

**KIRIKKALE ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ**  
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**DIŞ BALİSTİK ANALİZİ**

**ŞEVKET GÖK**

**ARALIK 2006**

Fen Bilimleri Enstitü Müdürü nün onayı.

27/12/2006

Doç. Dr. Gülay BAYRAMOĞLU

Müdür

Bu tezin Yüksek Lisans Tezi olarak Makine Anabilim Dalı standartlarına uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Veli ÇELİK

Anabilim Dalı Başkanı

Bu tezi okuduğumu ve Yüksek Lisans tezi olarak bütün gerekliliklerini yerine getirdiğini onaylarım.

Prof. Dr. Veli ÇELİK

Danışman

Tez Jüri Üyeleri

Prof. Dr. Veli ÇELİK

\_\_\_\_\_

Prof. Dr. Ali ERİŞEN

\_\_\_\_\_

Doç. Dr. M. Hüsnü DİRİKOLU

\_\_\_\_\_

## ÖZET

DIŞ BALİSTİK ANALİZİ;

GÖK, Şevket

Kırıkkale Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Makine Mühendisliği Bölümü, Yüksek Lisans Tezi,

Danışman: Prof. Dr. Veli ÇELİK

Aralık 2006, 96 Sayfa

Bu tez çalışmasında, temel değişkenler ve onların dış balistik üzerindeki etkileri araştırılmıştır.

Dış balistik denklemleri visual basic programında yazılarak bilgisayarda modellenmiş ve yükseklik ve sıcaklık değişkenleri, yer çekim ivmesindeki değişme ve hava direnci sıra ile analiz edilmiştir.

Teorik sonuçlar eldeki deney sonuçları karşılaştırılmıştır. Koriolis etkisi ve rüzgar yönü karşılaştırmalarda göz önünde bulundurulmuştur.

Anahtar kelimeler: Dış balistik, Eğik atış, Hava direnci, Yerçekim ivmesindeki değişme, Yörünge modelleri.

## ABSTRACT

### ANALYSIS OF EXTERNAL BALLISTIC

GÖK, Şevket

Kırıkkale Ünivercity

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Mechanical Engineering, M.Sc. Thesis,

Supervisor: Prof. Dr. Veli ÇELİK

December 2006, 96 Pages

In this thesis, the primary variables and their effects on external ballistic problems are investigated.

The equations of motion of external ballistic problems were then modelled on computer through a written visual basic program and the effect of height and temperature variations on the gravity and air drag were analysed respectively.

The theoretical results obtained were compared with the previously determined experimental measurements in literature. Coriolis effect and wind direction were left for further studies.

**Keywords:** External ballistic, oblique shooting, air drag , gravity change, shooting trajectory curves.

## TEŞEKKÜR

Tezimin hazırlanması esnasında bilgisini, tecrubesini ve yardımlarını esirgemeyen, tez yöneticisi hocam, Sayın Prof. Dr. Veli ÇELİK'e destek ve yardımlarını sakınmayan saygı değer hocam Doç. Dr. M. Hüsnü DİRİKOLU'na ve Yrd. Doç. Dr. Sadettin ORHAN'a, program çalışmalarımda yardımlarını sakınmayan saygı değer hocam Yrd. Doç. Dr. Ediz POLAT'a Makine Mühendisliği bölümündeki değerli araştırma görevlisi arkadaşlarıma, kendi çalışmalarını bana örnek olarak veren saygıdeğer arkadaşım Mak. Yük. Müh. Yzb. Ercan DEĞİRMENCİ'ye ve Mak. Yük. Müh. Turgay KESİCİ'ye, çalışmalarımın bazı bölümlerinde bana doğrudan yardımcı olan sevgili arkadaşım sayın Mak. Müh. Onur GÜNGÖR'e ve her türlü bilgi ve becerilerini bana sonuna kadar açan saygıdeğer arkadaşlarım Mak. Yük. Müh. Halis BİLEN'e, Elektrik ve Elektronik Müh. Bülent CESUR'a, ve Metalurji Müh. Turgut ECEVİT'e teşekkürlerimi sunarım.

Şahsımda bu altyapının oluşmasında büyük bir emeği geçen MKE Kurumuna ve MKE Kurumundaki tüm yöneticilerime teşekkür eder saygılarımı sunarım.

Ayrıca en içten ilgi, alaka ve yardımlarını esirgemeyen eşime ve oğluma, hayatımın her alanında her türlü desteği vermekten kaçınmayan babam, annem ve kardeşlerime şükranlarımı sunmayı bir borç bilirim.

## İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	ii
ABSTRACT.....	iii
TEŞEKKÜR.....	iv
İÇİNDEKİLER.....	v
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	viii
ŞEKİLLERİN DİZİNİ.....	ix
SİMGELER DİZİNİ.....	xi
1-GİRİŞ.....	1
1.1-Balistiğin Tanımı ve Sınıflandırılması.....	3
1.2-Dış Balistik.....	4
1.3-İç Balistik.....	8
1.4-Orta Balistik.....	10
1.5-Terminal Balistik.....	10
1.6-Adli Balistik.....	11
1.7-Yaralanma Balistiği.....	11
1.8-Literatür Taraması.....	12
2-MATERYAL VE YÖNTEM.....	17
2.1-Havasız Ortamda Uçuş.....	17
2.1.1-Yörünge Parabolü, Tepe Noktası, Menzil, Yörünge Hızı, Uçuş Zamanı.....	17
2.1.2-Sabit İlk Hızda, Uçuş Yörüngelerinin Kümesi.....	23
2.1.3-Sabit Yükseliş Açısına Sahip Yörüngelerin Kümesi ve Diğer Birkaç Yörünge Kümesi.....	32

2.1.4-Yerçekimi İvmesinin Yükseklikle Azalması, Düşeylerin Yakınlaşması ve Yerin Yuvarlaklığının Göz Önüne Alınmasıyla Boşlukta Atış Hareketi.....	37
2.2-Yörünge Modelleri.....	44
2.2.1-Üç Serbestlik Dereceli Nokta Kütle Modeli.....	44
2.2.1.1-Hareket Denklemi.....	44
2.2.1.2-Dünyanın Yuvarlaklığı.....	49
2.2.1.3-Etkiyen Kuvvetler.....	51
2.2.2-Altı Serbestlik Dereceli Katı Gövde Yörünge Modeli.....	53
2.2.2.1-Kütle Merkezi Hareket Denklemleri.....	53
2.2.2.2-Form Faktörlerinin Kullanımı.....	58
2.3-Hava Direnci.....	59
2.3.1-Yoğunluğun Tesiri.....	61
2.3.1.1- Hava Ağırlığının ( $\delta$ ) Hesaplanması.....	61
2.3.1.2-Namlu Ağzı Ufkunun Üzerinde $y(m)$ Yüksekliğinde $\delta y$ ( $kg/m^3$ ) Hava Ağırlığı.....	65
3-ARAŞTIRMA BULGULARI.....	73
3.1-Teorik Analiz.....	73
3.2- Eğik Atıştaki Değişken Etkenlerin Grafik Olarak Gösterilmesi.....	74
3.2.1-G Yer çekim İvmesinin Excel Programı ile Grafik Olarak Elde Edilmesi.....	74
3.2.2- Hava Yoğunluğu Değişimi.....	75
3.2.2.1-Hava Yoğunluğunun Sıcaklığa Bağlı Değişimi.....	75
3.2.2.2- Hava Yoğunluğunun Yüksekliğe Bağlı Değişimi.....	76

3.2.3- Hava Sıcaklığının Yüksekliğe Bağlı Değişimi.....	77
3.3-Modelleme Programı.....	79
4-TARTIŞMA VE SONUÇ.....	89
4.1-Öneriler.....	93
KAYNAKLAR.....	95



## ÇİZELGELER DİZİNİ

### ÇİZELGE

3.1.	Model Program ile bir eğik atış örneğinde hesaplanmış veriler.....	81
3.2.	Deneyden Elde Edilen Sonuçları ile Program Sonuçlarının Karşılaştırılması.....	86
4.1.	Deneyden Elde Edilen Sonuçlar ile Program Sonuçlarının Tartışılması.....	89

## ŞEKİLLER DİZİNİ

### ŞEKİL

1.1.	Mühimmatın Hedefe Varıncaya Kadar İzlemiş Olduğu Yörünge.....	12
1.2.	Kararlılık Diyagramı.....	13
1.3.	Mermiler için Sürükleme Sabiti.....	14
1.4.	Sınırdaki Sürtünme Katsayısı.....	15
1.5.	Mermi Üzerindeki Basınç Dağılımı.....	16
2.1.	Boşluktaki Atış Hareketi.....	20
2.2.	G ivmesinden Dolayı Kayma Miktarı.....	21
2.3.	Sabit İlk Hızda Uçuş Yörüngelerinin Kümesi.....	25
2.4.	Atış Halindeki bir Cismin Üzerindeki Toplam Enerji.....	28
2.5.	Atış Parabollerinin F odak Noktalarının Geometrik Yeri.....	29
2.6.	Değişik Açılar Altında Erişilen Noktaların Geometrik Yeri.....	31
2.7.	Sabit Yükseliş Açısında Oluşan Yörüngelerin Kümesi.....	32
2.8.	Atış Parabollerinin Tepe Noktalarının Geometrik Yeri.....	33
2.9.	Tepe Noktalarının Geometrik Yeri.....	34
2.10.	Cismin Hangi Hat Üzerinde Olduğunun İfadesi.....	34
2.11.	Yerçekimi İvmensin Yükseklikle Değişimi.....	39
2.12.	Mermi Yörüngesinin Diferansiyel Denkleminin Oluşumu.....	40
2.13.	Merminin Yerin Merkezinden Uzaklığı.....	41
2.14.	Merminin Tepe Yüksekliğinin Hesaplanması.....	43
2.15.	Coriolis İvmesinin Etkisi (Hareket Dünya Dönüş Yönünde).....	47
2.16.	Coriolis İvmesinin Etkisi (Hareket Dünya Dönüş Yönünün Tersine).....	47
2.17.	Paris Topunun Doğrultusu.....	49

2.18.	Küresel Dünya.....	50
2.19.	Yeryüzünü Sabit Koordinat Sistemi.....	51
2.20.	Eksen Takımının İfadesi.....	52
2.21.	Rüzgâr Hızının Yere Göre Hızla Eşit Olması.....	52
2.22.	Toplam Hücüm Açısı.....	54
2.23.	Cismin Eksen Takımı Üzerindeki Birim Vektörü.....	56
2.24.	Yerçekimi Vektörü Bileşenleri.....	57
2.25.	Sbt. Krd. Sistemi Ekseninin Gerçek Kuzeye Göre Yan Açısı.....	58
2.26.	Yeryüzündeki Sıcaklık ve Yükseklikle Hava Basıncının Değişimi.....	69
3.1.	G ivmesinin Yükseklik ile Değişim Eğrisi.....	74
3.2.	Hava Yoğunluğunun Sıcaklığa Bağlı Değişim Eğrisi.....	76
3.3.	Hava Yoğunluğunun Yüksekliğe Bağlı Değişim Eğrisi.....	77
3.4.	Hava Sıcaklığının Yüksekliğe Bağlı Değişim Eğrisi.....	78
3.5.	Model Program Akış Diyagramı.....	79
3.6.	Benzetim Modeli.....	80
3.7.	Model Programın Başlangıç Görüntüsü.....	81
3.8.	Model Programın Çizmiş Olduğu Yörünge Modeli.....	86
3.9.	Menzillerin Karşılaştırılması.....	98
4.1.	Maksimum Menzillerin Karşılaştırılması.....	92
4.2.	Maksimum Menziller Arasındaki Hata Oranları.....	92

## SİMGELER DİZİNİ

$v_0$	İlk Hız
$\varphi$	Mermi Çıkış Açısı veya Mermi Yörüngesinin Başlangıç Teğeti ile Ufuk Hattı Arasındaki Açısı.
$g$	Sıfır Atış Noktası için Yer Çekimi İvmesi
$x, y$	Sıfır Atış Noktasından Geçen Dik Açılı Koordinat Sistemine Göre Merminin $t$ Saniye Sonraki Koordinatları.
$V$	Merminin Herhangi bir $x,y$ Noktasındaki Hızı.
$\vartheta$	Uçuş Yörüngesinin Herhangi bir Noktadaki Teğetinin, Yatay Eğim Açısı.
$\omega$	Dar Düşme Açısı
$X$	Namlu Ağzı Ufuk Düzlemi İçinde Atış Menzili
$T$	Toplam Uçuş Zamanı
$V_e$	Son Hız (Merminin Yere Düştüğü Andaki Hızı).
$x_s, y_s$	Tepe Noktasının Koordinatları
$V_s$	Tepe Noktasındaki Hız
$t_s$	Tepe Noktasına Erişilene Kadar Geçen Zaman
$h$	$\frac{v_0^2}{2.g}$ için Kısaltma.
$\sum \vec{F}$	Nesneye Etkiyen Kuvvet Vektörlerinin Toplamı
$m$	Nesnenin Kütlesi
$\vec{V}$	Nesnenin Ağırlık Merkezinin Hız Vektörü
$\left[ \frac{d}{dt} \right]_{in}$	Durağan Eksen Takımında Zamana Göre Birinci Türev

$\vec{V}_{rel}$	Döner Eksen Takımında Gözlenen Hız Vektörü
$\vec{r}$	Nesnenin Ağırlık Merkezinin Durağan Eksen Takımına Göre Konum Vektörü
$\sum \vec{F}_{Aero}$	Nesneye Etkiyen Toplam Aerodinamik Kuvvet Vektörü
$\vec{\Lambda}$	Coriolis İvmesi Vektörü
$-\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$	Merkezkaç İvmesi Vektörü
$a_{rel}$	Dünya Yüzeyine Sabitlenmiş Eksen Takımında Gözlemlenen İvme
$A$	Atış Noktası
$B$	Düz Dünya Varsayımında Düşüş Noktası
$B'$	Küresel Dünyada Düşüş Noktası
$R$	Dünyanın Yarıçapı
$x$	Dünyayı Düz Varsaymamız Durumunda Menzil
$h$	Düz Dünya Üzerindeki Düşme Noktasının Dünya Yüzeyinden Yüksekliği
$\rho$	Hava Yoğunluğu
$S$	Kaynak Kesit Alan
$C_D$	Sürüklenme Katsayısı
$\vec{V}_{air}$	Havaya Göre Hız Vektörü
$e$	Kısmi Basınç

## 1. GİRİŞ

20'nci yüzyıl başlarından itibaren ulusal sanayimizin çağdaş ülkeler düzeyine ulaşamayışı nedeniyle, Türk Silahlı Kuvvetleri'nin teçhizinde maalesef uzun yıllar dışa bağımlı kalınmıştır. Bu bağımlılık, II. Dünya Savaşı'ndan sonra ABD'nin hizmet dışı kalan askeri malzemesini, ekonomik güçleri ve sanayileri güçsüz NATO üyesi ülkelere hibe etme projesi, yani "Marshall Plânı" ile daha da artmaya başlamıştır. Özellikle, 1964 Kıbrıs bunalımı ve 1974 Kıbrıs Barış Harekâtı sonrasında ülkemize konulan ve değişik biçimde ve çapta hâlâ devam eden ambargolar, bir ulusal savunma sanayi yaratılması konusunda, halkımızın her türlü maddi ve manevi desteğiyle birlikte Türk Silahlı Kuvvetleri'nin yanında yer almasına vesile olmuştur. Bir ülkenin savunma sanayi alanındaki yeri; ülkenin sanayi altyapısı, imkânları ve teknolojik düzeyiyle belirlenmektedir. Türk Silahlı Kuvvetleri'nin kullanımına sunulan silah, malzeme, araç ve gereçler çok hassas ve yüksek teknoloji gerektiren ürünler olup insan hayatıyla yakından ilgilidir. Savunma sanayi, diğer sanayi sektörlerinden önemli farklılıklar gösterir. Savunma sanayinde sistem kavramı son derece önemlidir. Sistematik bir yaklaşım ve süreç gerçekleştirilemediği takdirde bu alanda gelişme sağlanması çok zordur. Bu sistematik yaklaşımın en üstünde devlet politikası yer almaktadır. Bu politika çerçevesinde Türk Silahlı Kuvvetleri'nin nasıl teşkil ve teçhiz edileceğinden, ne tür silah sistemlerinin hangi kaynaklardan tedarik edileceğine kadar geniş bir spektrum içinde devletin sivil ve askeri yetkililerinin çok yakın bir ekip çalışması söz konusudur. Bu ekip çalışmasına, uygun aşamalarda savunma sanayicileri de katılır.

Savunma sanayi diğer sektörlere nazaran çok daha pahalı bir alt yapı ve yüksek teknoloji kullanımı gerektirmektedir. <sup>(1-2)</sup>

Savunma sanayi ürünlerinin pek çoğu kritiktir, gizlilik gerektirir. Tasarımda gizliliğin sağlanması şart olan ürünler ulusal olmak zorundadır. Örneğin; silah, araç ve gereçlerde bilgisayar teknolojisinin kullanılması zorunludur. Bu ürünlerin yazılımlarını siz yapmıyorsanız en hayati yer ve zamanda sistemlerinizin çalışmayabileceğini önceden düşünmek zorundasınız. Tabii, askeri hareket ihtiyacının belirlenmesinden sonra istenen malzeme, araç ve gereç o sırada üretilmiyorsa uzun bir araştırma – geliştirme, prototip imali, deneme ve seri imalat dönemi gerekmektedir. Bu süreç, çoğu zaman yıllarca devam eder ve büyük bir kaynak kullanımını gerektirir. Bu bakımdan; Türk Silahlı Kuvvetleri'nin ihtiyaçları daha uzun vadeli ve yönlendirici olarak belirlenmeli, plânlamada teknoloji ve finansman boyutları ihmal edilmemeli, bu plânlama yeterli süre önceden duyurularak yerli üreticilere hazırlık ve yatırım için gerekli zaman sağlanmalıdır.

Savunma sanayi ürünlerinin tek alıcısı devlettir. Savunma sanayi alanındaki gelişmelere rağmen, TSK'nin savunma sanayi ürünleri ihtiyacının, ancak yüzde 20'ye yakın bölümünü yurtiçinden sağlayabiliyoruz. Bu oranı en kısa zamanda daha yukarılara çıkarıp silahlı kuvvetlerimizin dışa bağımlılığını azaltmak zorundayız. Bu alanda faaliyet gösteren bütün kurum, kuruluş ve tesislerin ortak hedefi olmalıdır. Esasen, bütün ülkeler savunma ihtiyaçlarını kendi içlerinden olabildiğince kendi öz kaynaklarıyla karşılamayı hedef almaktadırlar. Dolayısıyla bizim savunma sanayindeki temel hedefimiz de savunma ihtiyaçlarımızın mümkün olduğu azami oranda ulusal sanayi kaynaklarımızdan karşılanmasıdır.

Balistik konusunda yabancı ülkelerde yapılmış birçok eser ve çalışma bulunmasına rağmen, bu eserlerden dilimize çevrilmiş olanların hem sayısı çok az, hem de balistik konusunda çalışan teknik eleman yok denecek kadar azdır. Silah ve mühimmat üretimi yapan kamu kurumu ve özel sektörler patent altında çalışma yapmaktadırlar. Silah ve mühimmatın lisanslı tasarımı ve üretimi yapılmadığından, balistik dalında da danışılacak bir kurum maalesef yoktur.

Özgün tasarımlar yapılarak yurt dışına bağımlılık ancak azaltılabilir. Milli tasarım ve bilgi paketleri yapmaya başladığımızda, ülke olarak yurt dışı bağımlılığımız da azalmaya başlayacaktır. Dünyanın en büyük ve başarılı ordularında birisine sahip olmamıza rağmen, milli bir silah veya mühimmatımız tam anlamıyla yoktur. Bu çalışmada, balistik ve balistik konusu ile ilişkili tüm kaynaklar incelenmiş ve konuyla ilgili Mühimmat üzerinde oluşan aerodinamik Kuvvet ve Momentler, Vakum Mermi Yolu, Mühimmatın Yörünge Modelleri Ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. <sup>(1-3)</sup>

### **1.1- Balistiğin Tanımı ve Sınıflandırılması**

Uzaya fırlatılan cisimlerin, özellikle mermilerin gerek bir silahın içindeki gerekse dışındaki hareketlerini ve hedef üzerindeki etkisini inceleyen bilimdir. Bir başka deyişle, mermilerin itme kuvvetini, uçuşunu ve çarpma etkisini inceleyen bir bilimdir.

Günümüzde balistik altı ana bölüme ayrılmıştır. Bu bölümler; Dış Balistik, İç Balistik, Orta Balistik, Terminal Balistik, Adli Balistik ve Yaralanma Balistiği olarak adlandırılmıştır. Şimdi bunları açıklamaya çalışalım. <sup>(2-4-5)</sup>



## 1.2-Dış Balistik

Tarih öncesi insanların taş fırlatmaları dış balistiğin ilk örnekleridir. Daha hızlı ve güçlü fırlatmanın sağlayacağı avantajlardan dolayı sapan ve mızraklar yapılmıştır. Daha sonra ok yapılmış ve okun kurulmasında kullanılan yay "ballista" adını almıştır. Ballista kelimesi Yunanca da fırlatma anlamına gelen "ballein" kelimesinden gelmektedir. Ballista çok daha büyük okların fırlatılması için kullanılmıştır.

Leonardo da Vinci (1452–1519) çalışmaları ilk modern ordu mühendisliğinin yolunu açmıştır. Leonardo da Vinci gerek saldırı ve gerekse de savunma amaçlı; piyade tüfeği, havan, top, çeşitli tank ve deniz altı gibi birçok silah sisteminin tasarımını yapmıştır. Da Vincinin, kuşları incelemesi ve uçuş için basınç merkezlerinin önemini ortaya çıkarması ile aerodinamik olayların ilk teorik temellerini ortaya çıkarmıştır.(1562–1642)

Galileo; Aristotelian'ın hareket teorisini çürütmüş ve hareketin bilimsel temellerini başarılı bir şekilde ortaya koymuştur. Aristotelian'ın teorisine göre; ateş, hava, su ve dünyanın etkileri hariç nesnelere tahrik kuvveti almadan hareket etmezler. Hava ve ateşin yukarıya kaldırma, su ve dünyanın aşağıya çekme özelliklerinin olması bunların doğal özelliklerindedir şeklinde açıklamaktadır. Ancak bu teori fırlatılan okların uçuşunu açıklayamamaktadır. Bunun üzerine cebri hareket diye yeni bir ifade ile açıklayamadığı diğer olayları bu şekilde açıklamaya çalışmıştır.

Galileo, fırlatılan mühimmatın parabolik yörüngesini çıkarmıştır. Galileo'nun öğrencisi Evangelista Torrecelli; fırlatılan mühimmatın uçuş yörüngesini modellemiş ve yörüngenin parabolik yapısı ile çalışmıştır.

1537'de Niccolo Tartoglia zamanında, top namlusu yükselişinin çeyrek açısında mermi yörüngesi tam olarak ölçülmüştür. Namlu çıkış hızının kaba bir şekilde ölçümü Galileo'nun ölümünden sonraki yüzyılda yapılmıştır.

Mühimmatın gerçek menzilinın Galileo'nun parabolik yörüngesinden çok daha kısa menzilli olduğu daha sonraları öğrenilmiştir. Ancak; Galileo hava direncinin mühimmatın hareketini kısıtlayacağını biliyordu ve direnci ihmal etmişti. Mühimmatın; ağırlığının, hızının ve geometrik şeklinin havada uçuş hareketini hızlandırıcı veya yavaşlatıcı yönde düşüşüne sebep olacağını tartışmaya açmıştır. Galileo'nun çalışmaları, Isaac Newton(1642–1727) tarafından düzeltilmiştir.

Newton belki balistiğin modern temellerini atan en önemli bilim adamıdır. Newton'un "Temel Matematiğin Doğal Felsefesi" adlı kitabında dinamik üzerinde çalıştığı görülür. Newton, iki ciltlik bu kitaplarından birisinde katı cisimlerin hareketini, diğlerinde ise sıvıların hareketini incelemiştir. Bu iki konuda modern balistiği birinci derecede ilgilendirmektedir. Top arabalarından yatay olarak ateşlenen mühimmatın hareketinin yer çekimi yönünden incelemeye başlamıştır. Barut yanma hızının sürekli arttığını gösteren Newton, buradan da mühimmatın ateşleme anından uçuşunu tamamlayıncaya kadar olan hareketini hesaplamıştır.

İsviçreli Leonhard Euler (1707–1783) çalışmalarında Newton'un balistik çalışmaları en önemli yeri tutar. Top mermilerinin uçuş menzilini hesaplayabilmek için çeşitli mesafelerde deneysel çalışmalar yapmıştır. Euler balistik konusunda ilk analitik çalışandır. 1742'de Benjamin Robins balistik sarkacı icat etmiş ve bu sarkaç ile eski silahların namlu ağzı çıkış hızlarını

tespit etmiştir. Namlu çıkış hızları 76 m/s 'den 518 m/s 'ye kadar olan hızlardaki mühimmatların hızlarını ölçmüştür.

Benjamin; Newton'un bulduğu serbest düşmenin, düşme hızının karesi ile orantılı olma şartını düşük ve yüksek hızlı mühimmat lar da denemiştir. Sonuçta 244 m/s hızlara kadar çok iyi sonuçlar elde etmesine rağmen, özellikle 336 m/s hızlarda hava direncinin de çok olması nedeniyle sapmalar çok daha fazla olmuş ve iyi sonuçlar elde edememiştir.

Mühimmat uçuş yörüngelerine ait deneysel yöntemlerin tam ve doğru olarak belirlenmesi 19. yüzyılda yapılmıştır. Bu dönemde namlu çıkış hızı ile namlu büyüklüğünün uyumlu hale getirilebilmesi için iç balistik olayları incelenmeye başlanmıştır. Havan mühimmatının uçuşunun gerçek zamanının tespitini Charles Wheatstone (1802–1875) elektrik devresi kullanarak yapmıştır. Bu çalışma Francis Bashforth (1865–1880) 'in elektriksel kronografi yöntemi ile top mühimmatlarının yörüngesini hesaplamasına yardımcı olmuştur.

Avrupa'daki bu deneysel çalışmaların sürmesi uçuş kanunlarını geliştirmiş ve bu sayede havan mühimmatlarının hızları hesaplanmıştır. 19. Yüzyılda aerodinamik büyük ölçüde anlaşılır duruma gelmiştir. Uçuş şartının havanın bir fonksiyonu olduğu anlaşıldı ve mühimmat geometrilerinin tüm üreticilerde aynı geometri kullanılacak şekilde ilerleme devam etti. 18. Yüzyılda üretilen yumuşak geçişli silah namlularının, namlu çıkış hızları düşük ve üretimleri hatalıydı. Bu durum aynı zamanda 19. yüzyıldaki Avrupa savaşlarında kullanılan tüfeklerde de görüldü. 18. Yüzyılda Avrupa ordularında kullanılan topların menzillerinin kısa olmasının sebebi namlu

çıkış hızının düşük olması ve namlu temizliğinin sorun olmasıdır. Bu durum yangın çıkaran topçu roketlerinin yapılmasına yol açmıştır.

Yangın çıkarıcı roketler İtalya ve Almanya'da 14. yüzyılda yaygın olarak kullanılmıştır. Ancak, 1450'den sonra Avrupa'daki kara savaşlarında kullanılmasına son verilmiştir. Bunun en büyük sebebi üretimde veya kullanmadan önce patlama eğiliminin olmasından dolayıdır. Ancak bu roketler Orta Doğuda kullanılmaya devam etmiştir. Hindistan'da yapılan roketler hatalı ve 3–5 kg.lık çelik tüplerden yapılmaktaydı. Bu roketler o kadar etkileyiciydi ki, Hindistan'daki İngiliz orduları bu silah sistemiyle oldukça zor mücadele etmişlerdir. İngiliz William Congreve (1772–1828) yaptığı çalışmalar ile yangın çıkaran bu roketlerin menzilini 3 km.'ye kadar geliştirmiştir. Napolyon zamanında Avrupa ordularının tamamında bu yangın çıkaran roketler görülmüştür.

1855'de Amerikalı William Hale roketlerin uçuşunda dönme kararlılığını geliştirdi. Balistik kuvvetlerin hesaplanmasında yerçekimi ve aerodinamik direnç kuvvetleri yanında artık mühimmatın kendi eksenini etrafındaki dönüş kararlılığını da incelenmeye başlanmıştır. 20. Yüzyıl boyunca matematiksel denklemlerin kullanılması, fırlatılan cisimlerin uçuşu ile ilgili tüm aerodinamik kuvvet etkilerinin tanımlanmasına sebep olmuştur. Uçuş testleri rüzgar tünellerinde, ateşleme testleri ise laboratuvarlarda yapılarak teorik değerler ile pratik bulgular zaman zaman doğrulanmıştır. <sup>(1-3-4-6)</sup>

### 1.3-İç Balistik

İç balistiğin tarihçesi kara barutun kullanılmaya başlanması ile başlamasına rağmen, ilk inceleme tarihi henüz tam olarak tespit edilememiştir. 1346 yılında İngiltere ile Fransa arasındaki savaşta kullanıldığı bilinmektedir. 18. Yüzyıl sonlarında kara barut; % 75 oranında sodyum veya potasyum nitrat oksitleyici olarak, % 15 oranında karbon (odun kömürü) temel yanıcı olarak, %10 oranında ise kükürt karışımdan oluşmaktaydı. Barut, ilk defa 1578 'de Bourne tarafından test edilmiştir. Barut balistiğinin ölçülmesi ilk defa 17 yüzyılda İtalyan Luys ve İngiliz William Eldred ile Nathaniel Nye tarafından yapılmıştır. Bu çalışmalar ile farklı yükseliş açılarında atış menzilleri tespit edilmiştir. 1742'de Benjamin Robins balistik sarkacı icat etmiş ve bu sarkaç ile silahların namlu ağzı çıkış hızlarını tespit etmiştir. "Yeni Atış Tekniği Prensipleri" adlı kitabında iç balistiğin temel problemlerini incelemiş ve basınç değerleri için namlu çıkış hızlarını hesaplamıştır.1792'de Amerikalı Count Rumfort ilk defa deneysel olarak barut gazının basıncını ölçmüştür. Deney sonuçlarından gaz basıncı ile gaz yoğunluğu arasında ilişki olduğunu tespit etmiştir. Rumfort' un basınç, yoğunluk ilişkisi ve barut tam olarak yandıktan sonra merminin harekete geçeceği kabul edilerek yapılan, 18. yüzyıl sonundaki çalışmalarda basınç değişimi ile atış mesafesinin değişimi hesaplanmıştır. Basınç, mühimmat uçuş yörüngesinin hesaplanması sonucundan namlu ağzı çıkış hızı hesaplanarak deneysel sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

Fransız Piobert 1839' da kendisine ait yanma kanununu açıklamıştır. Bu kanun yalnızca kara barut için geçerli olmuş ancak iki veya daha çok bazlı

barutlar ile paralellik göstermektedir. Piobert namı içindeki gaz hareketlerinin yaklaşık çözümünü vermiştir, aynı zamanda bu konu ile ilgili olarak Lagrange' da Fransız devrimi boyunca ilgilenmiştir. Ayrıca Piobert silah sistemleri üzerindeki etki tepki kuvvetleri üzerinde de çalışmıştır.1857' de Amerikalı General Rodman tarafından barut gazı basıncını basınç masterları kullanarak ölçmeyi başarmıştır. Kama tarafına açılan bir çentiğe bakır veya kurşun doldurulduktan sonra, ateşleme yapılıyor ve gaz basıncının etkisi ile ezilen bakır veya kurşunun ezilme miktarından maksimum gaz basınç kuvvetini hesaplamıştır. Aynı zamanda bu deney ile kapalı kap içindeki basınç, yoğunluk ilişkisini de ortaya çıkarmıştır. Rodman bununla beraber barutun verimli bir şekilde yanabilmesi için barut tanelerinin olması gereken şekilleri ile de çalışmıştır.

1860'da Andrew Noble tarafından masterlar geliştirilmiş ve bu masterlar ile daha doğru basınç ölçümleri yapılmıştır. Noble ile Frederick Abel sabit hacimde basınç – yoğunluk ilişkisini ifade etmişlerdir. Barutun yanma enerji eşitliği 1864'de Resal tarafından verilmiştir. Bu ifade iç balistiğin termodinamik modelinin temelini oluşturmaktadır.

II. Dünya savaşı sonrasında karmaşık matematiksel modeller ortaya çıkmıştır. Ancak birçok sadeleştirmeden dolayı bu modeller kullanılmaya elverişli olmamıştır. Bilgisayar programlarının gelişmesi ile silah sistemleri daha doğru hesaplanmıştır.

Tarihteki ilk modern sevk maddesi olan nitrogliserini, Alman kimyacı Christain Schonbein tarafından 1845' de keşfedilmiştir. Nitrogliserin geride çok az katı atık bırakacak şekilde tam olarak yanabilmektedir. Kara barut ile mukayese edildiğinde ise nitrogliserinin atık miktarı kara barutun yarısından

daha azdır. 1884' de Fransız fizikçi Paul Vieille alkol karışımı ile nitrogliserini belli bir formda sevk barutunu iyi sonuç verecek şekilde üretmiştir. Vieille' nin yapmış olduğu bu sevk barutu Fransız ordusunda Poudre adı altında kullanılmaya başlanmıştır. Nitrogliserin yerine, eter ve alkol karışımından yeni bir sevk barutunu Alfred Nobel üretmiştir. Nitrogliserin ve vazelin karışımı aseton ile nitrogliserini Abel İngiltere'de kalıplamıştır. Elde edilen bu yeni sevk barutu şeklinden dolayı kordayt adı verilmiş ve 1891'den beri de halen İngiliz ordularında kullanılmaya devam etmektedir.

Robert Goddard 1926 'da ilk defa sıvı roket yakıtlarını denemiştir. Bu gelişme, çok büyük tepkiler verebilen sıvı ve hibrit sevk yakıtlarının gelişme sürecinin başlangıcını oluşturmuştur. Roketlerde ve tapalarda kullanılan katı sevk barutları genellikle II. Dünya savaşı boyunca gizli tutulmuştur. Sıvı yakıtlar, roket ve füzelerde yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. <sup>(1)</sup>

#### **1.4- Orta Balistik**

İç balistik ile dış balistik arasındaki mermi sapmaları ile ilgilenir. Mermi namluyu terk ettiği anda salınım hareketi yapar ve namlu ağzında gaz dinamiği ile karşılaşır. Mermi, yörüngesinden belli oranda sapar. <sup>(1-4-7)</sup>

#### **1.5- Terminal Balistik**

Merminin hedef üzerindeki etkilerinin karşılaştırmalı olarak bilimsel incelenmesidir. İlk zamanlarda silah sistemlerinin etkinliğini arttırmak için basit bir şekilde silahın çapı büyütölmekteydi. Zırhların gelişmeye başlaması

ve hava araçlarının savaş alanlarında önemli yer tutması zırh delici aygıtların gelişmesine sebep olmuştur. Metalürji alanındaki bu gelişmeler daha tok yapılı malzemelerin geliştirilmesine olanak sağlamıştır. Her alanda olduğu gibi balistik ölçüm aygıtlarının ölçme kapasiteleri çok yüksek basınçları ölçebilecek şekilde gelişmiştir. Milisaniye seviyesinde ölçüm alma yeteneklerinin kazanılması, terminal balistiğin daha hızlı gelişmesine sebep olmuştur. II. Dünya savaşının başlamasından günümüze kadar olan gelişmelerde yüksek patlayıcıların yapılması başarılmış, vuruş kapasiteleri artırılarak hedef üzerinde; büyük oranlarda yaralanma, parçalanma ve şiddetli hasar meydana getirilmiştir. Son yıllardaki nükleer silahların ölümcül etkilerinin araştırılmaya başlanması ile terminal balistik, bu silahları da kapsama sınırına gelmiştir. <sup>(1-6-7-8)</sup>

### **1.6- Adli Balistik**

Ateşli silahlarda kullanılmış mermi çekirdekleri ve kovanların incelenmesi sonucunda belli bir silahtan atıldığını tespit ederek, olaya karışmış diğer silahların ayırımı ile ilgilendir. Mermilerin, saçmaların ve barut artıklarının dağılış şeklinden, atış mesafesi tayinini yapar. <sup>(1-7-9)</sup>

### **1.7-Yaralanma Balistiği**

Terminal balistiğin bir parçası olup insan ve hayvanlarda meydana gelen yaralarla ilgilendir. <sup>(1)</sup>



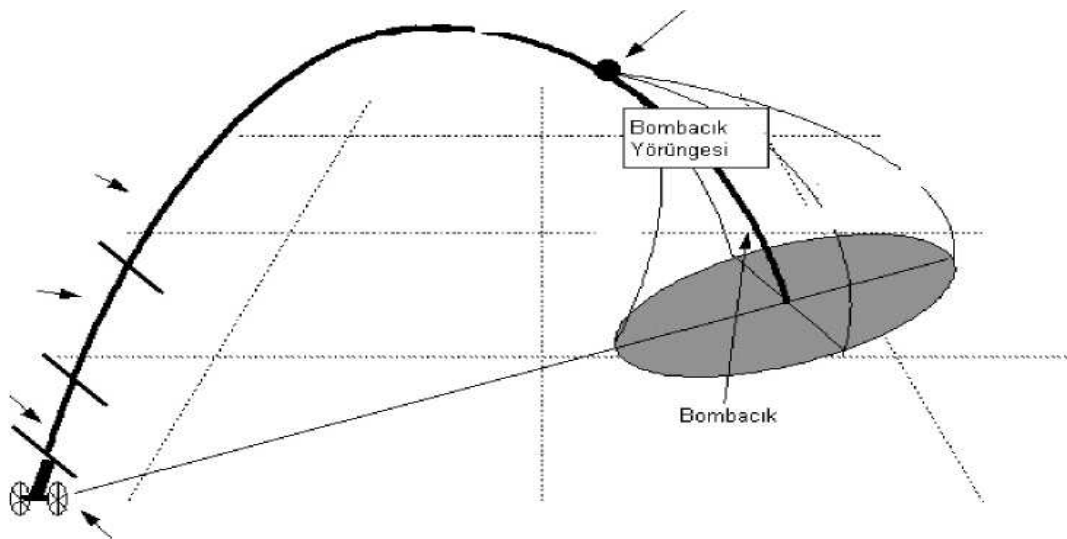
## 1.8-Literatür Taraması

### 1.8.1-Topçu Roketlerinin Atış Kontrol Sistemleri İçin Yeni Nesil

#### Balistik Çözücü

Merminin izlemiş olduğu yörüngesi üzerine yapılan bir araştırmadır. Bu araştırmada;

Atış kontrol problemlerinin temeli "istediğim hedefi vurmak için mühimmatı silahımdan nasıl atmalyım?" sorusunun değişik türevleridir. Roketler için atış kontrolü de bu kapsamda atmosferin, silahın, mühimmatın ve hedefin koşullarına dayanarak yan ve yükseliş açılarının tespit edilmesi olarak tanımlanabilir. Atış kontrol sistemleri, atış koşullarını tespit eden alt sistemler, bu koşullarda hedefi vuracak yan ve yükselişi hesaplayan balistik algoritmalar veya çözücüler ve hesaplanan atış esaslarını silaha bağlayacak sistemlerden oluşurlar. <sup>(2)</sup>



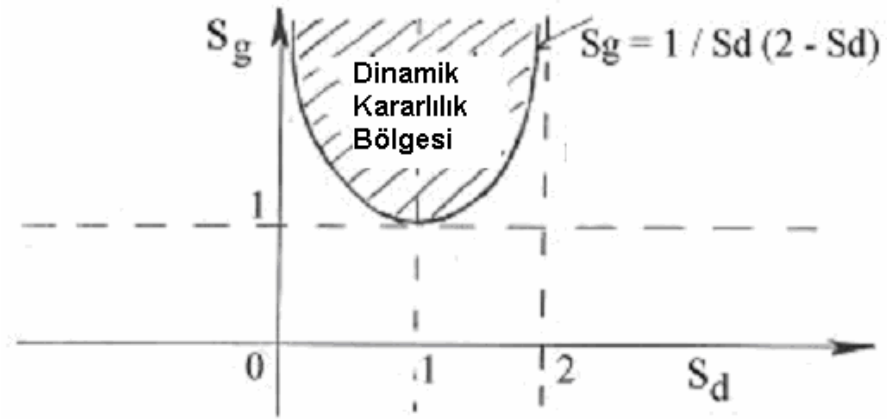
Şekil.1. 1: Mühimmatın Hedefe Varıncaya Kadar İzlemiş Olduğu Yörünge<sup>(3)</sup>

### 1.8.2-Mermi Kararlılığı

Mermilerin dinamik kararlılığı üzerine yapılan bir araştırmadır. Bu araştırmaya göre;

Dinamik kararlılık için statik kararlılığın zorunlu olduğu sonucuna varılmış ve dinamik kararlılık için bir katsayı belirlenmiştir. Bu sonuç aşağıda belirtildiği gibi olup Şekil1.2 deki gibi grafik olarak belirlenmiştir<sup>(3)</sup>;

- $0 < S_d < 2$
- $S_d (2 - S_d) > 1 / S_g$



Şekil 1.2: Kararlılık Diyagramı<sup>(3)</sup>.

### 1.8.3-Aerodinamik Sürüklenme

Bu araştırmada mermiler için aerodinamik sürüklenme araştırılmış ve bunu doğrudan ilgilendiren sürüklenme katsayısı formül olarak tespit edilmiştir.

$$C_D = D / (0,5 * \rho * V^2 S) = 8 * D / (\rho * V^2 * \pi * d^2) \quad (3)$$

$C_D$  =Sürüklenme katsayısı.

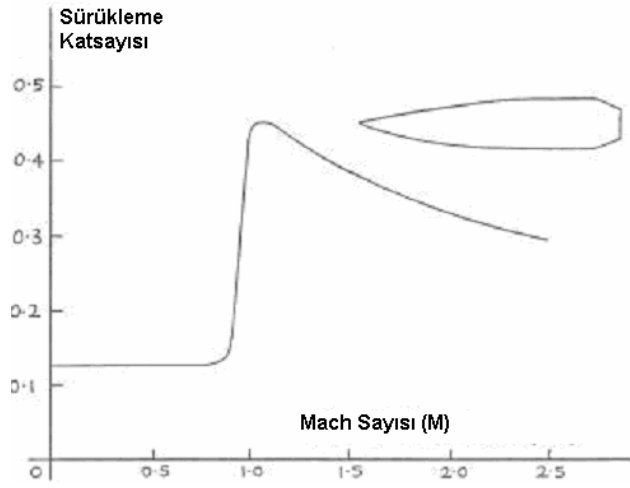
$D$ =Sürüklenme kuvveti.

$\rho$  =Hava yoğunluğu.

$V^2$ =Mermi hızının karesi.

$S$ =Referans alan.

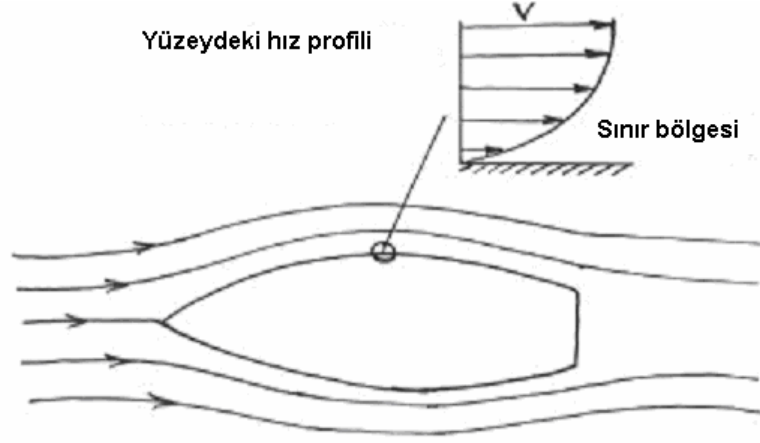
Bu formül şekil 1. 3 deki gibi grafiğe dökülmüş.



Şekil 1.3: Mermiler İçin Sürüklenme Sabiti<sup>(3)</sup> .

#### 1.8.4-Aerodinamik Sürüklenme Esnasında Yüzey Sürtünmesi

Bu araştırmaya göre; Cisimlerin yüzeyindeki oluşan sürtünmeler araştırılmış ve hız profili Şekil 1.4 deki gibi düşünülmüştür.



Şekil 1.4:Sınırdaki Sürtünme Katsayısı<sup>(3)</sup> .

Yüzey sürtünmesi;

Düzgün akışlı yüzeyler için;

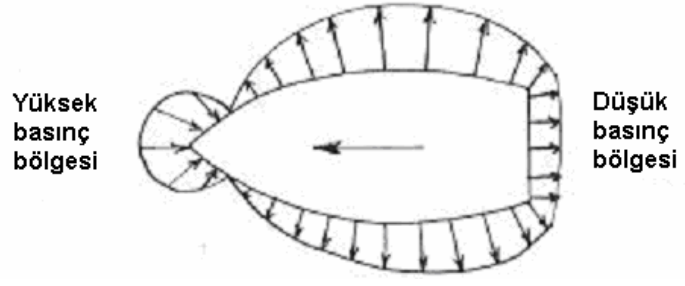
$$C_{D,sf} = 1.328 / Re_L$$

Türbülanslı yüzeyler için;

$C_{D,sf} = 0.074 / Re_L^{0.2}$  olarak elde edilmiş. Burada  $Re_L = \rho V L / \mu$  olarak ifade edilir. <sup>(3)</sup>

### 1.8.5-Aerodinamik Sürüklenme Esnasında Basınç Dağılımı

Bu araştırmaya göre; Mermiler üzerinde aerodinamik sürüklenme esnasında oluşan basınç dağılımı araştırılmış. Şekil 1.5 deki gibi bir dağılım çıkarılmıştır.



Şekil 1.5: Mermi Üzerindeki Basınç Dağılımı<sup>(3)</sup>.

Burada önde yüksek bir basıncın olduğu, arkadaki basıncın daha az olduğu ve bu basınçlar doğrultusunda merminin yönünün sapmalara sebep olduğu sonucu benimsenmiştir.<sup>(3)</sup>

## 2. MATERYAL VE YÖNTEM

### 2.1-Havasız Ortamda Uçuş

#### 2.1.1-Yörünge Parabolü, Tepe Noktası, Menzil, Yörünge Hızı, Uçuş

##### Zamanı

Bir cismin maruz kaldığı bütün etkilerin hesaba katılması her zaman mümkün ve gerekli değildir. İlk bakışta çok basit görünen tabii olayların, daha derinlemesine bakıldığında çok karmaşık olduğunun görülmesi ve burada söz konusu olan etkilerin en azından matematik kanunları bakımından bilinmemesi sebebiyle bu mümkün değildir. Bu, bir cisim üzerine tesir eden tabii kuvvetlerden ancak sınırlı sayıda olanlarının, hesaplamaların hassasiyeti bakımından önemli bir etkiye sahip olması sebebiyle, gerekli değildir. Çözülecek problemin tabiatı ve erişilecek hassasiyet derecesine göre, etkilerden birini veya diğerini göz önüne almayabiliriz. Meselâ astronomide, Merkür'ün güneş etrafındaki hareketi ele alınırsa, bunun üzerine sadece Güneş'in çekimi değil, Venüs'ün, Dünya'nın ve diğer gezegenlerin, küçük gezegenlerin, Ay'ın ve ayrıca diğer güneşlerin, yani sabit yıldızların çekimleri de etki etmektedir. Fakat birçok durumlarda, hesaplamalara diğerlerine göre en fazla etki eden kuvvetin, yani Güneş'in çekiminin göz önünde bulundurulması yeterlidir.

Konumuz olan problemde de, buna göre hareket edilir. Bir cisim, belirli bir ilk hızla ve yatay düzleme göre belirli bir eğim açısı altında fırlatılır. Belirli bir süre sonra cismin ağırlık merkezi, uzayda hangi noktadadır; Anî hareket

yönü, konumu ve hızı nedir. Veya belirli bir hızla fırlatılmış olan cismin belirli bir süre sonra bulunduğu yer biliniyorsa, yataya göre hangi eğim açısı ile fırlatılmıştır, vs. Bu durumda, cisim üzerine çok sayıda kuvvet etki eder:

- Yer çekimi. (Cismin dünyanın merkezine olan uzaklığı ile değişkenlik gösterir.)

- Havanın normal ve teğetsel direnci (Bu direnç, cismin şekline ve yüzey evsafına, ağırlık merkezinin ilerleme hızına, cismin ağırlık merkezine göre izafî hareketlerine, havanın sıcaklığına, izafî nemine, baro metrik basıncına ve yerden yükselme ile değişen hava yoğunluğuna bağlıdır).

- Bunların dışında daima hüküm sürmekte olan rüzgâr dolayısıyla cismin hareketi etkilemektedir.

- Dünyanın kendi eksenini etrafında ve güneşin etrafında dönmesine bağlıdır.

- Cismin ağırlığı, atış hareketinin incelendiği yerin coğrafi enlemine ve Newton kanunu'na göre, Dünya'nın merkezinden uzaklığına bağlıdır,

- Cismin yakınlarında bulunan dağ kütleleri de, ağırlık kuvvetinin büyüklük ve yönünü değiştirir.

O halde biz burada, bir astronom veya teknik adamın çok karmaşık bir problem ile karşılaştığında yaptığı gibi hareket edeceğiz, yani muhtelif etkilerin büyüklüğünü tahmin edeceğiz ve önce sadece en önemlilerini, yani yerçekimi ve hava direncini dikkate alacağız. Böyle olduğunda dahi, bilindiği üzere problem çok karmaşıktır. Bu sebeple, problem önce, en ileri derecede basitleştirici kabuller ile dış kuvvet olarak sadece çekim kuvveti hesaba katılarak çözülür, ivme olarak, sabit bir  $g$  alınır, yerin yuvarlaklığı ve Dünyanın dönüşü geçici olarak göz ardı edilir.

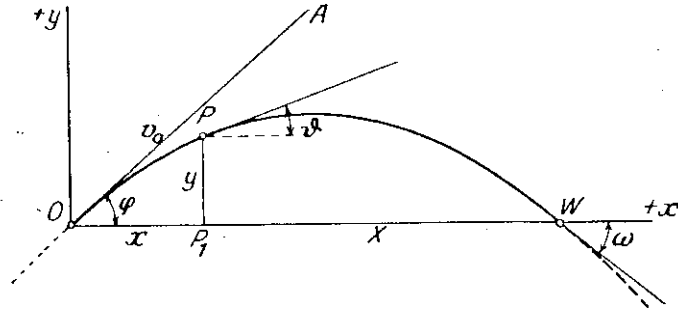
Boşluktaki atış hareketi hesaplamaları, hiçbir zaman gerçek ile tam olarak çakışmaz. Yinede elde edilen neticeler; meselâ havanlar da, ağır mermilerin düşük hızlarla hareketinde veya piyade mermilerinde ilk hareket hata açılarının hesaplanmasında olduğu gibi, yüksek hızlarda, hava mukavemetinin, hedefe ulaşılan kadar kısa bir süre etki ettiği durumlar söz konusu olduğunda, balistikçi için bir ilk yaklaşım olarak fayda temin edebilir. Şekil 2.1'de sıfır noktası O, merminin çıkış anında, namlu ağzının orta noktası olsun (Mermi hızının, namludan çıkan gazlar ile daha fazla artmaması kaydıyla, bu durum söz konusu ise, O başlangıç noktası olarak, yörüngenin bu hızlanmanın sona erdiği noktası seçilir). O noktasındaki, "ilk hız" denilen mermi hızı  $v_0$ , yataya göre eğim açısı  $\varphi$  olsun.  $\varphi$ 'ye "Çıkış açısı", O'dan geçen yatay düzleme "Namlu ağzı ufku" veya "Ufuk düzlemi", çıkış teğetinden geçen dik düzleme ise "Atış düzlemi" denir. O'dan geçen bu atış düzlemi, x-Eksen, O'dan geçen,  $v_0 \cdot \cos \varphi$ , veya  $v_1$  başlangıç hızının pozitif yönünde yatay, y eksen, O'dan geçen, yani  $v_0 \cdot \sin \varphi$  veya  $v_2$  dikey bileşenler yönünde, yukarıya doğru pozitif olmak üzere, eksen çiftinin düzlemi olsun. O'dan itibaren t saniye sonra, merminin ağırlık merkezi P(x,y) noktasında bulunsun ve yörünge hızı v, yataya göre eğimi  $\theta$  olsun.  $\theta$ 'nin pozitif dönüş yönü, şekilde ok ile gösterilmiştir. Böylece, yörüngenin O başlangıç noktasında  $\theta = \varphi$ , ayrıca  $x=0$ ,  $y=0$ ,  $v=v_0$ 'dır. Yörüngenin yükselen kolu üzerinde  $\theta$  pozitif ve sıfıra doğru düşer. Yörüngenin tepe noktasında,  $\theta=0$ ,  $x=x_s$ ,  $t=t_s$ 'dir. Yörüngenin iniş kolu üzerinde,  $\theta$  geniş açıdır ve  $\tan \theta$ , negatiftir. "Düşme noktası" veya uçuş yörüngesinin "Son nokta"sında, yani namlu ağzı ufku ile ikinci kesişme noktası W' de,  $\vartheta = \vartheta_e = 360 - \omega$  olup,  $\omega$  (yörüngenin,



resimde gösterilen şekle sahip olması şartıyla), mermi ucu düşüş açısıdır. Burada,  $y=0$ ,  $x=$  "Toplam menzil"(X),  $v=$ "Son hız", $(V)$ , $t=$  "Toplam uçuş zamanı, T' dir."

Mekaniğin bağımsızlık prensibine istinaden, elemen ter mülahazalar veya bunun muhtevası olarak, mermi hareketinin birbirinden bağımsız

diferansiyel denklemlerinin  $\frac{d^2x}{dt^2} = 0$  ve  $\frac{d^2y}{dt^2} = -g$   $t=0$  için başlangıç şartları:



Şekil 2.1: Boşluktaki Atış Hareketi<sup>(1)</sup> .

$\frac{dx}{dt} = v_0 \cos \varphi$ ,  $\frac{dy}{dt} = v_0 \sin \varphi$ ,  $x=0$ ,  $y=0$  başlangıç noktasına göre merminin ağırlık merkezinin, kısaca merminin, t saniye sonraki (xy) konumu için aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 \cos \varphi \cdot t = v_1 \cdot t \\ y &= v_0 \sin \varphi \cdot t - \frac{g}{2} t^2 = v_2 \cdot t - \frac{g}{2} t^2 \end{aligned} \right\} (1)$$

Bu, mermi yörüngesinin, parametre olarak zamana (t) göre, denklem çiftidir.

(1) denklemlerinden aynı ana karşılık gelen, yani (t) elemanı yok edilirse, yörüngenin aşağıdaki şekildeki denklemi elde edilir:

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \varphi - \frac{x^2}{4 \cdot h \cdot \cos^2 \varphi} \quad (2)$$

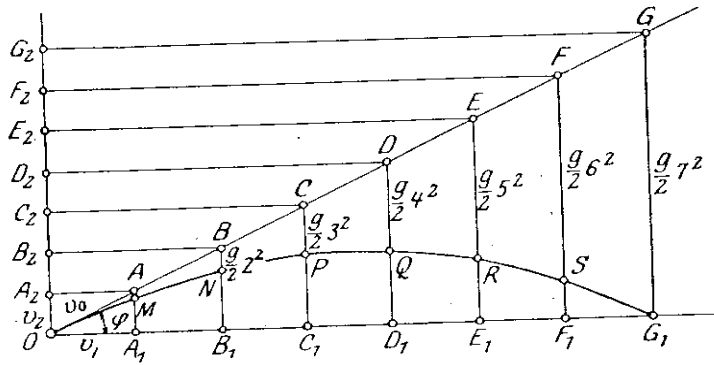
(Burada kısaltma maksadıyla  $h = \frac{v_0^2}{2g}$  kullanılmıştır.)

Bu, düşey eksenli bir parabolün denklemdir.

$(x_s, y_s)$  Koordinatlı tepe noktası, yörünge teğetinin yatay, yani  $(y)$  veya  $\operatorname{tg} \theta = 0$  olduğu noktada bulunur.  $\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} \varphi - \frac{x}{2 \cdot h \cdot \cos^2 \varphi}$  dir, böylece

$\theta = 0$  olduğu noktada bulunur.  $\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} \varphi - \frac{x}{2 \cdot h \cdot \cos^2 \varphi}$  dir, böylece

$x_s = 2 \cdot h \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi = h \cdot \sin 2\varphi$ , ayrıca (2)'den  $y = h \cdot \sin^2 \varphi$  'dir.



Şekil 2.2: G ivmesinden Dolayı Kayma Miktarı<sup>(1)</sup>.

Merminin ortalama olarak bulunduğu herhangi bir  $y$  noktası, zamana

göre  $\frac{1}{T} \cdot \int_0^T y \cdot dt$  ve mesafeye göre,  $\frac{1}{X} \cdot \int_0^X y \cdot dx$  'dır. Her iki değer  $\frac{2}{3} \cdot y_s$  'ye eşit

olduğu bulunabilir. Buna karşılık, merminin uçuşu esnasında üzerinde ve altında eşit süre ile kaldığı, ortalama uçuş yüksekliği denilen ve  $y_m$  ile

gösterilen yükseklik, çıkarılabileceği üzere,  $y_m = \frac{3}{4} y_s$  'dir.

Toplam menzil  $(X)$ , (2)'den,  $X = 2h \cdot \sin 2\varphi$  'dir.

Aynı başlangıç hızı  $v_0$  veya aynı  $h$  için en büyük menzil,  $\sin 2\varphi$  en büyük, yani  $\varphi = \pi/4$  olduğunda elde edilir. Bu durumda menzil,

$X = 2h \cdot \sin 2\varphi = 2h$ , o halde bir cismin aynı  $v_0$  ilk hızı ile dik olarak yukarı

fırlatıldığında erişilen  $\frac{v_0^2}{2g}$  uçuş yüksekliğinin iki katıdır.

Atılan cismin (t) zaman sonra (v) hızı aşağıdaki formüller ile verilir:

$$v^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2$$

$$= v_0^2 \cdot \cos^2 \varphi + (v_0 \sin \varphi - g \cdot t)^2 = v_0^2 + g^2 \cdot t^2 - 2 \cdot v_0 \cdot g \cdot t$$

$$y = v_0 \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2 \quad \text{Ve} \quad h = \frac{v_0^2}{2g} \quad \text{idi, o halde}$$

$$v^2 = 2g \left( \frac{v_0^2}{2g} - v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2 \right)$$

Böylelik le kısaca;

$$v^2 = 2g(h - y)$$

O halde, cismin (xy) noktasındaki veya t süresi sonundaki hızı, cismin (h-y) yüksekliğinden aşağı düşmüş olması halindeki aynıdır. Uçuş zamanı, yani cismin (xy) noktasına erişmesi için gerekli zaman, (1)'e göre

$t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \varphi}$ 'dir. Özel olarak, cismin, uçuş yörüngesinin toplam yatay OW

kismini geçmesi için gerekli zaman ağırlık merkezinin bütün OW menziline kat etmesi için gerekli zamanın aynı olup, o halde aşağıdaki gibidir:

$$\frac{OW}{v_0 \cdot \cos \varphi} = \frac{4h \cdot \sin \varphi}{v_0}; \quad \text{toplam uçuş zamanı} \quad T = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \varphi}{g}$$

Bu  $v_0 \sin \varphi = \frac{g}{2}T$  değeri (1) denklemine konulursa, aşağıdaki formül

elde edilir:

$$y = \frac{g}{2}t(T-t)$$

Özel olarak t, yarı uçuş zamanı ise  $t = \frac{T}{2}$  ve böylece, parabolün tepe ordinatlarına göre simetrisi dolayısıyla, tepe yüksekliği için y' nin özel değeri  $y_s$  aşağıdaki formülden hesaplanır:

$$y_s = \frac{g}{8}T^2 = 1.226T^2$$

Herhangi bir yörünge noktasının (verilen  $v_0$  ve  $\phi$  için) x, y, v, t,  $\theta$  elemanları için türetilen formüller vasıtasıyla, bu büyüklüklerin dördünden her biri, beşinci cinsinden ifade edilebilir. Diğerleri, yörüngelerin bir kümesi göz önüne alındığında ve kümeyi teşkil eden her bir yörünge nin ortak özellikleri arandığında elde edilir. (1-2-9-10-11)

### 2.1.2- Sabit İlk Hızda Uçuş Yörüngelerinin Kümesi

Aynı dik düzlemde, resim düzleminde, aynı O noktasına ve aynı  $v_0$  ilk hızına (aynı barut hakkı) ait olan sonsuz sayıda yörünge parabolleri bulunur. Bu küme,  $\varphi$  yükseliş açısına bir seri farklı değerler verilerek elde edilir.

Önce kümeden, her ikisi de aynı (xy) noktasından geçmesi gereken iki parabol alalım. O halde (x,y); verilen bir nokta (meselâ bir kulenin tepesi vs.) olarak düşünölsün. Bu (x,y) hedef noktasına isabet kaydetmek için hangi açi ile atış yapılmalıdır?

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \varphi - \frac{x^2}{4 \cdot h \cdot \cos^2 \varphi} \text{ idi; } \cos^2 \varphi = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} \text{ ve } \operatorname{tg} \varphi = z \text{ olarak alınırsa;}$$

$$4 \cdot h \cdot y + x^2 - 4 \cdot h \cdot x \cdot z + x^2 \cdot z^2 = 0 \text{ olur ve buradan;}$$

$$z = \operatorname{tg} \varphi = \frac{2 \cdot h}{x} \pm \frac{1}{x} \cdot \sqrt{4 \cdot h^2 - 4 \cdot h \cdot y - x^2} \quad (3)$$

Bulunur.

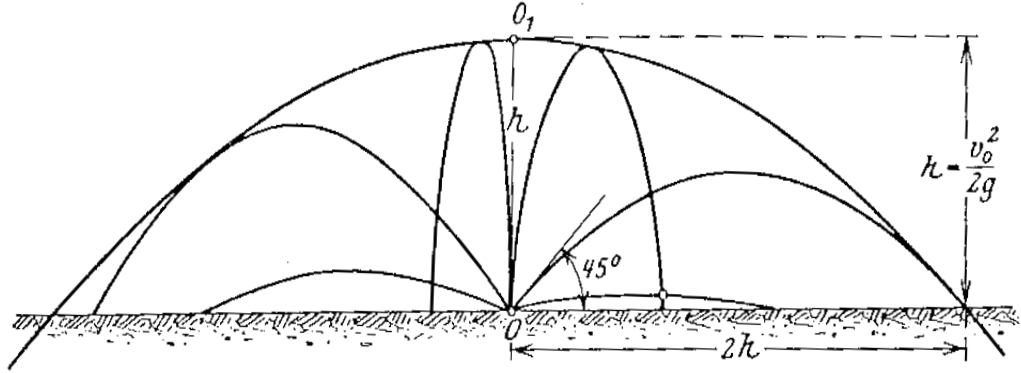
Çift işaret, düzlemin aynı (xy) noktasına, aynı  $v_0$  ilk hızı ile o halde aynı

$h = \frac{v_0^2}{2g}$  değeri ile iki tarzda isabet kaydedilebileceğini ifade eder. Her iki  $\varphi_1$  ve

$\varphi_2$  açısı, (3) formülünden hesaplanabilir. Birinci atış şekli yatık atış veya doğrudan (direkt) atış, diğer atış şekli ise aşırıma veya endirekt atış olarak isimlendirilir.  $\varphi_1$  ile  $\varphi_2$  açıları arasındaki münasebet aşağıda görülecektir.

Önce, (3) denkleminin köklerine bir göz atalım. Aşikâr olarak, ancak karekökün gerçek, yani  $4 \cdot h^2 > 4 \cdot h \cdot y + x^2$  olması halinde, birbirinden farklı iki gerçek kök mevcuttur. Kök altındaki ifadenin sıfır olması halinde, her iki kök çakışır. Nihayet (xy),  $4 \cdot h^2 < 4 \cdot h \cdot y + x^2$  olacak şekilde bulunursa (daima verilen h, yani  $v_0$  değeri için), (xy) noktasına isabet kaydedilebilecek hiçbir gerçek  $\varphi$  açısı yoktur.

O halde, atış düzlemi, biri içindeki (xy) noktalarının iki ayrı yoldan vurulabildiği, diğeri ise hiç vurulamadığı iki bölgeye ayrılmaktadır. Her iki bölge,  $4 \cdot h^2 = 4 \cdot h \cdot y + x^2$  denkleminde tekabül eden ve sadece bir yoldan isabet kaydedilebilen, yani direkt ve endirekt atışın çakıştığı noktaların geometrik yerini gösteren eğri ile ayrılır (Şekil 2.3)



Şekil 2. 3: Sabit İlk Hızda Uçuş Yörüngelerinin Kümesi<sup>(1)</sup>

Bu eğri, odağı O olan bir paraboldür. Bu, koordinat başlangıcının sistemin paralel kaydırılması ve eğri üzerinde bulunan  $O_1$  noktasına  $(O, h)$  getirilmesi ile derhal görülür.  $Y$ ,  $h+y'$  ile ikame edilir ve  $y'$  negatif olarak alınırsa, eğri denklemi  $4.h^2 = 4.h.(h - y') + x^2$  veya  $x^2 = 4.h.y'$  şeklini alır. Yani  $4.h^2 = 4.h.y + x^2$  eğrisi, tepesi  $O_1$ , odak noktası O'da bulunan ve böylece eksen dikey olan bir parabolü gösterir.

Zarflar teorisinden bilinenler ile yukarıdakilerden, bu

$$4.h^2 = 4.h.y + x^2 \quad (4)$$

Parabolünün, söz konusu kümenin, doğrudan da kolaylıkla görülebileceği üzere, bütün atış yörüngesi parabollerinin zarfını gösterdiği anlaşılır.

Mermi yörüngesi parabolünün denklemi (2);

$$\frac{x^2}{\cos^2 \varphi} - 4.h.tg \varphi .x + 4.h.y = 0$$

İdi. Bu denklem,  $\varphi$ , zikredilen parabol kümesinin keyfî bir parametresi olmak üzere,  $\varphi$ 'ye göre düzenlenirse, aşağıdaki formül elde edilir.

$$\frac{2 \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi}{\cos^4 \varphi} \cdot x^2 - \frac{4 \cdot h \cdot x}{\cos^2 \varphi} = 0$$

O halde,  $x=0$  ve buna bağılı olarak  $y=0$  (yani, O başlangıç noktası, bütün paraboller tarafından çevrelenen, sonsuz küçük bir daire olarak görülebilir), veya diğer faktör  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{2 \cdot h}{x}$  sıfırdır. Buradan ve parabol kümesinin denkleminde, her bir parabolü münferit bir parabol olarak belirleyen eleman, yani  $\varphi$  bertaraf edilirse;

$$x^2 \left( 1 + \frac{4 \cdot h^2}{x^2} \right) - 4 \cdot h \cdot \frac{2 \cdot h}{x} + 4 \cdot h \cdot y = 0 \quad \text{Veya} \quad x^2 + 4 \cdot h^2 - 8 \cdot h^2 + 4 \cdot h \cdot y = 0 \quad \text{ve}$$

buradan nihayet yukarıdaki gibi  $4 \cdot h^2 = 4 \cdot h \cdot y + x^2$  kalır.

Burada sadece, dik olarak düşünölen resim düzleminde cereyan eden hareketler göz önüne alınmıştı. Uzayda O noktasından aynı  $v_0$  ilk hızı ile, mümkün olan bütün  $\varphi$  açıları ile atış yapıldığı düşünölrse, bütün atış Bir atış parabolleri, tepe noktası  $O_1$  ve odağı O olan bir dönöl paraboloid tarafından çevrelenir.

Bir atış düzlemindeki tasavvurlara dönölerek, kümedeki bütün parabollerin odak noktalarının geometrik yerinin ne olduğu sorulabilir.

Atış parabolünün orijinal denklemini;

$$y = x \operatorname{tg} \varphi - \frac{x^2}{4 \cdot h \cdot \cos^2 \varphi}$$

Aşağıda ki şekilde yazılabilir:

$$\left( x - \frac{v_1 \cdot v_2}{g} \right)^2 = -\frac{2 \cdot v_1^2}{g} \left( y - \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \right)$$

Burada, evvelce olduğu gibi  $v_2 = v_0 \cdot \sin \varphi$  ;  $v_2 = v_0 \cdot \sin \varphi$  'dir. Denklem bu şekliinden başka bir şeye ihtiyaç olmaksızın, parabolün doğrultmanı belirlenebilir. Yani, parabolün çift parametresi, denklemden  $\frac{2 \cdot v_1^2}{g}$  olarak bulunduğundan ve doğrultman tepeden yarım parametreye eşit bir mesafe kadar uzaklıkta bulunduğundan, bunun kendisine paralel x-ekseninden uzaklığı  $y_s + \frac{v_1^2}{2 \cdot g}$  (Burada  $y_s$  tepe noktasının ordinatıdır.) veya

$$\frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} = h \text{ 'dir. Böylece, bu mesafe } \varphi \text{ 'ye bağımlı değildir ve buradan}$$

aşağıdaki netice elde edilir.

Ele alınan kümenin bütün parabolleri, ortak doğrultmana sahiptir. Bunların yatay x-ekseni üzerindeki yükseklikleri,  $v_0$  ilk hızı ile yukarı doğru dik

Olarak atılan bir cismin eriştiği h yüksekliğine eşittir.

Fırlatılan cismin, yörüngenin herhangi bir (xy) noktasındaki hızı, daha önce  $\sqrt{2 \cdot g \cdot (h - y)}$  olarak bulunmuştu. Bu netice artık şöyle de ifade edilebilir:

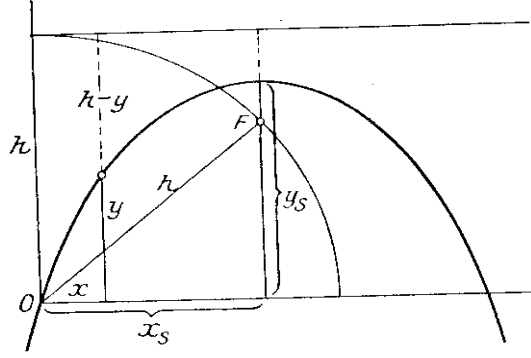
Aranan hız, cismin doğrultmandan itibaren, yörüngenin bu noktasına kadar serbest düşmüş olması halinde hıza eşittir. Bu husus kinetik enerji ifadesinden de anlaşılabilir. Çünkü merminin yörüngenin herhangi bir (xy)

noktasındaki kinetik enerjisi (Lebendige Kraft= canlı kuvvet)  $\frac{m}{2} \cdot v^2$  'dir. Kinetik

enerji kaybı  $\frac{m}{2} \cdot v_0^2 - \frac{m}{2} \cdot v^2$ ,  $m \cdot g \cdot y$  potansiyel enerji kazancına eşittir ve

böylece  $v^2 = 2 \cdot g \cdot (h - y)$  'dir.



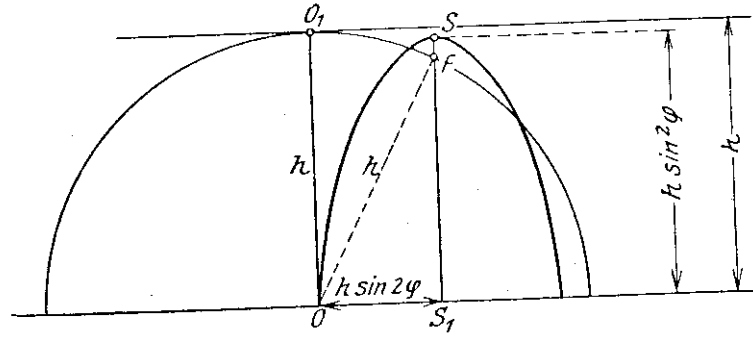


Şekil 2. 4: Atış Halindeki Bir Cismin Üzerindeki Toplam Enerji<sup>(1)</sup>

Doğrultman için elde edilen münasebetten kolayca, kümedeki bütün parabollerin odaklarının konumu hakkında bir münasebet çıkarılabilir. Her parabolün doğrultmanı, O'dan geçen yatay çizgiden, değişmez bir h yüksekliğine sahiptir.  $\varphi$  Yükseliş açısına ait parabolün tepe noktasının ordinatı  $y_s = h \cdot \sin^2 \varphi$  'dır. O halde, bir parabolün tepe noktası, bir taraftan odaktan, diğer taraftan doğrultmandan eşit uzaklıkta bulunduğundan, F odak noktasının ordinatı, tepe ordinatına göre  $h - h \cdot \sin^2 \varphi$  veya  $h \cdot \cos^2 \varphi$  kadar daha küçüktür. Netice olarak, odak noktasının  $S_1F$  ordinatı  $h \cdot \sin^2 \varphi - h \cdot \cos^2 \varphi = -h \cdot \cos 2\varphi$ , tepenin  $OS_1$  absisi bununla beraber odak noktasının  $OS_1$  absisi,  $OS_1 = h \cdot \sin 2\varphi$  'dır. Buradan,

$$OF^2 = S_1F^2 + OS_1^2 = h^2 \cdot \cos^2 2\varphi + h^2 \sin^2 2\varphi = h^2$$

olup,  $OF=h$ ,  $\varphi$ 'den bağımsızdır. Buna göre, kümedeki bütün atış parabollerinin F odak noktalarının geometrik yeri, O merkezli,  $OO_1$  veya h yarıçaplı bir dairedir (uzayda küre). Bu dairenin O'dan geçen yatay doğru ile (x- Eksen) kesişme noktası, en büyük menzile, yani  $45^\circ$  yükseliş açısına tekabül eden parabolün odak noktasına tekabül eder.Çünkü bu parabol için tepe noktasının ordinatı  $\frac{h}{2}$ , absisi h' dir.



Şekil 2. 5: Atış Parabollerinin F Odak Noktalarının Geometrik Yeri<sup>(1)</sup>

Diğer taraftan, kümedeki bütün parabollerin tepe noktalarının geometrik yeri yarı eksenleri  $h$  ve  $\frac{h}{2}$  olan, O'dan geçen yatay eksen ile O'da temas eden bir elipstir (uzayda bir döne elipsoit). Çünkü tepe noktasının koordinatları için, aşağıdaki değerler elde edilmişti:

$$\frac{x_s}{h} = \sin 2\varphi ; y_s = h \cdot \sin^2 \varphi ; \frac{y_s - \frac{h}{2}}{\frac{h}{2}} = -\cos 2\varphi$$

O halde, kare olarak ve toplayarak,  $\left(\frac{x_s}{h}\right)^2 + \left(\frac{y_s - \frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}\right)^2 = 1$ , zikredilen

netice elde edilir.

Ayrıca, kümedeki muhtelif parabollerin başlangıç noktasındaki teğetleri ile tekabül eden Parabol in eksenlerinin kesişme noktası, orta noktası parabol kümesinin ortak doğrultmanı üzerinde bulunan ve x- eksenine O başlangıç noktasında temas eden bir dairedir. Çünkü böyle bir kesişme noktası için  $x = h \cdot \sin 2\varphi$  ve  $y = x \cdot \tan \varphi$  denklemleri geçerli olup, buradan aşağıdaki netice elde edilir.

$$x^2 + (y - h)^2 = h^2$$

Ayrıca şu soru da sorulabilir: Aynı  $v_0$  ilk hızı ile mümkün olan bütün  $\varphi$  yükseliş açıları altında atış yapıldığında, bir ve aynı  $t$  saniye sonra erişilen bütün noktaların geometrik yeri neresidir?

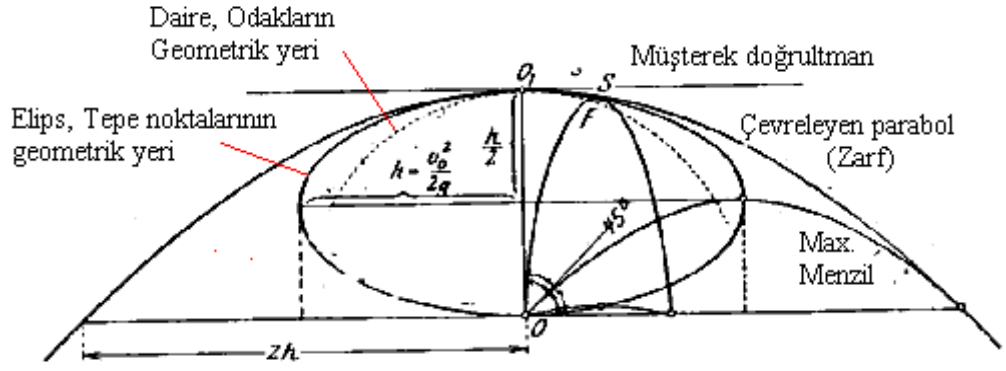
O halde, O noktasından, mümkün olan bütün yükseliş açıları altında, fakat aynı başlangıç hızı ile çok sayıda merminin atıldığı düşünölsün. Belirli bir süre içinde, yani muayyen bir  $t$  saniye sonra, bütün mermiler muayyen bir yüzey (uzayda) üzerinde bulunurlar. Bu yüzeyin cinsi nedir? [Veya bir yanardağdan, aynı anda, takriben aynı ilk hız ile büyük bir sayıda taş fırlatıldığı düşünölsün ve çok nadir durumlarda gerçek ile yeterli derecede uyum sağlayabilecek bir şart olarak, hesaplamada hava mukavemetinin ihmal edilebileceği şart koşulsun, bu durumda, yanardağdan çıkan bulutun herhangi bir süre sonra çevresinin ne olacağı sorulabilir.]

O'dan geçen dik doğruya göre her şey simetrik olduğundan, burada da sadece, dik resim düzlemi içindeki atışların göz önünde bulundurulması gereklidir.

Böyle bir merminin  $t$  saniye sonra koordinatları;

$$x = v_0 \cdot \cos \varphi \cdot t, \quad y = v_0 \cdot \sin \varphi \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

Şimdi,  $\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1$  münasebeti yardımıyla  $\varphi$  devreden çıkarılabilir.



Şekil 2. 6: Değişik Açılar Altında Erişilen Noktaların Geometrik Yeri<sup>(1)</sup>

Böylece, aşağıdaki formül elde edilir:

$$x^2 + \left( y + \frac{g}{2} \cdot t^2 \right)^2 = (v_0 \cdot t)^2$$

Resim düzlemi içinde bu, yarıçapı  $(= v_0 \cdot t)$  zamanla orantılı olarak büyüyen ve merkezi, y-ekseni üzerinde aşağı doğru hareket eden bir dairedir.

Başlangıçta,  $t=0$  için, dairenin merkezi O'da,  $t$  saniye sonra, O'nun  $\frac{g}{2} \cdot t^2$  kadar altındadır. O halde, bu süre içinde dairenin merkezi, negatif y ekseninde, bir cismin yer çekimi altında serbest düşmesi halindeki tekabül eden miktarda O'dan uzaklaşmaktadır.

Aranan geometrik yer, uçuş düzleminin y-ekseni etrafında döndürülmesi ile yarıçapı  $v_0 \cdot t$  olan, M merkezi O noktasından,  $t$  saniye sonra, serbest düşmekte olan ağır bir cismin aynı süre içinde erişeceği mesafe kadar aşağıda bulunan bir küre olarak elde edilir.

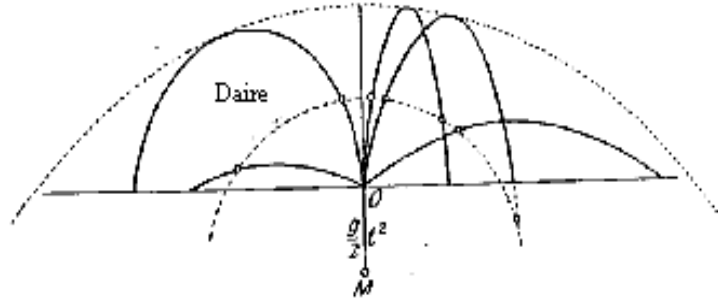
Sabit kalan bir  $v_0$  ilk hızı ve  $\varphi_1$  yükseliş açısı, yani başlangıç teğeti ile hedef yönü arasındaki aynı  $\varphi_1$  açısı veya eğimli arazide atışta aynı manayı ifade etmek üzere, nişan hattı ile uçuş yörüngesi arasındaki kesişme noktalarının geometrik yeri denklemi aşağıda verilen bir parabolüdür.

$$y = x \cot g \varphi_1 - \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \sin^2 \varphi_1} \quad \text{Bu, ilk hızı } v_0 \text{ ve yükseliş açısı, } \varphi_1 \text{'in tümüleri}$$

olan bir yörünge parabolüdür. Aynı  $v_0$  ilk hızı ve farklı  $\varphi_1$  nişan açıları için böyle parabollerin bir kümesi elde edilebilir. Bütün bu paraboller, aşikâr olarak, bu paragrafta ele alınan, sabit  $v_0$  için yörünge parabolleri kümesi ile iden tiktir. Böylece, son küme, aynı zamanda, aynı yükseliş açısı eğri kümesidir. (2-8-10-11)

### 2.1.3- Sabit Yükseliş Açısına Sahip Yörüngelerin Kümesi ve Diğer

#### Birkaç Yörünge Kümesi

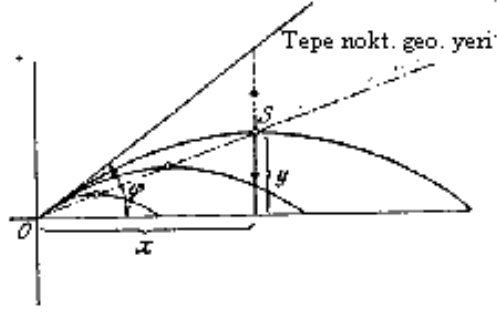


Şekil 2.7: Sabit Yükseliş Açısında Oluşan Yörüngelerin Kümesi<sup>(1)</sup>

**A-** Sabit barut hakkı, yani sabit ilk hıza tekabül eden mermi yörüngelerinin bütünü hakkındaki bundan önce ifade edilenlere karşılık, sabit yükseliş açısı altında farklı ilk hızlara tekabül eden yörüngelerin kümesi bulunmaktadır. O halde şimdi, sabit olarak bağlanmış bir tüfek veya namlu eksenini, yatay ile daima sabit kalan bir  $\varphi$  açısına sahip bir top ve buna karşılık daima farklı mermi ilk hızları göz önüne alınarak, önceki sorular sorulsun:

2. Kümenin bütün atış parabolünün tepe noktalarının geometrik yeri,  $\varphi$  yükseliş açısının iki kolu arasında dik bir çizgi çizilerek, bu çizginin orta noktası S' nin, O ile birleştirilmesi ile elde edilen bir doğrudur (Şekil 2. 8).

Çünkü tepe noktası  $x = h.\sin 2\varphi$  ,  $y = h.\sin^2 \varphi$  idi. Burada  $\varphi$  sabittir.



Şekil 2.8: Atış Parabollerinin Tepe Noktalarının Geometrik Yeri<sup>(1)</sup>

O halde, bir Yörünge den diğerine değişmez  $h (= \frac{v_0^2}{2.g})$  değeri çıkarılır.

Bölme işlemi ile  $\frac{y}{x} = \frac{\sin^2 \varphi}{\sin 2\varphi}$  ;  $2y : x = \operatorname{tg} \varphi$  elde edilir ve bunun ispatıdır. Tepe

noktalarının bu geometrik yeri, aynı zamanda yatay x- eksenine, başlangıç noktasındaki teğet ve dikey y- eksenine göre 4. harmonik ışındır.

Aynı şekilde, odak noktalarının geometrik yeri de bir doğrudur. Bu geometrik yer,  $\varphi$  yükseliş açısının iki katının alınması ve bu  $2\varphi$  açısının serbest koluna O noktasından bir dik çizilmesiyle teşkil edilir (Şekil 3. 9).

Gerçekten, odak noktasının koordinatları  $x = h.\sin 2\varphi$  ve  $y = -h.\cos 2\varphi$  idi;  $h'$

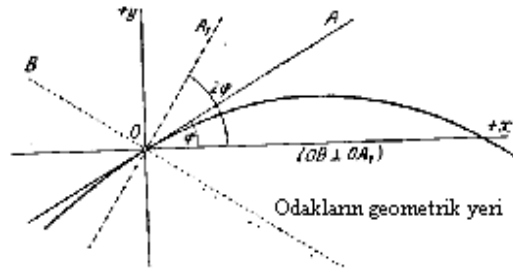
nın bertaraf edilmesiyle,  $\frac{y}{x} = -\cot 2\varphi = \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} + 2\varphi \right)$  yani, yukarıda ileri

sürülen netice elde edilir. Nihayet, aynı  $\varphi$  yükseliş açısı ile ve mümkün olan

bütün  $v_0 (= \sqrt{2.g.h})$  hızları ile aynı anda, aynı dik düzlem üzerinde atış

yapıldığı da, belirli bir  $t$  süresi sonunda, atılan bütün cisimlerin hangi hat üzerinde olduğu sorulabilir. Böyle cisimlerin  $t$  saniye sonraki konumu  $x = v_0 \cdot \cos \varphi \cdot t$  ve  $y = v_0 \cdot \sin \varphi \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$  koordinatları vasıtasıyla belirlenir.

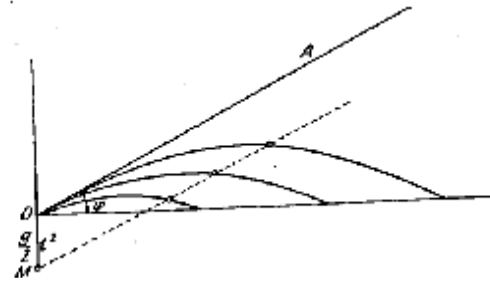
$V_0$ 'ın bertaraf edilmesiyle;  $y = x \cdot \tan \varphi - \frac{g}{2} \cdot t^2$  bulunur.



Şekil 2.9:Tepe Noktalarının Geometrik Yeri<sup>(1)</sup>

Bu, OA atış yönüne paralel bir doğrunun denklemdir (Şekil 2.10).

Bunun y- eksenini ile M kesişme noktası, O'nun  $\frac{g}{2} \cdot t^2$  kadar altındadır. O halde sadece, O'dan fırlatılan cisimler ile aynı zamanda O'dan ağır bir kütlelerin serbest düşmeye bırakıldığı düşünülebilir.



Şekil 2.10: Cismin Hangi Hat Üzerinde Olduğunun İfadesi<sup>(1)</sup>

T saniye sonra, bu kütle M' ye ulaşır. N' den, OA yönünde bir paralel çizilsin. Böylelikle, y- eksenini etrafında döndürmek suretiyle, aynı anda atılan bütün cisimlerin uzaydaki geometrik yeri olarak, OA konik yüzeyine paralel bir

konik yüzey elde edilir. Bunun tepe noktası M, ağır bir kütle için serbest düşmesine tekabül eden miktarda aşağı kaymıştır.

Bu sonuçtan, aşağıdaki özellikler kolayca ispatlanabilir: O noktasından itibaren, kümenin münferit parabollerini  $M_1, M_2, M_3..$  noktalarında kesen bir  $OM_1M_2M_3..$  doğrusu göz önüne alınsın, bu durumda  $M_1, M_2, M_3..$  noktaların da ki parabollerin teğetleri birbirine paraleldir ve bu noktalara erişilene kadar uçuş zamanları, bu noktalardaki yörünge hızları ve aynı zamanda tekabül eden ilk hızlar gibi davranırlar. Ayrıca O'dan, parabolleri  $N_1, N_2, N_3..$  noktalarında kesen ikinci bir  $ON_1N_2N_3..$  Doğrusu çizilirse,  $M_1N_1, M_2N_2..$  Bağlantı çizgileri, kendi aralarında paraleldir.

**B-** İlk Hızın Yatay Bileşeni Sabit,  $v_0 \cdot \cos \varphi = Sabit = \chi$  Atış Parabollerinin Kümesi:

Tepe noktalarının geometrik yeri  $y = \frac{g}{2 \cdot \chi^2} \cdot x^2$  parabolüdür.

Odakların geometrik yeri de aynı paraboldür, fakat  $\frac{\chi^2}{2 \cdot g}$  kadar, paralel

olarak aşağı doğru kaymıştır.

(Çünkü odağın koordinatları;

$$x_f = h \cdot \sin 2\varphi = \frac{\chi^2}{g} \cdot \tan \varphi, \quad y_f = -h \cdot \cos 2\varphi = -\frac{\chi^2}{2 \cdot g} \cdot (1 - \tan^2 \varphi) \quad \text{idi. buradan;}$$

$$y_f + \frac{\chi^2}{2 \cdot g} = \frac{g}{2 \cdot \chi^2} \cdot x_f^2 \quad \text{bulunur.)}$$

Diğer taraftan, aynı t süresi sonunda erişilen noktaların geometrik yeri,  $x = v_0 \cdot \cos \varphi \cdot t = \chi \cdot t$  düşey doğrusu tarafından gösterilir. Nihayet, aynı  $\vartheta$  teğet



eğimine sahip noktaların geometrik yeri, bir paraboldür. Çünkü öncekilere göre;

$$x = \frac{v_0^2 \cdot \cos^2 \varphi}{g} \cdot (tg \varphi - tg \vartheta) = \frac{\chi^2}{g} \cdot (tg \varphi - tg \vartheta)$$

$$y = \frac{v_0^2 \cdot \cos^2 \varphi}{2 \cdot g} \cdot (tg^2 \varphi - tg^2 \vartheta) = \frac{\chi^2}{2 \cdot g} \cdot (tg^2 \varphi - tg^2 \vartheta)$$

$\varphi$ ' nin bertaraf edilmesiyle,  $y = x \cdot tg \varphi + \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot \chi^2}$  bulunur.

**C-** İlk hızın dik bileşen i,  $v_0 \cdot \sin \varphi = Sabit = m$  veya, bununla aynı olmak üzere T Toplam uçuş zamanı veya  $y_s$  tepe yüksekliği sabit atış parabollerinin kümesi.

Tepe noktalarının geometrik yeri,  $y_s = \frac{m^2}{2 \cdot g}$  yatay doğrusudur.

Odak noktalarının geometrik yeri,  $y = \frac{m^2}{2 \cdot g} - \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot m^2}$  parabolüdür.

(Çünkü

$$x_f = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi = \frac{m^2}{2 \cdot g} \cot g \varphi$$

$$y_f = -\frac{v_0^2}{2 \cdot g} \cdot (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) = -\frac{m^2}{2 \cdot g} \cdot (\cot^2 g \varphi - 1) \text{ idi.}$$

$\cot g \varphi$ 'nin bertaraf edilmesi ve  $f$  indeksinin ihmali ile, yukarıdaki netice elde edilir.) Nihayet, aynı  $t$  süresini müteakip ulaşılan noktaların geometrik yeri

$$y = m \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2 \text{ 'dir. Çünkü } y = v_0 \cdot \sin \varphi \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2 \text{ idi.}$$

Aynı  $O_1$  hedef noktasından geçen (O atış noktası aynı olan), atış parabolünün kümesi ve ayrıca aynı atış düzlemi üzerinde, verilen bir doğruya temas eden atış kümesi vs. için de benzer ifadeler türetilebilir.

Bütün ifadelerin türetilmesi, elementer geometri veya tasarı geometri mülâhazaları ile temin edilebilir. Çünkü, meselâ sabit  $v_0$  ilk hızı ile atış parabolü kümesinin başlangıç noktası O'dur, eksen yönleri ve doğrultmanları ortaktır,  $\varphi$  yükseliş açısı aynı olan atış parabolü kümesi O noktasına sahiptir, eksen yönleri ve O'daki teğetleri ortaktır vs. Aynı uçuş zamanına ait noktaların, bir taraftan, sabit ilk hız, diğer taraftan sabit yükseliş açısı için geometrik yeri, ideal, yani kendi dağılımı olmayan saniyeli tapalar ile patlama noktalarının dağılımı hakkında niteleyici bir fikir verir. İdeal saniyeli tapalarda da, patlama noktalarında ilerleme yönünde ve yükseklik dağılımları meydana getirdikleri bilinmektedir. (2-8-10-11-12)

#### **2.1.4- Yerçekimi İvmesinin Yükseklikle Azalması, Düşeylerin**

#### **Yakınlaşması ve Yerin Yuvarlaklığının Göz Önüne Alınmasıyla Boşlukta**

#### **Atış Hareketi**

Bu etkilerin yörünge hesaplamalarında yeterli derecede büyük olup olmadığına karar vermek için, bazı durumlarda bir uydunun veya gezegenin, tekabül eden merkezi gök cisimi etrafında hareketindeki gibi, sükûnet halinde bulunan Dünyaya göre, merminin hareketinin takibi gerekir.

Dünyanın merkezi M (Şekil 2.11'e bak) bir polar koordinat sisteminin merkezi olsun. Herhangi bir yörünge noktası P için, MP= yarıçap, vektör r ve OMP=Polar açı  $\alpha$  olsun. Polar eksenin  $\alpha$  polar açısından hesaplanan MO yönü henüz belirlenmemiş olarak kalsın. Merminin A çıkış noktasında,  $r = r_0 =$  Yer yarıçapı 6370300 m, ilk hız  $v_0$ , yükseliş açısı  $\varphi$  olsun.

Newton'un çekim kanununa göre, P noktasındaki yerçekimi ivmesi  $= g \cdot \frac{r_0^2}{r^2}$  veya kısaca ifade edilirse  $= \frac{\mu}{r^2}$  'dır. Ayrıca, düzlemler kaidesine

göre,  $r^2 \cdot \frac{d\alpha}{dt}$ , bütün uçuş yörüngesi boyunca, özel A noktasında, burada

$r \cdot d\alpha = ds \cdot \cos \varphi$  (Şekil 2.12, ds yay elemanı ile mukayese et) ve

$\frac{ds}{dt} = v_0$  olduğundan,  $r \cdot \frac{d\alpha}{dt}$  'nin değerinden görüleceği üzere, sabittir.

Böylece;

$$r^2 \cdot \frac{d\alpha}{dt} = C = r_0 \cdot v_0 \cdot \cos \varphi \quad (5)$$

Merminin yörüngesi boyunca hareketi için ayrıca;

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\mu}{r^2} \cdot \frac{dr}{ds} \quad \text{Veya} \quad v \cdot \frac{dv}{dr} = -\frac{\mu}{r^2}$$

A' dan P' ye kadar entegre edilerek;

$$v_1^2 - v_2^2 = -2 \cdot \mu \cdot \int_{r_0}^r r^{-2} \cdot dr = +2 \cdot \mu \cdot \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$$

Veya  $q = v_0^2 - \frac{2 \cdot \mu}{r}$  konulursa,

$$v^2 = q + \frac{2 \cdot \mu}{r} \quad \text{Bulunur.} \quad (6)$$

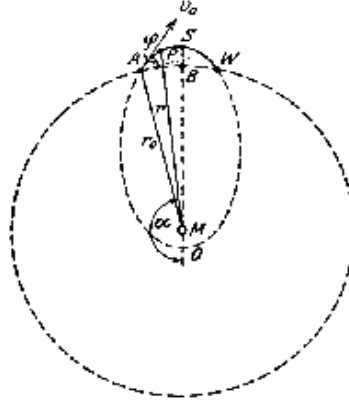
$$v^2 = \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2 \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 \text{ ve}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \text{ veya } \frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\alpha} \cdot \frac{C}{r^2} \text{ olduğun dan,}$$

Denklem i ,  $q + \frac{2 \cdot \mu}{r} = \left(\frac{dr}{d\alpha}\right)^2 \cdot \frac{C^2}{r^4} + \frac{C^2}{r^2}$  şeklinde yazılabilir veya  $d\alpha'$  ya

göre çözülerek aşağıdaki ifade bulunur:

$$d\alpha = \frac{\frac{C}{r^2} \cdot dr}{\sqrt{q + \frac{2 \cdot \mu}{r} - \frac{C^2}{r^2}}} = - \frac{d \left( \frac{\frac{C}{r} - \frac{\mu}{C}}{\sqrt{q + \frac{\mu^2}{C^2}}} \right)}{\sqrt{1 - \left( \frac{\frac{C}{r} - \frac{\mu}{C}}{\sqrt{q + \frac{\mu^2}{C^2}}} \right)^2}}$$



Şekil 2.11: Yerçekimi İvmensin Yükseklikle Değişimi<sup>(1)</sup>

Bu,  $r$  ve  $\alpha$  iki değişken olmak üzere, mermi yörüngesinin diferansiyel denklemdir. İntegrasyon

$$\alpha - \gamma = \arccos \frac{\frac{C}{r} - \frac{\mu}{C}}{\sqrt{q + \frac{\mu^2}{C^2}}}$$

Veya

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cdot \cos(\alpha - \gamma)} \quad (7)$$



Şekil 2.12: Mermi Yörüngesinin Diferansiyel Denkleminin Oluşumu<sup>(1)</sup>

verir. Burada  $\gamma$  integrasyon sabitini gösterir ve kısaltma maksadıyla  $p = \frac{C^2}{\mu}$ ,

$\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{q \cdot C^2}{\mu^2}}$  konulmuştur. Bu (7) denklemi, uçuş yörüngesinin bir koni

kesmesi olduğunu göstermektedir.  $\gamma$  integrasyon sabitini belirlemek için,

$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cdot \cos \alpha}$  'nın, parametre;

$$p = \frac{b^2}{a} = \frac{a^2 - d^2}{a} = a - \varepsilon \cdot d = a - \varepsilon^2 \cdot a = a \cdot (1 - \varepsilon^2)$$

Olmak üzere [a ve b, a bir odağı ihtiva etmek üzere, her iki yarı eksen, d lineer eksantriklik = koni kesmesinin merkezi ile odağı arasındaki mesafe,

$\varepsilon = \frac{d}{a}$ , nümerik eksantriklik denilen bir değerdir.] bir koni kesmesinin polar

denklemini olduğu hatırlanmalıdır. Burada bir odak M, polar koordinat sisteminin kutbudur ve  $\alpha$  polar açısı büyük eksenin, zikredilen M odağına en

yakın O tepe noktasından itibaren hesaplanır.  $\varepsilon < 1$  için bir elips, özel olarak

$\varepsilon = 0$  için bir daire,  $\varepsilon = 1$  için bir parabol,  $\varepsilon > 1$  için ise bir hiperbol mevcuttur.

O halde, hali hazır durumda entegrasyon sabiti  $\gamma = 0$  olarak konulursa, bunun geometrik manası, polar koordinat sisteminin OM polar eksenini, koni kesmesinin O tepe noktasının, yani büyük eksenin yerin merkezine en yakın tepe noktasını yerin merkezi M ile birleştiren bağlantı çizgisi olarak seçilmiş olmasıdır. O halde,

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cdot \cos \alpha} \quad (8)$$

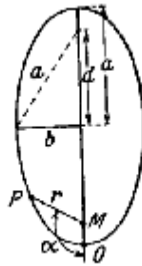
$$v^2 = v_0^2 - \frac{2 \cdot \mu}{r_0} + \frac{2 \cdot \mu}{r} \quad (9) \text{ elde edilir.}$$

$$\text{Burada, } q = v_0^2 - \frac{2 \cdot \mu}{r_0}, \quad \mu = g \cdot r^2, \quad C = r_0 \cdot v_0 \cdot \cos \varphi, \quad r_0 = 6370300$$

$$\text{Kısaltmaları ile } p = \frac{C^2}{\mu} \text{ ve } \varepsilon = \sqrt{1 + \frac{q \cdot C^2}{\mu^2}} \text{ 'dir.}$$

$r_0, \varphi, v_0$  ve böylece  $C, \mu, q, \varepsilon, p$  bilindiğinden, (8)'den,  $\alpha$ 'nın herhangi bir değeri için buna tekabül eden merminin yerin merkezinden uzaklığı ve (9)'dan,  $(r, \alpha)$

Noktasına tekabül eden  $v$  yörünge hızının belirlenmesi mümkün olur.



Şekil 2.13: Merminin Yerin Merkezinden Uzaklığı<sup>(1)</sup>

Bundan sonra uçuş zamanı,

$$dt = \frac{r^2 \cdot d\alpha}{C}, \text{ integrasyon la elde edilir.}$$

$$\varepsilon < 1 \text{ ise, yani } 1 + \frac{C^2}{\mu^2} \cdot \left( v_0^2 - \frac{2 \cdot \mu}{r_0} \right) < 1 \text{ veya } v_0 < \sqrt{\frac{2 \cdot \mu}{r_0}} \text{ ise;}$$

$$\sqrt{\frac{2 \cdot \mu}{r_0}} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 6370300} = 11.050 \text{ m/s' dir.}$$

O halde,  $v_0 < 11050 \text{ m/s}$  olarak kaldıkça, daima bir elips mevcuttur.

Bu eliptik yörünge,  $\varepsilon = 0$  veya

$$1 + \frac{r_0^2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \varphi}{\mu^2} \cdot \left( v_0^2 - \frac{2 \cdot \mu}{r_0} \right) = 0 \text{ Olduğun da, özel olarak bir dairedir.}$$

$$\frac{r_0 \cdot v_0^2}{\mu} = z \text{ Kısaltma sı ile bu şartın manası:}$$

$$z^2 - 2 \cdot z = -\frac{1}{\cos^2 \varphi} ; z = \frac{r_0 \cdot v_0^2}{\mu} = 1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{\cos^2 \varphi}}$$

Olmasıdır. Bu ifade,  $\varphi$ 'nin reel değerleri için, ancak  $\cos \varphi = \pm 1$ ,  $\varphi = 0$

veya  $\varphi = \pi$  için reeldir.

$$\text{Bu durumda } \frac{r_0 \cdot v_0^2}{\mu} = 1, v_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r_0}} 7900 \text{ m/s olur.}$$

O halde, zikredilen şartlar altında yörünge, insanî vasıtalarla şimdilik erişilebilen  $v_0$  ilk hızları için daima bir elipstir. Yörünge,  $v_0 = 11050 \text{ m/s}$  olduğunda bir parabolüdür. Daha yüksek ilk hızlarda bir hiperbol olacaktır.

Yörünge özel olarak mermi  $7900 \text{ m/s'}$  lik bir ilk hızla atıldığında bir daire olurdu.

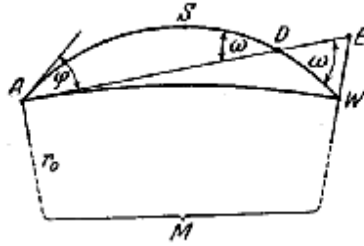
Yörünge elipsinin A noktasına ait AW atış mesafesi ve BS tepe yüksekliğinin hesaplanması gerekiyorsa, aşağıdaki tarzda hareket edilir:

Önce A noktasına ait  $\alpha \leq OMA$  açısı, A' nın üzerinde bulunması gereken

yörüngeyi veren,  $r_0 = \frac{P}{1 + \varepsilon \cdot \cos \alpha_0}$  ifadesinden hesaplanır. Bu açının

bütünlerinin (180 °'ye tamamlayan) iki katı alındığında AMW açısı bulunur. Bu açıdan ve  $r_0$ 'dan AW atış mesafesi elde edilir. Ayrıca yörüngenin tepe noktasının ordinatı  $BS = MS - r_0$  olup, burada MS  $r$  nin maksimumunu göstermektedir. Bu değer  $r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cdot \cos \alpha}$  ifadesinde payda en küçük değerini aldığı anda, o halde  $\cos \alpha = -1$  olduğunda bulunur. Böylece,  $r_{\max} = \frac{p}{r - \varepsilon}$  (aynı şekilde,  $r_{\min} = \frac{p}{1 + \varepsilon} = MO$ , buradan elipsin büyük eksen,  $r_{\max} + r_{\min}$  olarak bulunur. O halde,

$$BS = \frac{p}{1 - \varepsilon} - r_0 \text{ 'dır. } (1-2)$$



Şekil 2.14: Merminin Tepe Yüksekliğinin Hesaplanması<sup>(1)</sup>



## 2.2-Yörünge Modelleri

### 2.2.1- Üç Serbestlik Dereceli Nokta Kütle Modeli

#### 2.2.1.1-Hareket Denklemi

Newton'un ikinci hareket kanunu<sup>(4-12-13-14)</sup>:

$$\sum \vec{F} = \left[ \frac{d}{dt} (m\vec{V}) \right]_{in} \quad (1)$$

$\sum \vec{F}$  : Nesneye Etkiyen Kuvvet Vektörlerinin Toplamı

$m$  : Nesnenin Kütlesi

$\vec{V}$  : Nesnenin Ağırlık Merkezinin Hız Vektörü

$\left[ \frac{d}{dt} \right]_{in}$  : Durağan Eksen Takımında Zamana Göre Birinci Türev

Cisimleri durağan eksen takımında değil, dünya yüzeyine sabit ve dünya ile birlikte dönen eksen takımında gözlemlediğimiz için türe timi dünyayı sabit eksen takımında yapmak sonuçları yorumlama kolaylığı sağlar. Denklemi  $\vec{\omega}$  açısal hızı ile dönen dünya yüzeyine sabit eksen takımında ifade etmek için transport teoreminden faydalanabiliriz:

$$\left[ \frac{d}{dt} \vec{V} \right]_{in} = \left[ \frac{d}{dt} \vec{V} \right]_{rel} + \vec{\omega} \times \vec{V} \quad (2)$$

Burada

$\left[ \frac{d}{dt} \right]_{rel}$  : Dönen Eksen Takımında Zamana Göre Birinci Türev

Hızı da durağan eksen takımında değil de dönen eksen takımında ifade edecek olursak:

$$\vec{V} = \vec{V}_{rel} + \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (3)$$

$\vec{V}_{rel}$  : Dönen eksen takımında gözlenen hız

$\vec{r}$  : Nesnenin ağırlık merkezinin durağan eksen takımına göre konumu

Yerine koyarsak

$$\left[ \frac{d}{dt} \vec{V} \right]_{in} = \left[ \frac{d}{dt} (\vec{V}_{rel} + \vec{\omega} \times \vec{r}) \right]_{rel} + \vec{\omega} \times (\vec{V}_{rel} + \vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (4)$$

Sağ taraftaki birinci terim:

$$\left[ \frac{d}{dt} (\vec{V}_{rel} + \vec{\omega} \times \vec{r}) \right]_{rel} = \left[ \frac{d}{dt} \vec{V}_{rel} \right]_{rel} + \underbrace{\left[ \frac{d}{dt} \vec{\omega} \right]_{rel}}_0 \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \left[ \frac{d}{dt} \vec{r} \right]_{rel} \quad (5)$$

Sağ taraftaki ikinci terim:

$$\vec{\omega} \times (\vec{V}_{rel} + \vec{\omega} \times \vec{r}) = \vec{\omega} \times \vec{V}_{rel} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (6)$$

Terimleri toplarsak:

$$\left[ \frac{d}{dt} \vec{V} \right]_{in} = \left[ \frac{d}{dt} \vec{V}_{rel} \right]_{rel} + 2\vec{\omega} \times \vec{V}_{rel} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (7)$$

Sabit kütleli ( $[dm/dt]_{rel} = 0$ ) nesnelere için hareket kanununun dönen

eksen takımındaki ifadesi:

$$\sum \vec{F} = m \left[ \frac{d}{dt} \vec{V}_{rel} \right]_{rel} + m 2\vec{\omega} \times \vec{V}_{rel} + m \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (8)$$

Toplam kuvveti de aerodinamik ve yerçekimi olarak ikiye ayırırsak:

$$\underbrace{\sum \vec{F}_{Aero}}_{\sum \vec{F}} + m \vec{g} + m \underbrace{(-2\vec{\omega} \times \vec{V}_{rel})}_{\vec{\Lambda}} + m \left[ -\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \right] = m \left[ \frac{d}{dt} \vec{V} \right]_{rel} \quad (9)$$

$\sum \vec{F}_{Aero}$  : Nesneye Etkiyen Toplam Aerodinamik Kuvvet

$\vec{g}$  : Yerçekimi İvmesi

$\vec{\Lambda}$  : Coriolis İvmesi

$-\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$  : Merkezkaç İvmesi

$a_{rel}$  : Dünya Yüzeyine Sabitlenmiş Eksen Takımında

Gözlemlenen İvme  $\vec{\Lambda} = -2\vec{\omega} \times \vec{V}_{rel} = 2\vec{V}_{rel} \times \vec{\omega}$  ifadesin den de anlaşılacağı gibi Coriolis ivmesi sadece dünyanın dönüş vektörüne değil, aynı zamanda hareket yönüne de diktir.

Sonuçlar:

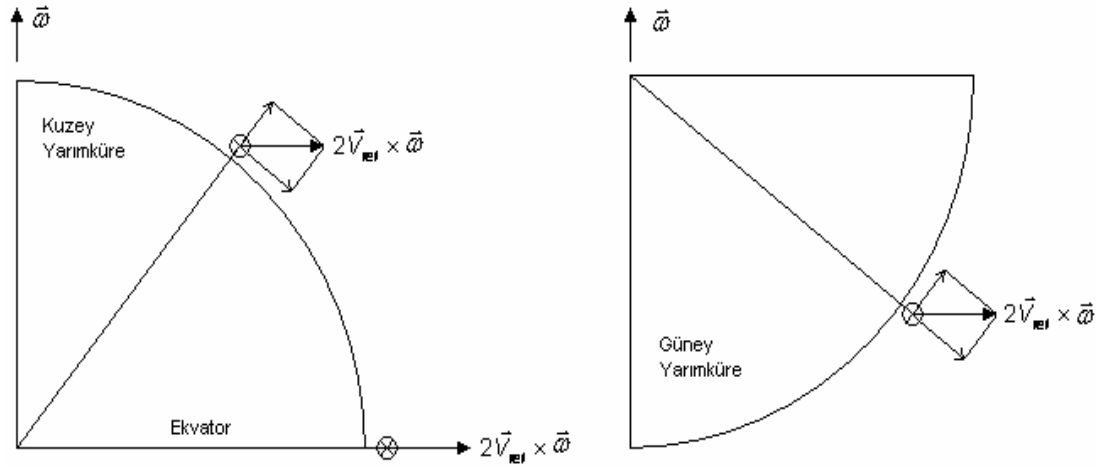
Coriolis ivmesi kütleden bağımsızdır, nesnenin hızına, atış yerinin enlemine ve atış doğrultusuna bağlıdır.

Hareket dünya dönüş eksenini yönünde olursa (kuzeye veya güneye) Coriolis ivmesi sıfır olacaktır.

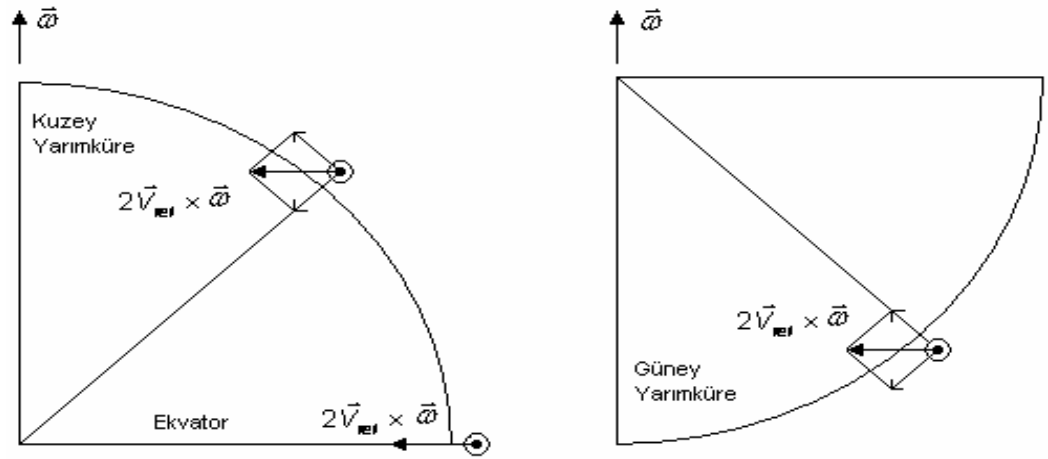
Coriolis ivmesi en yüksek değerini tam doğuya veya tam batıya hareketlerde alacaktır ( $v_{rel}$  ve  $\vec{\omega}$  birbirine dik olacaktır).

Dünya dönüş yönündeki atışlarda hareket kuzey yarımkürede atış doğrultusuna göre sağa, güney yarımkürede sola kayacak, aynı zamanda yükseklik kazanacaktır ve menzil artacaktır (Şekil 2.15).<sup>(2-16-17)</sup>

Dünya dönüş yönünün tersi atışlarda hareket kuzey yarımkürede atış doğrultusuna göre yine sağa, güney yarımkürede sola kayacak, fakat yükseklik azalacağından menzil düşecektir(Şekil 2.16).



Şekil 2.15: Coriolis Etkisi – Hareket Dünya Dönüş Yönünde<sup>(1)</sup>



Şekil 2.16: Coriolis Etkisi – Hareket Dünya Dönüş Yönünün Tersine<sup>(1)</sup>

Ekvator enlemi üzerinde tam doğuya veya tam batıya atışlarda Coriolis ivmesi en yüksek değerinde olmasına rağmen hareket yerçekimi ekseninde olacağından sağa veya sola sapma olmayacaktır (Şekil 2.15, Şekil 2.16).

Ekvator enlemleri dışındaki enlemlerde Coriolis ivmesinin oluşmaması için dünya açısal hız vektörüne paralel atış yapmak gerekir.

25000 m. Yükseklikteki bir hareketin değerleri ile Coriolis ve merkezkaç ivmelerini yerçekimi ivmesi ile karşılaştıralım. Dünyanın merkezini durağan eksen takımının merkezi kabul ediyoruz ve hareketin ekvator enlemi üzerinde

batıya doğru olduğunu varsayıyoruz (diğer enlemlerde Coriolis daha düşük çıkacaktır).

$$\text{Dünya dönüş hızı} \quad \omega = 7.292115 \times 10^{-5} \text{ rad / s}$$

$$\text{Dünya yarıçapı} \quad R = 6.356766 \times 10^6 \text{ metre}$$

$$\text{Hareketin dünya yüzeyine göre hızı} \quad V_{rel} = 600 \text{ m/s}$$

Nesnenin                      dünyanın                      merkezinden                      uzaklığı

$$r = R + 25000 = 6.381766 \times 10^6 \text{ metre}$$

$$\text{Merkezkaç ivmesi} \quad -\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = 0.033935 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Coriolis ivmesi} \quad 2\vec{V}_{rel} \times \vec{\omega} = 0.087505 \text{ m/s}^2$$

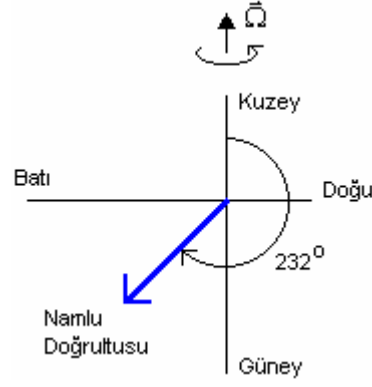
$$\text{Yerçekimi ivmesi (kabaca)} \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

Yerçekimi ivmesi bu durum için merkezkaçın 289, Coriolis'in 112 katıdır.

Özellikle “kısa” menzillerde merkezkaç ve Coriolis ihmal edilebilir. Ancak uçuş süresi uzadıkça etkisi artar çünkü nesnenin hızı ve konumu ivmenin integralidir ve hata toplanarak devam eder. Birinci dünya savaşı sırasında kullanılan Paris topu örnek verilebilir. Topun kuzeyle açısı 232 derece (Şekil2.17), menzili 120 km, mermi namlu çıkış hızı yaklaşık 1650 m/s idi.

Merminin düşme noktası menzilde -393 m, yanda (sağa doğru) 1343 m hatalıydı. Bu da kuzey yarımkürede dünya dönüş yönünün tersine hareket için öngörülen durumla uyuşmaktadır. Merkezkaç ve Coriolis ivmelerini ihmal edersek<sup>(4-16-17)</sup> ;

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = \sum \vec{F}_{Aero} + m\vec{g} \quad (10)$$



Şekil 2.17: Paris Topunun Doğrultusu<sup>(1)</sup>

Merkezkaç ve Coriolis ivmelerini ihmal edersek;

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = \sum \vec{F}_{Aero} + m\vec{g} \quad (11) \quad (2)$$

### 2.2.1.2-Dünyanın Yuvarlaklığı

Dünyayı küre olarak varsayarsak mermi menziline ve tepe yüksekliğinde farklılıklar oluşacaktır.

Burada

A:Atış Noktası

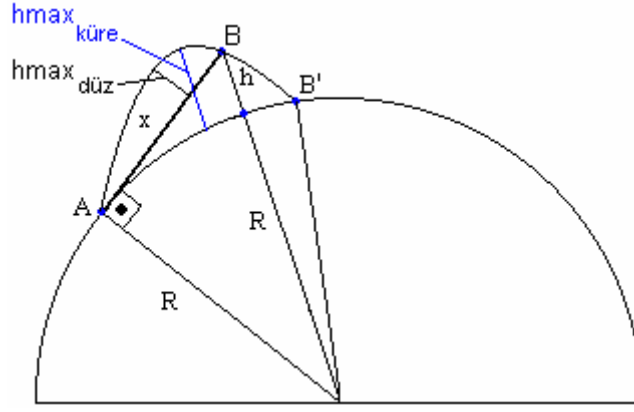
B:Düz Dünya Varsayımında Düşüş Noktası

B':Küresel Dünyada Düşüş Noktası

R: Dünyanın Yarıçapı

x:Dünyayı Düz Varsaymamız Durumunda Menzil

h:Düz Dünya Üzerindeki Düşme Noktasının Dünya Yüzeyinden Yüksekliği



Şekil 2.18: Küresel Dünya<sup>(1)</sup>

Şekildeki geometriden

$$R^2 + x^2 = (R + h)^2 = R^2 + 2Rh + h^2 \quad (12)$$

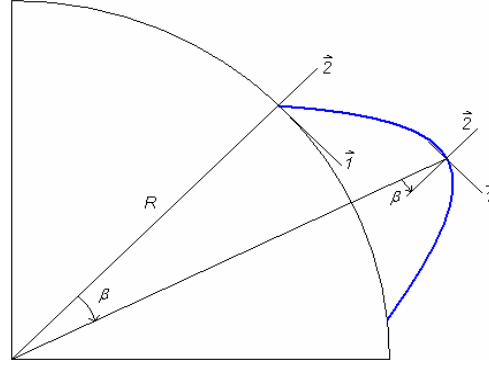
$$\Rightarrow h^2 + 2Rh - x^2 = 0$$

Düz dünyadaki menzilin 50 km olması durumunda  $h=197m$ , 100 km olması durumunda  $h=787m$ . Görüldüğü gibi dünyanın düz kabul edilmesi uçuş yolunda (menzil,  $h_{max}$ , uçuş süresi) ciddi farklılıklara neden olmaktadır. Küresel dünyada mermi daha yükseğe çıkacak daha uzağa gidecektir.

Merminin küresel dünya yüzeyine göre konumu aşağıdaki yaklaşım ile bulunabilir.

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 + \frac{X_1^2 + X_3^2}{2R} \\ X_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Burada  $X_1, X_2, X_3$  mesafeleri eksenlerdeki mesafelerdir (Şekil2.19)



Şekil 2.19: Yeryüzüne Sabit Koordinat Sistemi<sup>(1)</sup>

### 2.2.1.3-Etkiyen Kuvvetler

Simetrik mermiler için baskın aerodinamik kuvvetler sürüklenme (drag), kaldırma (lift) ve Magnus kuvvetleridir. Eğer merminin toplam hücum açısı “küçük” ise kaldırma ve Magnus kuvvetleri sürüklenme kuvvetine kıyasla çok küçük olur. Bu durumda mermi üzerine etkiyen aerodinamik kuvvet sürüklenme kuvveti olacaktır ve şu şekilde ifade edilebilir<sup>(4-16-17-18)</sup>:

$$\sum \vec{F}_{Aero} = \sum \vec{F}_D = \frac{1}{2} \rho S C_D |\vec{V}_{air}|^2 \left( -\frac{\vec{V}_{air}}{|\vec{V}_{air}|} \right) = -\frac{1}{2} \rho S C_D |\vec{V}_{air}| \vec{V}_{air} \quad (14)$$

$\rho$  : Hava Yoğunluğu

$S$  : Kaynak Kesit Alan

$C_D$  : Sürüklenme Katsayısı

$\vec{V}_{air}$  : Havaya Göre Hız Vektörü

Burada dikkat edilmesi gereken husus aerodinamik sürüklenme kuvveti hesabında yere göre hızın değil, havaya göre hızın kullanılması gerektiğidir. Eğer  $\vec{W}$  vektörü ile ifade edilen rüzgâr esiyorsa merminin havaya göre hız vektörü  $\vec{V}_{air} = \vec{V} - \vec{W}$  olur. Bu durumda hareket denklemi:

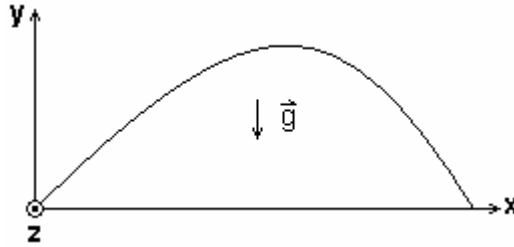


$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{2m} \underbrace{\rho S C_D}_{C_D} |\vec{V} - \vec{W}| (\vec{V} - \vec{W}) + \vec{g} \quad (15)$$

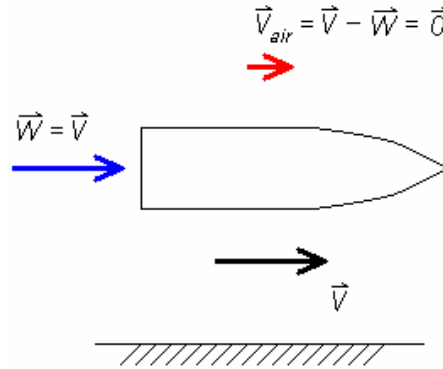
$$|\vec{V}_{air}| = V_{air} = |\vec{V} - \vec{W}| = \sqrt{(V_x - W_x)^2 + (V_y - W_y)^2 + (V_z - W_z)^2} \quad (16)$$

Bir rüzgâr hız bileşeni ilgili eksen koordinatı yönünde ise pozitif değere sahiptir. Örneğin rüzgâr hız vektörü merminin yere göre hız vektörü ile aynı ise merminin havaya göre hızı sıfır olacaktır (Şekil2.21).

Kullanılan eksen takımı aşağıda verilmiştir.



Şekil 2. 20: Eksen Takımı<sup>(1)</sup>



Şekil 2. 21: Rüzgâr Hızının Yere Göre Hızla Eşit Olması<sup>(1)</sup>

Denklemin eksen takımı bileşenlerine ayırarak olursak:

$$\begin{aligned} \dot{V}_x &= -C_D^* V_{air} (V_x - W_x) \\ \dot{V}_y &= -C_D^* V_{air} (V_y - W_y) - g \\ \dot{V}_z &= -C_D^* V_{air} (V_z - W_z) \end{aligned} \quad (17)$$

## 2.2.2-Altı Serbestlik Dereceli Katı Gövde Yörünge Modeli

Altı serbestlik dereceli benzetimler fiziksel gerçekliği daha ayrıntılı modellediklerinden en yüksek hassasiyete sahip çözümleri bulurlar. Ancak karmaşıktırlar, veri/işlem yükü ağırdır ve modelin gereksinim duyduğu hassas verileri hazırlamak için (örneğin aerodinamik) bilgi/tecrübe, yazılım, donanım ve süre gerekir. Karmaşıklık nedeniyle kullanımları zordur. Bu nedenlerden dolayı daha ziyade tasarım çalışmalarında kullanılmaları uygundur. Tasarımı tamamlanmış mühimmatlar için daha basit modellerin kullanılması mantıklıdır. (örnek: NABK).<sup>(2)</sup>

### 2.2.2.1-Kütle Merkezi Hareket Denklemleri

Lineer momentumun zamana göre değişimi dış kuvvetlerin toplamına eşittir<sup>(1-16-17-18-19)</sup>:

$$\vec{F} = m\dot{\vec{u}} = \overline{DF} + \overline{LF} + \overline{MF} + \overline{PDF} + \overline{TF} + m\vec{g} + m\vec{\Lambda} \quad (18)$$

$m$  : Cismin Kütlesi

$\dot{\vec{u}}$  : Cismin Ağırlık Merkezi Hızının Yeryüzüne Sabit Koordinat

Sisteminde Birinci Zaman Türevi

$\overline{DF}$  : Sürüklenme Kuvveti Vektörü

$\overline{LF}$  : Kaldırma Kuvveti Vektörü

$\overline{MF}$  : Magnus Kuvveti Vektörü

$\overline{PDF}$  : Yunuslama Sönümlenme Kuvveti Vektörü

$\overline{TF}$  : İtke Kuvveti Vektörü

$m \vec{g}$  : Yerçekimi Kuvveti Vektörü

$m \vec{\Lambda}$  : Coriolis Kuvveti Vektörü

Sürüklenme kuvvetinden kaynaklanan ivme:

$$\frac{D\vec{F}}{m} = -\left(\frac{\pi \rho i d^2}{8m}\right)(C_{D_0} + C_{D_{\alpha^2}})v \vec{v} \quad (19)$$

$\rho$  :Hava Yoğunluğu

$d$  :Referans Çapı

$C_{D_0}$  :Sıfır Yaw Sürüklenme Kuvveti Katsayısı

$C_{D_{\alpha^2}}$  :Quadratic Sürüklenme Kuvveti Katsayısı

Cismin havaya göre hız vektörü:

$$\vec{v} = \vec{u} - \vec{w} \quad (20)$$

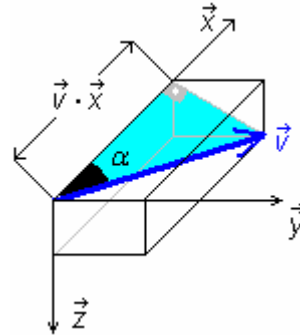
$\vec{u}$  :Cismin Yeryüzüne Sabit Koordinat Sistemine Göre Hız Vektörü

$\vec{w}$  :Havanın Yeryüzüne Sabit Koordinat Sistemine Göre Hız Vektörü

(Rüzgâr Hızı)

$v$  :Cismin Havaya Göre Hızı ( $|\vec{v}|$ )

$\alpha$  :Yaw (Diğer Adı Toplam Hücum Açısı),  $\arccos\left[\frac{\vec{v} \cdot \vec{x}}{|\vec{v}|}\right]$  (Şekil2.22)



Şekil 2.22: Toplam Hücum Açısı<sup>(1)</sup>

$i$ : Sürükleme Kuvveti Form Faktörü. Hesaplanan menzili gözlemlenen nominal menzile uydurmak için kullanılır. Form faktörleri yükseliş açısının (QE) fonksiyonu olarak yazılır:

$$f = a_0 + a_1(QE) + a_1(QE)^2 + a_1(QE)^3 \quad (21)$$

$i$  değeri her mühimmat ve her barut hakkı için farklıdır. Nominal menzile ya atış cetvelinden, ya da gerçek atış sonuçlarının istatistiksel ortalamasından bulunur.

Kaldırma kuvvetinden kaynaklanan ivme:

$$\frac{\overline{LF}}{m} = \left( \frac{\pi \rho d^2 f_L}{8m} \right) (C_{L_\alpha} + C_{L_{\alpha^3}} \alpha^2) [v^2 \vec{x} - (\vec{v} \cdot \vec{x}) \vec{v}] \quad (22)$$

$f_L$  : Kaldırma Kuvveti Form Faktörü. Hesaplanan menzili gözlemlenen nominal menzile uydurmak için kullanılır. Yükseliş açısına bağlı olarak verilir.

$C_{L_\alpha}$  : Kaldırma Kuvveti Katsayısı

$C_{L_{\alpha^3}}$  : Kübik Kaldırma Kuvveti Katsayısı

Magnus kuvvetinden kaynaklanan ivme:

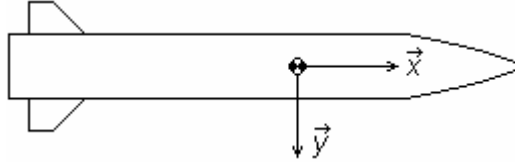
$$\frac{\overline{MF}}{m} = - \left( \frac{\pi \rho d^3 C_{mag-f}}{I_x 8m} \right) (\vec{H} \cdot \vec{x}) (\vec{x} \times \vec{v}) \quad (23)$$

$I_x$  : Eksenel Eylemsizlik Momenti

$C_{mag-f}$  : Magnus Kuvvet Katsayısı

$\vec{H}$  : Toplam Açısal Momentum

$\vec{x}$  : Cismin Uzunlamasına Ekseni Yönündeki Birim Vektörü (Şekil 2.23)



Şekil 2. 23: Eksen Takımı<sup>(1)</sup>

Yunuslama Sönümlenme Kuvvetinden Kaynaklanan İvme:

$$\frac{\overline{PDF}}{m} = \left( \frac{\pi \rho d^3}{I_y 8m} \right) (C_{N_q} + C_{N_z}) v (\vec{H} \times \vec{x}) \quad (24)$$

$I_y$  : Yanal Eylemsizlik Momenti (İlk Andaki Ağırlık Merkezine Göre)

$C_{N_q} + C_{N_z}$  : Yunuslama Sönümlenme Kuvveti Katsayısı

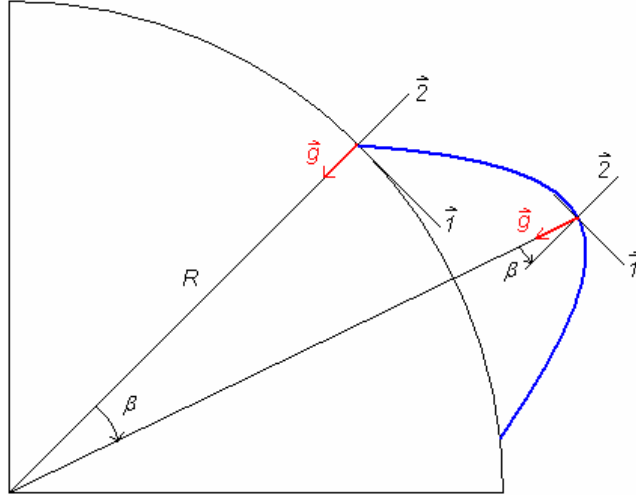
Ağırlık merkezinin yeryüzüne sabit koordinat sistemindeki konumu:

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Mermi atış anında  $X_1$  eksenini ilk atış doğrultusunda,  $X_2$  eksenini yukarı doğru (yerçekiminin tersi yönde),  $X_3$  sağ el kuralına göre diğer iki eksene dik doğrultudadır. Mermi atıldıktan sonra eksenler değişmez ve ilk ana paralel kalırlar. Yerçekimi dünyanın merkezine doğru olduğundan ilk başta sadece  $X_2$  bileşeni varken daha sonra  $X_1$  ve  $X_3$  bileşenleri de oluşur.

Yerçekiminden kaynaklanan ivme:

$$\vec{g} = -g_0 \frac{R^2}{r^3} \vec{r} = -g_0 \begin{bmatrix} \frac{X_1}{R} \\ 1 - \frac{2X_2}{R} \\ \frac{X_3}{R} \end{bmatrix} \quad (25)$$



Şekil 2.24: Yerçekimi Vektörü Bileşenleri<sup>(1)</sup>

Dünya Dönüş Etkilerine Göre Düzeltilmiş Yer Çekimi İvmesi:

$$g_0 = 9.80665 [1 - 0.0026 \cdot \cos(2 \cdot lat)] \quad (26)$$

Cismin Kütle Merkezinin Dünya Küresinin Merkezine Göre Konumu:

$$\vec{r} = \vec{X} - \vec{R} \quad (27)$$

Dünya Küresinin Merkezinin Yeryüzüne Sabit Koordinat Sistemindeki Konumu:

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ -R \\ 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$R = 6.356766 \times 10^6 \text{ metre}$$

Coriolis Etkisinden Kaynaklanan İvme:

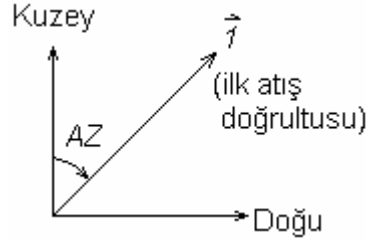
$$\vec{A} = -2(\vec{\omega} \times \vec{u}) \quad (29)$$

Yeryüzüne Sabit Koordinat Sisteminin Dünyanın Açısal Hızı Nedeniyle Sahip Olduğu Açısal Hız:

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} \Omega \cos(lat) \cos(AZ) \\ \Omega \sin(lat) \\ -\Omega \cos(lat) \sin(AZ) \end{bmatrix} \quad (30)$$

$lat$  :Fırlatma Noktasının Enlemi; Güney Yarımküre için Negatiftir.

$AZ$  :Yeryüzüne Sabit Koordinat Sistemi  $\bar{1}$  Ekseninin Gerçek Kuzeye Göre Saat Yönündeki Yan Açısı (Şekil 2.25)



Şekil 2.25: Sbt. Krd. Sistemi Ekseninin Gerçek Kuzeye Göre Yan Açısı<sup>(3)</sup>

### 2.2.2.2-Form Faktörlerinin Kullanımı

Form faktörleri aerodinamik veri hesaplama araçlarından ve roket motoru yer testlerinden elde edilen verinin gerçek veriye yaklaştırılması için kullanılır. Form faktörleri sürüklenme, kaldırma ve itki kuvvet terimlerinde mevcuttur. Form faktörlerini belirleme yöntemi:

Bilinen yükseliş açısı (QE) için atış cetvelinden veya gerçek atış sonucu elde edilen menzillerin istatistiki ortalamasından nominal menzil bulunur. QE değeri ile benzetim yapılır.

Benzetim sonucu nominal menzile istenen düzeye de yakın değilse form faktörleri değiştirilir ve benzetim tekrarlanır. Kabaca iç içe üç döngü Vardır ( $i, f_L, f_T$ ).

Üç farklı kuvvet için ve uçuş koşullarına bağlı aerodinamik katsayılar için menzil uydurma işi kolay değildir, ancak bilgisayar yardımı ile yapılabilir. Eğer

atış cetvelinde, atış sonuçlarında veya benzetimde kullanılan veride hatalar varsa form faktörleri ile oynayarak menzili tutturmak mümkün olmaz.

Normalde önce atışlar yapılır, sonra mühimmat verisi çıkarılır (aerodinamik veri, form faktörleri vb.), son olarak da atış cetvelleri hazırlanır. Böylece atış sonuçları ile tutarlı veri, benzetimler ve atış cetvelleri elde edilmiş olur.

### 2.3-Hava Direnci

Merminin uzunlamasına ekseninin, ağırlık merkezinin hareket yönünde bulunduğu, yani merminin iyi tasarımlanmış bir ok gibi hareket ettiği kabul edildiğinde, hava mukavemeti normal olarak aşağıdaki büyüklüklerle orantılı olur:

- a) Eksene dik mermi kesiti,  $R^2 \cdot \pi$
- b) Hava ağırlığı  $\delta$ , yani deneme gününde, havanın sıcaklık, basınç ve rutubetine göre hesaplanan bir hacim birimi havanın ağırlığı ( veya daha iyi ifade edilirse: bir hacim birimi havanın ihtiva ettiği hava kütlesi). Ekseriyetle burada  $\delta$ , keyfi olarak seçilen bir  $\delta_0$  normal hava ağırlığı, meselâ  $\delta_0 = 1.206$  veya  $\delta_0 = 1.220 \text{ kg/m}^3$  ile münasebete sokulur.
- c) Merminin şekline tâbi bir  $i$  katsayısı ( $1000 * i = n$  'ye mutad olarak şekil değeri ismi verilir.)
- d) Ağırlık merkezinin  $v$  m/s ötelenme hızının muayyen bir fonksiyonu  $f(v)$ .

Böylece hava mukavemeti aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

Hava direnci<sup>(5)</sup>;



$$W = R^2 \cdot \pi \cdot \frac{\delta}{\delta_0} \cdot i \cdot f(v)$$

Boyutlar bakımından,  $i$ , boyutsuz bir sayıdır.  $R$  m olarak konulursa,  $W$ 'nin kg olarak elde edilmesi gerekiyorsa,  $f(v)$  için boyut  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2}$  olur.

Ön yüzeyi  $F \text{ m}^2$  olan, eksenini yönünde havanın  $v \text{ m/s}$  hız ile hareket ettiği, sükûnet halindeki bir silindirik mermi düşünölsün. Hava tanecikleri, mermiye çarptıklarında hızlarını kaybederler. Bu esnada bir saniyede mermi ile  $F \cdot v \text{ m}^3$  hava çarpışır. Bir  $\text{m}^3$  havanın ağırlığı  $\delta \text{ kg}$  olsun. Böylece kütle,

$\frac{F \cdot v \cdot \delta}{9.81}$  'dır. Saniyedeki hız değişimi  $v - o$ , gecikme  $\frac{v - o}{1}$  'dır.  $F$  kesitine

karşı akan havanın meydana getirdiği basınç, kütle ile gelen hava miktarının

çarpımı, o halde  $\frac{F \cdot v \cdot \delta}{9.81} \cdot \frac{v - o}{1} = \frac{F \cdot \delta \cdot v^2}{9.81}$  'dır. Buna göre, sükûnet halindeki

hava içinde hareket eden silindirin direnci,  $F$  dik yüzeyinin alanı ( $\text{m}^2$ ), hava yoğunluğu  $\delta \text{ (kg/m}^3\text{)}$  ve hızın  $v \text{ (m/s)}$  karesi ile orantılıdır.

$$W(\text{kg}) = \frac{F \cdot \delta \cdot v^2}{9.81}$$

(Teknikte dik bir  $F \text{ (m}^2\text{)}$  düz yüzeyi üzerine  $v \text{ (m/s)}$  rüzgâr hızında  $W$  rüzgâr basıncı için mutad olarak kullanılan formöl, buna oldukça uygun olarak  $W = 0.122 \cdot F \cdot v^2 \text{ kg}$  'dır.)

Bu formöl türetilirken, parçanın alını tarafında akan havanın, sürtünmenin, dalga teşekkölünün ve cismin arka tarafındaki bütün hadiselerin tesirleri göz ardı edilmiştir.<sup>(16-17-19-20)</sup>

## 2.3.1- Yoğunluğun Tesiri

### 2.3.1.1- Hava Ağırlığının ( $\delta$ ) Hesaplanması

Yukarıda anlatılanlara göre, hava direnci, atış anında hâkim olan, mermiyi çevreleyen hava yoğunluğuna tâbidir. O halde bunun için, hava sıcaklığı  $t$  °C, indirgenmiş barometre seviyesi  $H_0$  ve rutubet muhtevassından %100.s, hava ağırlığı  $\delta'$  nın yani namlu ağzı ufku yakınlarındaki veya bunun üzerinde  $y$  (m) yükseklikteki hava ağırlığının hesaplanması söz konusudur.

1 m<sup>3</sup> tamamen kuru havanın ağırlığı, 45° coğrafi enlemde ve deniz seviyesinde, 1,29303 kg, enlemi 52°30' olan ve deniz seviyesinin 40 m üzerindeki Berlin'de 1,29388 kg'dır. Böylece, 1 m<sup>3</sup> kuru havanın,  $t$  °C' de ve  $H_0$  barometre seviyesindeki  $P$  ağırlığı, Boyle Mariotte ve Gay Lussac kanunlarına göre, Berlin için;

$$P = 1,2939 \cdot \frac{H_0}{760} \cdot \frac{1}{1 + 0,00367 \cdot t} \quad \text{dır.} \quad (1)$$

Hava nemli ise; havanın kısmen ihtiva ettiği su buharının ağırlığı, aynı hacimdeki kuru havanın sadece 5/8'i kadar olduğundan,  $\delta_0 < P'$  dir. Barometre seviyesi  $H_0$ , nemli havanın basıncına göre alınır. O halde, 1 m<sup>3</sup> kuru havanın içine,  $e$  basıncında su buharı aktığı ve bunun için, basınç, nemli hava için gerçekten ölçülen aynı büyüklükte, yani  $H_0$ 'a eşit olacak şekilde belirli bir miktar kuru havanın dışarı çıktığı düşünölmelidir. Burada artan m<sup>3</sup> cinsinden kuru havanın ağırlığı  $G_1$  kg, kısmî basıncı  $H_1$  mm olsun. Karışan su buharının miktarı  $G_2$  kg, kısmî basıncı  $e$  mm olsun. Şimdi, Dal ton kanununa göre, bir karışımın basıncı, tekabül eden her gazın, kendi başlarına aynı

hacmi doldurmaları halinde sahip olacakları kısmî basınçlarının toplamına eşittir, yani;

$$H_0 = H_1 + e \quad (2)$$

Bu fikir yürütüldüğünde, 1 m<sup>3</sup> içinde, önce yalnız başına G<sub>1</sub> kg kuru havanın bulunduğu düşünülür. Basınç H<sub>1</sub>'dir. Bu durum, (1) denklemindeki, 1 m<sup>3</sup> 'ün aynı şekilde kuru hava ile doldurulduğu durum ile mukayese edilirse, Boyle Mariotte kanununa göre, basınçların beher m<sup>3</sup> için ağırlıklar gibi davrandıkları elde edilir.

$$\frac{G_1}{P} = \frac{H_1}{H_0} = \frac{H_0 - e}{H_0} \quad (3)$$

Aynı şekilde fikir yürütüldüğünde, 1 m<sup>3</sup> havada, G<sub>2</sub> kg su buharı bulunsun, bu esnada basınç e mm olsun ve bu dolun şekli yukarıda zikredilen, 1 m<sup>3</sup>'ün H<sub>0</sub> basıncında su buharı ile dolu olduğu durum ile mukayese edilsin (1 m<sup>3</sup>'ün hacmi,  $\frac{5}{8} \cdot P$  ). O zaman, yaklaşık olarak;

$$\frac{G_2}{\frac{5}{8} \cdot P} = \frac{e}{H_0} \quad \text{dır.} \quad (4)$$

G<sub>1</sub> + G<sub>2</sub> 'nin bu değeri, δ<sub>0</sub> = G<sub>1</sub> + G<sub>2</sub> 'de yerine konulursa;

$$\delta_0 = \frac{P}{H_0} \cdot \left( H_0 - \frac{3}{8} \cdot e \right) \quad \text{Veya (1)' den dolayı,} \quad (5)$$

$$\delta_0 (kg / m^3) = \frac{1,2939}{760 \cdot (1 + 0,00367 \cdot t)} \cdot \left( H_0 - \frac{3}{8} \cdot e \right) \quad (I) \quad \text{verir.}$$

Hava, su buharı ile doymuş ise, e = E (suyun t °C' deki buhar basıncı) fizik ve teknikte iyi bilinen tablolardan alınır. Hava, mutad olduğu üzere doymuş değilse, o zaman e, E' nin sadece bir kesridir, e = s.E. S, 100 ile

arpılmış olarak, izafî nemi yüzde cinsinden gösteren higrometreler tarafından doğrudan verilir<sup>(8)</sup>.

Böylece;

$$\delta_0 = \frac{1,2939.H_0}{760} \cdot \frac{273}{273+t} - 0,174 \cdot \frac{s.E}{273+t} \quad (II)$$

Sembollerin manaları nın tekrarlanması bakımından:

t :°C Cinsinden Hava Sıcaklığı

S: İzafî Hava Nemi, yani, havada gerçekten bulunan su buharının e buhar basıncının, su buharının doyma durumundaki E basıncına oranı (E için). 100\*s, yüzde cinsinden izafî nemi gösteren higrometreler (meselâ Koppe ve Lamprecht' in higrometreleri) tarafından doğrudan verilir.

H<sub>0</sub>:mm cinsinden, 0 °C' ye indirgenmiş barometre seviyesi.

H mm, cıvalı termometreden okunur. Mamafih, barometrenin sadece hava basıncını ölçmesi, fakat aynı zamanda bunun haricinde cıvanın sıcaklık ile genişmesini ölçmemesi arzu edildiğinden, mukayeseye imkân vermek bakımından, barometre değerleri, bir ve aynı sıcaklığa, yani 0 °C normal sıcaklığa tahvil edilir. Cıvanın genişleme katsayısı 1:5550' dir, o halde okunan barometre seviyesi;

$$H = H_0 \cdot \left(1 + \frac{t}{5550}\right), \text{ netice olarak}$$

$$H_0 = H \cdot \left(1 - \frac{t}{5550}\right) \text{ 'dir. (yaklaşık olarak)}$$

Tashi,  $\frac{H.t}{5550} = 0,000181 * H * t$  olup, bu düşülmelidir. Diğer taraftan,

barometrenin cetveli de genişler. Bunun piriçten (Genleşme katsayısı 0,000019) ibaret olduğu kabul edilirse, son zikredilen rakamdan tekrar

$0,000019 * H * t$  çıkarılmalıdır. Netice olarak, okunan H barometre seviyesinden çıkarılması gereken tashihi sadece  $0,0000162 * H * t$  dir.

Çok defa, günlük hava ağırlığı  $\delta_0$ 'ın hesaplanmasında, etkisi çok az olduğundan, havanın nemi muhtevassından ihmal edilir. Bu durum da;

$$\delta_0 = \frac{0,465 * H_0}{273 + t} \quad (H_0, \text{ mm cinsinden}) \quad (III)$$

Olup, ekseri durumlarda yeterlidir.

Bir ve aynı  $\delta_0$  hava ağırlığının (Yeryüzü hava ağırlığı denilen) kullanılması, bunlar arasında en büyük menzil veya buna çok yakın menziller ile atışlar dâhil, farklı yükseliş açıları ile yeterli sayıda atış yapıldığında, bütün durumlar için caiz olarak görülebilir. O zaman, bütün yörüngeler için, bir ve aynı  $\delta_0$  hava ağırlığının kabulü ile yapılan hata, atış neticelerinden hesaplanan bazı balistik katsayılardaki diğer bazı ihmallerin namı hesabına geçer. Bu durum da da, henüz I. Dünya savaşı nın başlangıcın dan önce yapılan teklife göre, yeryüzü hava ağırlığının hesaplanmasında anî hava sıcaklığının değil, bilakis doğrudan yeryüzü seviyesinde bilhassa dalgalanma gösteren sıcaklık seyrinin bertaraf edilmesi için, son 24 saat içinde, periyodik okumalarla, uygun şekilde belirlenen ortalama değerin alınması ile iyi bir harekette bulunulmuş olur. <sup>(6-7-18-20)</sup>

### 2.3.1.2- Namlu Ağzı Ufkunun Üzerinde y(m) Yüksekliğinde $\delta_y$

#### (kg/m<sup>3</sup>) Hava Ağırlığı

Hava ağırlığının, yeryüzünden yükselme ile değişimini göz önünde bulundurmak için, Bu bilim dalı ile uğraşan bilim adamları yapısal itibarı ile aynı ancak farklılıklar gösteren formüller kullanmışlardır. Bunlardan S. Robert.  $\delta_y = \delta_0 \cdot (1 - 0,00008 * y)$  Lineer fonksiyonunu, P. Charbonnier (1904),  $\delta_y = \delta_0 \cdot (1 - 0,00011 * y)$  formülünü kullanmışlardır. E. Everling, Schubert, Coym ve Linke'nin tecrübî değerlerini göz önünde bulundurarak, formül hesaplamaları için elverişli,  $\delta_y = \delta_0 * e^{-0,000106*y} = \delta_0 * 10^{-0,000046*y}$  (y, m cinsinden) ve nümerik hesaplamalar için elverişli;

$$\delta_y = 1,250 - 0,01153 * y + 0,003024 * y^2 \text{ (burada y, kilometre insinden)}$$

Formüllerini bulmuştur.

C. Cranz, 1910'da, çok zaman almaması gereken, kaba bir yaklaşım hesabı için, tepe yüksekliğinin 2/3'ünde hâkim olan sabit bir hava ağırlığı ile işlem yapılmasını teklif etmiştir. Çünkü 2/3\*y<sub>s</sub>, en azından havasız ortamda, merminin zaman ve ufkî harita mesafesi bakımından ortalama olarak bulunduğu yüksekliktir.

Cranz'ın kaidesi, harbin ilk yıllarında Alman topçusu tarafından, hava şartlarının hesabî olarak bertaraf edilme sinde iyi bir başarı ile kullanılmıştır. Becker' in vesilesiyle, bu kaide, 1918 yılı başlarında, Alman tarafında "Balistik hava ağırlığı"nın ikamesiyle, daha fazla hassasiyet kazanmıştır. Bundan, merminin bütün uçuşu boyunca etki eden, menzil üzerine mermi uçuş

yükseklğine göre değişken olan gerçek hava ağırlığı ile aynı etkiyi yaptığı kabul edilen, tek bir hava ağırlığı anlaşılır.

Merminin ulaştığı büyük y, yüksekliklerinde, O. v. Eberhard ve A. V. Brunn' un yaptığı tarz da, daha hassas hesaplama yapılabilir:  $p_0$  ( $\text{kg/m}^2$ ), hava basıncını ve  $T_0$ , yeryüzündeki mutlak sıcaklığı;  $p_y$  ve  $T_y$ , y (m) yükseklikteki, hava basıncını ve sıcaklığı gösterebilir. Takriben  $y = 12000$  m' lik bir yüksekliğe veya troposfer'e kadar, artan yükseklik ile sadece p hava basıncı değil, bilakis T mutlak sıcaklığı da düşer.  $T = T_0 - \lambda * y$  'dir.  $\lambda$ , sıcaklık katsayısı (gradient, düşme, eğim) adını alır. Stratosfer denilen tabakada ( $y > 12000$  m), sıcaklık sabit olup,  $-54,6$  °C veya mutlak sıcaklık cinsinden  $T_{\text{sabit}} = 218,4$  °K' dir. Şimdi, y (m) yükseklikteki  $\delta_y$  hava ağırlığının, yeryüzü seviyesindeki  $\delta_0$  hava yoğunluğuna oranı  $\delta_y/\delta_0$  'ı, söz konusu y yüksekliği ve buradaki  $T_y$  sıcaklığı ile  $p_y$  basıncından elde etmek için,  $dp_y = -\delta_y dy$  denge şartı ve R, gaz sabitini ifade etmek üzere (Hava için  $R = 29,29$ ),  $p_y = \delta_y \cdot R \cdot T_y$  gaz kanunu uygulanmalıdır<sup>(10)</sup>.

a) Troposferde,  $T_y = T_0 - \lambda * y$  'dir.  $\lambda$  Sıcaklık katsayısı,  $y = 12000$  m için,  $T_y = 218,4$  °K olduğundan;  $218,4 = T_0 - \lambda * 12000$ ;  
 $\lambda = \frac{1}{12000} \cdot (T_0 - 218,4)$ ' den bulunur. Verilen iki denklemden, denge şartı ve gaz kanunundan, aşağıdaki netice elde edilir:

$$\frac{dp_y}{p_y} = -\frac{dy}{R \cdot T_y} = -\frac{dy}{R * (T_0 - \lambda * y)}$$

İntegral alınarak;

$$\frac{p_y}{p_0} = \left(1 - \frac{\lambda * y}{T_0}\right)^{\frac{1}{R*\lambda}} \quad \text{ve;}$$

$$\frac{\delta_y}{\delta_0} = \frac{p_y * T_0}{p_0 * T_y} = \frac{p_y}{p_0} * \frac{T_0}{T_0 - \lambda * y} \quad \text{olduğun dan,}$$

Böylece;

$$\frac{\delta_y}{\delta_0} = \left(1 - \lambda * \frac{y}{T_0}\right)^{\frac{1}{R*\lambda}-1}, \text{ olup burada, } \lambda = \frac{T_0 - 218,4}{12000} \text{ 'dir. (IV)}$$

Yaklaşık olarak, troposferde, yukarıdaki  $\frac{dp_y}{p_y} = -\frac{dy}{R*T_y}$  denkleminde,

değişken bir  $T_y$  yerine basitçe,  $T_m$  ile gösterilen sabit bir ortalama sıcaklık da konulabilir. Bu durumda integrasyon la;

$$\frac{p_y}{p_0} = e^{-\frac{y}{R*T_m}}, \quad \text{o halde} \quad \frac{\delta_y}{\delta_0} = \frac{T_0}{T_y} * e^{-\frac{y}{R*T_m}}$$

Bulunur. O halde, sadece farklı  $y$  yüksekliklerindeki sıcaklığın bilinmesine ihtiyaç vardır. Troposfer ile stratosfer arasındaki sınırdaki;

$$\frac{p_{12000}}{p_0} = \left(1 - \frac{\lambda * 12000}{T_0}\right)^{\frac{1}{R*\lambda}}; \quad \frac{\delta_{12000}}{\delta_0} = \left(1 - \frac{\lambda * 12000}{T_0}\right)^{\frac{1}{R*\lambda}-1} \text{ 'dir.}$$

$$\text{b) } T_{sabit} = T_0 - \lambda * 12000 = T_{12000} = 218,4 \text{ °K, (Santigrat cinsinden C= -54,6}$$

°C) olan stratosferde,

$$\frac{dp_y}{p_y} = -\frac{dy}{R*T_y} \text{ Denklemi nin, sınırdan itibaren entegrasyonu ile}$$

$$\frac{p_y}{p_{12000}} = \frac{\delta_y}{\delta_{12000}} = e^{-\frac{y-12000}{R*T_{12000}}} \quad \text{Bulunur.}$$

O halde, stratosferde,  $\delta_y$  hava ağırlığının, yeryüzü seviyesindeki  $\delta_0$  hava ağırlığına oranı;



$$\frac{\delta_y}{\delta_0} = \left( 1 - \frac{\lambda * 12000}{T_0} \right)^{\frac{1}{R * \lambda} - 1} * e^{-\frac{y - 12000}{R * (T_0 - \lambda * 12000)}} \quad \text{dir. (V)}$$

İlk olarak O. v. Eberhard, bu (IV) ve (V) münasebetlerinin, bir merminin çok büyük çıkış yükseklikleri için ne mana ifade ettiğini anlamıştır.

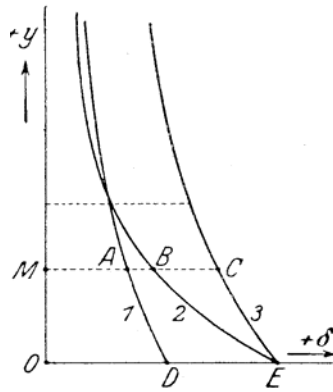
Bir  $\lambda$  normal sıcaklık katsayısı şartı altında, hava ağırlığının, y çıkış yüksekliğinin bir fonksiyonu olarak, bir dik açılı koordinat sisteminde,  $\delta_y$  absisler, y, ordinatlar olmak üzere bir eğri olarak gösterildiği düşünölsün (Şekil 2.26' ya bak). Bu, yandaki şekilde olsun. 1 numaralı eğri, yeryüzündeki normal sıcaklık  $T_0$ , ve normal barometre seviyesi,  $p_0$  a göredir, buradan  $p_0 = \delta_0 \cdot R \cdot T_0$  'a göre, yer yüzündeki normal hava ağırlığı  $\delta_0 = OD$  elde edilir. 2 numaralı eğri, aynı  $p_0$  yeryüzü hava basıncı şartı altında, fakat daha düşük yeryüzü  $T_0'$  hava sıcaklığı ve netice olarak daha büyük bir  $\delta_0' = OE$  yeryüzü hava yoğunluğu için çizilmiş olsun.

3 numaralı eğri, değışmemiş, o halde normal  $T_0$  yeryüzü hava sıcaklığı, fakat daha yüksek bir  $\delta_0' = OE$  yeryüzü hava ağırlığı meydana getirecek, daha yüksek bir  $p_0'$  yeryüzü hava basıncı için çizilmiş olsun. O halde üç eğride,  $y = 0$  için şart olarak konulan değerler: Hava sıcaklığı, hava basıncı, hava ağırlığı, yani: 1 'de  $T_0 p_0 \delta_0$ , 2'de  $T_0' p_0 \delta_0'$ , 3'de  $T_0 p_0' \delta_0'$  dir.

1 ve 2 eğrileri (yeryüzündeki  $p_0$  hava basıncının aynı olduğu) mukayese edilirse, her iki eğrinin kesiştiği görölr. Aynı  $p_0$  yeryüzü basıncına sahip 1 ve 2 gibi böyle bütün eğrilerin yüzey alanları eşittir. Yani, absis ekseni, ordinat ekseni ve 1 numaralı eğri arasındaki alan, absis ekseni, ordinat ekseni ve 2 numaralı eğri arasındaki alana eşittir. Çünkü böyle bir yüzey, bir taraftan

$$= \int_0^{\infty} \delta_y * dy \text{ ve denge şartı dolayısıyla, diğer taraftan } = - \int_{p_0}^0 dp = +p_0$$

olduğundan, yeryüzünün 1 m<sup>2</sup> 'si üzerindeki hava sütununun ağırlığından başka bir şey değildir.



Şekil 2.26: Yeryüzündeki Sıcaklık ve Yükseklikle Hava Basıncının Değişimi<sup>(1)</sup>

**a)** 1 ve 3 numaralı eğrilerde, T<sub>0</sub> yeryüzü hava sıcaklığı eşittir (Fakat 3'de, yeryüzü hava ağırlığı, δ<sub>0</sub> yerine δ<sub>0</sub>' ve yeryüzü hava basıncı p<sub>0</sub> yerine p<sub>0</sub>' 'dür). O zaman, (IV) ve (V) denklemlerinden, yeryüzünden aynı bir y = OM yüksekliğinde δ<sub>y</sub> : δ<sub>0</sub> = δ<sub>y</sub>' : δ<sub>0</sub>' veya MA: MC=OD: OE' dir. Çünkü bu durumda (IV) ve (V) de sağ taraflar sabittir. O halde, hava sıcaklığı değişmediğinde hassas bir şekilde ele alındığında yalnızca bu durum da yeryüzü hava ağırlığı, normal hava ağırlığına göre Δδ<sub>0</sub> kadar değiştiğinde, y uçuş yüksekliğindeki hava ağırlığının izafî değişimi Δδ<sub>y</sub>: δ<sub>y</sub> için, basitçe, yeryüzü hava ağırlığının izafî değişimi Δδ<sub>0</sub>: δ<sub>0</sub> ile ikame edilebilir.

**b)** 2 ve 3 numaralı eğrilerde, δ<sub>0</sub> yeryüzü hava ağırlığı aynıdır (fakat 3'e göre p ve T, 2'ye göre, p<sub>0</sub> : T<sub>0</sub>' = p<sub>0</sub>' : T olacak şekilde değişmiştir). Bu iki eğriden, düşük T<sub>0</sub>' hava sıcaklığına tekabül eden (2) numaralı olanı, yüksek

$T_0$  yeryüzü hava sıcaklığına tekabül eden (3) eğrisinin altından seyreder. O halde, aynı yeryüzü hava ağırlığında hava direnci, soğuk bir günde, sıcak bir günde göre daha düşüktür ve buna göre, aynı  $\delta_0$  yeryüzü hava ağırlığına rağmen daha uzun mesafeye atış yapılır.

Şimdi bu üç eğri için ODE absis ekseni ve OM ordinat ekseni ve belirli bir  $OM = y$  uçuş yüksekliğindeki absis eksenine paralel bir MABC doğrusu ile eğrinin kendisi arasındaki alana, yani OMAD, OMBE ve OMCE eğri alanlarına bakılırsa, aşağıdaki hususlar görülür:

Küçük  $y$  veya OM uçuş yüksekliklerinde, EBC alanı, DACE' ye göre küçüktür veya OMCE eğri alanı, OMBE eğri alanına hemen hemen eşittir. Yani,  $\delta_0$  veya OD yeryüzü hava ağırlığı,  $\delta_0$  veya OE' ye değiştirildiğinde, bu esnada yeryüzündeki  $T_0$  hava sıcaklığının  $T_0$  a değişip değişmediği,  $\delta_0$  'ın  $\delta_0$  'e değişmiş olması çok daha önemlidir.

Buna karşılık büyük  $y$  uçuş yüksekliklerinde diyagramın doğru, nümerik gösteriminde (DABE' nin tereküp ettiği ilgili yüzey parçalarının işaretlerinin göz önünde bulundurulması ile) görüleceği üzere, DABE eğri alanı, EBC alanına göre küçüktür. O halde OMAD eğri yüzeyi, OMBE eğri yüzeyine hemen hemen eşittir. Yeryüzü hava ağırlığı  $\delta_0$  veya OD' den,  $\delta_0$  veya OE' ye değiştiği halde, yüksek  $y$  çıkış mesafelerinde, hava ağırlığındaki bu değişme eğri alanlarının ölçümü için daha az önemli olup, daha ziyade yeryüzü barometre seviyesinin  $p_0$ 'dan,  $p_0$  'e değişmesi önemlidir.

O. v Eberhard,  $\delta(y)$  hava ağırlığı fonksiyonunun bu eğri alanları ile ilgili Olarak, ilgi çekici teoremi kurmuş ve yörüngeler üzerindeki çok sayıda hesaplamalarla ispatlamıştır. Eberhard'ın prensibine göre atış cetvelinde

esas alınan normal hava şartları atış gününde, :  $T_0'$   $p_0'$   $\delta_0'$  ve buna göre  $y$  yüksekliğinde  $T_y'$   $p_y'$   $\delta_y'$  'e değişimi ile meydana gelen  $\Delta x$  menzil değişimi, hava ağırlığı eğrisinin, absis eksenini ve yörüngenin  $y_s$  tepe yüksekliğinden çizilen paralel arasında kalan alanındaki değişim ile orantılıdır. Veya bunun aynı olmak üzere,  $\Delta x$ ,  $\delta$  absis ekseninden,  $y_s$  mesafesinden buna çizilen paralele kadar, AD normal hava ağırlığı eğrisi ile CE günlük hava ağırlığı eğrisi arasındaki ACDE alanı ile orantılıdır.

Yukarıdakilere göre,

Günlük hava ağırlığı eğrisinin OMCE eğri alanı =  $p_0' - p_y'$ ,

Normal hava ağırlığı eğrisinin OMAD yüzey alanı =  $p_0 - p_y'$  dir.

Böylece;

$$\Delta X = \chi \cdot [p_0' - p_y' - (p_0 - p_y)] = \chi \cdot P \text{ 'dir. (VI)}$$

Normal hava ağırlığı eğrisi her zaman kullanılmak üzere bir defa çizilir ve  $y$  çıkış yüksekliği için, 1000 m' den 1000 m' ye, entegre edilir. O zaman  $p_0 - p_y$ , bir tablo veya diyagramdan alınacak,  $y'$  nin verilen bir fonksiyonudur. Atış gününde, yeryüzü seviyesindeki  $p_0'$  barometre seviyesi (keza, anormal sıcaklık katsayısı (gradienti) durumunda, yeryüzünden farklı yüksekliklerdeki sıcaklık) ölçülür. O zaman, tekabül eden yörüngenin tepe noktasına ait  $p_y'$  hesaplanır. Böylece, (IV) denkleminde, köşeli parantez içindeki değer veya P değeri bilinmiş olur.  $\chi$  nispilek faktörü, ilgili ve söz konusu  $\varphi$  yükseliş açısı için, aynı yeryüzü sıcaklığı için,  $p_0$  normal barometre seviyesi yerine, takriben 40 mmHg yüksek bir  $p_0'$  günlük barometre seviyesinin kabulü ile, saf ampirik olarak belirlenir. Tepe yüksekliği için buna tamamen belirli bir  $p_y'$  basıncı

tekabül eder. Bundan sonra, bu özel kabul için P' nin değeri ve buna tekabül eden X'-X veya  $\Delta x$  menzil değişimi hesaplandığında, değişen yörüngenin X' menzili bulunur. Bu  $\Delta x$ , P köşeli parantezinin önceden elde edilen değerine bölünürse, tekabül eden top, tekabül eden barut hakkı ve tekabül eden  $\varphi$  yükseliş açısı için  $\chi$  ' nin değeri elde edilir. Bu  $\chi$  değerleri, münferit  $\varphi$  açıları için atış cetvellerine konur. Merminin, hava yoğunluğunun son derece küçük olduğu stratosfer bölgelerine ulaştığı, çok büyük çıkış yüksekliklerinde,  $p_y$  ve  $p_y'$  yerine pratikçe sıfır konulabilir. O zaman,

$$\Delta X = k(p_0' - p_0) \text{ ' dır. (VII)}$$

O halde, o zaman atış menzili değişimi, yeryüzündeki günlük barometre seviyesi ile normal barometre seviyesi arasındaki fark ile orantılıdır. Orta çıkış yüksekliklerinde (VI) formülüne göre hareket edilebilir. Veya sıcaklık katsayısı (gradienti) normal ise, basit olarak, yeryüzü seviyesindeki,  $T_0$  günlük

sıcaklığı ölçülür ve  $\frac{\delta_y}{\delta_0} = \frac{p_y}{p_0} * \frac{T_0}{T_0 - \lambda * y}$  formülü kullanılır. Veya nihayet, bir

hava gözlem istasyonunun dan, farklı y yüksekliklerindeki sıcaklığın değişimi veya, uçurtma ölçümlerinden,  $p_y$  'nin fonksiyonu olarak  $T_y$  elde edilirse, o

zaman  $\frac{\delta_y}{\delta_0} = \frac{p_y}{p_0} * \frac{T_0}{T_y}$  hesaplanır. (8-9-18-20)

### 3-ARAŞTIRMA BULGULARI

#### 3.1- Teorik Analiz

Teorik analiz yapılırken aşağıdaki Şartlar kabul edilmiştir.

- Eksen Takımı Durağan (dünya dönmüyor)
- Dünya Düz
- Sürükleme Katsayısı Sabit
- Rüzgâr Sabit
- Dünya Yarıçapı Sabit Olarak kabul edilmiş.(Küre gibi düşünölmüŐ.)
- Mermi Dönüsü Sabit.(20.000 dev/dak.)
- Hava Yoğunluğu Değişiminde Nem Göz Önüne AlınmamıŐ, sadece yükseklik ve sıcaklıktan kaynaklanan değişim göz önüne alınmıŐtır.

Bu kabuller doğrultusunda g yer çekim ivmesinin başlangıç değeri hesaplanmış ve daha sonra yerden yükseldikçe azalması göz önünde bulundurulmuştur. Hava yoğunluğunun, atış noktasının deniz seviyesindeki yüksekliğine ve ortam sıcaklığına göre başlangıç değeri hesaplanmış ve bu hava yoğunluğunun da yerden yükseldikçe azalması göz önüne alınmıŐtır. Bunlara bağlı olarak hava direncinin değişkenliği göz önünde bulundurulmuştur. Ayrıca cismin yerden yüksekliğine göre açısının değişmesi hesaba katılmıŐ ve bu açuya göre hava direncinin yükü x ve y eksenlerine paylaŐtırılmıŐtır.

### 3.2-Eğik Atıftaki Değişken Etkenlerin Grafik Olarak Gösterilmesi

#### 3.2.1-G Yerçekimi İvmesinin Excel Programı ile Grafik olarak elde

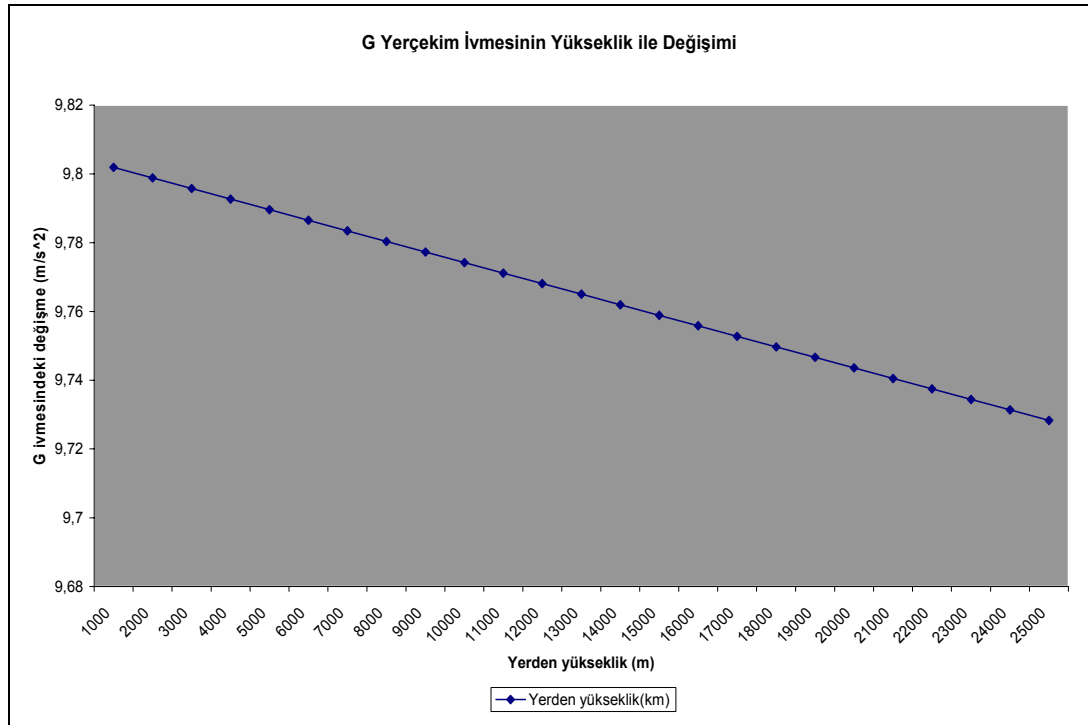
#### edilmesi

Cisimlerin üzerinde oluşan g yer çekim kuvvetinden dolayı oluşan ivme, cismin dünyanın merkezine olan uzaklığı ile ters orantılı olarak değişir. G ivmesinin en yüksek olduğu yerler deniz seviyesinde oluşur, daha yukarılara çıkıldıkça, yükseklikle orantılı olarak bu ivme azalır. G ivmesinin grafiğe

dökülmesinde ünite 2.1.4 'de açıklaması yapılan  $g = g_0 * \frac{r_0^2}{r^2}$  formülü

kullanılmış ve ayrıca grafikten elde edilen verilere göre regresyon analizi ile aşağıdaki 4. derecedeki polinom denklemi oluşturulmuştur.

$$G = (6E-14)*h^4 - (2E-10)*h^3 + (7E-07)*h^2 - 0,0031*h + 9,8081$$



Şekil 3.1: G ivmesinin Yükseklik ile Değişim Eğrisi.

### 3.2.2- Hava Yoğunluğu Değişimi

Hava yoğunluğu, havada yüzen cisimler üzerinde direnç kuvvetini oluşturan en büyük etkenlerden birisidir. Hava yoğunluğu sıcaklığa, yüksekliğe ve bağıl neme bağlı olarak değişir.

#### 3.2.2.1- Hava Yoğunluğunun Sıcaklığa Bağlı Değişimi

Isınan hava genişler ve yoğunluğu azalır, dolayısı ile genişleyen havanın cisimler üzerinde oluşturduğu direnç kuvveti de azalmış olur. Fakat genişleyen hava yeryüzünün yukarı kesimlerine yükseldiği için, sıcak havalarda yukarı kesimlerdeki direnç kuvveti artmış olur. Soğuk havalarda havanın yoğunluğu artar, dolayısı ile soğuk havaların cisim üzerinde oluşturduğu direnç kuvveti de fazlalaşmış olur. Ancak soğuk havalarda hava kütleleri yeryüzüne yığıldığı için yukarı kesimlerde hava kütleleri azalmış olur. Mermi kısa sürede yükselerek uçuş süresinin büyük bir kısmını yukarı kesimlerde yüzerek dolaştığından dolayı soğuk havalarda gerçekleştirilen topçu mühimmatı atışlarında, mühimmatın menzili artmış olur.

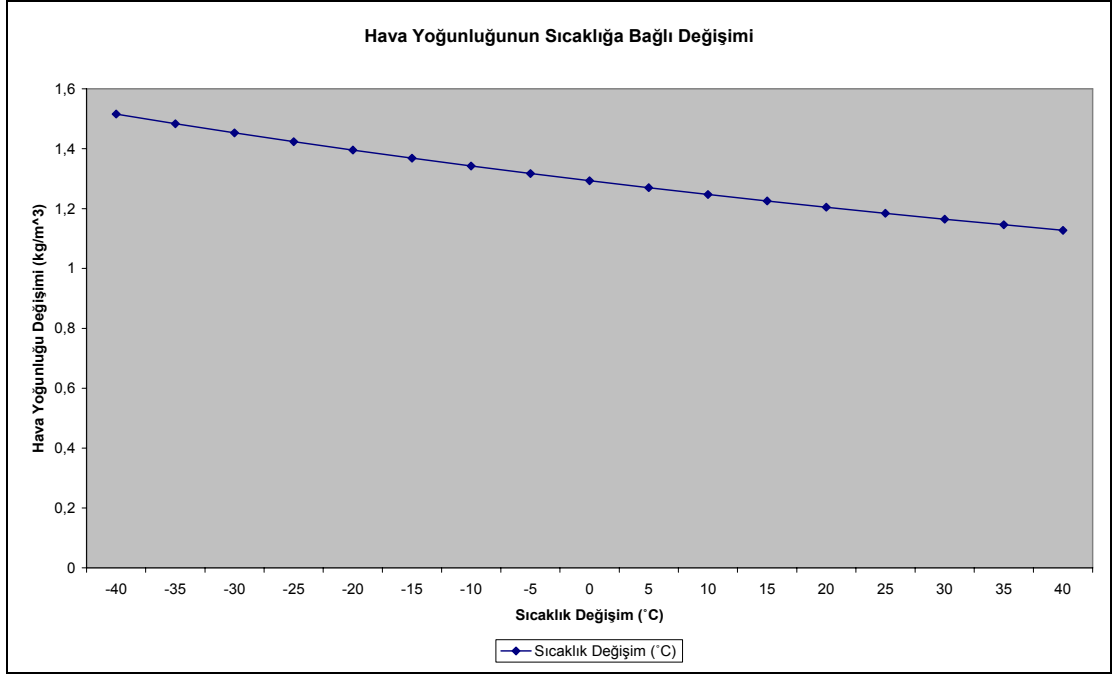
Hava yoğunluğunun grafiğe dökülmesinde ünite 2.3.1.1 de açıklaması yapılan;

$$\delta_0 (kg / m^3) = \frac{1,2939}{760 * (1 + 0,00367 * t)} \left( H_0 - \frac{3}{8} * e \right) \quad \text{Formülü göz önünde}$$

bulundurulmuş daha sonra grafikten elde edilen verilere göre regresyon analizi ile aşağıdaki 4. derecedeki polinom denklemi oluşturulmuştur.

$$\delta_0 = (2E-07)*t^4 - (1E-05)*t^3 + 0,0007*t^2 - 0,034*t + 1,5488$$





Şekil 3.2: Hava Yoğunluğunun Sıcaklığa Bağlı Değişim Eğrisi.

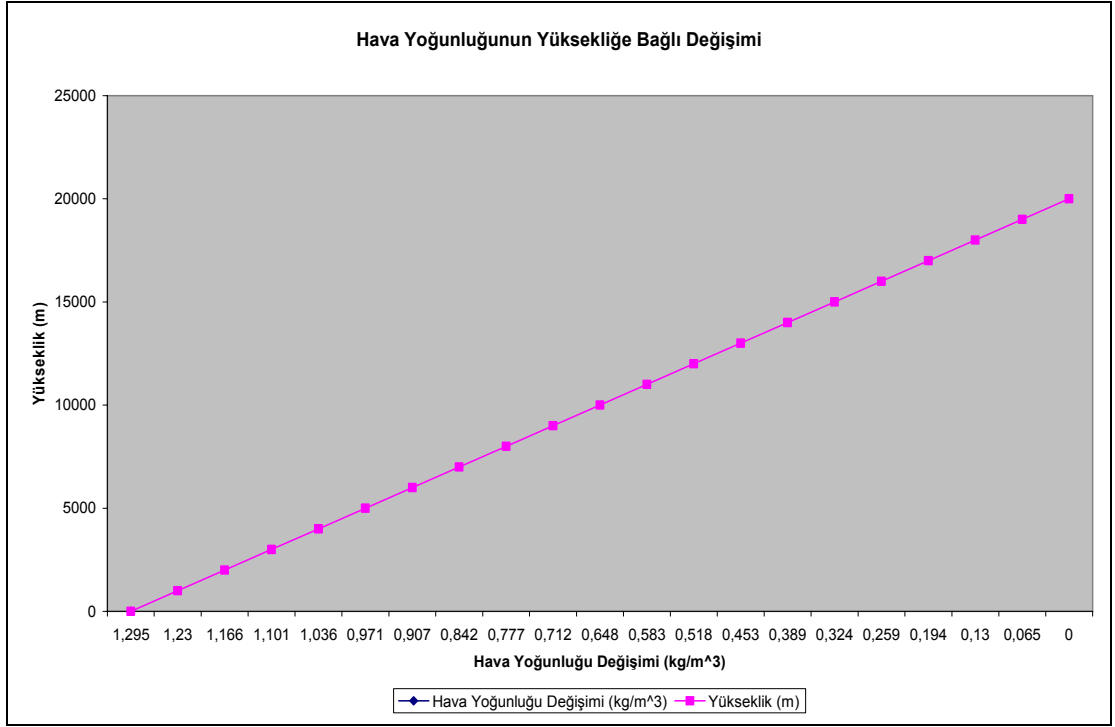
### 3.2.2.2- Hava Yoğunluğunun Yüksekliğe Bağlı Değişimi

Hava yoğunluğu yüksekliğe bağlı olarak ta değişir. Yer yüzeyine yaklaştıkça yer çekim kuvveti arttığından dolayı; yer yüzeyinden yukarı doğru hava yoğunluğu, yüksekliğe bağlı olarak azalma eğilimi oluşturur. Bu azalma eğilimi üzerinde yapılan çalışmalar deneysel yöntemlerle elde edilmiş belli bir limit aralığında yer alırlar.

Hava yoğunluğunun yüksekliğe bağlı değişim eğrisi oluşturulurken ünite 2.3.1.3 de açıklaması yapılan  $\delta_y = \delta_0 * (1 - 0,00008 * y)$  ve  $\delta_y = \delta_0 * (1 - 0,00011 * y)$  formülleri göz önüne alınarak bu iki formülün ortalaması alınmış ve daha sonra grafikten elde edilen verilere göre

regresyon analizi ile aşağıdaki 4. derecedeki polinom denklemi oluşturulmuştur

$$\delta = (-2E-13)* h^4 - (1E-11)* h^3 + 1000* h - 1000$$



řekil 3.3: Hava Yođunluđunun Yůkseklige Bađlı Deđiřim Eđrisi

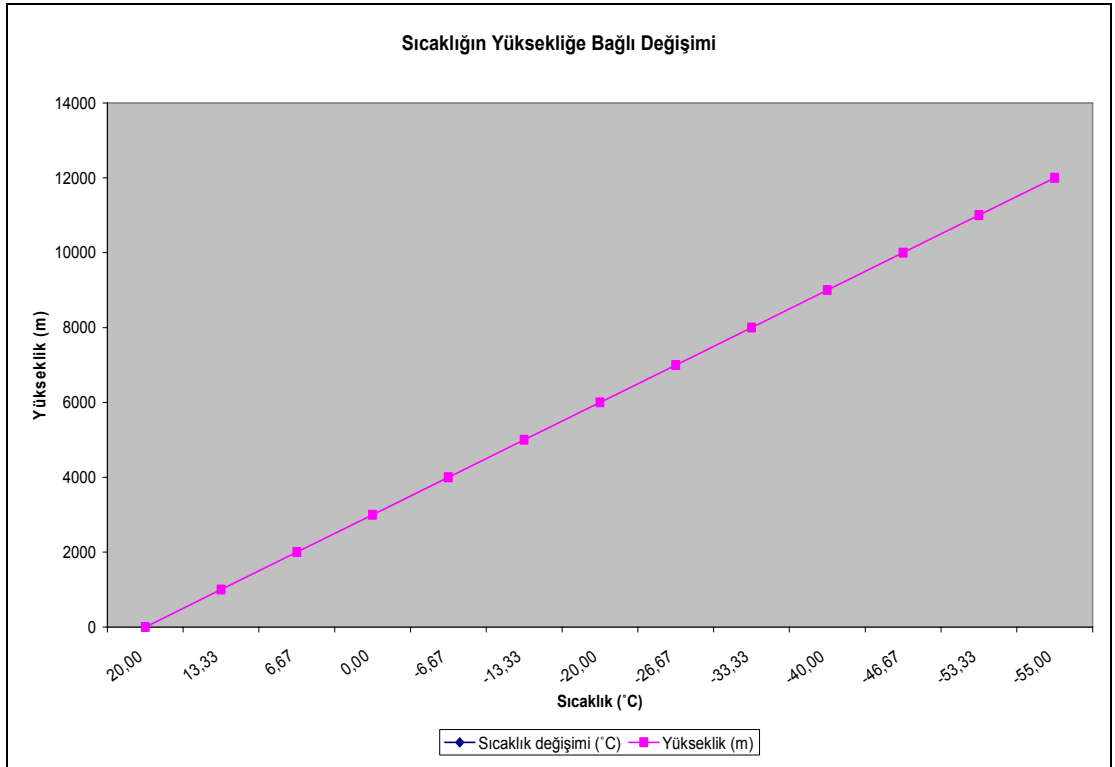
### 3.2.3- Hava Sıcaklığının Yůkseklige Bağlı Deđiřimi

Hava sıcaklıđı yeryůzünde termometre ile ۆlçőlebilen bir deđerden bařlar ve yeryůzünden yůkseldikçe azalır. Belli bir yůkseklikten sonrada sabit bir deđere yakın bir eđilim gۆsterir.

Yeryůzűnde ki sıcaklıđın 20 ۆC ۆlçőldűđű bir durumda bu sıcaklık yerden yukarılara ۆıkıldıkça bir azalma eđiliminde olacaktır. Bu sıcaklık deđiřimini grafik olarak elde etmek istersek;

Hava sıcaklığının yüksekliğe bağlı değişimini grafik olarak elde etmek için ünite 2.3.1.2 de açıklaması yapılan  $T_{sabit} = T_0 - \lambda \cdot 12000 = T_{12000} = 218,4$  formülü kullanılmış daha sonra grafikten elde edilen verilere göre regresyon analizi ile aşağıdaki 4. derecedeki polinom denklemi oluşturulmuştur

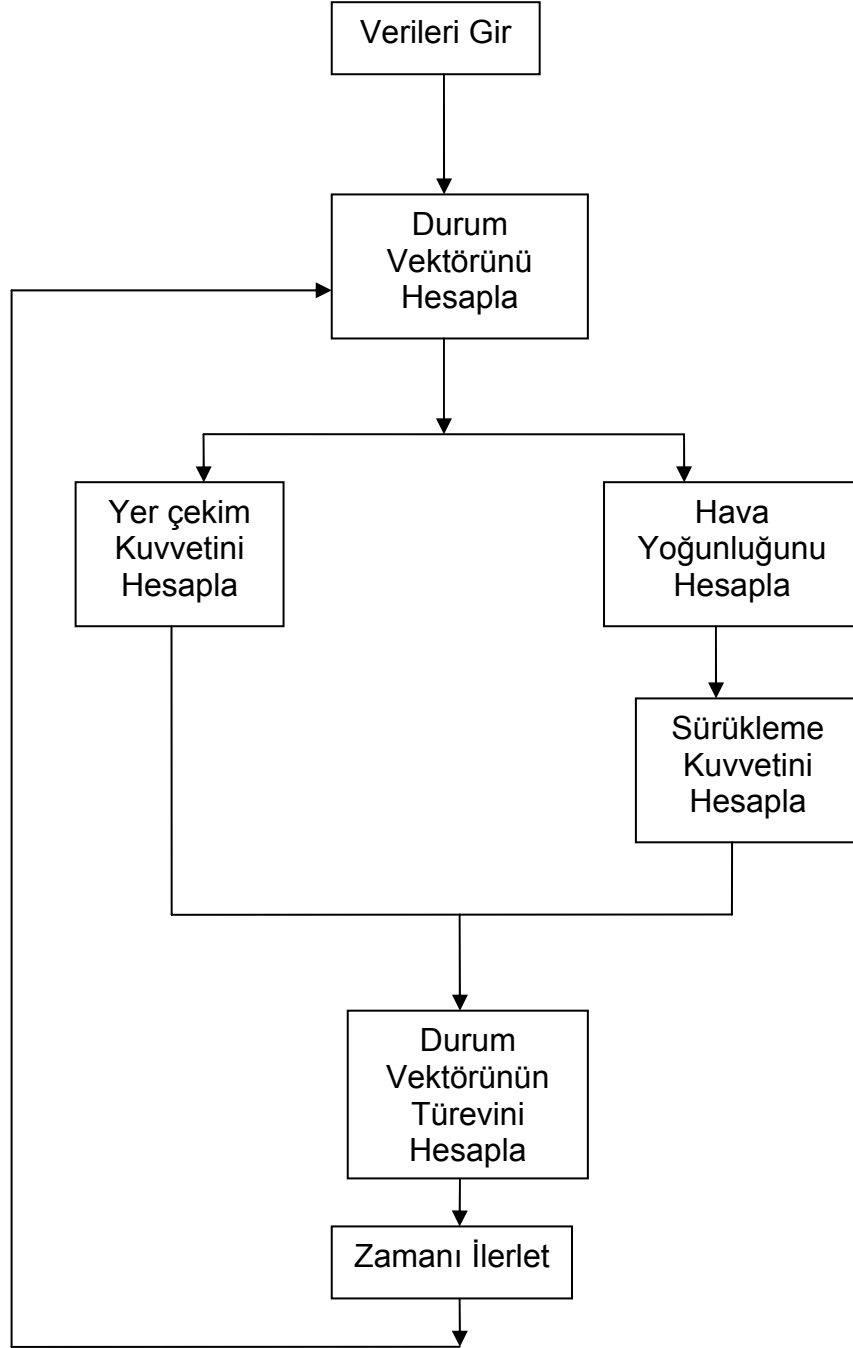
$$h = (9E-13) \cdot t^4 - (4E-11) \cdot t^3 - (5E-10) \cdot t^2 + 1000 \cdot t - 1000$$



Şekil 3.4: Hava Sıcaklığının Yüksekliğe Bağlı Değişim Eğrisi

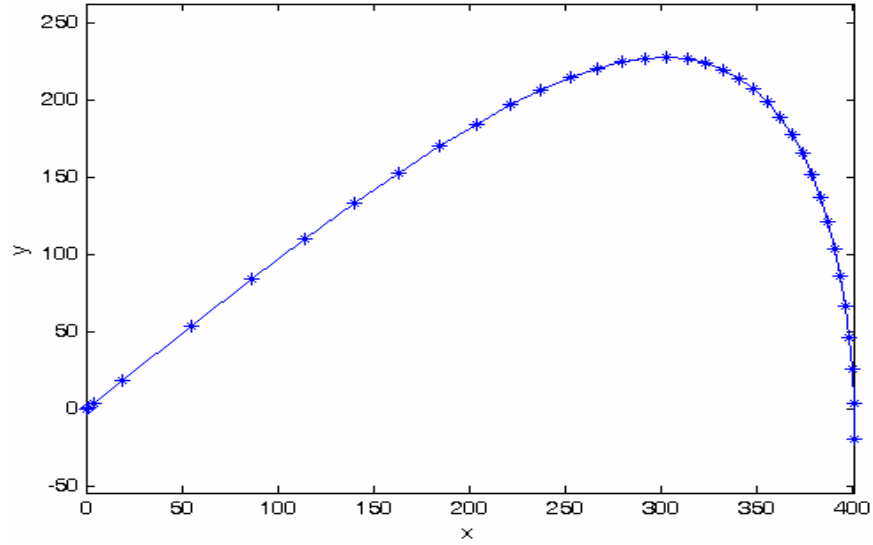
### 3.3-Modelleme Programı

Modelleme programı akış diyagramı Şekil 3.5 deki gibi düşünülmüştür.



Şekil 3.5: Model Program Akış Diyagramı.

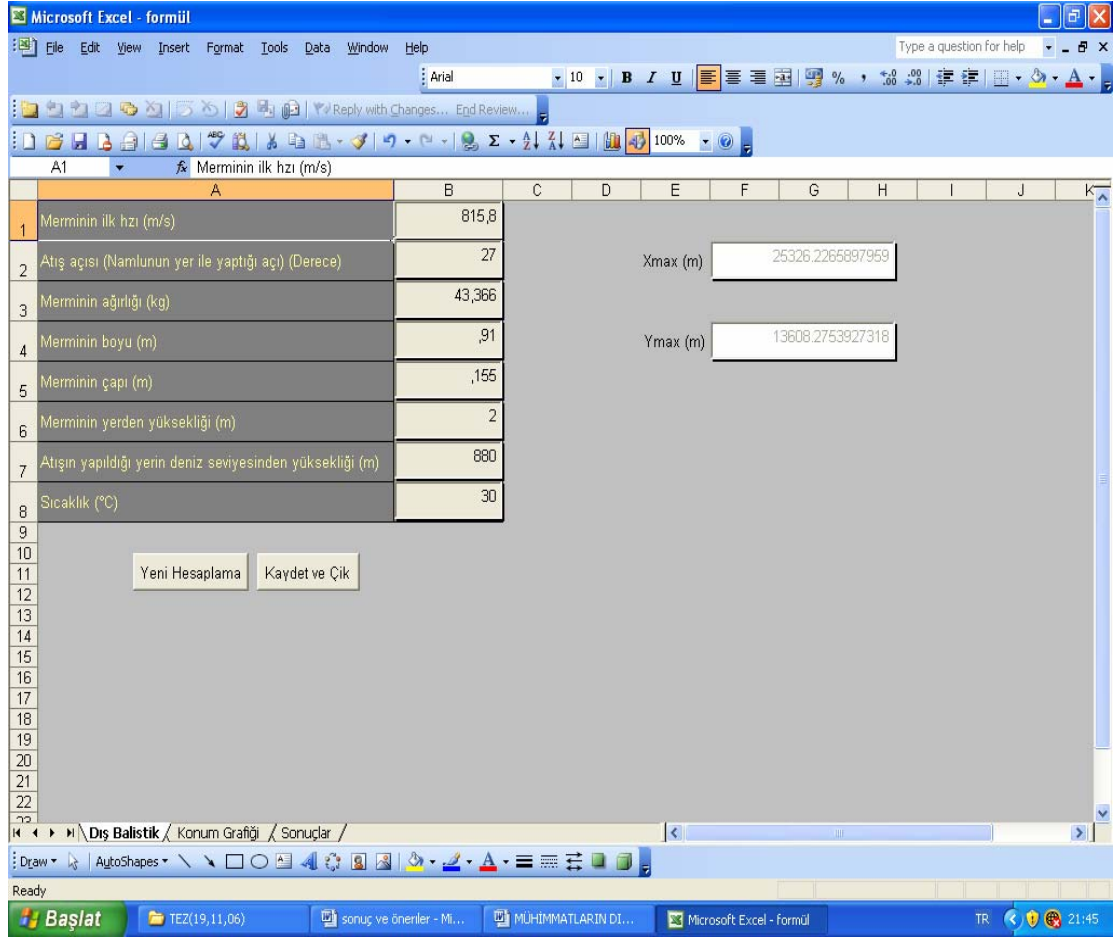
Bu akış diyagramına göre benzetim modeli Şekil 3. 6 deki gibi elde edilmiştir.



Şekil 3.6: Benzetim Modeli<sup>(2)</sup>.

Hareket denklemleriyle ifade ettiğimiz dış balistik denklem takımlarının çözümünde kullanılan değişkenler önce formüle dökülerek Excel programı ile grafiğe dökülmüş, daha sonra bu değişkenler (Grafikten elde edilen veriler) 'de göz önünde bulundurularak model programlama dilinde eğik atışın programı yazılmıştır. Model programlama' nın başlangıç görüntüsü Şekil 3. 7'deki gibidir.

Model Programın istemiş olduğu verileri girdikten sonra önce sayısal olarak değerleri hesaplar ve tablo halinde oluşturur. Çizelge 3. 1' de yapılan bir örnekteki hesaplanmış ve tablosu oluşturulmuş değerleri göstermektedir.



Şekil 3.7: Model Programın Başlangıç Görüntüsü.

Çizelge 3. 1: Model Program ile bir eğik atış örneğinde hesaplanmış veriler.

g (m/s <sup>2</sup> )	Qd (kg/m <sup>3</sup> )	Q (Derece)	W (kg/m <sup>2</sup> )	X (m/s)	Y (m/s)	X konum (m)	Y konum (m)
9,80224885	1,0613	45	0,4475	594,0382	0,0000	0,0000	2
9,79950169	1,0554	44,0110	0,4298	594,0410	594,0382	585,7245	596,0382
9,79771872	1,0146	43,0220	0,3984	604,2132	583,7010	1173,2785	1179,7392
9,79596888	0,9745	42,0330	0,3686	614,2045	573,1910	1762,4582	1752,9302
9,79425267	0,9351	41,0440	0,3403	624,0128	562,5098	2353,0604	2315,4400
9,79257058	0,8965	40,0549	0,3134	633,6350	551,6606	2944,8817	2867,1006
9,79092307	0,8586	39,0659	0,2879	643,0684	540,6465	3537,7188	3407,7471

9,78931063	0,8216	38,0769	0,2638	652,3101	529,4709	4131,3685	3937,2180
9,78773369	0,7853	37,0879	0,2412	661,3573	518,1372	4725,6276	4455,3552
9,78619271	0,7498	36,0989	0,2198	670,2073	506,6486	5320,2932	4962,0038
9,78468813	0,7152	35,1099	0,1998	678,8574	495,0088	5915,1625	5457,0126
9,78322036	0,6813	34,1209	0,1811	687,3052	483,2210	6510,0331	5940,2336
9,78178983	0,6484	33,1319	0,1637	695,5480	471,2889	7104,7030	6411,5225
9,78039692	0,6162	32,1429	0,1474	703,5834	459,2161	7698,9704	6870,7387
9,77904205	0,5849	31,1538	0,1323	711,4091	447,0061	8292,6342	7317,7448
9,77772557	0,5545	30,1648	0,1184	719,0226	434,6627	8885,4936	7752,4075
9,77644788	0,5249	29,1758	0,1055	726,4217	422,1894	9477,3485	8174,5969
9,77520932	0,4963	28,1868	0,0936	733,6042	409,5901	10067,9993	8584,1870
9,77401024	0,4685	27,1978	0,0828	740,5680	396,8685	10657,2474	8981,0555
9,77285097	0,4416	26,2088	0,0729	747,3109	384,0284	11244,8945	9365,0839
9,77173186	0,4156	25,2198	0,0638	753,8310	371,0736	11830,7434	9736,1576
9,77065319	0,3906	24,2308	0,0557	760,1264	358,0081	12414,5976	10094,1657
9,76961529	0,3664	23,2418	0,0483	766,1951	344,8358	12996,2616	10439,0014
9,76861843	0,3432	22,2527	0,0416	772,0354	331,5605	13575,5409	10770,5619
9,76766290	0,3209	21,2637	0,0357	777,6455	318,1862	14152,2418	11088,7481
9,76674897	0,2996	20,2747	0,0304	783,0237	304,7170	14726,1718	11393,4651
9,76587688	0,2792	19,2857	0,0258	788,1686	291,1568	15297,1396	11684,6219
9,76504689	0,2598	18,2967	0,0217	793,0784	277,5098	15864,9549	11962,1317
9,76425922	0,2413	17,3077	0,0181	797,7518	263,7800	16429,4288	12225,9118
9,76351409	0,2238	16,3187	0,0150	802,1874	249,9715	16990,3736	12475,8832
9,76281172	0,2073	15,3297	0,0123	806,3838	236,0884	17547,6028	12711,9716

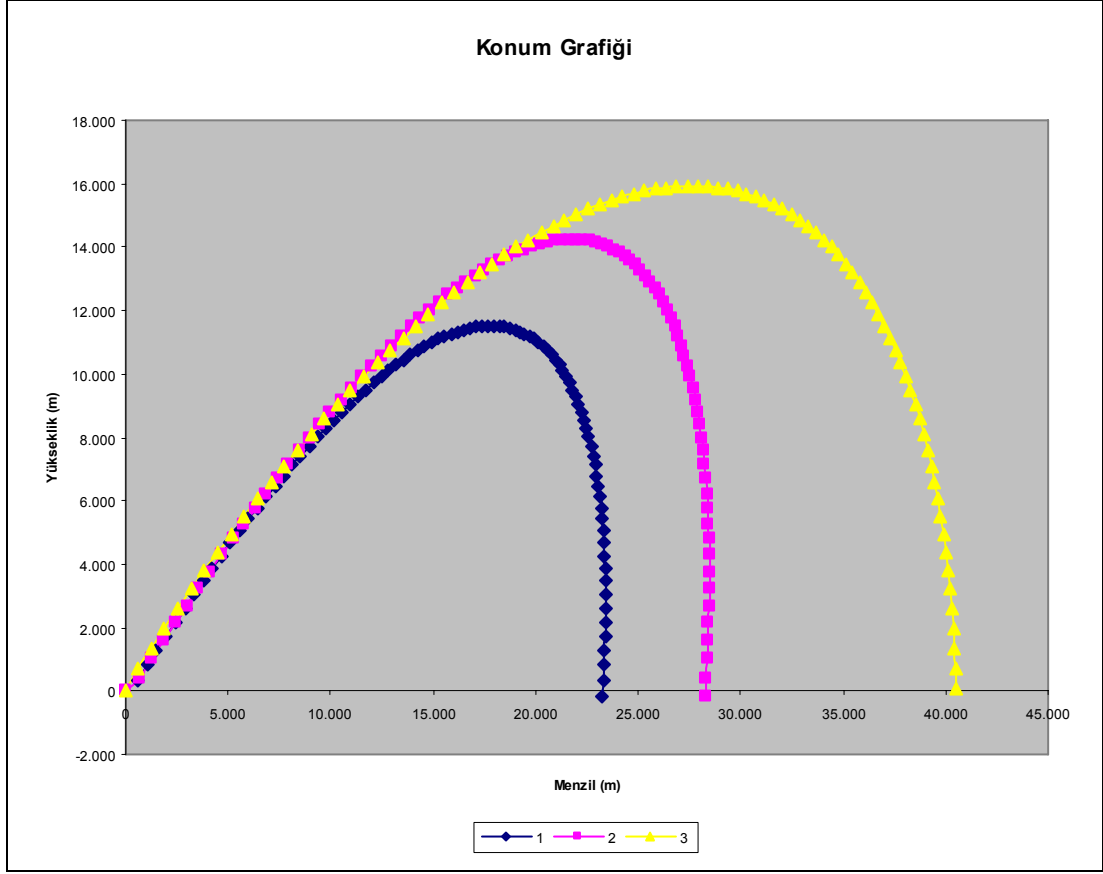
9,76215229	0,1918	14,3407	0,0100	810,3399	222,1349	18100,9316	12934,1065
9,76153599	0,1772	13,3516	0,0080	814,0545	208,1151	18650,1762	13142,2216
9,76096300	0,1636	12,3626	0,0064	817,5264	194,0332	19195,1547	13336,2549
9,76043346	0,1510	11,3736	0,0050	820,7546	179,8935	19735,6866	13516,1484
9,75994754	0,1394	10,3846	0,0038	823,7381	165,7001	20271,5928	13681,8485
9,75950536	0,1288	9,3956	0,0029	826,4762	151,4573	20802,6960	13833,3059
9,75910704	0,1192	8,4066	0,0022	828,9679	137,1694	21328,8206	13970,4753
9,75875271	0,1106	7,4176	0,0016	831,2126	122,8405	21849,7928	14093,3158
9,75844245	0,1030	6,4286	0,0011	833,2095	108,4750	22365,4403	14201,7908
9,75817635	0,0964	5,4396	0,0007	834,9581	94,0772	22875,5928	14295,8680
9,75795449	0,0909	4,4505	0,0005	836,4579	79,6513	23380,0820	14375,5193
9,75777692	0,0863	3,4615	0,0003	837,7084	65,2016	23878,7413	14440,7209
9,75764371	0,0828	2,4725	0,0001	838,7092	50,7326	24371,4062	14491,4535
9,75755487	0,0802	1,4835	0,0000	839,4601	36,2484	24857,9142	14527,7018
9,75751045	0,0787	0,4945	0,0000	839,9608	21,7533	25338,1048	14549,4552
9,75751044	0,0782	-0,4945	0,0000	840,2112	7,2518	25811,8195	14556,7070
9,75755486	0,0787	-1,4835	0,0000	840,2112	-7,2518	26278,9023	14549,4552
9,75764369	0,0802	-2,4725	0,0001	839,9608	-21,7533	26739,1990	14527,7018
9,75777690	0,0828	-3,4615	0,0003	839,4601	-36,2484	27192,5578	14491,4535
9,75795446	0,0863	-4,4505	0,0004	838,7091	-50,7326	27638,8292	14440,7209
9,75817631	0,0909	-5,4396	0,0007	837,7083	-65,2016	28077,8660	14375,5193
9,75844241	0,0964	-6,4286	0,0010	836,4578	-79,6513	28509,5232	14295,8680
9,75875266	0,1030	-7,4176	0,0015	834,9580	-94,0772	28933,6585	14201,7908
9,75910699	0,1106	-8,4066	0,0020	833,2093	-108,475	29350,1316	14093,3158



9,75950530	0,1192	-9,3956	0,0027	831,2123	-122,840	29758,8052	13970,4753
9,75994747	0,1288	-10,384	0,0035	828,9676	-137,169	30159,5440	13833,3059
9,76043339	0,1394	-11,373	0,0046	826,4758	-151,457	30552,2155	13681,8485
9,76096292	0,1510	-12,362	0,0059	823,7377	-165,700	30936,6899	13516,1484
9,76153591	0,1636	-13,351	0,0074	820,7540	-179,893	31312,8397	13336,2548
9,76215220	0,1772	-14,340	0,0092	817,5257	-194,033	31680,5403	13142,2215
9,76281162	0,1918	-15,329	0,0113	814,0537	-208,115	32039,6697	12934,1064
9,76351399	0,2073	-16,318	0,0139	810,3391	-222,134	32390,1087	12711,9714
9,76425911	0,2238	-17,307	0,0168	806,3829	-236,088	32731,7407	12475,8830
9,76504677	0,2413	-18,296	0,0201	802,1863	-249,971	33064,4520	12225,9114
9,76587676	0,2598	-19,285	0,0240	797,7505	-263,780	33388,1317	11962,1313
9,76674884	0,2792	-20,274	0,0284	793,0770	-277,510	33702,6718	11684,6213
9,76766277	0,2996	-21,263	0,0333	788,1670	-291,157	34007,9670	11393,4643
9,76861829	0,3209	-22,252	0,0389	783,0220	-304,717	34303,9151	11088,7471
9,76961514	0,3432	-23,242	0,0452	777,6435	-318,186	34590,4168	10770,5607
9,77065304	0,3664	-24,231	0,0522	772,0332	-331,561	34867,3757	10439,0000
9,77173170	0,3906	-25,219	0,0600	766,1927	-344,836	35134,6985	10094,1639
9,77285082	0,4156	-26,208	0,0686	760,1238	-358,008	35392,2948	9736,1554
9,77401007	0,4416	-27,197	0,0780	753,8282	-371,074	35640,0772	9365,0813
9,77520915	0,4685	-28,186	0,0884	747,3078	-384,028	35877,9617	8981,0525
9,77644771	0,4963	-29,176	0,0997	740,5646	-396,869	36105,8669	8584,1834
9,77772540	0,5249	-30,165	0,1120	733,6006	-409,591	36323,7150	8174,5927
9,77904187	0,5545	-31,154	0,1254	726,4178	-422,190	36531,4309	7752,4025
9,78039674	0,5849	-32,143	0,1399	719,0184	-434,663	36728,9431	7317,7391

9,78178964	0,6162	-33,132	0,1556	711,4047	-447,007	36916,1829	6870,7320
9,78322018	0,6484	-34,121	0,1724	703,5787	-459,217	37093,0849	6411,5149
9,78468794	0,6813	-35,109	0,1904	695,5430	-471,290	37259,5872	5940,2248
9,78619252	0,7152	-36,098	0,2097	687,2999	-483,222	37415,6307	5457,0026
9,78773350	0,7498	-37,087	0,2303	678,8519	-495,010	37561,1598	4961,9925
9,78931043	0,7853	-38,076	0,2522	670,2014	-506,650	37696,1222	4455,3424
9,79092288	0,8216	-39,065	0,2755	661,3512	-518,138	37820,4688	3937,2036
9,79257039	0,8586	-40,054	0,3001	652,3037	-529,472	37934,1537	3407,7309
9,79425248	0,8965	-41,044	0,3262	643,0618	-540,648	38037,1345	2867,0825
9,79596870	0,9351	-42,033	0,3537	633,6282	-551,662	38129,3720	2315,4198
9,79771854	0,9745	-43,022	0,3827	624,0057	-562,512	38210,8304	1752,9078
9,79950151	1,0146	-44,011	0,4131	614,1972	-573,193	38281,4772	1179,7143
9,80131711	1,0554	-45,000	0,4450	604,2056	-583,703	38341,2832	596,0108
9,80316483	1,0970	-45,989	0,4785	594,0340	-594,039	38390,2227	1,9715

Daha sonra bu verilere dayanarak program merminin izleyeceği yolu modeller ve iki boyutlu grafik olarak görüntüler. Şekil 3,8'de yapılan örneklerden birisinin yörünge modeli görülmektedir.



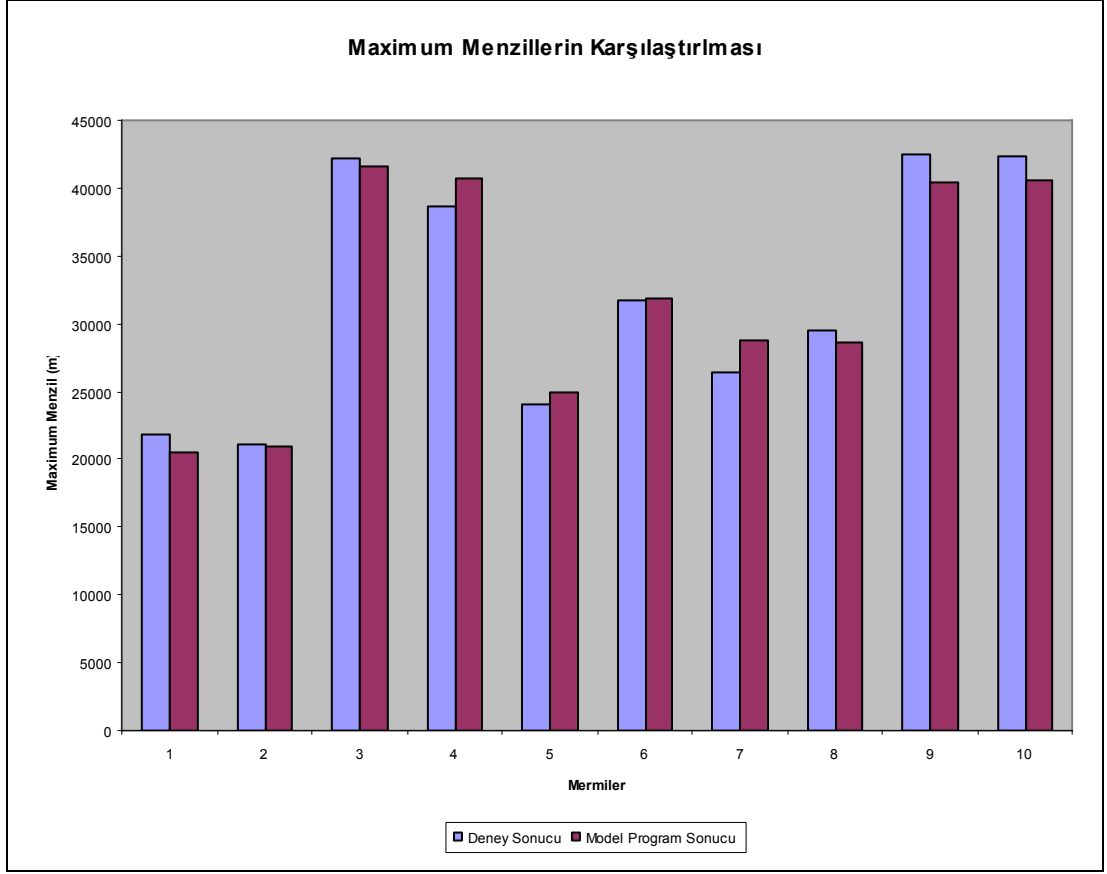
Şekil:3.8: Model Programın Çizmiş Olduğu Yörünge Modeli.

Deneysel atışlar gerçekleştirilmiş olup deneyden elde edilen verilerle programdan elde edilen verilerin tablosu çizelge 3.2 de gösterilmiştir.

Çizelge 3.2: Deney den elde edilen sonuçları ile Program sonuçlarının karşılaştırılması:

Mr. No	Y.Yer	Sıcak. (°C)	Ağırlık (kg)	Atış.Açı (Derece)	İlk Hız. (m/s)	Menzil (m)	Max.Yük (m)
1	DNY.	24,3	43,742	30°	690,3	21836	
	PRG					20442,696	4473
2	DNY.	24,3	43,018	30°	687,5	21048	
	PRG					21003,654	4605,57

3	DNY.	26	43,598	49,88°	960,3	42250	
	PRG					41593,139	16344
4	DNY.	28	43,424	49,88°	940,4	38620	
	PRG					40722,226	16001
5	DNY.	30	43,366	27°	815,8	24020	
	PRG					24981,971	13608
6	DNY.	31	43,740	38,36°	821,5	31740	
	PRG					31861,833	13839
7	DNY.	30	43,4	29,77°	850,8	26470	
	PRG					28756,200	14237
8	DNY.	31	43,718	29,77°	846	29570	
	PRG					28592,090	14156
9	DNY.	26	43,87	49,88°	933,6	42430	
	PRG					40424,781	15885
10	DNY.	26	43,762	49,88°	936,1	42410	
	PRG					40534,176	15928



Şekil 3.9: Menzillerin Karşılaştırılması

#### 4- TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışma sonucunda eğik atışlar için bir model program oluşturulmuş daha sonra bir deney yapılarak elde edilen değerler ile model programdan elde edilen değerler çizelge 3.2' de tablo haline getirilmiştir. Şimdide çizelge 3.2 deki verilerdeki hata oranlarını belirleyerek bu hataların sebeplerini tartışalım;

Çizelge 4.1: Deney den Elde Edilen Sonuçlar ile Program Sonuçlarının Tartışılması:

MERMİ NO:	DENEY MAX. MENZİL	MOD. PROG. MAX. MENZİL	% HATA
1	21836	20442,696	6,4
2	21048	21003,654	2,1
3	42250	41593,139	1,6
4	38620	40722,226	-5,4
5	24020	24981,971	-4
6	31740	31861,833	-0,3
7	26470	28756,200	-8,55
8	29570	28592,090	3,31
9	42430	40424,781	4,73
10	42410	40534,176	4,42

Çizelge 4. 1 de elde edilen verilere göre deney sonuçları ile model programı sonuçları arasındaki hata oranı  $\sim\pm 8,55$  ile sınırlı kalmaktadır.

Bu hataya sebep olabilecek nedenleri sıralamak istersek;

Dünyanın dönmesinin göz önünde bulundurulması: Şayet atış yönü ile dünyanın dönme yönü aynı doğrultuda olur ise menzili uzatacak doğrultu da bir sapma olacaktır. Atış yönü ile dönme yönü ters doğrultuda olur ise menzili kısaltacak doğrultuda bir sapma olacaktır. Ayrıcada atışın yapıldığı yarımküreye bağlı olarak ta dünyanın merkezine yaklaşacak şekilde bir yanal sapma oluşturur.

Model programda dünya düz olarak kabul edilmiştir. Dünyanın yuvarlaklığı göz önünde bulundurulursa; daire diliminin çevresi ile kirişi arasındaki fark kadar bir sapma oluşacaktır.

Model programda sürüklenme katsayısı sabit olarak kabul edilmiştir. Yukarılara çıkıldıkça hava akımlarının zaman zaman yön ve şiddet değiştireceği göz önünde bulundurulursa hedef noktasından farklı doğrultularda sapmalara sebep olacaktır.

Model programda rüzgâr göz önüne alınmamıştır. Yukarılara çıkıldıkça bir rüzgâr etkisi devreye girecek ve çeşitli yönlere sapma gerçekleştirebilecektir.

Dünyanın yarıçapı sabit olarak kabul edilmiş ve buna göre bir yer çekim ivmesi hesaplanmıştır. Oysa dünyanın elipsoit özelliği düşünülürse her noktada farklı bir yarıçapa sahip olacak ve buna bağlı olarak ta yer çekim ivmesi farklı olacaktır.

Model programda mermi dönüşü başlangıçtaki değer olarak sabit kabul edilmiştir. Oysa mermi dönüşü sürekli değişeceğinden merminin etrafında oluşan hava direnci ve merkezkaç kuvvetleri değişim gösterecektir. Bu

değişkeni bir fonksiyon olarak ifade etmeli ve o doğrultuda hesaplamalar yapılmalıdır.

Hava yoğunluğu değişiminde ortam sıcaklığı v yükseklik göz önünde bulundurulmuştur. Bağıl neminde hava yoğunluğuna etkisi, dolaylı olarak ta hava direncine etkisi göz önünde bulundurulmalıdır.

Model programda atışın yapıldığı bölgenin fiziki özellikleri göz önünde bulundurulmamıştır. Atışın yapıldığı bölgenin de kütle çekim kanununa göre menzil ve sapmalara etkisi vardır.

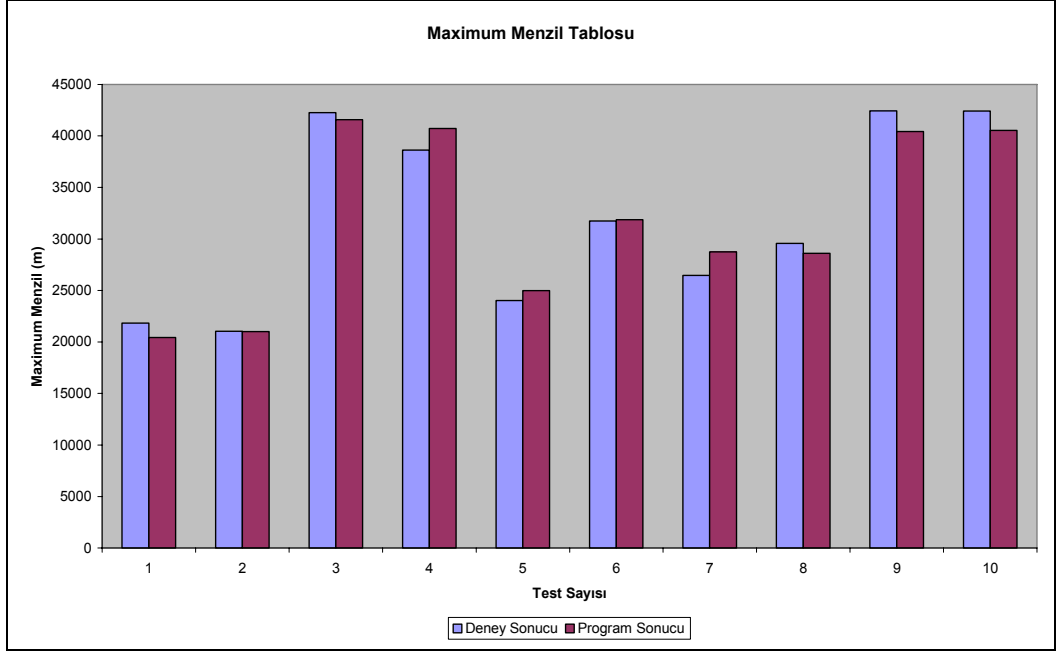
Namlu içinde oluşan gaz basıncı, namlu içinde dönerek çıktığı için merminin namluyu terk ettiği anda mermi arkasında bir salınım hareketi oluşmasına sebep olacak ve mermiyi ilk hedef noktasında sapmasına sebep olacaktır. Sapmalara sebep olan orta balistik özellikleri de detaylandırılarak merminin namluyu terk ettiği andaki vektörün yönü belirlenebilir.

Merminin namluyu terk ettiği açı ile düşme açısı vektör el olarak aynı büyüklükte kabul edilmiş ve hava direncinin etkisi bu kabul ile hesaplanmıştır. Gerçekte ise mermi üzerinde ilk fırlatma açısının etkisi olmakla beraber, merminin düşme açısı üzerinde hava direncinin etkisi büyüktür. Bu durumda merminin ilerleme açısını hava direncinin fonksiyonu olarak ele alınması gereklidir.

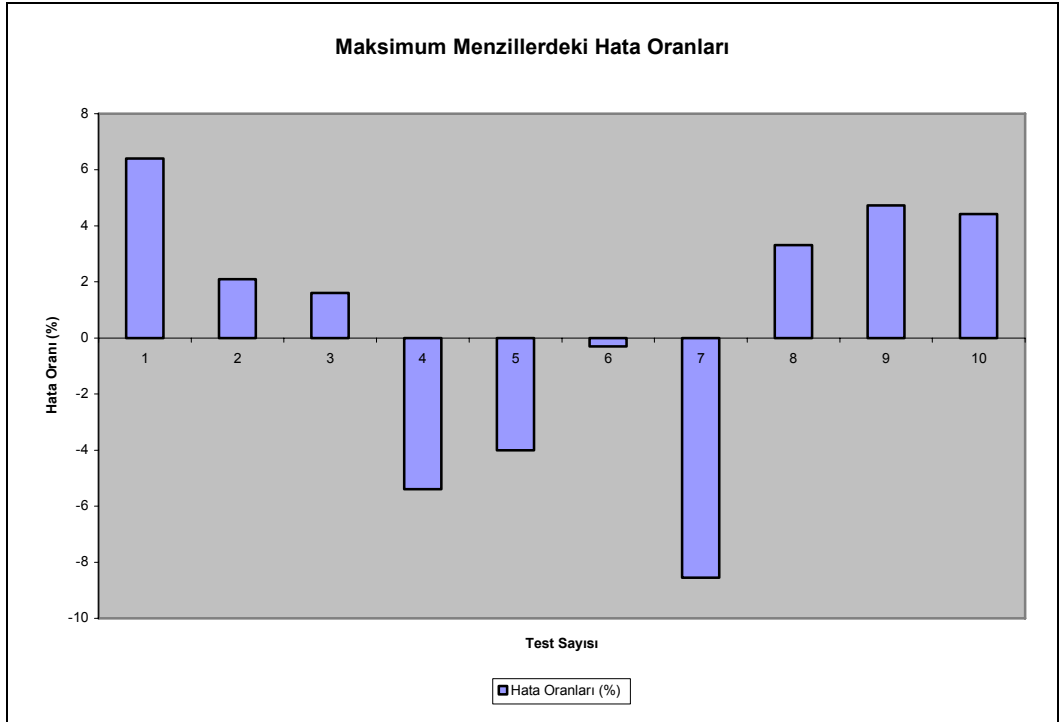
Bu çalışmayı Dış Balistik Analizinin Temeli Kabul edersek; bu etkenlerde göz önüne alınarak daha gerçekçi ve daha az hata oranları ile modelleme yapılabilir.

Maksimum menziller ile bunlar arasındaki farkları hata miktarları ile tablo olarak incelersek, ortalama olarak yaklaşmış olduğumuz değeri daha net bir şekilde görmüş oluruz.





Şekil 4.1: Maksimum Menzillerin Karşılaştırılması.



Şekil 4.2: Maksimum Menziller Arasındaki Hata Oranları.

#### 4.1-Öneriler

Dış balistik analizinin sağlıklı olabilmesi için verileri iç balistik model programından almalıdır. Mümkün olduğu kadar baruttan elde edilen toplam enerjinin dağılımını paylaşdırmak gerekir. Bunlar; silahın geri tepmesine harcanan miktarı, sürtünmeden harcanan miktarı, Merminin namluyu terk ettiği anda, namlu ağzından kararsız bir şekilde etrafa dağılan ve mermiye salınım hareketi (Yunusluma hareketi) vererek menzilinin düşmesine sebep olan enerji miktarını sağlıklı belirlemek ve bu enerjileri minimuma indirecek doğrultuda ilerleme yapmak gereklidir.

Ayrıca, mermi namluyu terk ettikten sonra, dünya yarıçapını belirlerken dünyanın elipsoit bir şekle sahip olduğunu göz önünde bulundurmalı, fiziki özelliklerini göz önüne alarak dünya yarıçapını belirtmeli ve g yer çekim ivmesindeki hatayı minimuma indirmelidir.

Değişkenleri sağlıklı tespit etmeli (hava yoğunluğunu, hava sıcaklığını, sıcaklığın yükseklikle değişimini, ortamda bulunan hava akımlarını, merminin ilerleme esnasında açısındaki değişmeyi ve buna bağlı olarak şekil faktörünün almış olduğu yeni değerleri) ve değişkenleri ilerletirken birbirine paralel olarak ilerletmelidir.

Bütün bunların yanında, merminin şeklinin hareketin gerçekleşmiş olduğu ortamdaki dış kuvvetleri minimuma indirecek bir şekilde belirlenmiş olmalıdır.

Merminin uçuş süresini belirlerken, atış noktasındaki yer çekim ivmesi ve hava direnci hesaplanır ve buradaki değerlere göre bir uçuş süresi belirlenmiştir. Oysaki mermi yukarılara çıktıkça yer çekim ivmesinde ve hava

direncindeki azalmalardan dolayı uçuş süresi belli bir miktar artış göstermektedir. Bu uçuş süresini net olarak tespit edebilmek için yer çekim ivmesin ve hava direncini yüksekliğin bir fonksiyonu olarak hesaba katmak gereklidir.

## KAYNAKLAR

1. Cranz, C. , “Lehrburch der Balistik ( Manual of Ballistic) “, Vol 2, Berlin, 1-261,1926.
2. Durak Umut, Dayanç Koray , Elaldı Faruk , Anlağan Ömer,(Tübitak-Sage ,PK.16 Mamak ANKARA ,{udurak, kdayanc}@sage. tubitak.gov.tr. K.K.K'lığı,K.H.O ANKARA, elaldi@kho.edu.tr Tübitak, Tübitak Kavaklıdere ANKARA, omer.anlagan@tubitak.gov.tr)
3. Cranfield Üniversitesi makaleleri. www.cranfield.ac.uk. (Kasım 2006).
4. Öztürk, A. R. , “Dış Balistik” , Makine ve Kimya Endüstrisi Kurumu Mühimmat Fabrikası Genel Müdürlüğü Özel Yayınları, Kırıkkale, 1979.
5. Tuomainen, A. H., “Calibration of The Interior Ballistic Thermodynamic Model” , Edition 1, NATO, STANAG 4367, 1-45, 2001.
6. Tuomainen, A. H., “ The Thermodynamic Model of Interior Ballistic”, University of Helsinki, Helsinki, 1-78, 1996.
7. Fox, C. , “An Introduction to the Calculus of Variations” , Oxford University Pres, London, 25-120, İkinci Baskı.
8. Akçay, M., “Balistik” , Fen Edebiyat Fakültesi Ofset Tesisleri , Erzurum, 55-320, 1993.
9. Leeming, D.W., “Ballistics Group”, Royal Military College of Science, Shrivenham, UK, 1-95, 1996.
10. Hermann, E.E. “External Ballistics” ,Annapolis, Maryland, USA, 1-128, 1935.
11. Çengel, Y. A., Boles, M. A., “Thermodynamic an Engineering Approach”, Uluslararası Baskı, McGraw-Hill Company, Inc.,150-450, 1994.

12. Eğrican, A.N. “Çözümlü Termodinamik Problemleri”, Emin Ofset, İstanbul, 150-420, 1987.
13. “Anti-personel Weapons”, Stockholm International Peace Research Institute, Taylor and Francis Ltd. , London, 1-250, 1978.
14. Goldsmith, W. , and Backman, M.E. , “The Mechanics of Penetration of Projectiles into Targets” , Int. J. Engng. Sci. Vol. 99 pp. 1-99, Pergamon Pres, Pergamon, 1978.
15. “International Ballistics” , HMSO, London, 1-180, 1951.
16. “Textbook of ballistics and Gunnery” , edited by Longdon L.W. , HMSO, London, 5-152, 1983.
17. Akçay, M., “Balistik” , Fen Edebiyat Fakültesi Ofset Tesisleri , Erzurum, 55-320, 1993.
18. Hermann, E.E. “External Ballistics” ,*Annapolis, Maryland, USA*, 1-128, 1935.
19. Dorf, R. C., Bishop, R. H. , “Modern Control Systems ” , Prentice Hall, Inc., New Jersey, 1-106, Dokuzuncu Baskı, 2001.
20. Kreyszing, E., “Advanced Engineering Mathematics”, Seventh Edition, John Wiley & Sons Inc ., New York, 50-125, 1993.