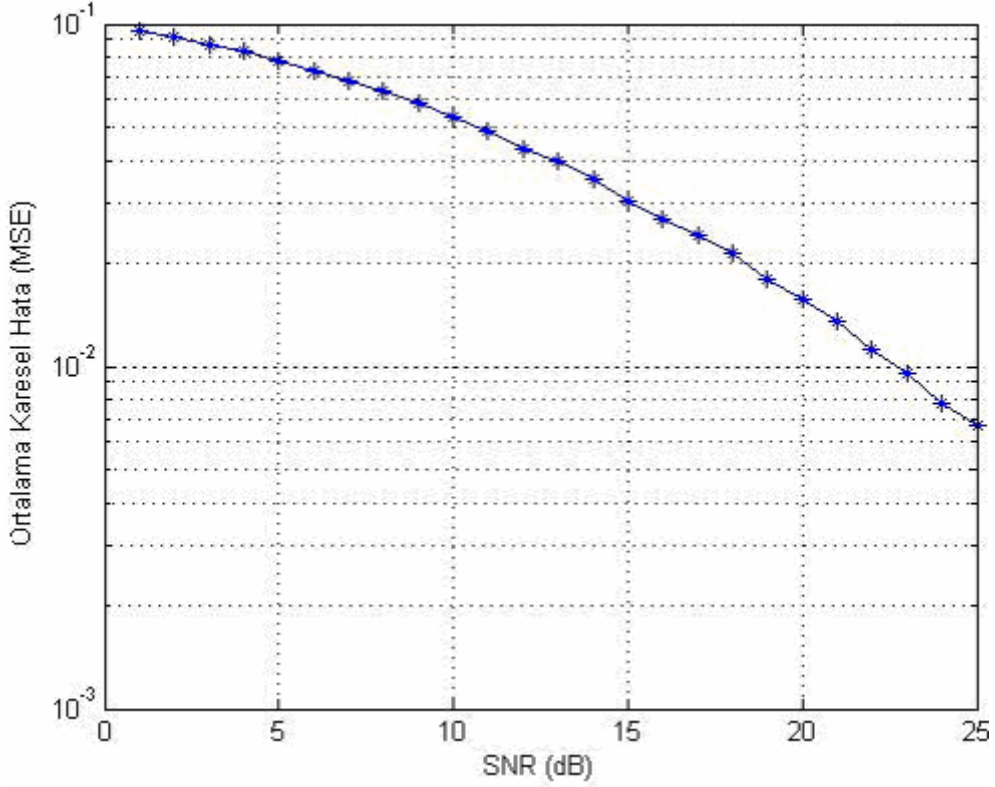
Parametre	Değeri
Örnekleme Frekansı (f_s)	500 kHz
Alt Taşıyıcı Sayısı	64
Pilot Alt Taşıyıcı Sayısı (veri eklemeli için)	5
Toplam Alt Taşıyıcı Sayısı	69
FFT Boyutu	64
Çevrimsel Öntakı Süresi	10 μs
Sembol Süresi	138 μs
Kullanılan Modülasyon Tipi	BPSK
Kanal Tipi	AWGN, Rayleigh Sönümlü Kanal

Çizelge 3.1. Simülasyonlarda Kullanılan Parametreler

3.1. OFDM Kanal Kestirim İşlemi Simülasyon Sonuçları

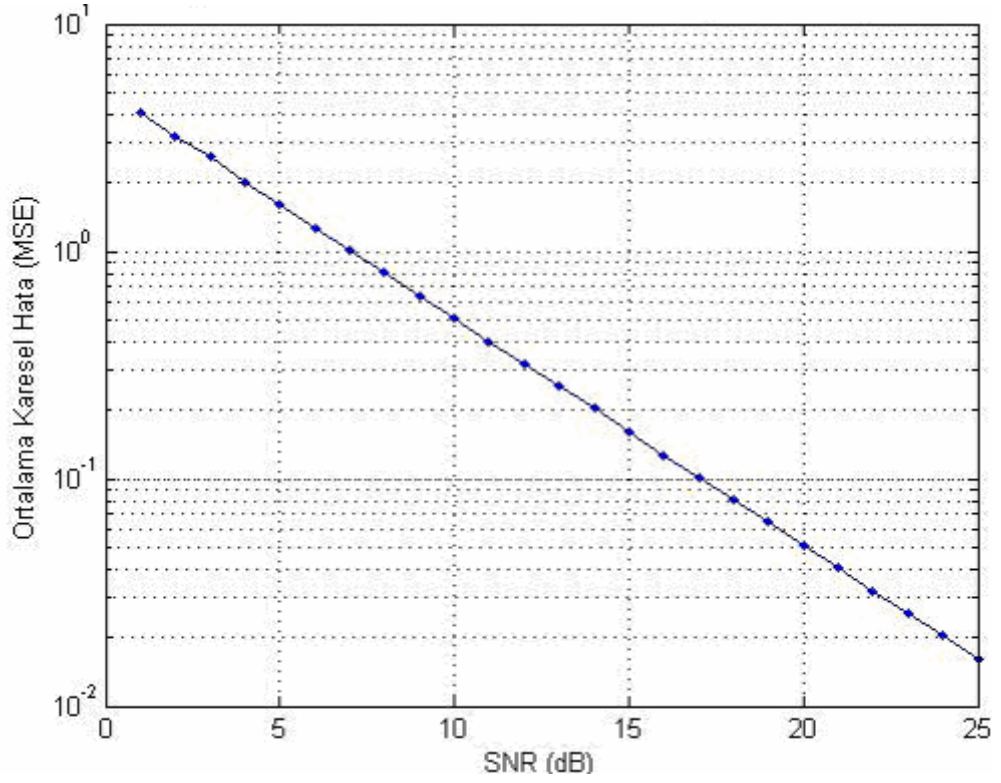
Simülasyonu gerçekleştirmek için Şekil 3.1'de kullanılan yapı için veri girişi olarak rasgele olarak oluşturulmuş ikili bilgiler kullanılmıştır. Bu sayede istenilen miktarda veriye göre simülasyon kolaylıkla yapılabilmiştir.

OFDM’de kanal kestirimi işlemi için MMSE, LS algoritmalarının farklı kanallardaki performans değerlendirilmesi incelenmiştir.



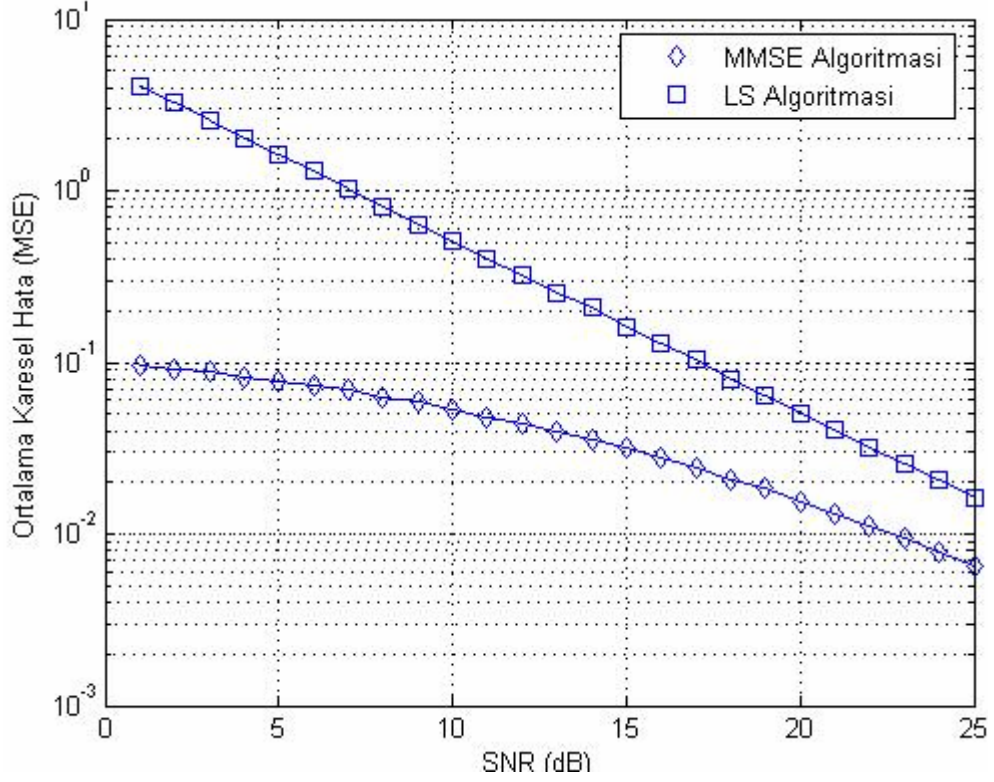
Şekil 3.2 AWGN kanalda MMSE Kanal Kestirimcisinin ortalama karesel hata oranı

AWGN kanalda MMSE kestirimcisi özellikle 4 SNR değerinden sonra iyi performans gösterir. SNR değeri 0 iken için MSE 10^{-1} gibi düşük sayılabilecek bir değere sahiptir. Buda MMSE kestirimcisinin performansının iyiliğinin kanıtıdır. Ayrıca SNR değeri 4 dB’i geçtikten sonra MSE değeri hızla düşmekte yani kestirimcinin performansı artan SNR oranıyla iyiye gitmektedir.



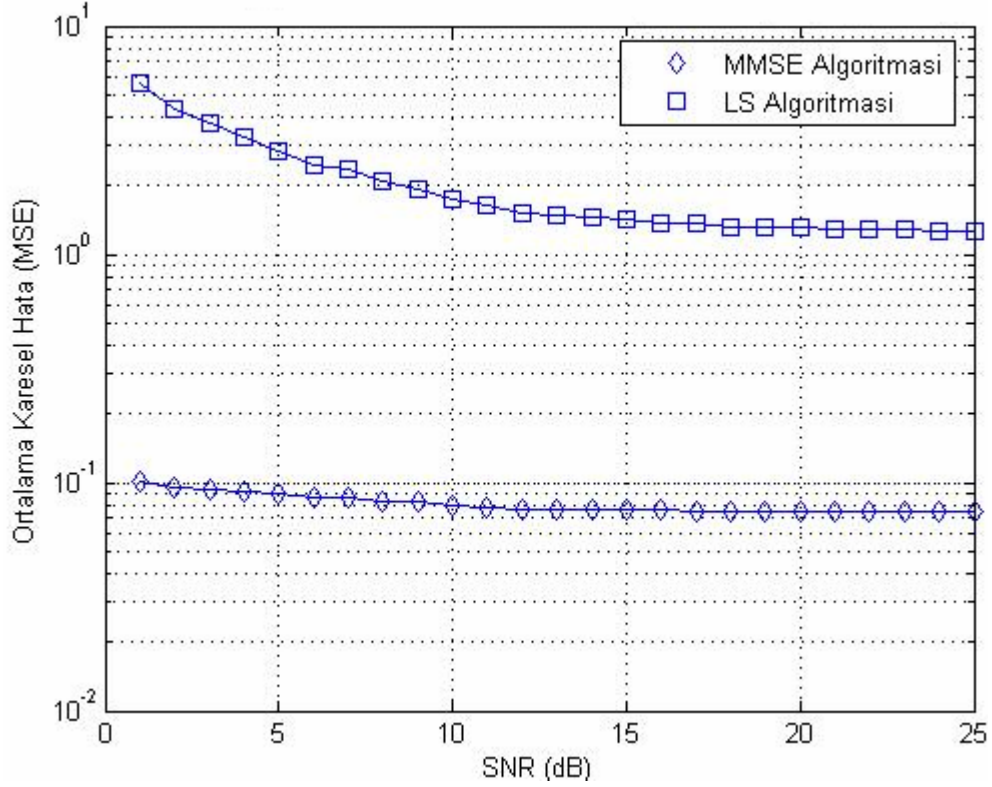
Şekil 3.3 AWGN kanalda LS kanal kestirimcisinin ortalama karesel hata oranı

AWGN kanalda LS kestirimcisi 0 SNR değerinde yüksek MSE değerine sahiptir. Bu kestirimcinin başlangıç performansının kötü olduğunu gösterir. Fakat artan SNR değerleri için MSE hızlı bir şekilde düşmektedir.



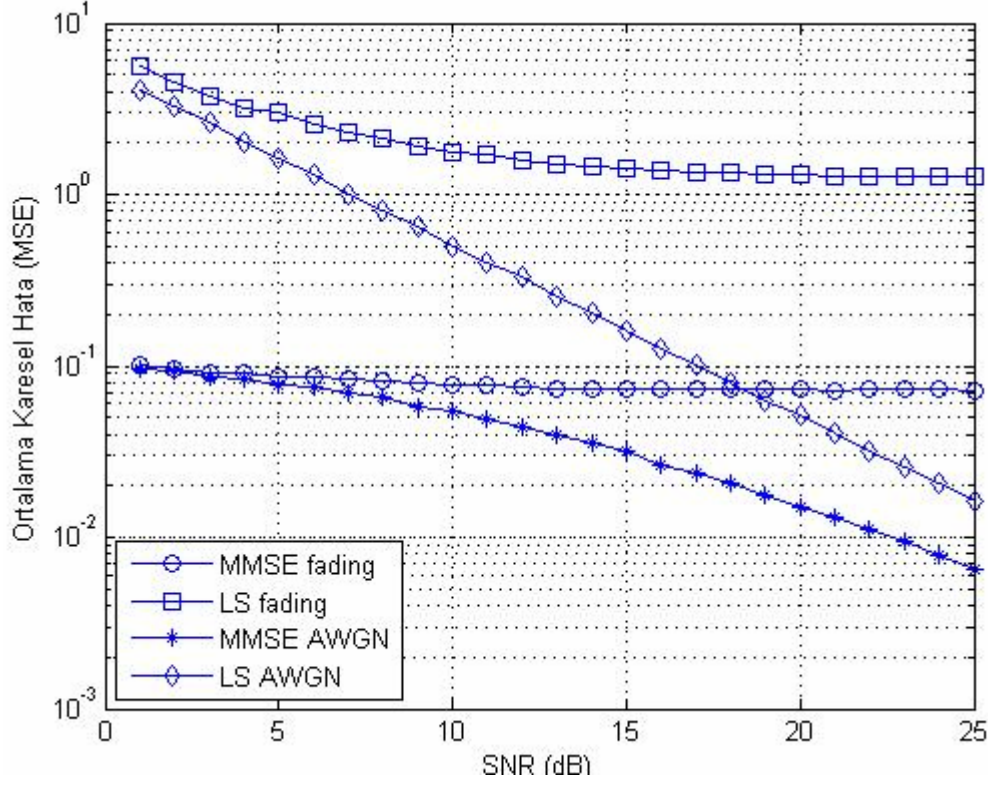
Şekil 3.4 AWGN kanaldaki MMSE ve LS kanal kestirimcilerinin ortalama karesel hata oranı

AWGN kanalda MMSE ve LS kestirimcilerini karşılaştırsak; başlangıçta MMSE daha iyi sayılabilecek bir MSE değerine sahipken, LS kestirimcisinin başlangıç MSE değeri çok yüksektir. Fakat artan SNR değerleri için LS kestirimcisi performansı daha hızlı şekilde iyileşme göstererek MMSE kestirimcisinin performansına yaklaşır ve eşit seviyeye gelir.



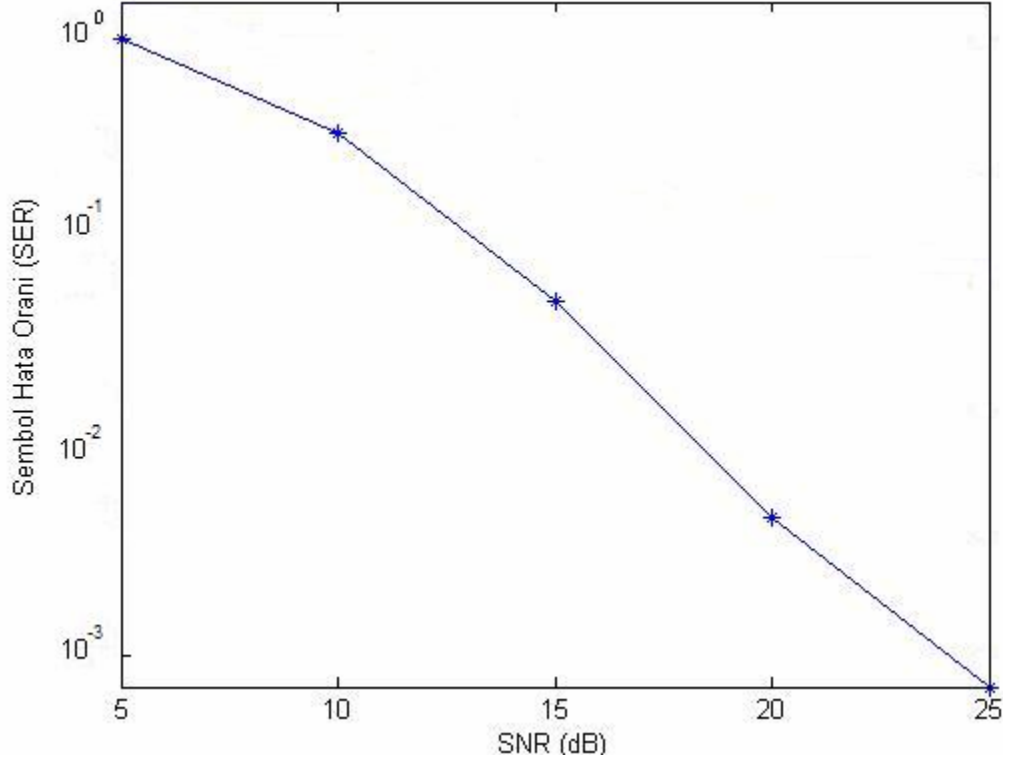
Şekil 3.5 Rayleigh Sönümlü Kanalda MMSE/LS kanal kestirimcilerinin ortalama karesel hata oranı

Rayleigh Sönümlü kanalda MMSE ve LS kanal kestirimcilerini karşılaştırsak MMSE başlangıçta 10^{-1} MSE değerine sahipken LS 10^1 'e yakın bir değere sahiptir. MMSE için MSE değeri fazla değişmezken ve SNR değeri 10dB'den sonra sabit performans gösterir. LS kestirimcisi ise SNR değeri 15dB'e kadar iyileşme gösterir, fakat yine de 15dB'den itibaren sabitleşir ve dolayısıyla yeteri kadar iyileşme göstermez.



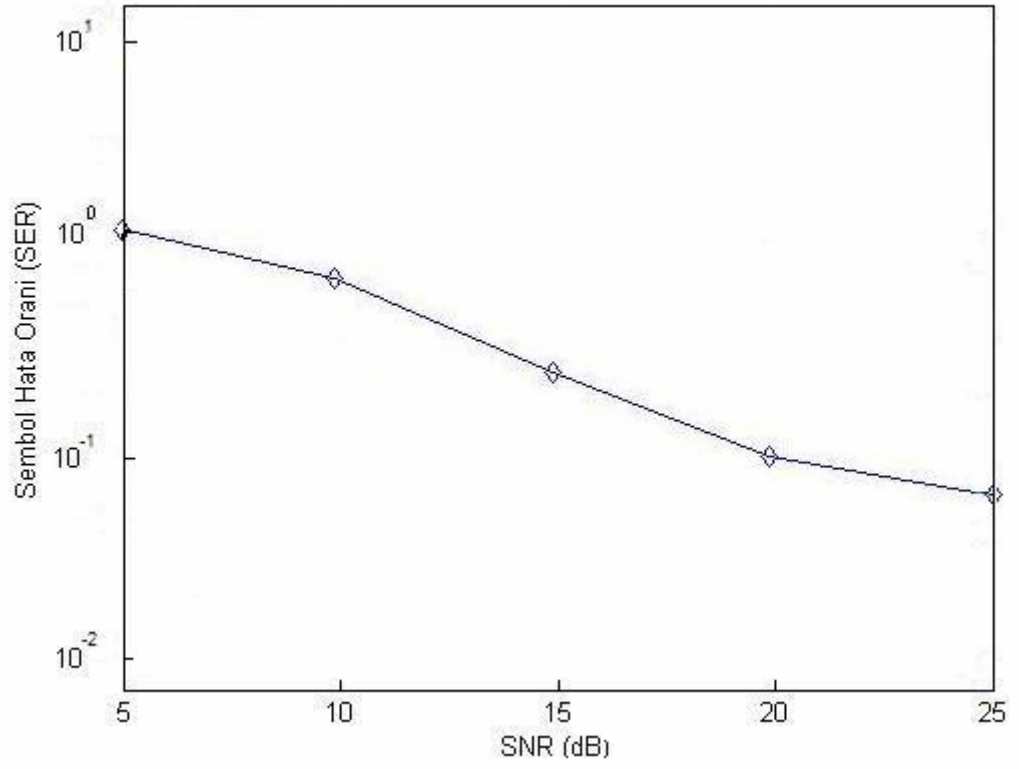
Şekil 3.6 AWNG ve Raiyleigh sönümlü kanallarda LS ve MMSE kanal kestirimcilerinin ortalama karesel hata oranı

Kestirimcileri her iki kanalda da incelersek; AWGN ve Raiylegh kanallarda her iki kestirimcide yakın MSE başlangıç değerine sahiptir. AWGN kanalda MSE her iki kestirimcinin MSE değerleri daha hızlı bir şekilde düşmektedir, yani performansları iyiye gitmektedir. Raiyleigh sönümlü kanalda ise MMSE LS kestirimcisine göre yine daha iyi bir değere sahipken artan SNR değerlerinde her iki kestirimcinin performansları iyileşmemekte ve sabit kalmaktadır.



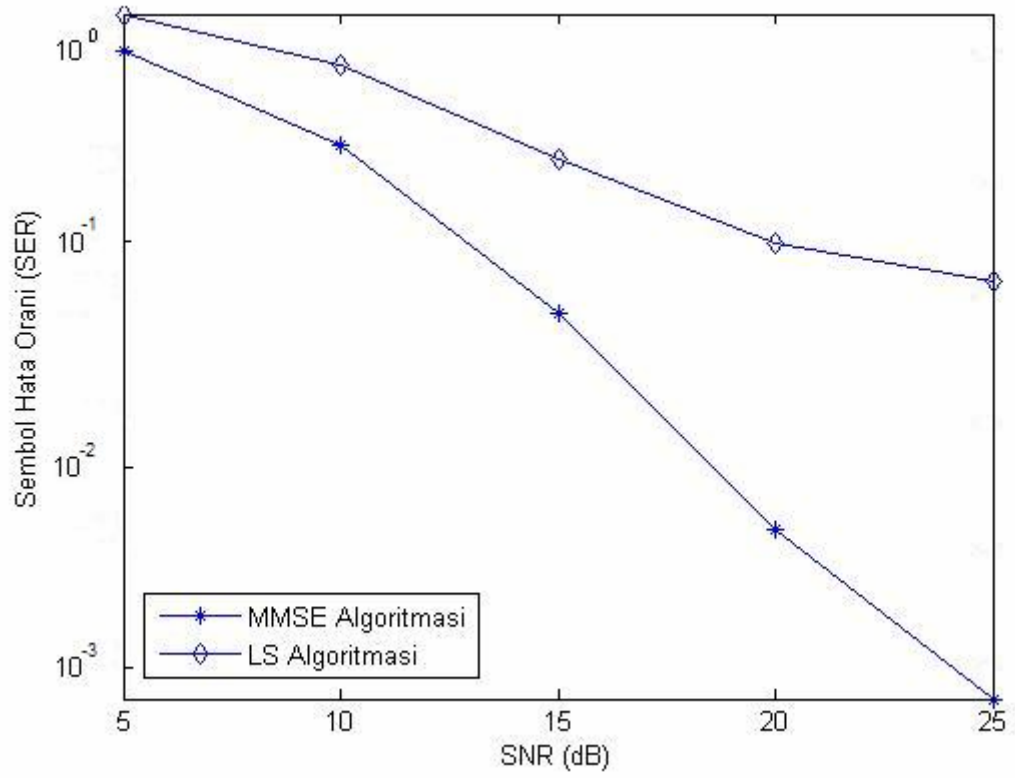
Şekil 3.7 AWNG kanalda MMSE kanal kestirimcisinin sembol hata oranı

AWNG kanalda MMSE kestirimcisinin sembol hata oranı artan SNR değerleriyle hızlı şekilde düşmektedir.



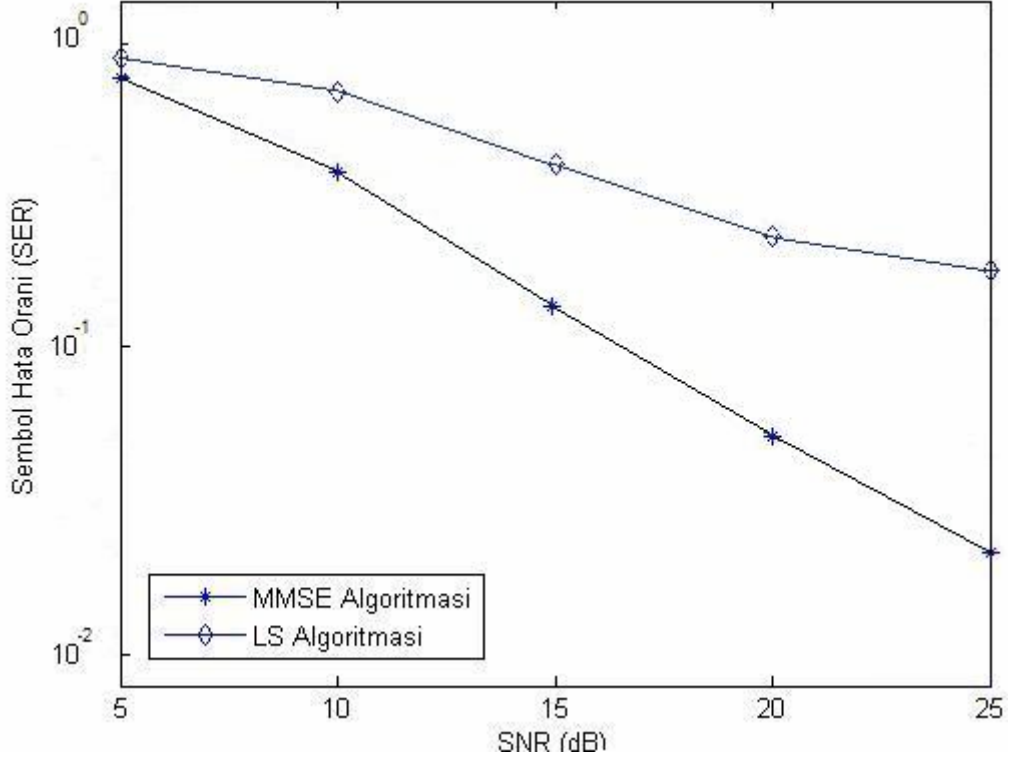
Şekil 3.8 AWNG kanalda LS Algoritmasının sembol hata oranı

AWNG kanalda LS kestirimcisinin sembol hata oranı 10dB'den sonra daha da düşmektedir. 25dB'den sonra ise sembol hata oranı daha yavaş olarak azalmaktadır.



Şekil 3.9 AWNG kanalda MMSE ve LS kanal kestirimcilerinin sembol hata oranı

AWNG kanalda MMSE ve LS kanal kestirimcileri karşılaştırılırsa her iki kestirimciye başlangıçta yaklaşık SER değerlerine sahipken MMSE kestirimcisinin; artan SNR oranıyla sembol hata oranı hızlı bir şekilde düşerken LS kestirimcisinin sembol hata oranı 25 dB'e kadar ortalama olarak 10^{-1} 'e düşmektedir ve 25 dB'den sonra fazla değişmemektedir.



Şekil 3.10 Rayleigh sönümlü kanalda MMSE ve LS kanal kestirimcilerinin sembol hata oranı

Rayleigh sönümlü kanalda kestirimciler AWNG kanala göre daha yüksek sembol hata oranlarına sahiptirler. Rayleigh sönümlü kanalda da artan SNR değeriyle sembol hata oranı hızlı bir şekilde düşerken LS kestirimcisinin sembol hata oranı 25 dB'e kadar düşmekte ve 25 dB'den sonra fazla değişmemektedir.

4. SONUÇ

MMSE algoritması karmaşık bir yapıya sahiptir. Kanalın gürültü varyansının ve kovaryansının önceden bildiği kabul edilir. AWGN ve Raiyleigh sönümlü kanalda başlangıçta ortalama olarak MSE' ye sahip olmasına rağmen artan SNR değerlerinde AWNG kanalda daha düşük MSE değerlerini alır fakat Raiyleigh sönümlü kanalda ise performansı yeteri kadar iyileşmez ve belli bir değerden sonrada sabit kalır. MMSE kestirimcinin SER değerleri artan SNR ile özellikle AWGN kanalda gittikçe azalır bunun yanın Raiyleigh sönümlü kanalda da artan SNR değeriyle SER azalırken AWGN kanalda olduğu kadar iyi performans gösteremez.

LS algoritması ise basittir fakat düşük SNR değerlerinde yetersiz kalır. Yüksek SNR değerlerinde kanal kestirimi için yeterli hale gelirken basit olması avantaj haline gelir. AWGN kanalda başlangıçta çok yüksek MSE değerine sahip olmasına rağmen 20 dB'den sonra MSE düşüm oranları paralel hale gelmiştir ve daha da yüksek SNR değerleri için hemen hemen karmaşık bir yapıya sahip olan MMSE kestirimcisiyle aynı MSE değerlerine sahip olur. Rayleigh sönümlü kanalda ise başlangıçta yine çok yüksek MSE değerine sahiptir ve 15dB'e kadar fazla iyileşme göstermez ve bu değerden sonra MSE değeri sabit kalır. Yani Raiyleigh sönümlü kanalda çok yetersiz kalır. SER değerlerine bakarsak AWGN kanalda daha iyi performans gösterir fakat yine de MMSE kestirimcisi kadar başarılı olamaz.

KAYNAKLAR

1. European Telecommunications Standards Institute (ETSI), Radio Broadcasting Systems; Digital Audio Broadcasting (DAB) to Mobile, Portable and Fixed Receivers, European Telecommunication Standard ETS 300 401, 1st edition, reference DE/JTC-DAB, February 1995. Available from the ETSI Secretariat, F-06921 Sophia Antipolis Cedex, France.
2. European Telecommunications Standards Institute (ETSI), Digital Video Broadcasting (DVB); Framing Structure, Channel Coding and Modulation for Digital Terrestrial Television, European Telecommunications Standard, ETS 300 744 1st edition, reference DE/JTC-DVB-8, March 1997. Available from the ETSI Secretariat, F-06921 Sophia Antipolis Cedex, France.
3. European Telecommunications Standards Institute (ETSI), Broadband Radio Access Networks (BRAN); Inventory of Broadband Radio Technologies and Techniques, Technical Report, reference DTR/BRAN-030001, February 1998. Available from the ETSI Secretariat, F-06921 Sophia Antipolis Cedex, France.
4. European Telecommunications Standards Institute (ETSI), OFDMA Evaluation Report-The Multiple Access Scheme Proposal for the UMTS Terrestrial Radio AirInterface (UTRA), Technical Document Tdoc 896/97, ETSI SMG meeting no. 24, Madrid, December 1997. Available from the ETSI Secretariat, F-06921 Sophia Antipolis Cedex, France.
5. R.W. Chang, Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannel data transmission, Bell System Technical Journal, vol. 45, pp. 1775-1796, December 1966.
6. B.R. Saltzberg, Performance of an efficient parallel data transmission system, IEEE Transactions on Communications, vol. 15, no. 6, pp. 805-811, December 1967.
7. R.W. Chang and R.A. Gibby, Theoretical study of performance of an orthogonal multiplexing data transmission scheme, IEEE Transactions on Communications, vol. 16, no. 4, pp. 529-540, August 1968.

8. S.B. Weinstein and P.M. Ebert, Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete Fourier transform, IEEE Transactions on Communications, vol. 19, no. 5, pp. 628-634, October 1971.
- 9 A. Peled and A. Ruiz, Frequency domain data transmission using reduced computational complexity algorithms, in Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP), Denver, Colorado, 1980,pp. 964-967.
10. B. Hirosaki, An orthogonally multiplexed QAM system using the discrete Fourier transform, IEEE Transactions on Communications, vol. 29, no. 7, pp. 982-989, July 1981.
11. Network and customer installation interfaces - asymmetric digital subscriber line (ADSL) metallic interface, ANSI standard T1.413-1995.
12. R. Wesel, Fundamentals of coding for broadcast OFDM, in Proceedings of the 29th Asilomar Conference on Signals, Systems & Computers, October 1995.
13. M. Gosh, Analysis of the effect of impulse noise on multicarrier and single-carrier QAM systems, IEEE Transactions on Communications, vol. 44, no. 2, pp. 145-147, 1996.
14. S. Hara and R. Prasad, Overview of multicarrier CDMA, IEEE Communications Magazine, vol. 35, no. 12, pp. 126-133, December 1997.
15. VDSL Alliance, VDSL Alliance SDMT VDSL draft standard proposal, ANSI contribution T1E1.4/97-332, Sacramento, December 1997.
16. Chang R.W., Synthesis of Band-Limited Orthogonal Signals for Multichannel Data Transmission, Bell System Tech. J., 45(2), 1775-1796, 1966.
17. Weinstein S. B., Ebert P.M., Data Transmission by Frequency Division Multiplexing Using the Discrete Fourier Transform, IEEE Transactions on Communication Technology, 19(3), 628-634, 1971.

18. Digital Broadcasting Systems for Television, Sound and Data Services, European Telecommunications Standart, prETS 300 744, April 1996.
19. Onizawa, T., et al, A Fast Synchronization Scheme of OFDM Signals for High Rate Wireless LAN, IEICE Transactions on Communications, E82-B(2), 455-463, 1999.
20. L.J. Cimini, Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing, IEEE Transactions on Communications, vol. 33, no. 7, pp. 665-675, July 1985.
21. M. Russell and G. Stüber, Interchannel interference analysis of OFDM in a mobile environment, in Proceedings of the Vehicular Technology Conference (VTC'95), Chicago, USA, July 1995, pp. 820-824.
22. M. Sandell, S.K. Wilson, and P.O. Börjesson, Performance analysis of coded OFDM on fading channels with non-ideal interleaving and channel knowledge, in Proceedings of the IEEE Vehicular Technology Conference (VTC'97), Phoenix, USA, 1997, pp. 1380-1384.
23. S.K. Wilson, Digital Audio Broadcasting in a Fading and Dispersive Channel, PhD thesis, Stanford University, August 1994.
24. Sadat A., Mikhael W. B., Fast Fourier Transform For High Speed Wireless Multimedia System, IEEE Transactions on Signal Processing, 65(3), 938-942, 2001.
25. Van Nee R., Prasad R., OFDM for Wireless Multimedia Communications, Artech House, London, Publishers, 2000.
26. Yui Wong, C., et al., Multiuser OFDM With Adaptive Subcarrier, Bit, and Power Allocation, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 17 (10), 1747-1755, 1999.
27. Banelli P., Cacopardi, S., Theoretical Analysis and Performance of OFDM Signals in Nonlinear AWGN Channels, IEEE Transactions on Communications, 48(3), 430-441, 2000.

28. Laurenti N., Implementation Issues in OFDM Systems, Ph.D. Thesis, Ingegneria Elettronica e Delle Telecomunicazioni, Italy, 1995-1998.
29. M. N. Seyman, Dikgen Frekans Bölüşümlü Çoğullama (Ofdm) Sistemlerinde Senkronizasyon Teknikleri. Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Kayseri, 2005.
30. J. A. C. Bingham, Multicarrier modulation for data transmission: An idea whose time has come, *IEEE Comm. Mag.*, vol. 28, pp. 5–14, May 1990.
31. C. Y. Wong, R. S. Cheng, K. B. Letaief, and R. D. Murch, Multiuser OFDM with adaptive subcarrier, bit, and power allocation, *IEEE J. Sel. Areas Comm.*, vol. 17, pp. 1747–1758, Oct. 1999.
32. A. Scaglione and S. Barbarossa, Optimal power loading for OFDM transmissions over underspread Rayleigh time-varying channels, in *Proc. IEEE ICASSP-2000*, (Istanbul, Turkey), pp. 2969–2972, June 2000.
33. S. Catreux, D. Gesbert, V. Erceg, and R. Heath, Adaptive modulation and MIMO coding for broadband wireless data networks, *IEEE Comm. Mag.*, vol. 40, June 2002.
34. Tung-Sheng Yang and A. Duel-Hallen, Adaptive modulation using outdated samples of another fading channel, in *Proc. IEEE WCNC-2002*, (Orlando, FL), pp. 477–481, March 2002.
35. A. Lapidoth and S. Shamai, Fading channels: How perfect need “perfect side information” be?, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 48, pp. 1118–1134, May 2002.
36. I. Telatar and D. Tse, Capacity and mutual information of wideband multipath fading channels, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 46, pp. 1384–1400, July 2000.
37. M. Medard and R. G. Gallager, Bandwidth scaling for fading multipath channels, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 48, pp. 840–852, April 2002.
38. V. G. Subramanian and B. Hajek, Broad-band fading channels: Signal burstiness and capacity, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 48, pp. 809–827, April 2002.

39. R. van Nee and R. Prasad. OFDM for wireless multimedia communications. Artech House, 2000.
40. H. H'mimy. Channel estimation based on coded pilot for OFDM. In Proc. of IEEE Veh. Technol. Conf, pages 1375-1379, 1997.
41. Y. Li, L.J. Cimini, and N.R. Sollenberger. Robust channel estimation for OFDM systems with rapid dispersive fading channels. IEEE Trans. Commun., 46(7):902-915, July 1998.
42. Y. Li. Pilot-symbol-aided channel estimation for OFDM in wireless systems. IEEE Trans. Veh. Technol., 2000.
43. P. Hoeher, S. Kaiser, and P. Robertson. Two-dimensional pilot-symbol-aided channel estimation by Wiener filtering. In Proc. IEEE Intl. Conf. Acoust. Speech and Signal Proc., pages 1845-1848, 1997.
44. O. Edfors, M. Sandell, J.-J. van de Beek, S.K. Wilson, and P.O. Borjesson. OFDM channel estimation by singular value decomposition. IEEE Trans. Commun., 46(7):931-939, July 1998.
45. V. Mignone and A. Morello. CD3-OFDM: A novel demodulation scheme for fixed and mobile receivers. IEEE Trans. Commun., 44(9):1144-1151, September 1996.
46. M. Dong, L. Tong, and B.M. Sadler. Optimal pilot placement for channel tracking in OFDM. In Proc. of IEEE Military Commun. Conf., pages 602-606, 2002.
47. H. Minn and V.K. Bhargava. An investigation into time-domain approach for OFDM channel estimation. IEEE Trans. Broadcasting, 46(4):240-248, December 2000.
48. J. Heiskala and J. Terry. OFDM Wireless LANs: A theoretical and practical guide. SAMS Publishing, 2001.

49. T. Roman, M. Enescu, and V. Koivunen. Time-domain method for tracking dispersive channels in OFDM systems. In Proc. of IEEE Veh. Technol. Conf., volume 2, pages 1318-1321, 2003.
50. T. Roman, M. Enescu, and V. Koivunen. Time-domain method for tracking dispersive channels in MIMO OFDM systems. In Proc. of IEEE Intl. Conf. on Multimedia and Expo, volume 2, pages 609-612, 2003.
51. T. Roman, M. Enescu, and V. Koivunen. Joint time-domain tracking of channel and frequency offset for OFDM systems. In Proc. of IEEE Signal Proc. Advances in Wireless Commun. Workshop, SPAWC'03, 2003.
52. V. Mignone and A. Morello, CD3-OFDM: A novel demodulation scheme for fixed and mobile receivers, IEEE Trans. Comm., vol. 44, pp. 1144-1151, Sept. 1996.
53. P. Frenger and A. Svensson, A decision directed coherent detector for OFDM, in Proc. IEEE VTC-1996, (Atlanta, GA), pp. 1584-1593, Apr./May 1996.
54. A. Chini, Y. Wu, M. El-Tanany, and S. Mahmoud, Filtered decision feedback channel estimation for OFDM-based DTV terrestrial broadcasting system, IEEE Trans. Broadcasting, vol. 44, pp. 2-11, March 1998.
55. P. Frenger, N. Arne, and B. Svensson, Decision-directed coherent detection in multicarrier systems on Rayleigh fading channels, IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 48, pp. 490-498, March 1999.
56. R. Liu and L. Tong (eds.), Blind System Identification and Estimation, Special Issue of Proc. IEEE, vol. 86, Oct. 1998.
57. R. W. Heath and G. B. Giannakis, Exploiting input cyclostationarity for blind channel identification in OFDM systems, IEEE Trans. Signal Processing, vol. 47, pp. 848-856, March 1999.
58. B. Muquet and M. de Courville, Blind and semi-blind channel identification methods using second order statistics for OFDM systems, in Proc. IEEE ICASSP-99, (Phoenix, AZ), pp. 2745-2748, March 1999.

59. H. Bölcskei, P. Duhamel, and R. Hleiss, Blind channel identification in high-data-rate pulse shaping OFDM/OQAM systems, in IEEE SP Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, (Annapolis, MD), pp. 154-157, May 1999.
60. H. Bölcskei, P. Duhamel, and R. Hleiss, A subspace-based approach to blind channel estimation in pulse shaping OFDM systems, IEEE Trans. Signal Processing, vol. 49, April 2001.
61. A. Scaglione, G. B. Giannakis, and S. Barbarossa, Redundant Filterbank precoders and equalizers-Part II: Blind channel estimation, synchronization, and direct equalization, IEEE Trans. Signal Processing, vol. 47, pp. 2007-2022, July 1999.
62. B. Muquet, M. de Courville, and P. Duhamel, Subspace-based blind and semi-blind channel estimation for OFDM systems, IEEE Trans. Signal Processing, vol. 50, pp. 1699-1712, July 2002.
63. F. Duell-Hallen, S. Hu, and H. Hallen, Long-range prediction of fading signals, IEEE Signal Processing Magazine, vol. 17, pp. 62-75, May 2000.
64. Y. Liu and S. D. Blostein, Identification of frequency non-selective fading channels using decision feedback and adaptive linear prediction, IEEE Trans. Comm., vol. 43, pp. 1484-1492, Feb.-March-April 1995.
65. T. Ekman and G. Kubin, Nonlinear prediction of mobile radio channels: Measurements and MARS model designs, in Proc. IEEE ICASSP-99, (Phoenix, AZ), pp. 2667-70, March 1999.
66. T. Ekman, Prediction of mobile radio channels, PhD thesis, Uppsala University, Uppsala, Sweden, 2002.
67. E. Al-Susa and R. F. Ormondroyd, A predictor-based decision feedback channel estimation method for COFDM with high resilience to rapid time-variations, in Proc. IEEE VTC-99 Fall, (Amsterdam, The Netherlands), pp. 273-278, Sept. 1999.

68. S. Thoen, L. Van der Perre, B. Gyselinckx, M. Engels, and H. De Man, Predictive adaptive loading for HIPERLAN II, in Proc. IEEE VTC-00 Fall, (Boston, MA), pp. 2166-2172, Sept. 2000.
69. Prof. J.C. Olivier, Essential Digital Communications Theory, Pretoria Sept. 2005
70. C. W. Therrien, Discrete Random Signals and Statistical Signal Processing. Englewood Cliffs (NJ): Prentice Hall, 1992.
71. S. M. Kay, Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory. Englewood Cliffs (NJ): Prentice Hall, 1993.
72. L. L. Scharf, Statistical Signal Processing, Reading (MA): Addison Wesley, 1991.
73. O. Edfors, M. Sandell, J.-J. van de Beek, S. K. Wilson, and P. O. Börjesson, OFDM channel estimation by singular value decomposition, IEEE Trans. Comm., vol. 46, pp. 931-939, July 1998.
74. L. Hanzo, M. Münster, B. J. Choi, and T. Keller, OFDM and MC-CDMA for Broadband Multi-User Communications, WLANs and Broadcasting. IEEE Press and Wiley, 2003.
75. Y. Li, L. Cimini, and N. Sollenberger, Robust channel estimation for OFDM systems with rapid dispersive fading channels, IEEE Trans. Comm., vol. 46, pp. 902-915, July 1998.
76. M. Wax and T. Kailath, Efficient inversion of Toeplitz-block Toeplitz matrix, IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. 31, pp. 1218-1221, Oct. 1983.
77. R. A. Wiggins and E. A. Robinson, "Recursive solution to the multichannel filtering problem, J. Geophys. Res., vol. 70, pp. 1885-1891, April 1965.
78. S. M. Kay, Modern Spectral Estimation. Englewood Cliffs (NJ): Prentice Hall, 1988.
79. H. Bölcskei, Oversampled filter banks and predictive subband coders, PhD thesis, Vienna University of Technology, Nov. 1997.

80. F. Hlawatsch, H. Bölcskei, Wireless OFDM systems: channel prediction and system capacity, Dipl.-Ing. Dieter Schafhuber, Marz 2004
81. B. Widrow and M.E. Hoff, Adaptive Switch Circuits, IRE WESCOM, Conv. Rec., Part 4, 1960.
82. Haykin, Simon, Introduction to Adaptive Filters, Macmillan Publishing Company, New York, 1985.
83. Shetty, Kiran Kumar, A Novel Algorithm For Uplink Interference Suppression Using Smart Antennas In Mobile Communications, Master of Science Thesis, Florida, May 2004.